การเปรียบเทียบวิธีการประมาณการแจกแจงของข้อมูลสมมาตรและไม่สมมาตร
ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป

นางสาวกัญญ์พิชญา พุทธะไชยทัศน์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ
คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2552

A COMPARISON OF ESTIMATION METHODS FOR SYMMETRIC AND ASYMMETRIC DISTRIBUTED DATA BY JACKKNIFING METHOD AND BOOTSTRAPPING METHOD

Miss. Kanpichaya Puttachaiyatad

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science Program in Statistics
Department of Statistics
Faculty of Commerce and Accountancy
Chulalongkorn University
Academic Year 2009

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การเปรียบเทียบวิธีการประมาณการแจกแจงของข้อมูลสมมาตรและไม่สมมาตรด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป
โดย	นางสาวกัญญ์พิชญา พุทธะไชยทัศน์
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

....คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี
(รองศาสตราจารย์ ดร.อรรณพ ตันละมัย)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. ธีระพร วีระถาวร)

.... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา)

.... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์)

.... กรรมการ
(อาจารย์ ดร. อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี)

.... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร.สำรวม จงเจริญ)

กัญญ์พิชญา พุทธะไชยทัศน์ : การเปรียบเทียบวิธีการประมาณการแจกแจงของข้อมูลสมมาตรและไม่สมมาตรด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป. (A COMPARISON OF ESTIMATION METHODS FOR SYMMETRIC AND ASYMMETRIC DISTRIBUTED DATA BY JACKKNIFING METHOD AND BOOTSTRAPPING METHOD)
อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รศ. ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา, 141 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีประมาณการแจกแจงระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป โดยจะประมาณพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง ทั้งการประมาณแบบจุด และการประมาณแบบช่วง ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการจำลองโดยเทคนิคมอนติคาร์โล สำหรับการแจกแจงปกติปลอมปน มีพารามิเตอร์กำหนดความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 25 เปอร์เซ็นต์การปลอมปน(p) เท่ากับ 10% และ 30% และสเกลแฟคเตอร์(c) เท่ากับ 5 และ 10 สำหรับการแจกแจงชี้กำลัง มีค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1, 0.5, 1 และ 1.5 สำหรับการแจกแจงแกมมา มีค่าพารามิเตอร์ α เท่ากับ 3, 4, 6 และ 8 ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1 โดยกำหนดขนาดตัวอย่าง เท่ากับ 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 และ 1,000 การจำลองข้อมูลกระทำซ้ำ 500 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง และความเอนเอียง เป็นเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบการประมาณค่าแบบจุด และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น เป็นเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบการประมาณค่าแบบช่วง ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

กรณีการประมาณค่าแบบจุด : พบว่า โดยส่วนใหญ่ประมาณ 71.43% วิธีบูตสแตรป จะมีประสิทธิภาพดีกว่า วิธีแจ็คไนฟ์

กรณีการประมาณค่าแบบช่วง : พบว่า ทุกค่าพารามิเตอร์ ในทุกๆลักษณะการแจกแจง วิธีบูตสแตรป จะมีประสิทธิภาพดีกว่า วิธีแจ็คไนฟ์

ภาควิชา สถิติ ลายมือชื่อนิสิต กัญญ์พิชญา พุทธะไชยทัศน์
สาขาวิชา สถิติ ลายมือชื่ออ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
ปีการศึกษา 2552

5081751326 : MAJOR STATISTICS
KEYWORDS : JACKKNIFE / BOOTSTRAP / POINT ESTIMATION / INTERVAL ESTIMATION

KANPICHAYA PUTTACHAIYATAD : A COMPARISON OF ESTIMATION METHODS FOR SYMMETRIC AND ASYMMETRIC DISTRIBUTED DATA BY JACKKNIFING METHOD AND BOOTSTRAPPING METHOD. THESIS ADVISOR : ASSOC.PROF. SUPOL DURONGWATANA,Ph.D., 141 pp.

The objective of this study is to compare the efficiency between Jackknifing method and Bootstrapping method. The parameter to be estimated are mean, variance, skewness and kurtosis. Both point estimation and interval estimation are calculated. Data are generated using Monte Carlo Simulation technique based on several distribution those are scale contaminated normal distribution, exponential distribution and gamma distribution. For scale contaminated normal distribution, the data are generated specified σ^2 to be 25, percent of contamination to be 10% and 30% and scale factor to be 5 and 10. For exponential distribution, specified β to be 0.1, 0.5, 1 and 1.5. For gamma distribution, specified α to be 3, 4, 6 and 8 and β to be 0.1. The sample sizes are 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 and 1,000. The generated data were repeated 500 times under each situations. The mean square error and biasedness are criteria for comparing the point estimations. The confidence coefficient is criteria for comparing the interval estimations. The results of this study are summarized as follow :

It is found that about 71.43% Bootstrapping method is more efficient than Jackknifing method in point estimations.

It is found that every specified parameter in every generated distribution, Bootstrapping method is more efficient than Jackknifing method in interval estimations.

Department : Statistics Student's Signature กัลย์ญ์พิชญา พุทธะไชยทัศน์
Field of Study : Statistics Advisor's Signature
Academic Year : 2009

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ท่านได้กรุณาให้ความรู้ คำแนะนำ คำปรึกษา ตลอดจนช่วยเหลือแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ จนกระทั่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. ธีระพร วีระถาวร ประธานกรรมการ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์ และ อาจารย์ ดร. อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี กรรมการ ที่ท่านช่วยเหลือ รวมถึงคำแนะนำในการทำงานวิจัยนี้ ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. สำรวม จงเจริญ ที่ท่านได้เสียสละเวลาอันมีค่ามาเป็นกรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ท้ายนี้ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ซึ่งสนับสนุนในด้านการเงิน และคอยให้กำลังใจเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา ตลอดจนพี่ ๆ เพื่อน ๆ ทุกคนที่ให้คำปรึกษา และเป็นกำลังใจให้ด้วยดีมาโดยตลอด

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

ตารางที่		หน้า

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การอนุมานเชิงสถิติ (Statistical inference) เป็นระเบียบวิธีทางสถิติที่ใช้ในการศึกษาวิจัยดำเนินงานต่างๆ เพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับประชากร ประกอบด้วย การประมาณค่าพารามิเตอร์ (Parameter estimation) และการทดสอบสมมติฐาน (Hypothesis testing)

ในการศึกษาค่าที่บอกถึงลักษณะประชากร ซึ่งเรียกว่าค่าพารามิเตอร์นั้น จะทราบได้ก็ต่อเมื่อ จะต้องทำการแจงนับจากทุกๆ หน่วยในประชากร ในกรณีที่ ประชากรมีขนาดใหญ่ การแจงนับจากทุกหน่วยในประชากรจะต้องเสียเวลาและค่าใช้จ่ายมาก ดังนั้นในทางปฏิบัติจึงใช้การเลือกตัวแทนเพียงบางส่วนของประชากรมาศึกษา แล้วใช้ค่าที่ได้จากตัวอย่างซึ่งเรียกว่าค่าสถิติ ไปประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากร

การประมาณค่าพารามิเตอร์จะสามารถแบ่งออกได้เป็นสองประเภท ได้แก่ การประมาณแบบจุด (Point estimation) และการประมาณแบบช่วง (Interval estimation) สำหรับการประมาณแบบจุด เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ หรือ ฟังก์ชันพารามิเตอร์ ที่อาศัยค่าประมาณที่เป็นตัวเลขซึ่งคำนวณได้จากตัวอย่างเพียงค่าเดียวหรือจำนวนเดียว โดยคาดว่าตัวประมาณนี้ จะให้ค่าที่ใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริงซึ่งไม่ทราบค่า ส่วนการประมาณแบบช่วง เป็นการประมาณพารามิเตอร์ หรือ ฟังก์ชันพารามิเตอร์ ที่อาศัยค่าประมาณเป็นช่วงของตัวเลข ซึ่งมีความเชื่อมั่นว่า ช่วงดังกล่าวนี้จะครอบคลุมค่าที่แท้จริงของพารามิเตอร์ หรือ ฟังก์ชันพารามิเตอร์ ดังนั้นจึงควรเลือกใช้วิธีประมาณที่มีความเหมาะสมกับเรื่องที่สนใจศึกษาและสอดคล้องกับประชากร เพื่อให้ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้มีความถูกต้องและน่าเชื่อถือมากยิ่งขึ้น

ในกรณีที่ตัวอย่างถูกสุ่มจากประชากรด้วยการเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่าย เมื่อเราต้องการทราบลักษณะการแจกแจงของข้อมูล เราสามารถประมาณการแจกแจงโดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน ค่าความเบ้ และค่าความโด่ง ได้จากข้อมูลตัวอย่างแล้วนำไปวาดกราฟ ซึ่งการหาค่าพารามิเตอร์ ค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง จะสามารถบอกลักษณะการแจกแจงของประชากรได้

กรณีที่ไม่ทราบการแจกแจงของประชากรมาก่อน หรือข้อมูลตัวอย่างมีจำนวนน้อย หรือตัวสถิติที่ใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์อยู่ในรูปที่ยุ่งยาก การประมาณค่าดังกล่าว ไม่อาจจะหาได้ด้วยวิธีง่าย ๆ

ในปี ค.ศ. 1956 เควโนอีล (Quenouille) ได้เสนอวิธีแจ็คไนฟ์ และได้มีการรวบรวมและพัฒนาต่อโดย มิลเลอร์ (Miller) ในปี ค.ศ. 1974 ต่อมาปี ค.ศ. 1979 แบรดเลย์ เอฟรอน (Bradley Efron) ได้เสนอวิธีบูตสแตรปเป็นคนแรก ซึ่งวิธีแจ็คไนฟ์และวิธีบูตสแตรป เป็นวิธีการหาตัวประมาณของพารามิเตอร์ ด้วยวิธีการทางนอนพาราเมตริก (Nonparametric) ที่ไม่มีข้อจำกัดเกี่ยวกับลักษณะการแจกแจงของข้อมูล ซึ่งอาศัยหลักการสุ่มซ้ำ (Resampling) จากตัวอย่างสุ่มเพียงชุดเดียว เพื่อสร้างความผันแปรให้กับค่าของตัวสถิติ โดยถือเสมือนว่า ตัวอย่างที่ได้จากการสุ่มซ้ำจากตัวอย่างชุดเดียวนี้ เป็นตัวอย่างสุ่มซ้ำๆ จากประชากรจริงๆ อย่างไรก็ตามสองวิธีนี้มีข้อจำกัดคือ การสุ่มตัวอย่างซ้ำขึ้นอยู่กับตัวอย่างเพียงชุดเดียว ที่สุ่มได้จากประชากร ดังนั้นอาจทำให้ค่าบางค่า ไม่มีโอกาสที่จะเกิดขึ้นในการสุ่มตัวอย่างซ้ำได้เลย

ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสนใจศึกษาและ เปรียบเทียบประสิทธิภาพ ของวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรป ในการประมาณค่าแบบจุด และการประมาณแบบช่วง สำหรับพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน ค่าความเบ้ และค่าความโด่ง โดยสนใจที่จะศึกษาข้อมูลที่มีการแจกแจงสมมาตรและไม่สมมาตร

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีประมาณการแจกแจง โดยจะประมาณพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน ค่าความเบ้ และค่าความโด่ง ทั้งการประมาณแบบจุด (Point Estimation) และการประมาณแบบช่วง (Interval Estimation) 2 วิธีคือ

1. วิธีแจ็คไนฟ์ (Jackknifing method)
2. วิธีบูตสแตรป (Bootstrapping method)

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน การแจกแจงชี้กำลัง และการแจกแจงแกมมา

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ศึกษาจากตัวอย่างสุ่มที่มาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบต่างๆดังนี้

1. การแจงแจงแบบปกติปลอมปน (Scale Contaminated Normal Distribution)

   ลักษณะการแจกแจงแบบปกติปลอมปนเป็นการแจกแจงที่แปลงมาจากการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นของ X อยู่ในรูปของ

$$f(x) = (1-p)N(\mu,\sigma^2) + pN(\mu,c^2\sigma^2)$$

โดยที่ $c > 0$, $0 \le p \le 1$ เป็นค่าคงที่ (Fixed Constant)

เมื่อ c คือ สเกลแฟคเตอร์ (scale factor) และ p คือ เปอร์เซ็นต์ของการปลอมปน (percent of contamination)

หมายความว่าค่า x จะมาจากการแจกแจงแบบ $N(\mu, \sigma^2)$ ด้วยความน่าจะเป็น $1-p$ และมาจากการแจกแจงแบบ $N(\mu, c^2\sigma^2)$ ด้วยความน่าจะเป็น p ผู้วิจัยสนใจศึกษาเมื่อกำหนดค่าเฉลี่ย $= 0$ และความแปรปรวน $= \sigma^2$

ค่าคาดหวัง $E(X) = \mu$

ความแปรปรวน $Var(X) = (1-p)\sigma^2 + pc^2\sigma^2$

ความเบ้ $\gamma_1 = 0$

ความโด่ง $\gamma_2 = 0$

2. การแจกแจงชี้กำลัง (Exponential Distribution)

ฟังก์ชันความหนาแน่นของ X อยู่ในรูปของ

$$f(x) = \beta e^{-\beta x} \quad , x > 0$$

โดยที่ $\beta > 0$

ค่าคาดหวัง $E(X) = \frac{1}{\beta}$

ความแปรปรวน $Var(X) = \frac{1}{\beta^2}$

ความเบ้ $\gamma_1 = 2$

ความโด่ง $\gamma_2 = 6$

3. การแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution)

ฟังก์ชันความหนาแน่นของ X อยู่ในรูปของ

$$f(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x} \quad , x > 0$$

โดยที่ $\alpha > 0$, $\beta > 0$

ค่าคาดหวัง $E(X) = \frac{\alpha}{\beta}$

ความแปรปรวน $Var(X) = \frac{\alpha}{\beta^2}$

ความเบ้ $\gamma_1 = \frac{2}{\sqrt{\alpha}}$

ความโด่ง $\gamma_2 = \frac{6}{\alpha}$

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1. การแจกแจงแบบปกติปลอมปน กำหนดให้ข้อมูล มีค่าเฉลี่ย (μ) เท่ากับ 0 พารามิเตอร์ที่กำหนดค่าความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ 25 เปอร์เซ็นต์การปลอมปน (p) เท่ากับ 10%, 30% และ สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5,10
2. การแจกแจงชี้กำลัง กำหนดให้ข้อมูลมีค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1, 0.5, 1 และ 1.5
3. การแจกแจงแกมมา กำหนดให้ข้อมูล มี ค่าพารามิเตอร์ α เท่ากับ 3, 4, 6 และ 8 ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1
4. ศึกษาวิธีการประมาณค่าของพารามิเตอร์ ค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน ค่า ความเบ้ และค่าความโด่ง สำหรับการแจกแจงต่างๆ ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป

   กำหนดให้ θ เป็นค่าจริงของพารามิเตอร์

   $\hat{\theta}_J$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์

   $\hat{\theta}_B$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ด้วยวิธีบูตสแตรป

   โดยที่ $\theta = \{\mu, \sigma^2, \gamma_1, \gamma_2\}$, $\hat{\theta}_J = \{\hat{\mu}_J, \hat{\sigma}_J^2, \hat{\gamma}_{1J}, \hat{\gamma}_{2J}\}$, $\hat{\theta}_B = \{\hat{\mu}_B, \hat{\sigma}_B^2, \hat{\gamma}_{1B}, \hat{\gamma}_{2B}\}$
5. กำหนดขนาดตัวอย่างสุ่มที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ เป็น 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 และ 1,000
6. ใช้การเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่าย (SRS)
7. กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) ในครั้งนี้ที่ระดับ 0.05
8. การสุ่มตัวอย่างในวิธี แจ็คไนฟ์ กระทำซ้ำ 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 และ 1,000 ครั้ง
9. การสุ่มตัวอย่างแบบใส่คืนในวิธีบูตสแตรปกระทำซ้ำ 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 และ 1,000 ครั้ง
10. ในการศึกษาครั้งนี้ ทำการจำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) เขียนด้วยโปรแกรม R โดยการจำลองในแต่ละสถานการณ์จะกระทำซ้ำ 500 รอบ

1.5 เกณฑ์ในการตัดสินใจ

1. การประมาณค่าแบบจุด ใช้การ เปรียบเทียบ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Square Error) โดยถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใด ที่ทำให้ได้ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณ ต่ำกว่าจะถือว่าการประมาณค่าจากวิธีนั้น เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากกว่า และเปรียบเทียบค่า ความเอนเอียง (Biasedness) โดยถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใดที่ทำให้ได้ค่าความเอนเอียงของตัวประมาณ ต่ำกว่าจะถือว่าการประมาณค่าจากวิธีนั้นเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากกว่า
2. การประมาณค่าแบบช่วง ใช้การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence Coefficient) โดยถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใด ที่ทำให้ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น สูงกว่าจะถือว่าการประมาณค่าจากวิธีนั้น เป็นวิธีที่ เหมาะสม มากกว่า ในการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับสถานการณ์นั้นๆ

1.6 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. การเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่าย (Simple Random Sampling ; SRS) เป็นวิธีการเลือกตัวอย่างที่ให้หน่วยตัวอย่างแต่ละหน่วยในประชากรมีโอกาสถูกเลือกเท่า ๆ กัน ดังนั้นการเลือกตัวอย่างแบบนี้ ผู้เลือกจำเป็นต้องทราบขนาดของประชากร (N) และทำการสุ่มตัวอย่างขนาด n ตัวอย่างที่ได้จากการเลือกแบบนี้มักเรียกว่า ตัวอย่างสุ่ม (random sample)
2. พารามิเตอร์ (Parameter) คือค่าคงที่ที่แสดงคุณลักษณะบางประการของประชากร
3. ตัวสถิติ (Statistic) คือ ฟังก์ชันของค่าสังเกตที่วัดมาจากหน่วยตัวอย่างต่างๆ ที่ถูกเลือกขึ้นมาเป็นตัวอย่าง ฟังก์ชันดังกล่าวจะไม่มีตัวพารามิเตอร์อื่นใดที่ยังไม่ทราบค่าติดอยู่เลย ตัวสถิติที่ได้จะใช้เป็นตัวประมาณ (Estimator) ของพารามิเตอร์ ค่าของตัวสถิติที่คำนวณออกมาเป็นตัวเลขจะใช้เป็นค่าประมาณ (Estimate) ของพารามิเตอร์
4. ค่าเฉลี่ย (Mean) คือ ค่าที่แสดงว่าข้อมูลส่วนใหญ่อยู่ที่ไหน
5. ความแปรปรวน (Variance) คือ ค่าที่บอกว่าค่าของตัวแปรสุ่ม จะมีความผิดพลาดกำลังสอง โดยเฉลี่ยจากค่าของข้อมูลส่วนใหญ่ เท่ากับเท่าไหร่ กล่าวคือ เป็นค่าที่วัดแนวโน้มที่ตัวแปรสุ่ม จะห่างจากค่าเฉลี่ยของมัน
6. ค่าความเบ้ (Skewness) เป็นค่าที่ใช้วัดลักษณะของเส้นโค้ง หรือ ลักษณะของข้อมูลว่าเบ้ หรือไม่ โดยเส้นโค้งปกติจะมีความเบ้เป็น 0
7. ค่าความโด่ง (Kurtosis) เป็นค่าที่ใช้วัดความโด่งของกราฟของข้อมูลเชิงปริมาณ

8. ความเอนเอียง (Bias) คือ ค่าที่ใช้วัดว่าค่าเฉลี่ยของตัวสถิติที่ได้ห่างจากฟังก์ชัน พารามิเตอร์ ที่สนใจ มากน้อยเพียงใด นอกจากนี้ยังบอกทิศทางได้ด้วยว่า ตัวสถิติที่ได้ให้ค่าสูงหรือต่ำกว่า พารามิเตอร์
9. ความความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean square error) คือ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของค่าประมาณกับค่าจริง
10. การประมาณค่าแบบช่วงหรือ ช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Intervals) เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรในรูปแบบช่วงโดยใช้ข้อมูลตัวอย่าง การประมาณแบบช่วงนั้นจะบอกถึงค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของพารามิเตอร์ที่เป็นไปได้ ระดับของค่าความเชื่อมั่นที่ใช้ในการสร้างช่วงความเชื่อมั่นนั้น จะกำหนดเป็นค่าควบคู่กับระดับนัยสำคัญ นั่นคือ $1-\alpha$ ที่เรียกว่าช่วงความเชื่อมั่น $\left(1-\alpha\right)100\%$ จะได้ว่า

$$P(L < \theta < U) = 1 - \alpha$$

เรียก L ว่าขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง (lower confidence limit)

U ว่าขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน (upper confidence limit)

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อทราบประสิทธิภาพของตัวประมาณด้วยวิธี แจ็คไนฟ์ และวิธีบูตสแตรป ในแต่ละสถานการณ์ของการทดลอง
2. เพื่อประมาณการแจกแจงของข้อมูลที่ต้องการทราบ ได้อย่างถูกต้องแม่นยำ
3. เพื่อจะเป็นประโยชน์ให้ผู้วิจัยสามารถเลือกใช้วิธีประมาณพารามิเตอร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพที่สุดในการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติให้ถูกต้องแม่นยำมากขึ้น
4. เพื่อใช้เป็นแนวทางในการศึกษาวิจัยต่อไป

1.8 วิธีดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาค้นคว้าเอกสารและข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย
2. จำลองข้อมูลให้มีการแจกแจงตามลักษณะที่ต้องการศึกษา โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation)
3. ทำการเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่าย (Simple Random Sampling) มา 1 ชุด
4. ใช้วิธีแจ็คไนฟ์ เลือกตัวอย่างใหม่จากตัวอย่างสุ่มเพียงชุดเดียว
    - หาค่าประมาณแบบจุดของพารามิเตอร์ที่ต้องการศึกษา

- หาค่าประมาณแบบช่วงของพารามิเตอร์ที่ต้องการศึกษา และตรวจสอบว่าช่วงครอบคลุมค่าพารามิเตอร์หรือไม่

5. ใช้วิธีบูตสแตรป สร้างตัวอย่างชุดใหม่จากตัวอย่างสุ่มชุดเดิม โดยสุ่มตัวอย่างแบบคืนที่
    - หาค่าประมาณแบบจุดของพารามิเตอร์ที่ต้องการศึกษา
    - หาค่าประมาณแบบช่วงของพารามิเตอร์ที่ต้องการศึกษา และตรวจสอบว่าช่วงครอบคลุมค่าพารามิเตอร์หรือไม่
6. ทำการทดลองซ้ำ 500 รอบในแต่ละสถานการณ์
7. คำนวณค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณ ความเอนเอียงของตัวประมาณ และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

บทที่ 2
แนวคิด ทฤษฎี และสถิติที่เกี่ยวข้อง

การประมาณค่าพารามิเตอร์ในการวิจัยครั้งนี้ศึกษาการประมาณ 2 วิธี คือ วิธีแจ็คไนฟ์ (Jackknifing method) และ วิธีบูตสแตรป (Bootstrapping method) ซึ่งเป็นวิธีการหาตัวประมาณของพารามิเตอร์ ด้วยวิธีการทางนอนพาราเมตริก (Nonparametric) ที่ไม่มีข้อจำกัดเกี่ยวกับลักษณะการแจกแจงของข้อมูล โดยอาศัยหลักการสุ่มซ้ำ(Resampling) ในบทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดเกี่ยวกับวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ ด้วย วิธี แจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรป ทั้งการประมาณแบบจุด (Point Estimation) และการประมาณแบบช่วง (Interval Estimation) โดยสนใจที่จะประมาณพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน ค่าความเบ้ และค่าความโด่ง อีกทั้งค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Square Error) ค่าความเอนเอียง (Biasedness) และ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence Coefficient) ที่ใช้เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณ

2.1 การแจกแจงของข้อมูลที่ศึกษา

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ศึกษาจากตัวอย่างสุ่มที่มาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบต่างๆดังนี้

1. การแจงแจงแบบปกติปลอมปน (Scale Contaminated Normal Distribution)

ลักษณะการแจกแจงแบบปกติปลอมปนเป็นการแจกแจงที่แปลงมาจากการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นของ X อยู่ในรูปของ

$$f(x) = (1-p)N(\mu,\sigma^2) + pN(\mu,c^2\sigma^2)$$

โดยที่ $c > 0$, $0 \le p \le 1$ เป็นค่าคงที่ (Fixed Constant)

เมื่อ c คือ สเกลแฟคเตอร์ (scale factor) และ p คือ เปอร์เซ็นต์ของการปลอมปน (percent of contamination)

หมายความว่าค่า x จะมาจากการแจกแจงแบบ $N(\mu,\sigma^2)$ ด้วยความน่าจะเป็น $1-p$ และมาจากการแจกแจงแบบ $N(\mu,c^2\sigma^2)$ ด้วยความน่าจะเป็น p ผู้วิจัยสนใจศึกษาเมื่อ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และ σ^2 เป็นพารามิเตอร์ที่กำหนดความแปรปรวนของข้อมูล

ค่าคาดหวัง $E(X) = \mu$

ความแปรปรวน $Var(X) = (1-p)\sigma^2 + pc^2\sigma^2$

ความเบ้ $\gamma_1 = 0$

ความโด่ง $\gamma_2 = 0$

2. การแจกแจงชี้กำลัง (Exponential Distribution)

ฟังก์ชันความหนาแน่นของ X อยู่ในรูปของ

$$f(x) = \beta e^{-\beta x} \quad ,x > 0$$

โดยที่ $\beta > 0$

ค่าคาดหวัง $E(X) = \frac{1}{\beta}$

ความแปรปรวน $Var(X) = \frac{1}{\beta^2}$

ความเบ้ $\gamma_1 = 2$

ความโด่ง $\gamma_2 = 6$

3. การแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution)

ฟังก์ชันความหนาแน่นของ X อยู่ในรูปของ

$$f(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x} \quad ,x > 0$$

โดยที่ $\alpha > 0$, $\beta > 0$

ค่าคาดหวัง $E(X) = \frac{\alpha}{\beta}$

ความแปรปรวน $Var(X) = \frac{\alpha}{\beta^2}$

ความเบ้ $\gamma_1 = \frac{2}{\sqrt{\alpha}}$

ความโด่ง $\gamma_2 = \frac{6}{\alpha}$

2.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ (Jackknifing Method)

วิธีแจ็คไนฟ์ถูกเสนอโดย Quenouille (1956) เพื่อลดความเอนเอียงของตัวประมาณ ซึ่งวิธีการดังกล่าวนี้ สามารถหาค่าประมาณของตัวพารามิเตอร์ และค่าประมาณความแปรปรวนของตัวประมาณต่างๆ ที่มีวิธีการหาค่าประมาณโดยใช้ข้อมูลตัวอย่างในลักษณะเดียวกับการหาค่าพารามิเตอร์โดยใช้ข้อมูลจากประชากร ตัวอย่างเช่น ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างมีวิธีการคำนวณเหมือนกับค่าเฉลี่ยของประชากร หรือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของข้อมูลตัวอย่าง มีวิธีการคำนวณเหมือนกับสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของประชากร เป็นต้น ซึ่งวิธีแจ็คไนฟ์ได้มีการรวบรวมและพัฒนาต่อโดย Miller (1974) วิธีแจ็คไนฟ์จัดเป็นวิธีที่ใช้การเลือกตัวอย่างซ้ำวิธีหนึ่ง ซึ่งเป็นการเลือกตัวอย่างใหม่จากตัวอย่างสุ่มเพียงชุดเดียวโดยมีวิธีดำเนินการดังนี้

สุ่มตัวอย่างมา n ตัว คือ $x_1, x_2, \dots, x_n$ จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบต่างๆ ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นเป็น f และฟังก์ชันการแจกแจงเป็น F ให้ θ เป็นพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณในประชากรดังกล่าวนี้ และให้ $\hat{\theta}_J$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ θ ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ ที่คำนวณจากข้อมูลตัวอย่างขนาด n

การสร้างตัวอย่างใหม่ จากตัวอย่างสุ่มขนาด n เพียงชุดเดียว โดยจะทำการตัดครั้งละ 1 ค่าออกจากตัวอย่าง $x_1, x_2, \dots, x_n$ จะได้ตัวอย่างใหม่ ขนาด $n-1$ โดยค่าที่ถูกตัดออกจะคืนกลับไปในตัวอย่างก่อนที่จะทำการสร้างตัวอย่างครั้งต่อไป จำนวน n ครั้ง ซึ่งการหาค่าประมาณด้วย วิธีแจ็คไนฟ์ จะเริ่มจาก

ครั้งที่ 1 ตัดค่า x_1 ออกจากตัวอย่าง แล้วคำนวณค่าประมาณของ θ จาก $x_2, x_3, \dots, x_n$ จะได้ค่าประมาณคือ $\hat{\theta}_{(1)}$

ครั้งที่ 2 ตัดค่า x_2 ออกจากตัวอย่าง แล้วคำนวณค่าประมาณของ θ จาก $x_1, x_3, \dots, x_n$ จะได้ค่าประมาณคือ $\hat{\theta}_{(2)}$

$$\vdots$$

ครั้งที่ n ตัดค่า x_n ออกจากตัวอย่าง แล้วคำนวณค่าประมาณของ θ จาก $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ จะได้ค่าประมาณคือ $\hat{\theta}_{(n)}$

ด้วยการทำซ้ำ ดังที่กล่าวมาแล้วจำนวน n ครั้ง จะได้ค่าประมาณของ θ จำนวน n ตัวคือ $\hat{\theta}_{(1)}, \hat{\theta}_{(2)}, \dots, \hat{\theta}_{(n)}$

ให้ $\hat{\theta}_J$ เป็นตัวประมาณของพารามิเตอร์ θ ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ ซึ่งการ หาค่าประมาณแบบจุดจะถูกกำหนดโดย

$$\hat{\theta}_J = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{\theta}_{(i)}}{n}$$

การหาค่าประมาณแบบช่วงของพารามิเตอร์ θ ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ ที่ระดับนัยสำคัญ α หรือที่ ช่วงความเชื่อมั่น $\left(1-\alpha\right)100\%$ จะได้ว่า

$$P\left(\hat{\theta}_{JL} < \theta < \hat{\theta}_{JU}\right) = 1-\alpha$$

เรียก $\hat{\theta}_{JL}$ ว่าขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง (lower confidence limit)

$\hat{\theta}_{JU}$ ว่าขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน (upper confidence limit)

ซึ่งจะหาจากค่าประมาณของ $\hat{\theta}_{(1)}, \hat{\theta}_{(2)}, \ldots, \hat{\theta}_{(n)}$ ที่ได้ นำมาจัดเรียงจากค่าน้อยไปหามาก จากนั้นคำนวณหาค่าที่ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ $100(\alpha/2)$ กำหนดให้เป็น $\hat{\theta}_{JL}$ และหาค่าที่ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ $100(1-\alpha/2)$ กำหนดให้เป็น $\hat{\theta}_{JU}$ ดังนั้น จะได้ช่วงความเชื่อมั่น $\left(1-\alpha\right)100\%$ ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ คือ $[\,\hat{\theta}_{JL}\,,\ \hat{\theta}_{JU}]$

2.3 **การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีบูตสแตรป** (Bootstrapping method)

วิธีบูตสแตรปจัดเป็นวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้การสุ่มตัวอย่างซ้ำ ๆ จากตัวอย่างที่มีอยู่ชุดเดียวเช่นเดียวกับวิธีของแจ็คไนฟ์ แต่วิธีการสุ่มตัวอย่างซ้ำโดยวิธีบูตสแตรปจะใช้สร้างตัวอย่างชุดใหม่จากตัวอย่างสุ่มที่มีเพียงชุดเดียว โดยใช้การสุ่มตัวอย่างแบบคืนที่ (Resampling with Replacement) ขนาด n วิธีการนี้ถูกเสนอโดย Efron (1979) และได้พัฒนาต่อมาโดย Efron (1982)

แนวคิดที่สำคัญของวิธี บูตสแตรป กล่าวว่า ตัวอย่างคือสิ่งที่เราทราบทั้งหมดเกี่ยวกับประชากร การสุ่มตัวอย่างจากตัวอย่างที่เรามีอยู่จะเหมือนกับการสุ่มตัวอย่างจากประชากร และตัวอย่างแต่ละตัวอย่างจะสามารถอธิบายลักษณะของประชากรด้วยความน่าจะเป็นที่เท่าๆกัน ซึ่งแนวคิดนี้อาจจะทำให้ได้ข้อสรุปที่ดีเกี่ยวกับลักษณะของประชากร ซึ่งวิธี บูตสแตรปมีหลักเกณฑ์ดังนี้คือ เราจะให้ตัวอย่างที่ถูกเก็บรวบรวมมาจากประชากรเปรียบเสมือนประชากร แล้วทำการสุ่มตัวอย่างจากตัวอย่างที่มีอยู่แบบคืนที่ ด้วยจำนวนครั้งที่มากพอ (Bootstrap Replications) เพื่อสร้างการแจกแจงของตัวสถิติตัวอย่าง (Sampling Distribution) และนำไปใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ที่สนใจ

Efron (1979) เสนอให้ใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบคืนที่ขนาด n จากตัวอย่างสุ่มชุดเดียวที่มี เพื่อสร้างชุดตัวอย่างขนาด n ที่เป็นไปนั่นคือ แทนที่จะสุ่มตัวอย่างซ้ำ ๆ จากประชากรที่มีฟังก์ชันการแจกแจง F โดยตรง จะใช้การสุ่มตัวอย่างจาก Empirical distribution function (F_n) ของข้อมูลตัวอย่างโดยมีวิธีการดำเนินการดังนี้

สุ่มตัวอย่างมา n ตัว คือ $x_1, x_2, \dots, x_n$ ที่เป็นอิสระกันมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบต่างๆ ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นเป็น f และฟังก์ชันการแจกแจงเป็น F ให้ θ เป็นพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณในประชากรดังกล่าวนี้ ซึ่งขึ้นอยู่กับฟังก์ชันการแจกแจง F และให้ $\hat{\theta}_B$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ θ ด้วยวิธีบูตสแตรป ที่คำนวณจากข้อมูลตัวอย่างขนาด n สร้างฟังก์ชันการแจกแจงโดยให้ความน่าจะเป็นของ $x_i, i = 1,2,\dots,n$ เป็น $\frac{1}{n}$ ซึ่งเรียกฟังก์ชันการแจกแจงแบบนี้ว่า Empirical distribution function

ทำการสุ่มตัวอย่างขนาด n แบบคืนที่จาก Empirical distribution function ที่ได้ นั่นคือ การสุ่มตัวอย่างจะทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่าจำนวน n ครั้ง จากชุดของตัวอย่าง $x_1, x_2, \dots, x_n$ โดยค่าที่ได้จะคืนกลับไปในชุดตัวอย่างก่อนที่จะมีการสุ่มตัวอย่างครั้งต่อไป ดังนั้นในตัวอย่างขนาด n ชุดหนึ่งค่าของ $x_i, i = 1,2,\dots,n$ อาจเกิดได้มากกว่า 1 ครั้ง ให้ $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ เป็นชุดของตัวอย่างขนาด n ที่สุ่มได้ ซึ่งจะเรียกชุดของตัวอย่างดังกล่าวนี้ว่า ตัวอย่างบูตสแตรป (Bootstrap sample) ดำเนินวิธีการดังกล่าวข้างต้นซ้ำ ๆ กัน โดยแต่ละครั้งจะได้ตัวอย่างตัวอย่างบูตสแตรพ 1 ชุดเสมอ ซึ่งการหาค่าประมาณด้วย วิธีบูตสแตรป จะเริ่มจาก

ครั้งที่ 1 ทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่าแบบคืนที่จำนวน n ครั้ง จากชุดของตัวอย่าง จะได้ $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ แล้วคำนวณค่าประมาณของ θ จะได้ค่าประมาณ คือ $\hat{\theta}_1^*$

ครั้งที่ 2 ทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่าแบบคืนที่จำนวน n ครั้ง จากชุดของตัวอย่าง จะได้ $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ แล้วคำนวณค่าประมาณของ θ จะได้ค่าประมาณ คือ $\hat{\theta}_2^*$

$$\vdots$$

ครั้งที่ B ทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่าแบบคืนที่จำนวน n ครั้ง จากชุดของตัวอย่าง จะได้ $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ แล้วคำนวณค่าประมาณของ θ จะได้ค่าประมาณ คือ $\hat{\theta}_B^*$

ด้วยการทำซ้ำ ดังที่กล่าวมาแล้วจำนวน B ครั้ง จะได้ค่าประมาณของ θ จำนวน B ตัวคือ $\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^*, \dots, \hat{\theta}_B^*$ นำมาสร้างฮิสโตแกรม (histogram) โดยกำหนดให้แต่ละตัวมีความ

น่าจะเป็นเท่ากัน เท่ากับ $\frac{1}{B}$ จะได้การแจกแจงของตัวสถิติตัวอย่างบูตสแตรป (the bootstrap sampling distribution)

ให้ $\hat{\theta}_B$ เป็นตัวประมาณของพารามิเตอร์ θ ด้วยวิธีบูตสแตรป ซึ่งการ หาค่าประมาณแบบจุดจะถูกกำหนดโดย

$$\hat{\theta}_B = \frac{\sum_{i=1}^{B} \hat{\theta}_i^*}{B}$$

การหาค่าประมาณแบบช่วงของพารามิเตอร์ θ ด้วยวิธีบูตสแตรป ที่ระดับนัยสำคัญ α หรือที่ ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ จะได้ว่า

$$P(\hat{\theta}_{BL} < \theta < \hat{\theta}_{BU}) = 1-\alpha$$

เรียก $\hat{\theta}_{BL}$ ว่าขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง (lower confidence limit)

$\hat{\theta}_{BU}$ ว่าขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน (upper confidence limit)

ซึ่งจะหาจาก การแจกแจงตัวสถิติตัวอย่างบูตสแตรป $\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^*, \ldots, \hat{\theta}_B^*$ ที่ได้ นำมาจัดเรียงจากค่าน้อยไปหามาก จากนั้นคำนวณหาค่าที่ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ $100(\alpha/2)$ กำหนดให้เป็น $\hat{\theta}_{BL}$ และหาค่าที่ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ $100(1-\alpha/2)$ กำหนดให้เป็น $\hat{\theta}_{BU}$ ดังนั้น จะได้ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ด้วยวิธีบูตสแตรป คือ $[\hat{\theta}_{BL}, \hat{\theta}_{BU}]$

2.4 เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

2.4.1 การ เปรียบเทียบ วิธีการประมาณค่าแบบจุด จะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Square Error หรือ MSE) และค่าความเอนเอียง (Biasedness)

2.4.1.1 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Square Error หรือ MSE)

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณ เป็นค่าที่ใช้วัดประสิทธิภาพของตัวประมาณ ซึ่งค่านี้จะหาจากค่าเฉลี่ยของ กำลังสองของผลต่างระหว่าง ค่าประมาณของพารามิเตอร์ กับ ค่าจริงของพารามิเตอร์ โดยมีหลักการดังนี้

กำหนดให้ θ เป็นค่าจริงของพารามิเตอร์

$\hat{\theta}_J$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์

$\hat{\theta}_B$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ด้วยวิธีบูตสแตรป

โดยที่ $\theta = \{\mu, \sigma^2, \gamma_1, \gamma_2\}$, $\hat{\theta}_J = \{\hat{\mu}_J, \hat{\sigma}_J^2, \hat{\gamma}_{1J}, \hat{\gamma}_{2J}\}$, $\hat{\theta}_B = \{\hat{\mu}_B, \hat{\sigma}_B^2, \hat{\gamma}_{1B}, \hat{\gamma}_{2B}\}$

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองวิธีแจ็คไนฟ์

$$MSE(\hat{\theta}_J) = \frac{\sum_{i=1}^{M}(\hat{\theta}_{Ji} - \theta)^2}{M}$$

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองวิธีบูตสแตรป

$$MSE(\hat{\theta}_B) = \frac{\sum_{i=1}^{M}(\hat{\theta}_{Bi} - \theta)^2}{M}$$

โดย M คือจำนวนรอบที่กระทำซ้ำในแต่ละสถานการณ์ ในงานวิจัยนี้กำหนดให้ M มีค่าเท่ากับ 500

ถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใดให้ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ต่ำกว่าจะถือว่าการประมาณค่าจากวิธีนั้นเป็นวิธีการประมาณที่มีประสิทธิภาพมากกว่า กล่าวคือ ค่าประมาณของพารามิเตอร์แบบจุดที่ได้จะมีค่าใกล้เคียงกับค่าจริงของพารามิเตอร์มากที่สุด

2.4.1.2 ค่าความเอนเอียง (Biasedness)

ความเอนเอียง เป็นค่าที่ใช้วัดว่าค่าเฉลี่ยของตัวสถิติที่ได้ห่างจากฟังก์ชันพารามิเตอร์ θ มากน้อยเพียงใด นอกจากนี้ยังบอกทิศทางได้ด้วยว่า ตัวสถิติที่ได้ให้ค่าสูงหรือต่ำกว่า พารามิเตอร์ ซึ่งค่าความเอนเอียง หาจาก

ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์

$$Bias(\hat{\theta}_J) = E[\widehat{\theta_J}] - \theta$$

ค่าความเอนเอียง ของวิธีบูตสแตรป

$$Bias(\hat{\theta}_B) = E[\widehat{\theta_B}] - \theta$$

โดยถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใด ที่ทำให้ได้ ค่าความเอนเอียง ของตัวประมาณ ต่ำกว่าจะถือว่าการประมาณค่าจากวิธีนั้น เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากกว่า และเราเรียก $\hat{\theta}$ ว่าเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของพารามิเตอร์ θ ถ้า

$$E[\hat{\theta}] = \theta$$

2.4.2 การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วง จะพิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence Coefficient)

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีการประมาณ เป็นค่าที่ใช้วัดประสิทธิภาพของวิธีการประมาณแบบช่วง ซึ่งค่านี้จะหาจากการตรวจสอบว่าช่วง ความเชื่อมั่นที่คำนวณจากแต่ละวิธีการประมาณครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ θ หรือไม่ หากช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้ของวิธีการประมาณใดครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ θ จะทำการนับจำนวนครั้งและบวกสะสมค่าไว้ โดยแต่ละสถานการณ์จะคำนวณช่วงความเชื่อมั่นซ้ำกัน M ครั้ง ผลบวกสะสมที่ได้คือจำนวนครั้งทั้งหมดที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ θ ซึ่งคำนวณค่าดังนี้

$$\text{ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น} = \frac{\text{จำนวนครั้งทั้งหมดที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ } \theta}{M}$$

โดย M คือจำนวนรอบที่กระทำซ้ำในแต่ละสถานการณ์ ในงานวิจัยนี้กำหนดให้ M มีค่าเท่ากับ 500

ถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสูงกว่า จะถือว่าการประมาณค่าแบบช่วงจากวิธีนั้นเป็นวิธีการประมาณที่มีประสิทธิภาพมากกว่า กล่าวคือ ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์มากที่สุด

2.5 โมเมนต์ ความเบ้ และความโด่ง

2.5.1 โมเมนต์ (moment)

ให้ตัวแปรสุ่ม X มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น $f(x)$ โมเมนต์ที่ r รอบค่าเฉลี่ย a นิยามโดย

$$\mathrm{E}[(X-a)^r] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-a)^r f(x)dx$$

โมเมนต์ที่1 รอบจุดกำเนิด $(\mathrm{a}=0, \mathrm{r}=1)$ คือ ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงซึ่งเป็นตัวบ่งชี้ถึงตำแหน่ง ใช้สัญลักษณ์

$$\mu = \mathrm{E}(x)$$

โมเมนต์ที่ k รอบค่าเฉลี่ย μ $(\mathrm{a}=\mu, \mathrm{r}=\mathrm{k})$ ใช้สัญลักษณ์

$$\begin{aligned}\mu_k &= E[(X-\mu)^k] \\ &= E[(X-E(X))^k] \\ &= E\left[\sum_{i=0}^{k}\binom{k}{i}\{-E(X)\}^i X^{k-i}\right] \\ &= \sum_{i=0}^{k}\binom{k}{i}[-E(X)]^i E\left(X^{k-i}\right)\end{aligned}$$

โมเมนต์ที่ 2 รอบค่าเฉลี่ย μ $(\mathrm{a}=\mu, \mathrm{r}=2)$ คือ ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X ซึ่งใช้วัดการกระจายของข้อมูล ใช้สัญลักษณ์ σ^2 และกรณฑ์ที่สองของความแปรปรวนที่มีค่าเป็นบวกเรียกว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned}\mu_2 &= E[(X-\mu)^2] \\ &= \sum_{i=0}^{2}\binom{2}{i}[-E(X)]^i E\left(X^{2-i}\right) \\ &= E(X^2)-2E(X)E(X)+[E(X)]^2 \\ &= E(X^2)-[E(X)]^2\end{aligned}$$

โมเมนต์ที่ 3 รอบค่าเฉลี่ย μ $(\mathrm{a}=\mu, \mathrm{r}=3)$ ใช้สัญลักษณ์

$$\begin{aligned}\mu_3 &= E[(X-\mu)^3] \\ &= \sum_{i=0}^{3}\binom{3}{i}[-E(X)]^i E\left(X^{3-i}\right) \\ &= E(X^3)-3E(X)E(X^2)+3[E(X)]^2E(X)-[E(X)]^3 \\ &= E(X^3)-3E(X)E(X^2)+2[E(X)]^3\end{aligned}$$

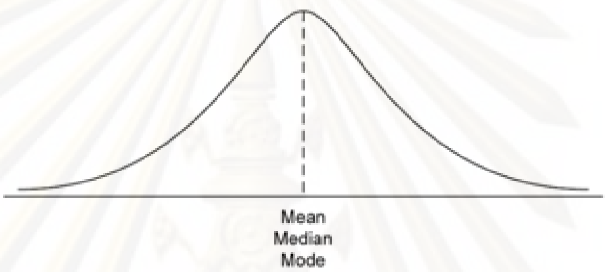
โมเมนต์ที่ 4 รอบค่าเฉลี่ย μ $(\mathrm{a}=\mu, \mathrm{r}=4)$ ใช้สัญลักษณ์

$$\begin{aligned}\mu_4 &= E[(X-\mu)^4] \\ &= \sum_{i=0}^{4}\binom{4}{i}[-E(X)]^i E\left(X^{4-i}\right) \\ &= E(X^4)-4E(X)E(X^3)+6[E(X)]^2E(X^2)-4[E(X)]^3E(X)+[E(X)]^4 \\ &= E(X^4)-4E(X)E(X^3)+6[E(X)]^2E(X^2)-3[E(X)]^4\end{aligned}$$

การวัดรูปร่างของการแจกแจงเราจะสนใจใน 2 ลักษณะ คือ การวัดความเบ้และความโด่ง

2.5.2 ความเบ้ (skewness)

ประชากรที่มีลักษณะการแจกแจงแบบสมมาตร เส้นโค้งของการแจกแจงจะมีลักษณะเป็นรูประฆังคว่ำสมมาตรที่ค่าเฉลี่ย นั่นคือ เส้นโค้งทางด้านขวาและทางด้านซ้ายจะมีลักษณะเหมือนกันทุกประการ ค่าเฉลี่ย(mean) ค่ามัธยฐาน(median) และค่าฐานนิยม(mode) จะมีค่าเท่ากันหรือทับกันสนิท ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 แสดงเส้นโค้งของการแจกแจงแบบสมมาตร

ส่วนประชากรที่มีลักษณะการแจกแจงแบบไม่สมมาตร เส้นโค้งที่ได้จากการแจกแจงจะมีลักษณะเบ้ไปข้างใดข้างหนึ่ง ค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน และค่าฐานนิยม จะมีค่าต่างกัน ดังรูปที่ 2.2

(ก) เบ้ขวา (ข) เบ้ซ้าย

รูปที่ 2.2 แสดงเส้นโค้งของการแจกแจงแบบไม่สมมาตร

จากรูปที่ 2.2(ก) จะเห็นได้ว่าประชากรมีลักษณะการแจกแจงแบบเบ้ขวาเพราะพื้นที่ใต้เส้นโค้งทางด้านขวาของค่าฐานนิยมมีมากกว่าพื้นที่ใต้เส้นโค้งทางด้านซ้ายของค่าฐานนิยม และในรูปที่ 2.2(ข) ประชากรมีลักษณะการแจกแจงแบบเบ้ซ้ายเพราะพื้นที่ใต้เส้นโค้งทางด้านซ้ายของค่าฐานนิยมมีมากกว่าพื้นที่ใต้เส้นโค้งทางด้านขวาของค่าฐานนิยม

การวัดความเบ้(measure of skewness) คือ การวัดเส้นโค้งที่ได้จากการแจกแจงของข้อมูลว่ามีลักษณะสมมาตรหรือไม่ โดยในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยจะใช้วิธีโมเมนต์ (Moment) ซึ่งเป็นวิธีที่ดีในการวัดค่าความเบ้ เพราะใช้ทุกค่าของข้อมูล จึงให้ค่าที่แน่นอนกว่าวิธีอื่นๆ ซึ่งมีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{E[(X-\mu)^3]}{[Var(x)]^{3/2}}$$

เมื่อ μ_3 แทน โมเมนต์ที่ 3 รอบค่าเฉลี่ย μ

σ แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานประชากร เท่ากับ $\sqrt{Var(x)} = \sqrt{E(X-\mu)^2}$

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (Coefficient of Skewness) ของประชากรสามารถประมาณได้จากข้อมูลตัวอย่างมีสูตรดังนี้

$$\hat{\gamma}_1 = \frac{m_3}{(m_2)^{3/2}}$$

เมื่อ m_3 คือ โมเมนต์ที่ 3 รอบค่าเฉลี่ย ; $m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^3}{n}$

m_2 คือ โมเมนต์ที่ 2 รอบค่าเฉลี่ย; $m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}$

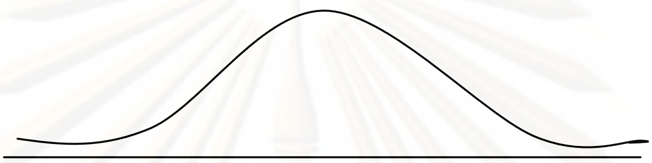
การวัดความเบ้ด้วยโมเมนต์ที่ 3 จะให้ค่าต่าง ๆ กัน ดังนี้

- ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ = 0 แสดงว่าข้อมูลมีการแจกแจงที่สมมาตร
- ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ > 0 แสดงว่าข้อมูลมีการแจกแจงเบ้ขวาหรือเบ้บวก (Positively Skewed)
- ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ < 0 แสดงว่าข้อมูลมีการแจกแจงเบ้ซ้ายหรือเบ้ลบ (Negatively Skewed)

2.5.3 ความโด่ง (kurtosis)

เส้นโค้งที่เราเรียกว่า เป็นเส้นโค้งปกติ นอกจากจะมีลักษณะสมมาตรและไม่มีความเบ้แล้ว ยังต้องเป็นเส้นโค้งที่มีความโด่งตามสัดส่วนของมันอีกด้วย เส้นโค้งใดที่โด่งผิดจากเส้นโค้งปกติก็นับเป็นเส้นโค้งไม่ปกติทั้งสิ้น แม้จะเป็นรูปที่สมมาตรก็ตาม ความโด่งของการแจกแจงของประชากรมี 3 ลักษณะดังนี้

1. เส้นโค้งที่มีความโด่งเป็นปกติ เรียกว่า เส้นโค้งชนิด Mesokurtic

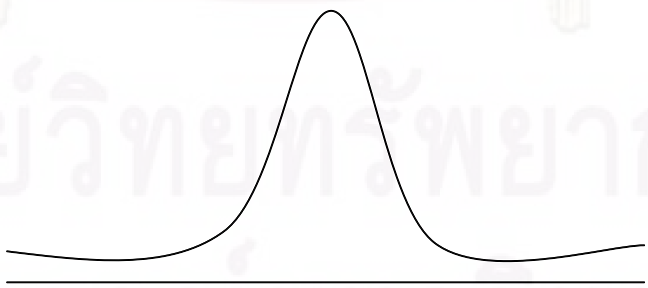


รูปที่ 2.3 แสดงเส้นโค้งชนิด Mesokurtic

2. เส้นโค้งที่แบนราบกว่าปกติ เรียกว่า เส้นโค้งชนิด Platykurtic

รูปที่ 2.4 แสดงเส้นโค้งชนิด Platykurtic

3. เส้นโค้งที่โด่งกว่าปกติ เรียกว่า เส้นโค้งชนิด Leptokurtic



รูปที่ 2.5 แสดงเส้นโค้งชนิด Leptokurtic

<u>การวัดความโด่ง</u> (measure of kurtosis) คือ การวัดเส้นโค้งว่าจะมีความโด่งมากหรือน้อยเพียงใดจากเส้นโค้งปกติ โดยในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยจะใช้วิธีโมเมนต์ (Moment) ในการวัดค่าความโด่ง ซึ่งมีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{E[(X-\mu)^4]}{[Var(x)]^2}$$

เมื่อ μ_4 แทน โมเมนต์ที่ 4 รอบค่าเฉลี่ย μ

σ แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานประชากร เท่ากับ $\sqrt{Var(x)} = \sqrt{E(X-\mu)^2}$

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ของความโด่ง (Coefficient of Kurtosis) ของประชากรสามารถประมาณได้จากข้อมูลตัวอย่างมีสูตรดังนี้

$$\hat{\gamma}_2 = \frac{m_4}{(m_2)^2}$$

เมื่อ m_4 คือ โมเมนต์ที่ 4 รอบค่าเฉลี่ย; $m_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^4}{n}$

m_2 คือ โมเมนต์ที่ 2 รอบค่าเฉลี่ย; $m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}$

การวัดความโด่งด้วยโมเมนต์ที่ 4 จะให้ค่าต่าง ๆ กัน ดังนี้

- ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง = 3 แสดงว่าเส้นโค้งมีความโด่งเป็นปกติ (Mesokurtic)
- ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง < 3 แสดงว่า เส้นโค้งมีลักษณะแบนราบกว่าปกติ (Platykurtic)
- ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง > 3 แสดงว่า เส้นโค้งมีลักษณะโด่งกว่าปกติ (Leptokurtic)

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองซึ่งต้องการศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธี ประมาณการแจกแจง 2 วิธี คือ วิธี แจ็คไนฟ์ (Jackknifing method) และวิธีบูตสแตรป (Bootstrapping method) โดยจะประมาณพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง ทั้งการประมาณแบบจุด และการประมาณแบบช่วง โดยสร้างข้อมูลให้มีการแจกแจงปกติปลอมปน การแจกแจงชี้กำลัง และการแจกแจงแกมมา ทั้งนี้เนื่องจากต้องการทราบผลสรุปในกรณีที่ข้อมูลมีลักษณะการแจกแจงต่างๆ โดยใช้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง(MSE) และค่าความเอนเอียง เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบการประมาณค่าแบบจุด และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบการประมาณค่าแบบช่วง เพื่อหาวิธีการประมาณที่เหมาะสมที่สุด

การจำลองข้อมูลในแต่ละสถานการณ์จะจำลองขึ้นด้วยการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล ด้วยโปรแกรม R เนื่องจากวิธีมอนติคาร์โลเป็นเทคนิคที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ดังนั้นในตอนแรกของบทนี้จะกล่าวถึงวิธีมอนติคาร์โลก่อน แล้วจึงแสดงรายละเอียดของแผนการดำเนินการวิจัย ขั้นตอนในแผนการดำเนินการวิจัย ตลอดจนโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งรายละเอียดต่างๆเป็นดังนี้

3.1 เทคนิคมอนติคาร์โล

เทคนิคมอนติคาร์โลเป็นการจำลองระบบที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ซึ่งตัวแบบของการจำลองจะมีลักษณะเป็นตัวแบบทางคณิตศาสตร์ โดยการนำตัวเลขสุ่ม มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบให้กับระบบที่ยังไม่แน่ใจในผลที่จะเกิดขึ้น ซึ่งมีขั้นตอนที่สำคัญ 3 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การสร้างเลขสุ่ม (Generate Random Number) การสร้างเลขสุ่มจะกำหนดให้มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง [0,1] และเป็นอิสระซึ่งกันและกัน จากนั้นนำเลขสุ่มนี้ไปสร้างตัวแปรตามลักษณะการแจกแจงที่ต้องการศึกษา เพื่อเป็นข้อมูลของปัญหานั้นๆ

ขั้นตอนที่ 2 การประยุกต์ใช้เลขสุ่มในการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นการนำตัวแปรที่ได้จากขั้นตอนแรกมาใช้ในการหาค่าต่างๆ ตามปัญหาที่ต้องการศึกษา

ขั้นตอนที่ 3 การทดลอง ขั้นตอนนี้เป็นการทำวิธีนั้นซ้ำๆกัน (Replication) จำนวนหลายครั้ง โดยถือว่าการทำซ้ำๆกันนั้น เป็นวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลให้มีจำนวนมาก เพื่อลดความไม่แน่นอนของคำตอบ ในการวิเคราะห์หาค่าต่างๆ ได้

จากหลักการของเทคนิคมอนติคาร์โล จะเห็นว่าการใช้เลขสุ่มเพื่อเป็นพื้นฐานในการหาคำตอบของปัญหา เป็นวิธีที่จะนำไปสู่แนวคิดในทางทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ โดยเฉพาะทฤษฎีความน่าจะเป็นที่จะนำไปสู่การอ้างอิงผลสรุปในสถานการณ์ของข้อมูลจริงเพราะไม่มีผลกระทบจากเรื่องอื่นๆ เข้ามาเกี่ยวข้องในการทดลอง เมื่อทำซ้ำๆกันเป็นจำนวนมากแล้วความคลาดเคลื่อนอย่างสุ่มที่เกิดขึ้นในการวิเคราะห์หาค่าต่างๆ ในแต่ละครั้งให้หมดไป

3.2 แผนการดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดสถานการณ์ต่างๆ ดังนี้

1. เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน กำหนดให้ข้อมูล มีค่าเฉลี่ย (μ) เท่ากับ 0 พารามิเตอร์ที่กำหนดค่าความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ 25 เปอร์เซ็นต์การปลอมปน (p) เท่ากับ 10%, 30% และ สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5,10
2. เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง กำหนดให้ข้อมูลมีค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1, 0.5, 1 และ 1.5
3. เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา กำหนดให้ข้อมูล มี ค่าพารามิเตอร์ α เท่ากับ 3, 4, 6 และ 8 ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1
4. ศึกษาวิธีการประมาณค่าของพารามิเตอร์ ค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน ค่า ความเบ้ และค่าความโด่ง สำหรับการแจกแจงต่างๆ ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป

   กำหนดให้ θ เป็นค่าจริงของพารามิเตอร์

   $\hat{\theta}_J$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์

   $\hat{\theta}_B$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ด้วยวิธีบูตสแตรป

   โดยที่ $\theta = \{\mu, \sigma^2, \gamma_1, \gamma_2\}$, $\hat{\theta}_J = \{\hat{\mu}_J, \hat{\sigma}_J^2, \hat{\gamma}_{1J}, \hat{\gamma}_{2J}\}$, $\hat{\theta}_B = \{\hat{\mu}_B, \hat{\sigma}_B^2, \hat{\gamma}_{1B}, \hat{\gamma}_{2B}\}$
5. กำหนดขนาดตัวอย่างสุ่มที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ เป็น 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 และ 1,000
6. กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) ในครั้งนี้ที่ระดับ 0.05
7. การสุ่มตัวอย่างในวิธี แจ็คไนฟ์ กระทำซ้ำ 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 และ 1,000 ครั้ง

8. การสุ่มตัวอย่างแบบใส่คืนในวิธีบูตสแตรปกระทำซ้ำ 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 และ 1,000 ครั้ง
9. ในการศึกษาครั้งนี้ ทำการจำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) เขียนด้วยโปรแกรม R โดยการจำลองในแต่ละสถานการณ์จะกระทำซ้ำ 500 รอบ

3.3 ขั้นตอนในการดำเนินงานวิจัย

สำหรับการดำเนินการวิจัยมีขั้นตอนดังนี้

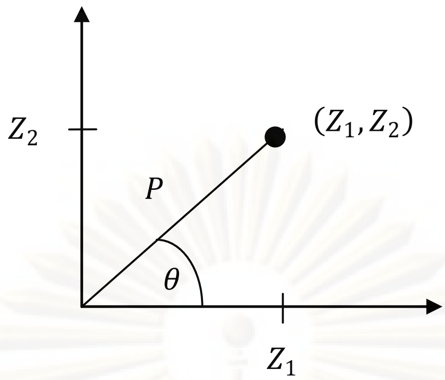
1. สร้างข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย
2. ใช้วิธีแจ็คไนฟ์ เลือกตัวอย่างใหม่จากตัวอย่างสุ่มเพียงชุดเดียว
   2.1 หาค่าประมาณแบบจุดของพารามิเตอร์ที่ต้องการศึกษา
   2.2 หาค่าประมาณแบบช่วงของพารามิเตอร์ที่ต้องการศึกษา และตรวจสอบว่าช่วงครอบคลุมค่าพารามิเตอร์หรือไม่
3. ใช้วิธีบูตสแตรป สร้างตัวอย่างชุดใหม่จากตัวอย่างสุ่มชุดเดิม โดยสุ่มตัวอย่างแบบคืนที่
   3.1 หาค่าประมาณแบบจุดของพารามิเตอร์ที่ต้องการศึกษา
   3.2 หาค่าประมาณแบบช่วงของพารามิเตอร์ที่ต้องการศึกษา และตรวจสอบว่าช่วงครอบคลุมค่าพารามิเตอร์หรือไม่
4. คำนวณค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณ ความเอนเอียงของตัวประมาณ และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
5. สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

โดยมีรายละเอียดในแต่ละขั้นตอนดังนี้

1. การสร้างข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

1.1 <u>การสร้างการแจกแจงแบบปกติปลอมปน</u>

เริ่มแรกเราต้องสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติก่อนแล้วจึงแปลงไปเป็นการแจกแจงแบบปกติปลอมปน George E. P. Box และ Mervin E. Muller (1958) ได้คิดค้นวิธีการจำลองตัวแปรสุ่มปกติมาตรฐาน N(0,1) โดยใช้การแปลงตัวแปรสุ่ม คือ จากตัวแปรสุ่มมาตรฐานอิสระซึ่งกันและกัน Z_1 และ Z_2 ได้จุดบนระนาบในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน (Cartesian coordinates) จากตัวแปรสุ่มในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนแปลงเป็นตัวแปรสุ่มในระบบพิกัดเชิงขั้ว (Polar coordinates) เป็นจุด (P,θ) ได้ดังนี้



พิจารณาจากรูปจะได้

$$Z_1 = \mathrm{P}\cos\theta \qquad (1)$$

$$Z_2 = \mathrm{P}\sin\theta \qquad (2)$$

เมื่อ $P > 0 , 0 \leq \theta \leq 2\pi$

เนื่องจาก $P^2 = Z_1^2 + Z_2^2$ มีการแจกแจงไคสแควร์ด้วยระดับขั้นความเสรี 2 และเทียบเท่ากับการแจกแจงชี้กำลัง(Exponential) ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2 ซึ่งคำนวณหาค่า P โดยใช้วิธีการแปลงผกผัน (inverse transformation) ซึ่งสามารถสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงชี้กำลัง ได้ดังนี้

$$P = \sqrt{-2lnR_1}$$

เมื่อ R_1 เป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง $(0,1)$

จากการสมมาตรของ การแจกแจงปกติ จะได้ว่ามุม θ มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง $(0,2\pi)$ และรัศมี P ทำมุมกับ θ เป็นอิสระกัน และจำลอง $\theta \sim U(0,2\pi)$ จะได้

$$\theta = 2\pi R_2$$

เมื่อ R_2 เป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง $(0,1)$

จากนั้นนำไปแทนค่าลงในสมการ (1) และ (2) จะได้ เลขสุ่มที่ มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน คือ

$$Z_1 = \sqrt{-2lnR_1}\cos(2\pi R_2)$$

$$Z_2 = \sqrt{-2lnR_1}\sin(2\pi R_2)$$

เมื่อได้ Z_1, Z_2 เป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ มาตรฐาน แล้วทำการแปลงเลขสุ่มดังกล่าวโดยใช้ฟังก์ชัน

$$X = \mu + \sigma Z_1 \quad \text{หรือ} \quad X = \mu + \sigma Z_2$$

ซึ่ง X จะมี การแจกแจงแบบปกติ ด้วย ค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และ ความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปนทำได้โดยการสร้างการแจกแจงที่แปลงมาจากการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นของ X อยู่ในรูปของ

$$f(x) = (1-p)N(\mu, \sigma^2) + pN(\mu, c^2\sigma^2) \quad , c > 0 \, , \ \ 0 \le p \le 1$$

เมื่อ c และ p เป็นค่าคงที่ (Fixed Constant) ที่กำหนด สเกลแฟคเตอร์ และเปอร์เซ็นต์ของการปลอมปน ตามลำดับ

ซึ่งหมายความว่าค่า x จะมาจากการแจกแจงแบบ $N(\mu, \sigma^2)$ ด้วยความน่าจะเป็น $1-p$ และมาจากการแจกแจงแบบ $N(\mu, c^2\sigma^2)$ ด้วยความน่าจะเป็น p เมื่อ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และ σ^2 เป็นพารามิเตอร์ที่กำหนดความแปรปรวนของข้อมูล

1.2 การสร้างการแจกแจงชี้กำลัง

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงชี้กำลังจะใช้วิธีการแปลงผกผัน (inverse transformation) โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นคือ

$$f(x) = \beta e^{-\beta x} \quad ; x \ge 0, \beta > 0$$

เริ่มด้วยการหาฟังก์ชันการแจกแจงสะสม

$$F(x) = 1 - e^{-\beta x} \quad ; x \ge 0$$

จากนั้นแก้สมการหา x ในเทอมของ y

โดยกำหนด $F(x) = y \ \ , 0 \le y \le 1$ จะได้ $x = F^{-1}(y)$

$$F(x) = 1 - e^{-\beta x}$$

$$y = 1 - e^{-\beta x}$$

$$e^{-\beta x} = 1 - y$$

$$-\beta x = \ln(1 - y)$$

$$x = \frac{-1}{\beta}\ln(1 - y)$$

ดังนั้น ตัวแบบจำลองตัวแปรสุ่ม X จึงทำได้โดยสร้าง $U \sim Uniform[0,1)$ และให้

$$X = \frac{-1}{\beta}\ln(1 - U)$$

1.3 การสร้างการแจกแจงแกมมา

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมา โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นคือ

$$f(x) = \frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x} \quad ; x > 0, \alpha > 0\ ,\ \beta > 0$$

มีขั้นตอนวิธีการดังนี้

1. คำนวณ a และ b โดย

$$a = \sqrt{2\alpha - 1}$$

$$b = 2\alpha - 2ln2 + \frac{1}{a}$$

2. สร้าง R_1 และ R_2 เป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0,1)
3. คำนวณค่า X ซึ่ง

$$X = \alpha\left[\frac{R_1}{1 - R_1}\right]^{a}$$

4. ถ้า $x > b - ln(R_1^2 \cdot R_2)$ ไม่ยอมรับค่า x ให้กลับไปทำขั้นตอนที่ 2 แต่ถ้า $x \leq b - ln(R_1^2 \cdot R_2)$ ได้ค่า $X = x$ ซึ่งจะมีค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนเท่ากับ α เพราะฉะนั้น เมื่อต้องการหาค่า X ที่มีค่าเฉลี่ย $\frac{\alpha}{\beta}$ และความแปรปรวน $\frac{\alpha}{\beta^2}$ ให้ทำในขั้นตอนที่ 5 ต่อไป
5. ค่า $X = \frac{x}{\beta}$

2. การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์

เป็นการเลือกตัวอย่างใหม่จากตัวอย่างสุ่มเพียงชุดเดียวโดยมีวิธีดำเนินการดังนี้

สุ่มตัวอย่างมา n ตัว คือ $x_1, x_2, \dots, x_n$ จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบต่างๆ ให้ $\theta = \{\mu, \sigma^2, \gamma_1, \gamma_2\}$ เป็นพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณ และให้ $\hat{\theta}_J = \{\hat{\mu}_J, \hat{\sigma}_J^2, \hat{\gamma}_{1J}, \hat{\gamma}_{2J}\}$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ ที่คำนวณจากข้อมูลตัวอย่างขนาด n

ครั้งที่ 1 ตัดค่า x_1 ออกจากตัวอย่าง แล้วคำนวณค่าประมาณจาก $x_2, x_3, \dots, x_n$ จะได้ค่าประมาณคือ $\hat{\mu}_{J(1)}$, $\hat{\sigma}^2_{J(1)}$, $\hat{\gamma}_{1J(1)}$, $\hat{\gamma}_{2J(1)}$

ครั้งที่ 2 ตัดค่า x_2 ออกจากตัวอย่าง แล้วคำนวณค่าประมาณจาก $x_1, x_3, \dots, x_n$ จะได้ค่าประมาณคือ $\hat{\mu}_{J(2)}$, $\hat{\sigma}^2_{J(2)}$, $\hat{\gamma}_{1J(2)}$, $\hat{\gamma}_{2J(2)}$

$$\vdots$$

ครั้งที่ n ตัดค่า x_n ออกจากตัวอย่าง แล้วคำนวณค่าประมาณจาก $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ จะได้ค่าประมาณคือ $\hat{\mu}_{J(n)}$, $\hat{\sigma}^2_{J(n)}$, $\hat{\gamma}_{1J(n)}$, $\hat{\gamma}_{2J(n)}$

ด้วยการทำซ้ำ ดังที่กล่าวมาแล้วจำนวน n ครั้ง จะได้

ค่าประมาณของพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย จำนวน n ตัวคือ

$$\hat{\mu}_{J(1)} , \hat{\mu}_{J(2)} , \dots , \hat{\mu}_{J(n)}$$

ค่าประมาณของพารามิเตอร์ค่าความแปรปรวน จำนวน n ตัวคือ

$$\hat{\sigma}^2_{J(1)} , \hat{\sigma}^2_{J(2)} , \dots , \hat{\sigma}^2_{J(n)}$$

ค่าประมาณของพารามิเตอร์ค่าความเบ้ จำนวน n ตัวคือ

$$\hat{\gamma}_{1J(1)} , \hat{\gamma}_{1J(2)} , \dots , \hat{\gamma}_{1J(n)}$$

ค่าประมาณของพารามิเตอร์ค่าความโด่ง จำนวน n ตัวคือ

$$\hat{\gamma}_{2J(1)} , \hat{\gamma}_{2J(2)} , \dots , \hat{\gamma}_{2J(n)}$$

2.1 <u>หาค่าประมาณแบบจุดของพารามิเตอร์</u>

ค่าประมาณแบบจุดของ μ คือ $\hat{\mu}_J = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{\mu}_{J(i)}}{n}$

ค่าประมาณแบบจุดของ σ^2 คือ $\hat{\sigma}_J^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{\sigma}_{J(i)}^2}{n}$

ค่าประมาณแบบจุดของ γ_1 คือ $\hat{\gamma}_{1J} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{\gamma}_{1J(i)}}{n}$

ค่าประมาณแบบจุดของ γ_2 คือ $\hat{\gamma}_{2J} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{\gamma}_{2J(i)}}{n}$

2.2 <u>หาค่าประมาณแบบช่วงของพารามิเตอร์ และตรวจสอบว่าช่วงครอบคลุมค่าพารามิเตอร์หรือไม่</u>

จากค่าประมาณของพารามิเตอร์ จำนวน n ตัว นำมาจัดเรียงจากค่าน้อยไปหามาก จากนั้นคำนวณหาค่าที่ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ $100(\alpha/2)$ กำหนดให้เป็นขอบล่าง และหาค่าที่ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ $100(1-\alpha/2)$ กำหนดให้เป็นขอบบน ดังนั้น

ช่วงความเชื่อมั่นของ μ คือ $[\hat{\mu}_{JL},\ \hat{\mu}_{JU}]$

ถ้า $\mu \in [\hat{\mu}_{JL},\ \hat{\mu}_{JU}]$ ให้ค่าเท่ากับ 1 และถ้า $\mu \notin [\hat{\mu}_{JL},\ \hat{\mu}_{JU}]$ ให้ค่าเท่ากับ 0

ช่วงความเชื่อมั่นของ σ^2 คือ $[\hat{\sigma}_{JL}^2,\ \hat{\sigma}_{JU}^2]$

ถ้า $\sigma^2 \in [\hat{\sigma}_{JL}^2,\ \hat{\sigma}_{JU}^2]$ ให้ค่าเท่ากับ 1 และถ้า $\sigma^2 \notin [\hat{\sigma}_{JL}^2,\ \hat{\sigma}_{JU}^2]$ ให้ค่าเท่ากับ 0

ช่วงความเชื่อมั่นของ γ_1 คือ $[\hat{\gamma}_{1JL},\ \hat{\gamma}_{1JU}]$

ถ้า $\gamma_1 \in [\hat{\gamma}_{1JL},\ \hat{\gamma}_{1JU}]$ ให้ค่าเท่ากับ 1 และถ้า $\gamma_1 \notin [\hat{\gamma}_{1JL},\ \hat{\gamma}_{1JU}]$ ให้ค่าเท่ากับ 0

ช่วงความเชื่อมั่นของ γ_2 คือ $[\hat{\gamma}_{2JL},\ \hat{\gamma}_{2JU}]$

ถ้า $\gamma_2 \in [\hat{\gamma}_{2JL},\ \hat{\gamma}_{2JU}]$ ให้ค่าเท่ากับ 1 และถ้า $\gamma_2 \notin [\hat{\gamma}_{2JL},\ \hat{\gamma}_{2JU}]$ ให้ค่าเท่ากับ 0

3. การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีบูตสแตรป

สร้างตัวอย่างชุดใหม่จากตัวอย่างสุ่มชุดเดิม โดยสุ่มตัวอย่างแบบคืนที่ มีวิธีดำเนินการดังนี้

สุ่มตัวอย่างมา n ตัว คือ $x_1, x_2, \dots, x_n$ จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบต่างๆ ให้ $\theta = \{\mu, \sigma^2, \gamma_1, \gamma_2\}$ เป็นพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณ และให้ $\hat{\theta}_B = \{\hat{\mu}_B, \hat{\sigma}_B^2, \hat{\gamma}_{1B}, \hat{\gamma}_{2B}\}$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ด้วยวิธี บูตสแตรป ที่คำนวณจากข้อมูลตัวอย่างขนาด n สร้างฟังก์ชันการแจกแจงโดยให้ความน่าจะเป็นของ $x_i, i = 1,2,\dots,n$ เป็น $\frac{1}{n}$

ครั้งที่ 1 สุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่าแบบคืนที่จำนวน n ครั้ง จะได้ $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ แล้วคำนวณค่าประมาณ จะได้ค่าประมาณ คือ $\hat{\mu}_{B1}^*, \hat{\sigma}_{B1}^{2*}, \hat{\gamma}_{1B1}^*, \hat{\gamma}_{2B1}^*$

ครั้งที่ 2 สุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่าแบบคืนที่จำนวน n ครั้ง จะได้ $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ แล้วคำนวณค่าประมาณ จะได้ค่าประมาณ คือ $\hat{\mu}_{B2}^*, \hat{\sigma}_{B2}^{2*}, \hat{\gamma}_{1B2}^*, \hat{\gamma}_{2B2}^*$

$$\vdots$$

ครั้งที่ B สุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่าแบบคืนที่จำนวน n ครั้ง จะได้ $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ แล้วคำนวณค่าประมาณ จะได้ค่าประมาณ คือ $\hat{\mu}_{BB}^*, \hat{\sigma}_{BB}^{2*}, \hat{\gamma}_{1BB}^*, \hat{\gamma}_{2BB}^*$

ด้วยการทำซ้ำ ดังที่กล่าวมาแล้วจำนวน B ครั้ง จะได้

ค่าประมาณของพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย จำนวน B ตัวคือ

$$\hat{\mu}_{B1}^*, \hat{\mu}_{B2}^*, \dots, \hat{\mu}_{BB}^*$$

ค่าประมาณของพารามิเตอร์ค่าความแปรปรวน จำนวน B ตัวคือ

$$\hat{\sigma}_{B1}^{2*}, \hat{\sigma}_{B2}^{2*}, \dots, \hat{\sigma}_{BB}^{2*}$$

ค่าประมาณของพารามิเตอร์ค่าความเบ้ จำนวน B ตัวคือ

$$\hat{\gamma}_{1B1}^*, \hat{\gamma}_{1B2}^*, \dots, \hat{\gamma}_{1BB}^*$$

ค่าประมาณของพารามิเตอร์ค่าความโด่ง จำนวน B ตัว

$$\hat{\gamma}_{2B1}^*, \hat{\gamma}_{2B2}^*, \dots, \hat{\gamma}_{2BB}^*$$

นำมาสร้างฮิสโตแกรม (histogram) โดยกำหนดให้แต่ละตัวมีความน่าจะเป็นเท่ากัน เท่ากับ $\frac{1}{B}$ จะได้การแจกแจงของตัวสถิติตัวอย่างบูตสแตรป (the bootstrap sampling distribution)

3.1 หาค่าประมาณแบบจุดของพารามิเตอร์

ค่าประมาณแบบจุดของ μ คือ $\hat{\mu}_B = \frac{\sum_{i=1}^{B} \hat{\mu}_{Bi}^*}{B}$

ค่าประมาณแบบจุดของ σ^2 คือ $\hat{\sigma}_B^2 = \frac{\sum_{i=1}^{B} \hat{\sigma}_{Bi}^{2*}}{B}$

ค่าประมาณแบบจุดของ γ_1 คือ $\hat{\gamma}_{1B} = \frac{\sum_{i=1}^{B} \hat{\gamma}_{1Bi}^*}{B}$

ค่าประมาณแบบจุดของ γ_2 คือ $\hat{\gamma}_{2B} = \frac{\sum_{i=1}^{B} \hat{\gamma}_{2Bi}^*}{B}$

3.2 หาค่าประมาณแบบช่วงของพารามิเตอร์ และตรวจสอบว่าช่วงครอบคลุมค่าพารามิเตอร์หรือไม่

จากการแจกแจงตัวสถิติตัวอย่างบูตสแตรป จำนวน B ตัว นำมาจัดเรียงจากค่าน้อยไปหามาก จากนั้นคำนวณหาค่าที่ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ $100(\alpha/2)$ กำหนดให้เป็นขอบล่าง และหาค่าที่ตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ $100(1-\alpha/2)$ กำหนดให้เป็นขอบบน ดังนั้น

ช่วงความเชื่อมั่นของ μ คือ $[\hat{\mu}_{BL}, \hat{\mu}_{BU}]$

ถ้า $\mu \in [\hat{\mu}_{BL}, \hat{\mu}_{BU}]$ ให้ค่าเท่ากับ 1 และถ้า $\mu \notin [\hat{\mu}_{BL}, \hat{\mu}_{BU}]$ ให้ค่าเท่ากับ 0

ช่วงความเชื่อมั่นของ σ^2 คือ $[\hat{\sigma}_{BL}^2, \hat{\sigma}_{BU}^2]$

ถ้า $\sigma^2 \in [\hat{\sigma}_{BL}^2, \hat{\sigma}_{BU}^2]$ ให้ค่าเท่ากับ 1 และถ้า $\sigma^2 \notin [\hat{\sigma}_{BL}^2, \hat{\sigma}_{BU}^2]$ ให้ค่าเท่ากับ 0

ช่วงความเชื่อมั่นของ γ_1 คือ $[\hat{\gamma}_{1BL}, \hat{\gamma}_{1BU}]$

ถ้า $\gamma_1 \in [\hat{\gamma}_{1BL}, \hat{\gamma}_{1BU}]$ ให้ค่าเท่ากับ 1 และถ้า $\gamma_1 \notin [\hat{\gamma}_{1BL}, \hat{\gamma}_{1BU}]$ ให้ค่าเท่ากับ 0

ช่วงความเชื่อมั่นของ γ_2 คือ $[\hat{\gamma}_{2BL}, \hat{\gamma}_{2BU}]$

ถ้า $\gamma_2 \in [\hat{\gamma}_{2BL}, \hat{\gamma}_{2BU}]$ ให้ค่าเท่ากับ 1 และถ้า $\gamma_2 \notin [\hat{\gamma}_{2BL}, \hat{\gamma}_{2BU}]$ ให้ค่าเท่ากับ 0

4. คำนวณค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณ ความเอนเอียงของตัวประมาณ และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

4.1 <u>ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณพารามิเตอร์</u>

4.1.1 ค่าเฉลี่ย

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองวิธีแจ็คไนฟ์ $MSE(\hat{\mu}_J) = \frac{\sum_{i=1}^{M}(\hat{\mu}_{Ji}-\mu)^2}{M}$

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองวิธีบูตสแตรป $MSE(\hat{\mu}_B) = \frac{\sum_{i=1}^{M}(\hat{\mu}_{Bi}-\mu)^2}{M}$

4.1.2 ความแปรปรวน

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองวิธีแจ็คไนฟ์ $MSE(\hat{\sigma}_J^2) = \frac{\sum_{i=1}^{M}(\hat{\sigma}_{Ji}^2-\sigma^2)^2}{M}$

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองวิธีบูตสแตรป $MSE(\hat{\sigma}_B^2) = \frac{\sum_{i=1}^{M}(\hat{\sigma}_{Bi}^2-\sigma^2)^2}{M}$

4.1.3 ความเบ้

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองวิธีแจ็คไนฟ์ $MSE(\hat{\gamma}_{1J}) = \frac{\sum_{i=1}^{M}(\hat{\gamma}_{1Ji}-\gamma_1)^2}{M}$

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองวิธีบูตสแตรป $MSE(\hat{\gamma}_{1B}) = \frac{\sum_{i=1}^{M}(\hat{\gamma}_{1Bi}-\gamma_1)^2}{M}$

4.1.4 ความโด่ง

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองวิธีแจ็คไนฟ์ $MSE(\hat{\gamma}_{2J}) = \frac{\sum_{i=1}^{M}(\hat{\gamma}_{2Ji}-\gamma_2)^2}{M}$

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองวิธีบูตสแตรป $MSE(\hat{\gamma}_{2B}) = \frac{\sum_{i=1}^{M}(\hat{\gamma}_{2Bi}-\gamma_2)^2}{M}$

โดย M คือจำนวนรอบที่กระทำซ้ำในแต่ละสถานการณ์ ในงานวิจัยนี้กำหนดให้ M มีค่าเท่ากับ 500

ถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใดให้ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ต่ำกว่าจะถือว่าการประมาณค่าจากวิธีนั้นเป็นวิธีการประมาณที่มีประสิทธิภาพมากกว่า กล่าวคือ ค่าประมาณของพารามิเตอร์แบบจุดที่ได้จะมีค่าใกล้เคียงกับค่าจริงของพารามิเตอร์มากที่สุด

4.2 <u>ความเอนเอียงของตัวประมาณพารามิเตอร์</u>

4.2.1 ค่าเฉลี่ย

ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ $Bias(\hat{\mu}_J) = E[\hat{\mu}_J] - \mu$

ค่าความเอนเอียง ของวิธีบูตสแตรป $Bias(\hat{\mu}_B) = E[\hat{\mu}_B] - \mu$

4.2.2 ความแปรปรวน

ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ $Bias(\hat{\sigma}_J^2) = E[\hat{\sigma}_J^2] - \sigma^2$

ค่าความเอนเอียง ของวิธีบูตสแตรป $Bias(\hat{\sigma}_B^2) = E[\hat{\sigma}_B^2] - \sigma^2$

4.2.3 ความเบ้

ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ $Bias(\hat{\gamma}_{1J}) = E[\hat{\gamma}_{1J}] - \gamma_1$

ค่าความเอนเอียง ของวิธีบูตสแตรป $Bias(\hat{\gamma}_{1B}) = E[\hat{\gamma}_{1B}] - \gamma_1$

4.2.4 ความโด่ง

ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ $Bias(\hat{\gamma}_{2J}) = E[\hat{\gamma}_{2J}] - \gamma_2$

ค่าความเอนเอียง ของวิธีบูตสแตรป $Bias(\hat{\gamma}_{2B}) = E[\hat{\gamma}_{2B}] - \gamma_2$

โดยถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใด ที่ทำให้ได้ ค่าความเอนเอียง ของตัวประมาณ ต่ำกว่าจะถือว่าการประมาณค่าจากวิธีนั้นเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากกว่า

4.3 <u>ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น</u>

จากการตรวจสอบว่าช่วง ความเชื่อมั่นที่คำนวณจากแต่ละวิธีการประมาณ ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ θ หรือไม่ หากช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ θ จะทำการนับจำนวนครั้งและบวกสะสมค่าไว้ โดยแต่ละสถานการณ์จะคำนวณช่วงความเชื่อมั่นซ้ำกัน M ครั้ง ผลบวกสะสมที่ได้คือจำนวนครั้งทั้งหมดที่ ช่วง ความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ θ ซึ่งคำนวณค่าดังนี้

$$\text{ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น} = \frac{\text{จำนวนครั้งทั้งหมดที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ } \theta}{M}$$

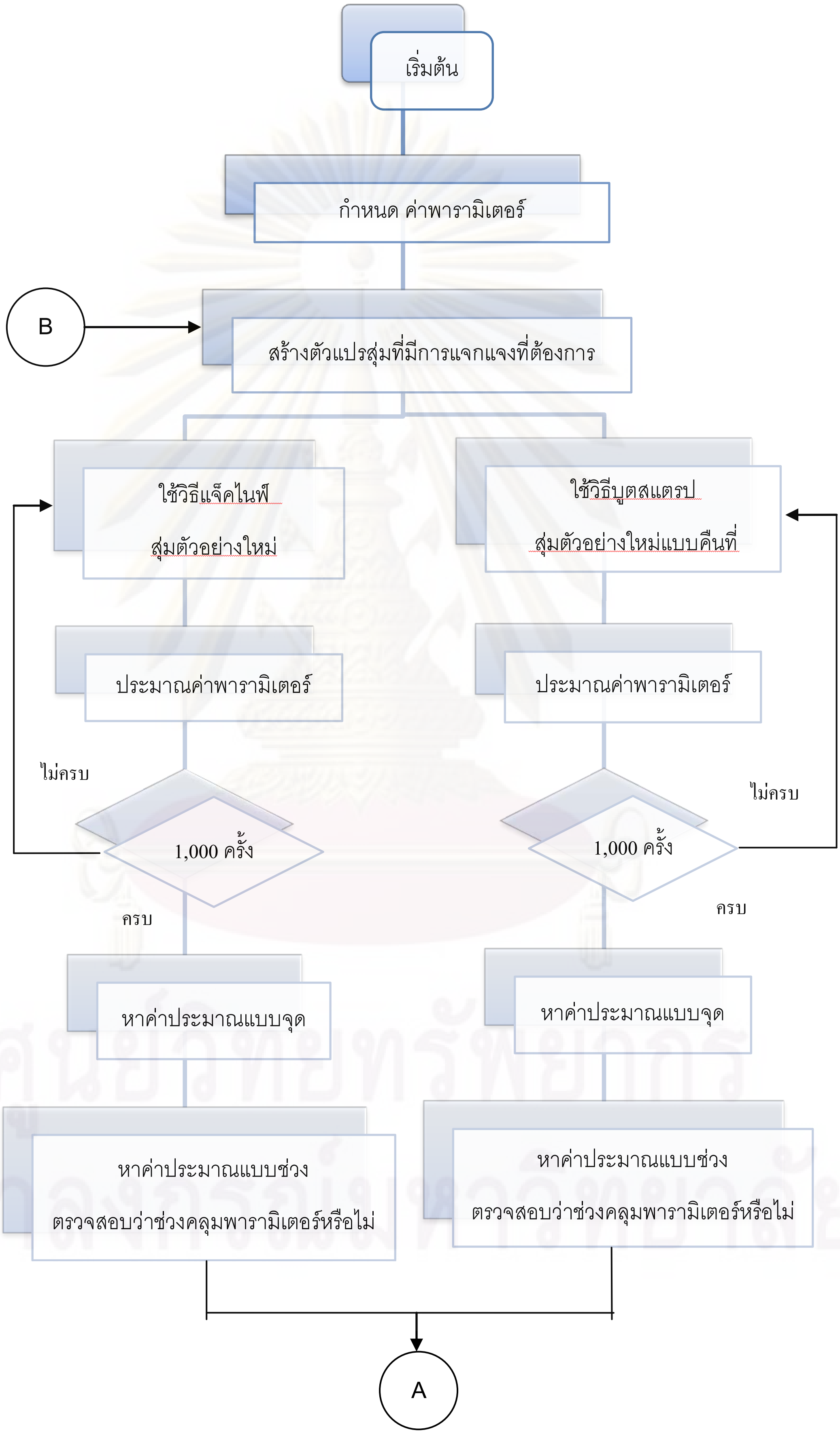
โดย M คือจำนวนรอบที่กระทำซ้ำในแต่ละสถานการณ์ ในงานวิจัยนี้กำหนดให้ M มีค่าเท่ากับ 500

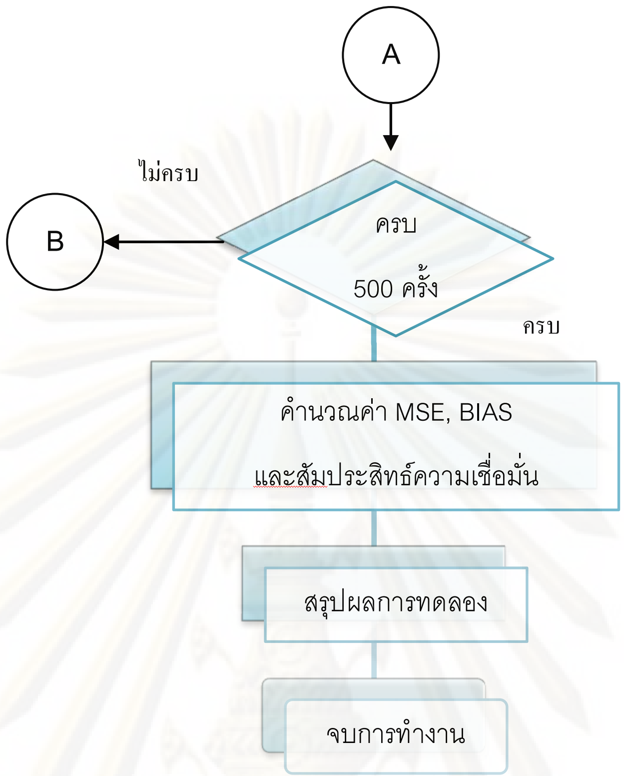
ถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสูงกว่า จะถือว่าการประมาณค่าแบบช่วงจากวิธีนั้นเป็นวิธีการประมาณที่มีประสิทธิภาพมากกว่า กล่าวคือ ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์มากที่สุด

5. **สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์**

ทำการเปรียบเทียบสำหรับแต่ละวิธีการประมาณแล้วทำการสรุปผลการทดลองว่าวิธีการประมาณใดเหมาะสมสำหรับการประมาณค่าใน สถานการณ์นั้นๆ

3.4 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม





รูปที่ 3.1 แสดงขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ที่จะเปรียบเทียบ ประสิทธิภาพวิธี ประมาณการแจกแจง โดยจะประมาณพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน ค่าความเบ้ และค่าความโด่ง ทั้งการประมาณแบบจุด (Point Estimation) และการประมาณแบบช่วง (Interval Estimation) 2 วิธี คือ วิธีแจ็คไนฟ์ (Jackknifing method) และ วิธีบูตสแตรป (Bootstrapping method) โดยศึกษาภายใต้สถานการณ์ดังต่อไปนี้

1. ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน จะทำการจำลองข้อมูลให้มีค่าเฉลี่ย (μ) เท่ากับ 0 พารามิเตอร์ที่กำหนดค่าความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ 25 เปอร์เซ็นต์การปลอมปน (p) เท่ากับ 10%, 30% และ สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5,10
2. ข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง จะทำการจำลองข้อมูลให้มีค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1, 0.5, 1 และ 1.5
3. ข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา จะทำการจำลองข้อมูลให้ มีค่าพารามิเตอร์ α เท่ากับ 3, 4, 6 และ 8 ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1
4. กำหนดขนาดตัวอย่างสุ่มที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ เป็น 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 และ 1,000
5. กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) ในครั้งนี้ที่ระดับ 0.05
6. ในการศึกษาครั้งนี้ ทำการจำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) เขียนด้วยโปรแกรม R โดยการจำลองในแต่ละสถานการณ์ จะกระทำซ้ำ 500 รอบ

เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณา

1. ในการวิจัยครั้งนี้จะเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบจุด โดยพิจารณาจากการเปรียบเทียบ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Square Error) ของทั้ง 2 วิธี โดยถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใดที่ทำให้ได้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณ ต่ำกว่าจะถือว่าการประมาณค่าจากวิธีนั้นเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากกว่า และถ้าวิธีการประมาณค่าทั้ง 2 วิธี ให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณ เท่ากัน จะพิจารณาจากการเปรียบเทียบค่าความเอนเอียง (Biasedness) โดยถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใด ที่ทำให้ได้ ค่าความเอนเอียง ของตัวประมาณ ต่ำกว่าจะถือว่าการประมาณค่าจากวิธีนั้นเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากกว่า

2. เปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วง โดยพิจารณาจากการ เปรียบเทียบ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence Coefficient)ของทั้ง 2 วิธี โดยถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใดที่ทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น สูงกว่าจะถือว่าการประมาณค่าจากวิธีนั้น เป็นวิธีที่ เหมาะสมมากกว่าในการประมาณค่าแบบช่วง

สำหรับการนำเสนอผลการวิจัยจะแบ่งออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบจุด

ตอนที่ 2 การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วง

เพื่อความสะดวกในการนำเสนอผลการวิจัย ผู้วิจัยขอใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้แทนความหมายต่างๆ ดังนี้

J หมายถึง วิธีแจ็คไนฟ์ (Jackknifing method)

B หมายถึง วิธีบูตสแตรป (Bootstrapping method)

n หมายถึง ขนาดตัวอย่าง

p หมายถึง เปอร์เซ็นต์การปลอมปน

c หมายถึง สเกลแฟคเตอร์

MSE หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

BIAS หมายถึง ความเอนเอียง

4.1 การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบจุด

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุด ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป โดยจะประมาณพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน ค่าความเบ้ และค่าความโด่งของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ ปลอมปน การแจกแจงชี้กำลัง และการแจกแจงแกมมา เมื่อขนาดตัวอย่างสุ่มเป็น 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 และ 1,000 ในการศึกษาครั้งนี้ ทำการจำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล เขียนด้วยโปรแกรม R ซึ่งการจำลองในแต่ละสถานการณ์จะกระทำซ้ำ 500 รอบ โดยจะพิจารณาจากการ เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Square Error) และค่าความเอนเอียง (Biasedness) รวมทั้งการทดสอบสมมติฐาน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังนี้

สมมติฐานสำหรับการทดสอบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

$$H_0: MSE_J = MSE_B$$
$$H_1: MSE_J \neq MSE_B$$

สมมติฐานสำหรับการทดสอบความเอนเอียง

$$H_0: |BIAS_J| = |BIAS_B|$$
$$H_1: |BIAS_J| \neq |BIAS_B|$$

ซึ่งผลการวิจัยได้นำเสนอในตารางที่ 4.1 - 4.48 ดังต่อไปนี้

4.1.1 การแจกแจงแบบปกติ ปลอมปน กำหนดให้ข้อมูล มีค่าเฉลี่ย (μ) เท่ากับ 0 พารามิเตอร์ที่กำหนดค่าความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ 25 เปอร์เซ็นต์การปลอมปน (p) เท่ากับ 10%, 30% และ สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5,10 นำเสนอในตารางที่ 4.1- 4.16

4.1.2 การแจกแจงชี้กำลัง กำหนดให้ข้อมูล มีค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1, 0.5, 1 และ 1.5 นำเสนอในตารางที่ 4.17 - 4.32

4.1.3 การแจกแจงแกมมา กำหนดให้ข้อมูล มี ค่าพารามิเตอร์ α เท่ากับ 3, 4, 6 และ 8 ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1 นำเสนอในตารางที่ 4.33 - 4.48

4.1.1 การแจกแจงแบบปกติปลอมปน นำเสนอในตารางที่ 4.1- 4.16 ดังนี้

ตารางที่ 4.1 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=30% , c=5

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	2.0614	2.1053	3020.3950	2986.5550	0.7041	0.5601	5.3722	4.3311
200	1.0507	1.0620	1499.5740	1513.8200	0.4182	0.3676	2.9127	2.4132
300	0.7116	0.7148	978.4244	977.2894	0.2748	0.2508	2.0367	1.8355
400	0.4957	0.4991	821.9920	824.1560	0.1967	0.1819	1.6910	1.5353
500	0.4052	0.4067	634.2891	629.6037	0.1699	0.1589	1.2775	1.1674
600	0.3420	0.3457	516.0232	514.1922	0.1347	0.1274	1.2844	1.1678
700	0.3048	0.3064	407.6393	408.3515	0.1244	0.1195	1.0409	0.9741
800	0.2447	0.2444	400.0039	401.5295	0.1007	0.0963	0.9706	0.8794
900	0.2410	0.2411	339.0845	338.3073	0.0951	0.0915	0.7917	0.7291
1000	0.1862	0.1869	295.1873	294.4032	0.0791	0.0763	0.6001	0.5767

จากตารางที่ 4.1 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่ง มีค่า p=30% , c=5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง ยกเว้นที่ n=800

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ส่วนใหญ่ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ยกเว้นที่ n=200,400,700,800

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.2 ตารางการเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่ง มีค่า p=30% , c=5

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	MSE เฉลี่ย	t^1	p-value
	J	0.306		
ค่าเฉลี่ย	B	0.307		
	J - B	-0.001	-2.240	0.052
	J	235.214		
ความแปรปรวน	B	234.319		
	J - B	0.895	0.941	0.372
	J	0.142		
ความเบ้	B	0.123		
	J - B	0.019	4.343	0.002
	J	10.860		
ความโด่ง	B	8.158		
	J - B	2.702	7.106	0.000

[1]สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: MSE_J = MSE_B$, $H_1: MSE_J \neq MSE_B$

จากตารางที่ 4.2 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่ง มีค่า p=30% , c=5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธี แจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

สำหรับการประมาณความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป มีนัยสำคัญแสดงความแตกต่าง โดยที่ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป มีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์

ตารางที่ 4.3 แสดงค่าความเอนเอียงระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=30% , c=5

N	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.0323	0.0346	-0.0471	-1.6738	0.0172	0.0144	-0.6133	-0.9935
200	-0.0301	-0.0319	-0.8295	-1.8191	0.0541	0.0490	-0.2366	-0.4649
300	-0.0076	-0.0081	-2.3398	-2.9965	0.0049	0.0039	-0.2853	-0.4416
400	0.0235	0.0222	-0.0680	-0.5617	-0.0079	-0.0071	-0.2051	-0.3365
500	-0.0001	0.0009	-0.4907	-0.9141	0.0320	0.0299	-0.1355	-0.2428
600	0.0062	0.0058	-1.7778	-2.1193	0.0121	0.0126	-0.1154	-0.2079
700	-0.0298	-0.0293	0.0786	-0.1751	-0.0149	-0.0142	-0.1884	-0.2657
800	-0.0100	-0.0102	0.2609	-0.0071	-0.0009	-0.0013	-0.0809	-0.1542
900	0.0146	0.0133	-0.2336	-0.5186	0.0175	0.0168	0.0027	-0.0660
1000	0.0075	0.0072	0.9250	0.7025	-0.0109	-0.0112	-0.1261	-0.1836

จากตารางที่ 4.3 การเปรียบเทียบค่าความเอนเอียงระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=30% , c=5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=400,600,700,900,1000

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=800,1000

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่าค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ยกเว้นที่ n=600,800,1000

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.4 ตารางการเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=30% , c=5

ความเอนเอียง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	|BIAS| เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.016		
	B	0.016		
	J - B	0.000	-0.516	0.618
ความแปรปรวน	J	0.705		
	B	1.149		
	J - B	-0.444	-2.501	0.034
ความเบ้	J	0.017		
	B	0.016		
	J - B	0.001	2.215	0.054
ความโด่ง	J	0.199		
	B	0.336		
	J - B	-0.137	-4.322	0.002

[1]สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: |BIAS_J| = |BIAS_B|, H_1: |BIAS_J| \neq |BIAS_B|$

จากตารางที่ 4.4 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่าง วิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่ง มีค่า p=30% , c=5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป มีนัยสำคัญแสดงความแตกต่าง โดยที่ ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ มีค่าน้อยกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป

ตารางที่ 4.5 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=30% , c=10

N	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	7.3316	7.3764	52021.4600	51605.4900	0.9821	0.7922	6.1194	4.2163
200	3.3995	3.4438	25905.6900	25758.7600	0.4835	0.4239	4.9950	3.9129
300	2.6484	2.6529	18364.3400	18436.2500	0.3182	0.2885	3.7105	3.0397
400	2.0109	2.0077	11765.7800	11787.8400	0.3044	0.2810	3.5775	3.0120
500	1.5550	1.5565	10205.4800	10212.2300	0.2037	0.1919	3.2009	2.6953
600	1.3267	1.3209	8084.6960	8099.1000	0.1725	0.1645	2.6007	2.2991
700	1.0688	1.0725	6505.7730	6501.5500	0.1376	0.1302	2.8600	2.5318
800	0.9332	0.9357	6553.0770	6532.0780	0.1331	0.1284	2.4317	2.2067
900	0.8949	0.8983	5138.4730	5151.0970	0.1209	0.1169	2.1323	1.9495
1000	0.7905	0.7894	5145.6330	5164.1470	0.1085	0.1044	2.3153	2.1083

จากตารางที่ 4.5 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่ง มีค่า p=30% , c=10 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ส่วนใหญ่ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของ วิธี บูตสแตรป ยกเว้นที่ n=400,600,1000

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ส่วนใหญ่ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=100,200,700,800

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.6 ตาราง การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่ง มีค่า p=30% , c=10

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	MSE เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	2.196		
	B	2.205		
	J - B	-0.009	-1.593	0.146
ความแปรปรวน	J	14969.040		
	B	14924.854		
	J - B	44.186	0.983	0.351
ความเบ้	J	0.296		
	B	0.262		
	J - B	0.034	1.890	0.091
ความโด่ง	J	3.394		
	B	2.797		
	J - B	0.597	3.529	0.006

[1]สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: MSE_J = MSE_B \, , H_1: MSE_J \neq MSE_B$

จากตารางที่ 4.6 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่ง มีค่า p=30% , c=10 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน และความเบ้ พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป มีนัยสำคัญแสดงความแตกต่าง โดยที่ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป มีค่าน้อยกว่า วิธีแจ็คไนฟ์

ตารางที่ 4.7 แสดงค่าความเอนเอียงระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=30% , c=10

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.0757	0.0837	-34.7928	-43.1775	0.0063	0.0100	0.6351	0.3348
200	0.0687	0.0680	-0.5893	-4.6423	0.0056	0.0076	0.9380	0.7365
300	-0.0059	-0.0057	-9.2072	-12.0041	0.0040	0.0026	1.0165	0.8751
400	0.0533	0.0482	-1.9187	-3.7274	-0.0026	-0.0052	1.1283	1.0010
500	-0.0802	-0.0802	-4.2373	-5.6517	-0.0099	-0.0098	1.0682	0.9627
600	-0.0335	-0.0343	-3.1212	-4.4086	0.0160	0.0168	1.0754	0.9917
700	-0.0001	-0.0018	-2.7075	-3.9013	-0.0075	-0.0070	1.1852	1.1012
800	0.0197	0.0222	-1.8282	-2.8462	-0.0109	-0.0100	1.1124	1.0440
900	-0.0014	-0.0026	-4.1253	-4.9522	-0.0138	-0.0130	1.0826	1.0263
1000	0.0166	0.0165	-6.2892	-7.0024	0.0005	0.0008	1.1342	1.0760

จากตารางที่ 4.7 การเปรียบเทียบค่าความเอนเอียงระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=30% , c=10 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่าค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=200,300,400,1000

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=300,500,700,800,900

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.8 ตารางการเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=30% , c=10

ความเอนเอียง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	|BIAS| เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.036		
	B	0.036		
	J - B	-0.001	-0.807	0.441
ความแปรปรวน	J	6.882		
	B	9.231		
	J - B	-2.350	-3.155	0.012
ความเบ้	J	0.008		
	B	0.008		
	J - B	-0.001	-1.110	0.296
ความโด่ง	J	1.038		
	B	0.915		
	J - B	0.123	5.056	0.001

[1]สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: |BIAS_J| = |BIAS_B|, H_1: |BIAS_J| \neq |BIAS_B|$

จากตารางที่ 4.8 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่ง มีค่า p=30% , c=10 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย และความเบ้ พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ และค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป มีนัยสำคัญแสดงความแตกต่าง โดยที่ ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ มีค่าน้อยกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป

ตารางที่ 4.9 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=10% , c=5

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.8777	0.9027	1110.4430	1098.9250	3.0774	1.9591	54.0851	23.7118
200	0.4256	0.4253	494.2411	493.4352	2.0135	1.4526	74.0708	44.4952
300	0.2705	0.2728	354.8069	352.6039	1.2788	1.0079	66.5197	47.1964
400	0.2189	0.2184	291.7902	293.3901	1.1207	0.9398	65.2738	50.6129
500	0.1536	0.1528	241.0568	240.9020	0.7759	0.6686	63.7265	52.2231
600	0.1388	0.1390	192.6232	192.1906	0.7620	0.6673	64.9944	54.4936
700	0.1208	0.1210	151.8753	152.1060	0.6098	0.5506	61.6512	53.4881
800	0.1026	0.1034	126.2142	127.0783	0.6368	0.5734	70.6773	61.2598
900	0.1022	0.1025	138.2802	137.6569	0.5825	0.5256	66.2518	58.3609
1000	0.0946	0.0950	106.9727	106.8729	0.4914	0.4486	67.5753	60.5858

จากตารางที่ 4.9 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่ง มีค่า p=10% , c=5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ส่วนใหญ่ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=200,400,500

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ส่วนใหญ่ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ยกเว้นที่ n=400,700,800

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.10 ตาราง การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่ง มีค่า p=10% , c=5

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	MSE เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.251		
	B	0.253		
	J - B	-0.003	-1.107	0.297
ความแปรปรวน	J	320.830		
	B	319.516		
	J - B	1.314	1.116	0.293
ความเบ้	J	1.135		
	B	0.879		
	J - B	0.256	2.364	0.042
ความโด่ง	J	65.483		
	B	50.643		
	J - B	14.840	5.350	0.000

[1] สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: MSE_J = MSE_B$, $H_1: MSE_J \neq MSE_B$

จากตารางที่ 4.10 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่ง มีค่า p=10% , c=5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธี แจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

สำหรับการประมาณความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป มีนัยสำคัญแสดงความแตกต่าง โดยที่ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป มีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์

ตารางที่ 4.11 แสดงค่าความเอนเอียงระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=10% , c=5

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	-0.0709	-0.0633	1.0250	0.1585	-0.1350	-0.0942	4.4544	2.6752
200	-0.0206	-0.0177	-1.3071	-1.6855	-0.0172	-0.0121	6.4826	5.1013
300	0.0071	0.0075	0.6406	0.3708	-0.0561	-0.0459	6.9083	5.9051
400	-0.0137	-0.0151	-0.1069	-0.2896	-0.0061	-0.0068	6.9455	6.1902
500	0.0041	0.0043	0.4174	0.2415	-0.0472	-0.0423	7.1344	6.5041
600	0.0217	0.0222	-0.6428	-0.7483	0.0445	0.0431	7.2901	6.7269
700	0.0182	0.0177	-0.8805	-1.0088	0.0712	0.0666	7.1782	6.7120
800	-0.0055	-0.0056	-0.7106	-0.7924	0.0347	0.0337	7.7700	7.2770
900	-0.0150	-0.0150	-0.0410	-0.1430	-0.0022	-0.0032	7.5145	7.1008
1000	0.0069	0.0067	-0.1165	-0.2047	0.0509	0.0487	7.7009	7.3278

จากตารางที่ 4.11 การเปรียบเทียบค่าความเอนเอียงระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่ง มีค่า p=10% , c=5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=100,200,700,900,1000

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=100,300,500

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่าค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ยกเว้นที่ n=400,900

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.12 ตารางการเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=10% , c=5

ความเอนเอียง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	|BIAS| เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.018		
	B	0.018		
	J - B	0.001	1.062	0.316
ความแปรปรวน	J	0.589		
	B	0.564		
	J - B	0.024	0.224	0.828
ความเบ้	J	0.047		
	B	0.040		
	J - B	0.007	1.753	0.113
ความโด่ง	J	6.938		
	B	6.152		
	J - B	0.786	5.325	0.000

[1] สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: |BIAS_J| = |BIAS_B|$, $H_1: |BIAS_J| \neq |BIAS_B|$

จากตารางที่ 4.12 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่ง มีค่า p=10% , c=5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

ตารางที่ 4.13 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=10% , c=10

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	2.8206	2.8549	19763.42	19387.13	5.9518	3.6718	210.6459	127.5539
200	1.5424	1.5379	9835.935	9885.766	3.9858	2.9238	268.5896	203.5663
300	0.9614	0.9655	5830.458	5764.586	2.9854	2.4026	276.5962	238.9133
400	0.7033	0.7063	4374.658	4358.955	2.2170	1.8358	294.3200	255.8237
500	0.4862	0.4830	3491.585	3499.511	1.9414	1.6702	280.9117	254.4784
600	0.4163	0.4176	2885.402	2872.129	1.4634	1.2879	282.5326	260.0973
700	0.4342	0.4354	2537.354	2528.566	1.3707	1.2137	291.2310	267.9657
800	0.3317	0.3323	2312.331	2299.402	1.1545	1.0385	298.4288	276.8123
900	0.2932	0.2931	2071.435	2068.733	1.0408	0.9459	289.0983	272.2925
1000	0.2730	0.2734	1673.198	1673.679	0.9826	0.9033	275.8311	261.1859

จากตารางที่ 4.13 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่ง มีค่า p=10% , c=10 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ส่วนใหญ่ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=200,500,900

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ส่วนใหญ่ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ยกเว้นที่ n=200,500,1000

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.14 ตารางการเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่ง มีค่า p=10% , c=10

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	MSE เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.826		
	B	0.830		
	J - B	-0.004	-1.063	0.316
ความแปรปรวน	J	5477.578		
	B	5433.846		
	J - B	43.732	1.151	0.280
ความเบ้	J	2.309		
	B	1.789		
	J - B	0.520	2.389	0.041
ความโด่ง	J	276.819		
	B	241.869		
	J - B	34.950	4.928	0.001

[1]สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: MSE_J = MSE_B$, $H_1: MSE_J \neq MSE_B$

จากตารางที่ 4.14 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่ง มีค่า p=10% , c=10 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธี แจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

สำหรับการประมาณความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป มีนัยสำคัญแสดงความแตกต่าง โดยที่ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป มีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์

ตารางที่ 4.15 แสดงค่าความเอนเอียงระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=10% , c=10

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.0516	0.0475	2.2170	-1.0901	0.0404	0.0362	11.9964	9.9016
200	0.0757	0.0752	1.8768	0.8430	0.1095	0.1055	14.2049	12.9056
300	0.0009	-0.0020	0.5874	-0.5875	0.0008	-0.0017	15.3430	14.4596
400	-0.0294	-0.0325	1.5026	0.5378	0.0159	0.0108	15.7590	14.9914
500	-0.0393	-0.0404	-3.7772	-4.3370	-0.0040	-0.0108	15.8093	15.1728
600	0.0642	0.0653	-0.8761	-1.3192	0.0909	0.0886	15.9871	15.4422
700	-0.0087	-0.0109	2.0180	1.7354	0.0115	0.0080	16.2918	15.7436
800	-0.0285	-0.0290	2.6506	2.2744	-0.0474	-0.0463	16.4564	15.9449
900	0.0137	0.0127	0.4424	0.1474	0.0247	0.0207	16.3763	15.9647
1000	0.0136	0.0148	1.9655	1.7318	0.0525	0.0524	16.0657	15.6938

จากตารางที่ 4.15 การเปรียบเทียบค่าความเอนเอียงระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=10% , c=10 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่าค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=100,200,900

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ยกเว้นที่ n=300,500,600

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่าค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ยกเว้นที่ n=300,500

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.16 ตารางการเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=10% , c=10

ความเอนเอียง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	|BIAS| เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.033		
	B	0.033		
	J - B	0.000	-0.739	0.479
ความแปรปรวน	J	1.791		
	B	1.460		
	J - B	0.331	1.799	0.106
ความเบ้	J	0.040		
	B	0.038		
	J - B	0.002	1.472	0.175
ความโด่ง	J	15.429		
	B	14.622		
	J - B	0.807	4.836	0.001

[1] สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: |BIAS_J| = |BIAS_B|, H_1: |BIAS_J| \neq |BIAS_B|$

จากตารางที่ 4.16 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ซึ่ง มีค่า p=10% , c=10 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

4.1.2 การแจกแจงชี้กำลัง นำเสนอในตารางที่ 4.17 - 4.32 ดังนี้

ตารางที่ 4.17 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\beta = 0.1$

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	1.0683	1.0720	814.0543	805.0160	0.3571	0.3019	18.8933	14.0683
200	0.5653	0.5691	398.8608	400.1658	0.1992	0.1783	12.5707	9.8811
300	0.3572	0.3574	289.7867	287.5651	0.1794	0.1518	13.8184	9.8003
400	0.2316	0.2332	196.8956	197.2164	0.1191	0.1084	8.5109	6.8493
500	0.1786	0.1780	139.2248	138.7473	0.1218	0.1023	10.8462	7.7303
600	0.1743	0.1746	133.0115	133.3529	0.1202	0.0988	12.4968	8.6082
700	0.1269	0.1281	108.5552	109.3354	0.0984	0.0857	9.0928	7.1398
800	0.1323	0.1327	95.0203	94.9938	0.0818	0.0716	7.7892	6.0945
900	0.1135	0.1137	87.0580	87.2099	0.0742	0.0649	7.4604	5.7306
1000	0.1092	0.1091	89.6684	89.5878	0.0688	0.0616	7.1192	5.6773

จากตารางที่ 4.17 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง ยกเว้นที่ n=500,1000

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของ วิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=100,300,500,800,1000

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.18 ตารางการเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ β = 0.1

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	MSE เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.306		
	B	0.307		
	J - B	-0.001	-2.240	0.052
ความแปรปรวน	J	235.214		
	B	234.319		
	J - B	0.895	0.941	0.372
ความเบ้	J	0.142		
	B	0.123		
	J - B	0.019	4.343	0.002
ความโด่ง	J	10.860		
	B	0.306		
	J - B	2.702	7.106	0.000

[1]สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: MSE_J = MSE_B$, $H_1: MSE_J \neq MSE_B$

จากตารางที่ 4.18 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ β = 0.1 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

สำหรับการประมาณความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป มีนัยสำคัญแสดงความแตกต่าง โดยที่ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป มีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์

ตารางที่ 4.19 แสดงค่าความเอนเอียงระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 0.1

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	-0.0907	-0.0886	-2.4012	-3.2336	-0.2075	-0.3227	-1.7630	-2.4891
200	0.0326	0.0353	-0.5477	-1.0008	-0.1609	-0.2317	-1.4411	-1.9396
300	0.0130	0.0116	-0.4481	-0.8009	-0.0918	-0.1492	-0.8761	-1.3275
400	-0.0192	-0.0198	-1.6213	-1.8863	-0.0892	-0.1360	-0.7793	-1.1579
500	-0.0342	-0.0335	-0.6603	-0.8484	-0.0426	-0.0857	-0.3877	-0.7732
600	-0.0109	-0.0100	-0.4002	-0.5729	-0.0276	-0.0676	-0.1938	-0.5691
700	-0.0215	-0.0212	-0.4851	-0.6205	-0.0248	-0.0581	-0.1964	-0.5018
800	-0.0102	-0.0111	-0.2649	-0.3997	-0.0202	-0.0492	-0.2068	-0.4734
900	-0.0149	-0.0152	0.1136	-0.0098	-0.0095	-0.0366	-0.0908	-0.3478
1000	-0.0032	-0.0034	-0.3091	-0.4285	-0.0359	-0.0592	-0.3263	-0.5442

จากตารางที่ 4.19 การเปรียบเทียบค่าความเอนเอียงระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 0.1 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=100,300,500,600,700

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง ยกเว้นที่ n=900

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.20 ตารางการเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 0.1

ค่าความเอนเอียง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	|BIAS| เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.025		
	B	0.025		
	J – B	0.000	0.129	0.900
ความแปรปรวน	J	0.725		
	B	0.980		
	J – B	-0.255	-3.206	0.011
ความเบ้	J	0.071		
	B	0.120		
	J – B	-0.049	-5.577	0.000
ความโด่ง	J	0.626		
	B	1.012		
	J – B	-0.386	-8.226	0.000

[1]สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: |BIAS_J| = |BIAS_B|, H_1: |BIAS_J| \neq |BIAS_B|$

จากตารางที่ 4.20 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ β = 0.1 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป มีนัยสำคัญแสดงความแตกต่าง โดยที่ ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ มีค่าน้อยกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป

ตารางที่ 4.21 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 0.5

N	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.0438	0.0436	1.4566	1.4212	0.3203	0.2881	15.4094	12.8301
200	0.0181	0.0181	0.6244	0.6210	0.2183	0.1805	14.4922	10.2326
300	0.0127	0.0128	0.4244	0.4241	0.1702	0.1423	12.8686	9.3399
400	0.0093	0.0093	0.3110	0.3105	0.1202	0.1034	9.5434	7.1818
500	0.0088	0.0089	0.2828	0.2828	0.1064	0.0941	8.7845	6.8547
600	0.0063	0.0064	0.2203	0.2201	0.0862	0.0761	7.2022	5.6381
700	0.0049	0.0049	0.1540	0.1544	0.0820	0.0742	6.8082	5.6135
800	0.0045	0.0045	0.1477	0.1471	0.0735	0.0655	6.8592	5.4899
900	0.0042	0.0042	0.1417	0.1411	0.0668	0.0602	6.1502	4.9686
1000	0.0041	0.0041	0.1242	0.1239	0.0547	0.0511	4.8869	4.1847

จากตารางที่ 4.21 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ β = 0.5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของ วิธี บูตสแตรป ยกเว้นที่ n=100,200,800,900,1000

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ยกเว้นที่ n=500,700

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.22 ตาราง การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\beta = 0.5$

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	MSE เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.012		
	B	0.012		
	J - B	0.000	0.161	0.876
ความแปรปรวน	J	0.389		
	B	0.385		
	J - B	0.004	1.172	0.271
ความเบ้	J	0.130		
	B	0.114		
	J - B	0.016	4.284	0.002
ความโด่ง	J	9.300		
	B	7.233		
	J - B	2.067	5.793	0.000

[1] สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: MSE_J = MSE_B$, $H_1: MSE_J \neq MSE_B$

จากตารางที่ 4.22 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\beta = 0.5$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

สำหรับการประมาณความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป มีนัยสำคัญแสดงความแตกต่าง โดยที่ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป มีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์

ตารางที่ 4.23 แสดงค่าความเอนเอียงระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 0.5

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.0154	0.0171	0.0670	0.0367	-0.1991	-0.3120	-1.7903	-2.4797
200	-0.0053	-0.0052	-0.0333	-0.0528	-0.1068	-0.1880	-0.9896	-1.5888
300	0.0063	0.0068	0.0040	-0.0064	-0.0834	-0.1436	-0.7664	-1.2508
400	-0.0026	-0.0025	-0.0145	-0.0244	-0.0586	-0.1054	-0.6388	-1.0203
500	0.0006	0.0009	0.0007	-0.0064	-0.0591	-0.0992	-0.5562	-0.8996
600	0.0003	0.0004	0.0033	-0.0020	-0.0305	-0.0661	-0.3369	-0.6489
700	0.0009	0.0009	-0.0095	-0.0158	-0.0439	-0.0739	-0.4592	-0.7201
800	0.0031	0.0030	0.0141	0.0089	-0.0290	-0.0568	-0.3118	-0.5631
900	0.0018	0.0019	-0.0033	-0.0080	-0.0303	-0.0558	-0.3042	-0.5367
1000	0.0026	0.0024	-0.0066	-0.0108	-0.0441	-0.0655	-0.4449	-0.6366

จากตารางที่ 4.23 การเปรียบเทียบค่าความเอนเอียงระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 0.5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=200,400,800,1000

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=100,600,800

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.24 ตารางการเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 0.5

ค่าความเอนเอียง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	|BIAS| เฉลี่ย	t[1]	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.004		
	B	0.004		
	J - B	0.000	-1.365	0.205
ความแปรปรวน	J	0.016		
	B	0.017		
	J - B	-0.002	-0.391	0.705
ความเบ้	J	0.068		
	B	0.117		
	J - B	-0.048	-5.232	0.001
ความโด่ง	J	0.660		
	B	1.034		
	J - B	-0.375	-7.133	0.000

[1]สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: |BIAS_J| = |BIAS_B|, H_1: |BIAS_J| \neq |BIAS_B|$

จากตารางที่ 4.24 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ β = 0.5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

ตารางที่ 4.25 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 1

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.0104	0.0105	0.0938	0.0924	0.4056	0.3288	22.1026	15.1720
200	0.0048	0.0047	0.0342	0.0339	0.2019	0.1812	11.8605	9.6416
300	0.0035	0.0035	0.0272	0.0270	0.1559	0.1385	10.3406	8.1961
400	0.0023	0.0023	0.0206	0.0206	0.1242	0.1076	9.8604	7.4237
500	0.0020	0.0020	0.0158	0.0159	0.0947	0.0854	7.2830	5.9067
600	0.0018	0.0018	0.0133	0.0132	0.0920	0.0825	7.5623	6.1017
700	0.0015	0.0015	0.0111	0.0111	0.0787	0.0696	7.9807	5.9168
800	0.0014	0.0014	0.0113	0.0113	0.0850	0.0755	7.9501	6.2067
900	0.0011	0.0011	0.0089	0.0089	0.0818	0.0723	7.5275	6.0896
1000	0.0010	0.0010	0.0086	0.0087	0.0542	0.0507	4.5252	3.9295

จากตารางที่ 4.25 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 1 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง ยกเว้นที่ n=200

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ส่วนใหญ่ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ยกเว้นที่ n=400,500,700,1000

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.26 ตาราง การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\beta = 1$

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	MSE เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.003		
	B	0.003		
	J - B	0.000	-0.001	1.000
ความแปรปรวน	J	0.024		
	B	0.024		
	J - B	0.000	1.363	0.206
ความเบ้	J	0.137		
	B	0.119		
	J - B	0.018	2.715	0.024
ความโด่ง	J	9.699		
	B	7.458		
	J - B	2.241	4.089	0.003

[1] สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: MSE_J = MSE_B$, $H_1: MSE_J \neq MSE_B$

จากตารางที่ 4.26 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\beta = 1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

สำหรับการประมาณความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป มีนัยสำคัญแสดงความแตกต่าง โดยที่ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป มีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์

ตารางที่ 4.27 แสดงค่าความเอนเอียงระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 1

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.0056	0.0055	0.0096	-0.0001	-0.2014	-0.3242	-1.6505	-2.4463
200	-0.0032	-0.0032	-0.0238	-0.0289	-0.1436	-0.2176	-1.2631	-1.7863
300	0.0051	0.0053	0.0067	0.0033	-0.0922	-0.1485	-0.9155	-1.3387
400	-0.0011	-0.0012	-0.0071	-0.0099	-0.0624	-0.1099	-0.6304	-1.0160
500	0.0026	0.0026	0.0060	0.0043	-0.0551	-0.0935	-0.5962	-0.9162
600	-0.0011	-0.0010	-0.0036	-0.0053	-0.0457	-0.0804	-0.4542	-0.7554
700	0.0029	0.0030	0.0016	0.0000	-0.0526	-0.0830	-0.5125	-0.7813
800	0.0029	0.0029	0.0047	0.0034	-0.0412	-0.0686	-0.4024	-0.6518
900	-0.0004	-0.0004	-0.0013	-0.0027	-0.0104	-0.0375	-0.0614	-0.3148
1000	-0.0007	-0.0007	-0.0043	-0.0053	-0.0367	-0.0589	-0.3559	-0.5543

จากตารางที่ 4.27 การเปรียบเทียบค่าความเอนเอียงระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 1 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่าค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=100,500,600,800

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=100,300,500,700,800

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.28 ตารางการเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 1

ค่าความเอนเอียง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	|BIAS| เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.003		
	B	0.003		
	J - B	0.000	-0.863	0.411
ความแปรปรวน	J	0.007		
	B	0.006		
	J - B	0.001	0.446	0.666
ความเบ้	J	0.074		
	B	0.122		
	J - B	-0.048	-4.962	0.001
ความโด่ง	J	0.684		
	B	1.056		
	J - B	-0.372	-6.634	0.000

[1] สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: |BIAS_J| = |BIAS_B|, H_1: |BIAS_J| \neq |BIAS_B|$

จากตารางที่ 4.28 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 1 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

ตารางที่ 4.29 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 1.5

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.0046	0.0046	0.0152	0.0149	0.3322	0.2922	17.0155	13.1697
200	0.0023	0.0023	0.0084	0.0084	0.2339	0.1943	16.3879	11.1127
300	0.0013	0.0013	0.0050	0.0050	0.1455	0.1257	9.7909	7.5808
400	0.0012	0.0012	0.0038	0.0038	0.1394	0.1165	11.9389	8.3969
500	0.0009	0.0009	0.0030	0.0030	0.1083	0.0947	9.4753	7.0840
600	0.0008	0.0008	0.0026	0.0026	0.1077	0.0948	9.1306	7.1498
700	0.0006	0.0006	0.0024	0.0024	0.1002	0.0835	12.4088	8.3248
800	0.0006	0.0006	0.0021	0.0020	0.0891	0.0777	8.5853	6.7284
900	0.0005	0.0005	0.0017	0.0017	0.0590	0.0541	5.3524	4.5145
1000	0.0004	0.0004	0.0016	0.0016	0.0615	0.0555	5.8124	4.7167

จากตารางที่ 4.29 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ β = 1.5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ส่วนใหญ่ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของ วิธี บูตสแตรป ยกเว้นที่ n=200,800,1000

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ส่วนใหญ่ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ยกเว้นที่ n=600,900

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของ วิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของ วิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.30 ตาราง การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ β = 1.5

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	MSE เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.001		
	B	0.001		
	J - B	0.000	-1.158	0.277
ความแปรปรวน	J	0.005		
	B	0.005		
	J - B	0.000	1.331	0.216
ความเบ้	J	0.138		
	B	0.119		
	J - B	0.019	4.799	0.001
ความโด่ง	J	10.590		
	B	7.878		
	J - B	2.712	6.035	0.000

[1]สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: MSE_J = MSE_B$, $H_1: MSE_J \neq MSE_B$

จากตารางที่ 4.30 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ β = 1.5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

สำหรับการประมาณความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป มีนัยสำคัญแสดงความแตกต่าง โดยที่ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป มีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์

ตารางที่ 4.31 แสดงค่าความเอนเอียงระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 1.5

N	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.0026	0.0032	-0.0036	-0.0073	-0.2200	-0.3393	-1.8422	-2.5826
200	-0.0008	-0.0009	-0.0061	-0.0086	-0.1382	-0.2177	-1.1692	-1.7613
300	0.0015	0.0014	0.0015	-0.0001	-0.0652	-0.1252	-0.6833	-1.1500
400	0.0011	0.0012	-0.0017	-0.0026	-0.0632	-0.1120	-0.5789	-0.9919
500	-0.0007	-0.0007	-0.0046	-0.0056	-0.0630	-0.1044	-0.5414	-0.8998
600	-0.0026	-0.0027	-0.0046	-0.0055	-0.0419	-0.0774	-0.4100	-0.7207
700	-0.0009	-0.0009	-0.0015	-0.0020	-0.0310	-0.0628	-0.2691	-0.5684
800	0.0005	0.0004	0.0000	-0.0006	-0.0093	-0.0395	-0.0673	-0.3461
900	-0.0011	-0.0011	-0.0014	-0.0019	-0.0290	-0.0534	-0.3438	-0.5600
1000	0.0005	0.0005	0.0011	0.0006	-0.0238	-0.0469	-0.2756	-0.4867

จากตารางที่ 4.31 การเปรียบเทียบค่าความเอนเอียงระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 1.5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=300,700,800

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=300,1000

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.32 ตารางการเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 1.5

ค่าความเอนเอียง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	|BIAS| เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.001		
	B	0.001		
	J - B	0.000	-1.261	0.239
ความแปรปรวน	J	0.003		
	B	0.003		
	J - B	-0.001	-1.981	0.079
ความเบ้	J	0.068		
	B	0.118		
	J - B	-0.049	-5.189	0.001
ความโด่ง	J	0.618		
	B	1.007		
	J - B	-0.389	-7.230	0.000

[1] สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: |BIAS_J| = |BIAS_B|, H_1: |BIAS_J| \neq |BIAS_B|$

จากตารางที่ 4.32 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ β= 1.5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

4.1.3 การแจกแจงแกมมา นำเสนอในตารางที่ 4.33 - 4.48 ดังนี้

ตารางที่ 4.33 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 3$, $\beta = 0.1$

N	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	3.0703	3.1178	3711.2580	3656.2060	0.1521	0.1275	4.0880	2.7509
200	1.4147	1.4161	1772.1770	1776.8440	0.0786	0.0706	2.0675	1.6842
300	0.9087	0.9165	1112.4780	1121.5550	0.0604	0.0538	2.2810	1.7227
400	0.7800	0.7807	959.8145	963.9493	0.0549	0.0513	1.8028	1.5196
500	0.5806	0.5889	772.8360	770.9612	0.0421	0.0383	1.6488	1.3491
600	0.4673	0.4684	614.1562	615.4412	0.0280	0.0265	1.0723	0.9217
700	0.4517	0.4536	495.8470	496.7041	0.0296	0.0271	1.2805	1.0468
800	0.4007	0.4010	468.1583	467.4840	0.0240	0.0229	0.8367	0.7561
900	0.3439	0.3437	422.0675	419.8070	0.0256	0.0237	1.1713	0.9927
1000	0.3158	0.3154	377.8279	376.4042	0.0189	0.0181	0.7314	0.6603

จากตารางที่ 4.33 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 3$, $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธี บูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง ยกเว้นที่ n=900,1000

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธี แจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของ วิธี บูตสแตรป ยกเว้นที่ n=100,500,800,900,1000

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของ วิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของ วิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.34 ตาราง การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 3$, $\beta = 0.1$

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	MSE เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.873		
	B	0.880		
	J - B	-0.007	-1.475	0.174
ความแปรปรวน	J	1070.662		
	B	1066.536		
	J - B	4.126	0.715	0.493
ความเบ้	J	0.051		
	B	0.046		
	J - B	0.005	2.401	0.040
ความโด่ง	J	1.698		
	B	1.340		
	J - B	0.358	3.024	0.014

[1]สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: MSE_J = MSE_B$, $H_1: MSE_J \neq MSE_B$

จากตารางที่ 4.34 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 3$, $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

สำหรับการประมาณความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป มีนัยสำคัญแสดงความแตกต่าง โดยที่ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป มีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์

ตารางที่ 4.35 แสดงค่าความเอนเอียงระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 3$, $\beta = 0.1$

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.1018	0.1184	2.0559	-0.9681	-0.0844	-0.1484	-0.4751	-0.7586
200	-0.0850	-0.0890	-1.6830	-3.4269	-0.0424	-0.0794	-0.3236	-0.5063
300	-0.1032	-0.1010	-5.8485	-6.7676	-0.0399	-0.0685	-0.1912	-0.3488
400	0.0248	0.0252	-2.4767	-3.0523	-0.0518	-0.0714	-0.2849	-0.3933
500	0.0072	0.0097	-0.4519	-1.0154	-0.0138	-0.0324	-0.0661	-0.1757
600	0.0075	0.0077	-1.1404	-1.6446	-0.0259	-0.0411	-0.1614	-0.2483
700	-0.0184	-0.0196	-1.3457	-1.7570	-0.0092	-0.0226	-0.0578	-0.1393
800	-0.0169	-0.0164	-0.0988	-0.4579	-0.0129	-0.0242	-0.1118	-0.1772
900	0.0277	0.0280	1.7648	1.4421	-0.0049	-0.0160	-0.0146	-0.0851
1000	0.0272	0.0270	1.1525	0.8166	-0.0091	-0.0186	-0.0626	-0.1188

จากตารางที่ 4.35 การเปรียบเทียบค่าความเอนเอียงระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 3$, $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่าค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=300,800,1000

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=100,900,1000

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.36 ตารางการเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ α = 3 , β = 0.1

ความเอนเอียง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	|BIAS| เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.042		
	B	0.044		
	J - B	-0.002	-1.317	0.220
ความแปรปรวน	J	1.802		
	B	2.135		
	J - B	-0.333	-1.362	0.206
ความเบ้	J	0.029		
	B	0.052		
	J - B	-0.023	-4.287	0.002
ความโด่ง	J	0.175		
	B	0.295		
	J - B	-0.120	-5.412	0.000

[1] สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: |BIAS_J| = |BIAS_B|\ , H_1: |BIAS_J| \neq |BIAS_B|$

จากตารางที่ 4.36 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ α = 3 ,β = 0.1 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

ตารางที่ 4.37 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 4$, $\beta = 0.1$

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	3.9135	3.9872	6121.0900	6049.8450	0.1240	0.1042	2.7261	1.8273
200	1.9820	1.9856	2716.2210	2722.4190	0.0691	0.0625	1.5326	1.2035
300	1.3322	1.3422	1950.4040	1939.3430	0.0527	0.0475	1.3971	1.1225
400	0.9385	0.9402	1299.4570	1308.5020	0.0368	0.0354	0.8698	0.7937
500	0.7165	0.7186	1031.4290	1045.0430	0.0329	0.0309	0.9606	0.8219
600	0.6861	0.6868	911.1864	912.4582	0.0280	0.0264	0.8692	0.7475
700	0.5731	0.5760	785.6500	788.2182	0.0222	0.0208	0.7206	0.6167
800	0.5591	0.5579	720.2161	717.9142	0.0205	0.0194	0.6376	0.5676
900	0.4293	0.4302	633.4628	636.0172	0.0161	0.0156	0.4868	0.4426
1000	0.3929	0.3935	564.1106	564.9410	0.0153	0.0149	0.4300	0.4010

จากตารางที่ 4.37 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 4$, $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง ยกเว้นที่ n=800

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ส่วนใหญ่ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ยกเว้น ที่ n=100,300,800

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.38 ตาราง การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 4$, $\beta = 0.1$

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	MSE เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	1.152		
	B	1.162		
	J - B	-0.009	-1.318	0.220
ความแปรปรวน	J	1673.323		
	B	1668.470		
	J - B	4.853	0.633	0.542
ความเบ้	J	0.042		
	B	0.038		
	J - B	0.004	2.140	0.061
ความโด่ง	J	1.063		
	B	0.854		
	J - B	0.209	2.524	0.033

[1] สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: MSE_J = MSE_B$, $H_1: MSE_J \neq MSE_B$

จากตารางที่ 4.38 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 4$, $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน และความเบ้ พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป มีนัยสำคัญแสดงความแตกต่าง โดยที่ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป มีค่าน้อยกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์

ตารางที่ 4.39 แสดงค่าความเอนเอียงระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 4$, $\beta = 0.1$

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	-0.0931	-0.0932	-3.7630	-7.7344	-0.0637	-0.1193	-0.3429	-0.5780
200	0.0000	-0.0048	0.0404	-2.0789	-0.0478	-0.0789	-0.2696	-0.4131
300	0.0043	-0.0004	-1.9297	-3.2606	-0.0227	-0.0451	-0.1455	-0.2571
400	-0.0288	-0.0290	-0.9682	-1.9495	-0.0272	-0.0440	-0.1739	-0.2545
500	-0.0390	-0.0365	-4.0423	-4.8019	-0.0249	-0.0402	-0.1149	-0.1957
600	-0.0364	-0.0361	-2.1453	-2.8577	-0.0159	-0.0290	-0.0721	-0.1424
700	0.0125	0.0126	-0.8658	-1.4693	-0.0128	-0.0239	-0.0810	-0.1411
800	0.0076	0.0079	0.6099	0.0955	-0.0027	-0.0124	-0.0225	-0.0752
900	-0.0548	-0.0552	-1.4677	-1.9255	-0.0150	-0.0234	-0.0960	-0.1410
1000	0.0311	0.0318	0.0329	-0.3317	-0.0117	-0.0194	-0.0678	-0.1091

จากตารางที่ 4.39 การเปรียบเทียบค่าความเอนเอียงระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 4$, $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่าค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=300,500,600

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง ยกเว้นที่ n=800

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.40 ตารางการเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 4$, $\beta = 0.1$

ความเอนเอียง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	|BIAS| เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.031		
	B	0.031		
	J - B	0.000	0.029	0.978
ความแปรปรวน	J	1.587		
	B	2.651		
	J - B	-1.064	-2.762	0.022
ความเบ้	J	0.024		
	B	0.044		
	J - B	-0.019	-4.121	0.003
ความโด่ง	J	0.139		
	B	0.231		
	J - B	-0.092	-4.915	0.001

[1] สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: |BIAS_J| = |BIAS_B|$, $H_1: |BIAS_J| \neq |BIAS_B|$

จากตารางที่ 4.40 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 4$, $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

สำหรับการประมาณความแปรปรวน และความเบ้ พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป มีนัยสำคัญแสดงความแตกต่าง โดยที่ ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ มีค่าน้อยกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป

ตารางที่ 4.41 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 6$, $\beta = 0.1$

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	5.9119	5.9557	10196.8300	10231.2400	0.1049	0.0930	1.6562	1.1960
200	3.1681	3.1825	5473.2970	5485.4310	0.0576	0.0514	1.1535	0.8814
300	2.0262	2.0319	3596.9280	3551.1590	0.0369	0.0345	0.7243	0.6074
400	1.4659	1.4645	2515.6720	2492.6350	0.0307	0.0283	0.7091	0.5793
500	1.2320	1.2377	2198.8800	2198.0040	0.0224	0.0214	0.4254	0.3855
600	0.9798	0.9800	1770.4980	1766.9420	0.0225	0.0210	0.5077	0.4377
700	0.8025	0.8036	1463.5550	1462.6550	0.0177	0.0171	0.3830	0.3495
800	0.6963	0.6981	1408.7400	1407.4310	0.0159	0.0154	0.3419	0.3114
900	0.7147	0.7154	1260.9610	1257.1330	0.0144	0.0139	0.3339	0.3040
1000	0.5792	0.5799	991.9227	990.3854	0.0116	0.0113	0.2326	0.2199

จากตารางที่ 4.41 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 6$, $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง ยกเว้นที่ n=400

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ส่วนใหญ่ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ยกเว้นที่ n=100,200

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.42 ตารางการเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ α = 6 , β = 0.1

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	MSE เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	1.758		
	B	1.765		
	J - B	-0.007	-1.684	0.127
ความแปรปรวน	J	3087.728		
	B	3084.302		
	J - B	3.427	0.522	0.614
ความเบ้	J	0.033		
	B	0.031		
	J - B	0.003	2.350	0.043
ความโด่ง	J	0.647		
	B	0.527		
	J - B	0.120	2.651	0.026

[1]สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: MSE_J = MSE_B$, $H_1: MSE_J \neq MSE_B$

จากตารางที่ 4.42 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ α = 6 , β = 0.1 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

สำหรับการประมาณความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป มีนัยสำคัญแสดงความแตกต่าง โดยที่ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป มีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์

ตารางที่ 4.43 แสดงค่าความเอนเอียงระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 6$, $\beta = 0.1$

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	-0.0514	-0.0541	-10.3419	-16.2895	-0.0713	-0.1126	-0.3058	-0.4589
200	-0.0709	-0.0725	-3.9164	-6.9162	-0.0235	-0.0495	-0.1280	-0.2404
300	0.1273	0.1285	0.3120	-1.7259	-0.0257	-0.0444	-0.1167	-0.1980
400	0.0285	0.0280	1.8842	0.2642	-0.0176	-0.0319	-0.1077	-0.1741
500	0.0004	0.0000	1.4265	0.2791	-0.0134	-0.0243	-0.0832	-0.1329
600	0.0562	0.0569	0.2651	-0.7655	0.0035	-0.0067	0.0063	-0.0434
700	-0.0301	-0.0271	-3.7246	-4.4731	-0.0107	-0.0192	-0.0501	-0.0895
800	-0.0273	-0.0257	-1.1554	-1.8686	-0.0053	-0.0131	-0.0323	-0.0689
900	-0.0101	-0.0107	-0.8249	-1.4655	-0.0091	-0.0159	-0.0340	-0.0672
1000	-0.0256	-0.0268	0.5790	-0.0883	-0.0091	-0.0150	-0.0737	-0.1015

จากตารางที่ 4.43 การเปรียบเทียบค่าความเอนเอียงระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 6$, $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่าค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=400,500,700,800

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=400,500,1000

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.44 ตารางการเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ α = 6 , β = 0.1

ความเอนเอียง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	|BIAS| เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.043		
	B	0.043		
	J - B	0.000	-0.537	0.604
ความแปรปรวน	J	2.443		
	B	3.414		
	J - B	-0.971	-1.406	0.193
ความเบ้	J	0.019		
	B	0.033		
	J - B	-0.014	-3.887	0.004
ความโด่ง	J	0.094		
	B	0.157		
	J - B	-0.064	-4.913	0.001

[1] สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: |BIAS_J| = |BIAS_B|, H_1: |BIAS_J| \neq |BIAS_B|$

จากตารางที่ 4.44 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ α = 6, β = 0.1 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

ตารางที่ 4.45 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 8$, $\beta = 0.1$

N	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	8.1225	8.2766	16488.1700	16790.1400	0.0972	0.0819	1.5302	1.0294
200	4.1551	4.1654	7654.7750	7654.7760	0.0464	0.0423	0.7392	0.5798
300	2.7257	2.7310	6280.7870	6312.1980	0.0333	0.0313	0.5879	0.4817
400	2.1280	2.1447	4293.5590	4298.2980	0.0246	0.0231	0.4584	0.3914
500	1.4260	1.4328	3962.6970	3961.4770	0.0222	0.0210	0.4158	0.3608
600	1.5128	1.5160	3135.3340	3125.6340	0.0152	0.0145	0.2753	0.2483
700	1.1691	1.1659	2382.6500	2379.7710	0.0170	0.0161	0.3555	0.3127
800	0.8403	0.8404	2368.4280	2371.9530	0.0130	0.0128	0.2364	0.2215
900	0.8281	0.8282	1973.2130	1971.1250	0.0117	0.0114	0.2337	0.2155
1000	0.7611	0.7616	1736.3940	1732.8330	0.0108	0.0104	0.2167	0.2003

จากตารางที่ 4.45 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 8$, $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง ยกเว้นที่ n=700

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของ วิธี บูตสแตรป ยกเว้นที่ n=500,600,700,900,1000

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธีบูตสแตรป ต่ำกว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.46 ตาราง การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 8$, $\beta = 0.1$

ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	MSE เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	2.367		
	B	2.386		
	J - B	-0.019	-1.287	0.230
ความแปรปรวน	J	5027.601		
	B	5059.821		
	J - B	-32.220	-1.068	0.313
ความเบ้	J	0.029		
	B	0.026		
	J - B	0.003	1.833	0.100
ความโด่ง	J	0.505		
	B	0.404		
	J - B	0.101	2.155	0.060

[1]สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: MSE_J = MSE_B$, $H_1: MSE_J \neq MSE_B$

จากตารางที่ 4.46 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 8$, $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

ตารางที่ 4.47 แสดงค่าความเอนเอียงระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 8$, $\beta = 0.1$

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	-0.0474	-0.0242	-7.3228	-14.2712	-0.0277	-0.0677	-0.1279	-0.2787
200	0.1101	0.1124	-5.0419	-9.1710	-0.0174	-0.0395	-0.0806	-0.1714
300	-0.0023	-0.0017	-0.9056	-3.8687	-0.0212	-0.0368	-0.0967	-0.1611
400	-0.0311	-0.0335	-4.3364	-6.3189	-0.0132	-0.0253	-0.0603	-0.1125
500	-0.0759	-0.0765	-0.3667	-1.9001	-0.0041	-0.0145	-0.0131	-0.0593
600	0.0812	0.0860	0.8209	-0.3950	-0.0054	-0.0138	-0.0353	-0.0720
700	-0.0265	-0.0261	-0.8831	-2.0438	-0.0051	-0.0123	-0.0225	-0.0550
800	-0.0149	-0.0146	-2.0429	-3.0094	-0.0151	-0.0212	-0.0694	-0.0960
900	-0.0263	-0.0267	-2.1565	-3.0409	-0.0071	-0.0127	-0.0421	-0.0675
1000	0.0382	0.0381	0.6647	-0.1189	0.0009	-0.0043	0.0124	-0.0117

จากตารางที่ 4.47 การเปรียบเทียบค่าความเอนเอียงระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 8$, $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=100,300,700,800,1000

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า ส่วนใหญ่ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ยกเว้นที่ n=600,1000

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า ค่าความเอนเอียง ของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ ต่ำกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ทุกขนาดตัวอย่าง ยกเว้นที่ n=1000

ตารางที่ 4.48 ตารางการเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ α = 8 , β = 0.1

ความเอนเอียง				
พารามิเตอร์	วิธีประมาณ	|BIAS| เฉลี่ย	t^1	p-value
ค่าเฉลี่ย	J	0.045		
	B	0.044		
	J - B	0.001	0.574	0.580
ความแปรปรวน	J	2.454		
	B	4.414		
	J - B	-1.960	-2.755	0.022
ความเบ้	J	0.012		
	B	0.025		
	J - B	-0.013	-3.779	0.004
ความโด่ง	J	0.056		
	B	0.109		
	J - B	-0.052	-3.912	0.004

[1] สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0: |BIAS_J| = |BIAS_B|, H_1: |BIAS_J| \neq |BIAS_B|$

จากตารางที่ 4.48 การเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานของค่าความเอนเอียง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ α = 8, β = 0.1 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง

สำหรับการประมาณความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ และ ค่าความเอนเอียง ของวิธีบูตสแตรป มีนัยสำคัญแสดงความแตกต่าง โดยที่ ค่าความเอนเอียงของวิธีแจ็คไนฟ์ มีค่าน้อยกว่า ค่าความเอนเอียงของวิธีบูตสแตรป

4.2 การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วง

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป โดยจะประมาณพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน ค่าความเบ้ และค่าความโด่งของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ ปลอมปน การแจกแจงชี้กำลัง และการแจกแจงแกมมา เมื่อขนาดตัวอย่างสุ่มเป็น 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 และ 1,000 ในการศึกษาครั้งนี้ ทำการจำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล เขียนด้วยโปรแกรม R โดยการจำลองในแต่ละสถานการณ์จะกระทำซ้ำ 500 รอบ โดยจะพิจารณาจากการ เปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence Coefficient) ซึ่งผลการวิจัยได้นำเสนอในตารางที่ 4.49 - 4.60 ดังต่อไปนี้

4.2.1 การแจกแจงแบบปกติ ปลอมปน กำหนดให้ข้อมูล มีค่าเฉลี่ย (μ) เท่ากับ 0 พารามิเตอร์ที่กำหนดค่าความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ 25 เปอร์เซ็นต์การปลอมปน (p) เท่ากับ 10%, 30% และ สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5,10 นำเสนอในตารางที่ 4.49 - 4.52

4.2.2 การแจกแจงชี้กำลัง กำหนดให้ข้อมูล มีค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1, 0.5, 1 และ 1.5 นำเสนอในตารางที่ 4.53 - 4.56

4.2.3 การแจกแจงแกมมา กำหนดให้ข้อมูล มี ค่าพารามิเตอร์ α เท่ากับ 3, 4, 6 และ 8 ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1 นำเสนอในตารางที่ 4.57 - 4.60

4.2.1 การแจกแจงแบบปกติปลอมปน นำเสนอในตารางที่ 4.49 - 4.52 ดังนี้

ตารางที่ 4.49 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=30% , c=5

N	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.1920	0.9340	0.1060	0.8980	0.0860	0.8960	0.0940	0.8180
200	0.1320	0.9360	0.0940	0.9140	0.0340	0.8920	0.0780	0.8600
300	0.1120	0.9400	0.0780	0.9240	0.0280	0.9180	0.0660	0.8340
400	0.1020	0.9440	0.0700	0.9220	0.0340	0.9240	0.0360	0.8500
500	0.0820	0.9620	0.0540	0.9380	0.0160	0.9340	0.0440	0.8820
600	0.0800	0.9440	0.0340	0.9300	0.0200	0.9400	0.0360	0.8860
700	0.0620	0.9360	0.0560	0.9580	0.0220	0.9280	0.0340	0.8700
800	0.0920	0.9380	0.0560	0.9360	0.0120	0.9300	0.0320	0.8800
900	0.0660	0.9380	0.0580	0.9480	0.0180	0.9340	0.0380	0.9220
1000	0.0600	0.9540	0.0440	0.9420	0.0180	0.9380	0.0380	0.9140

จากตารางที่ 4.49 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=30% , c=5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีบูตสแตรป สูงกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่างในทุกๆค่าประมาณพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.50 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=30% , c=10

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.1720	0.9240	0.1000	0.8400	0.0780	0.8960	0.1340	0.9660
200	0.1480	0.9360	0.0920	0.9120	0.0480	0.9180	0.0680	0.9220
300	0.0960	0.9300	0.0640	0.9120	0.0340	0.9220	0.0480	0.9400
400	0.0920	0.9300	0.0800	0.9260	0.0160	0.9120	0.0400	0.9260
500	0.0960	0.9360	0.0660	0.9320	0.0200	0.9320	0.0440	0.9180
600	0.0800	0.9500	0.0520	0.9480	0.0160	0.9420	0.0300	0.8840
700	0.0820	0.9520	0.0640	0.9440	0.0200	0.9400	0.0180	0.8580
800	0.0740	0.9400	0.0220	0.9440	0.0220	0.9200	0.0280	0.8440
900	0.0620	0.9460	0.0560	0.9640	0.0200	0.9060	0.0220	0.8240
1000	0.0540	0.9460	0.0260	0.9340	0.0240	0.9440	0.0180	0.7920

จากตารางที่ 4.50 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=30% , c=10 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีบูตสแตรป สูงกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่างในทุกๆค่าประมาณพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.51 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=10% , c=5

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.1500	0.9260	0.1220	0.8120	0.0220	0.8540	0.0500	0.8920
200	0.1080	0.9400	0.0620	0.8920	0.0180	0.8880	0.0140	0.7400
300	0.0720	0.9400	0.0440	0.9260	0.0040	0.9140	0.0000	0.4940
400	0.0580	0.9400	0.0540	0.9000	0.0020	0.9060	0.0000	0.2800
500	0.0820	0.9660	0.0220	0.9020	0.0060	0.9280	0.0000	0.1700
600	0.0620	0.9360	0.0400	0.9220	0.0100	0.9140	0.0000	0.0760
700	0.0480	0.9500	0.0420	0.9220	0.0120	0.9300	0.0000	0.0340
800	0.0560	0.9440	0.0360	0.9460	0.0080	0.9160	0.0000	0.0140
900	0.0300	0.9420	0.0260	0.9140	0.0080	0.9060	0.0000	0.0060
1000	0.0380	0.9340	0.0220	0.9420	0.0020	0.9300	0.0000	0.0020

จากตารางที่ 4.51 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=10% , c=5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีบูตสแตรป สูงกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่างในทุกๆค่าประมาณพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.52 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=10% , c=10

N	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.1460	0.9160	0.0720	0.7980	0.0220	0.8660	0.0040	0.5320
200	0.0980	0.9200	0.0700	0.8680	0.0100	0.8680	0.0000	0.0200
300	0.0680	0.9280	0.0620	0.9140	0.0020	0.9120	0.0000	0.0020
400	0.0740	0.9420	0.0420	0.9320	0.0160	0.9180	0.0000	0.0000
500	0.0800	0.9640	0.0280	0.9120	0.0140	0.9120	0.0000	0.0000
600	0.0580	0.9600	0.0420	0.9380	0.0040	0.9400	0.0000	0.0000
700	0.0600	0.9300	0.0320	0.9360	0.0020	0.9020	0.0000	0.0000
800	0.0480	0.9420	0.0480	0.9320	0.0060	0.9300	0.0000	0.0000
900	0.0420	0.9500	0.0300	0.9280	0.0020	0.9240	0.0000	0.0000
1000	0.0540	0.9460	0.0220	0.9480	0.0020	0.9220	0.0000	0.0000

จากตารางที่ 4.52 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่า p=10% , c=10 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีบูตสแตรป สูงกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่างในทุกๆค่าประมาณพารามิเตอร์

4.2.2 การแจกแจงชี้กำลัง นำเสนอในตารางที่ 4.53 - 4.56 ดังนี้

ตารางที่ 4.53 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\beta = 0.1$

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.1340	0.9120	0.0900	0.8240	0.0460	0.6360	0.0460	0.4940
200	0.0900	0.9140	0.0740	0.8640	0.0380	0.6780	0.0380	0.5480
300	0.0860	0.9320	0.0520	0.8740	0.0520	0.7340	0.0200	0.5960
400	0.0960	0.9380	0.0320	0.8940	0.0280	0.7440	0.0240	0.6360
500	0.0520	0.9520	0.0380	0.9240	0.0180	0.7680	0.0200	0.6800
600	0.0420	0.9320	0.0460	0.9320	0.0360	0.7840	0.0200	0.6800
700	0.0720	0.9540	0.0400	0.9240	0.0180	0.8160	0.0160	0.7060
800	0.0480	0.9360	0.0340	0.9260	0.0180	0.8200	0.0180	0.7160
900	0.0460	0.9440	0.0420	0.9460	0.0320	0.8400	0.0140	0.7460
1000	0.0360	0.9400	0.0320	0.9220	0.0300	0.8300	0.0100	0.7280

จากตารางที่ 4.53 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีบูตสแตรป สูงกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่างในทุกๆค่าประมาณพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.54 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 0.5

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.1220	0.9320	0.0820	0.8600	0.0520	0.6580	0.0520	0.5060
200	0.0860	0.9460	0.0760	0.8820	0.0540	0.7500	0.0460	0.6100
300	0.0880	0.9400	0.0700	0.8960	0.0280	0.7560	0.0420	0.6080
400	0.0840	0.9520	0.0540	0.9300	0.0400	0.7860	0.0280	0.6660
500	0.0640	0.9260	0.0420	0.9060	0.0420	0.7900	0.0200	0.6840
600	0.0540	0.9520	0.0400	0.9240	0.0200	0.8300	0.0120	0.7060
700	0.0600	0.9620	0.0340	0.9340	0.0200	0.8060	0.0160	0.7000
800	0.0540	0.9520	0.0340	0.9480	0.0160	0.8440	0.0180	0.7280
900	0.0420	0.9620	0.0320	0.9160	0.0220	0.8200	0.0280	0.7280
1000	0.0540	0.9340	0.0380	0.9300	0.0260	0.8220	0.0220	0.7320

จากตารางที่ 4.54 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 0.5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีบูตสแตรป สูงกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่างในทุกๆค่าประมาณพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.55 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 1

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.1540	0.9320	0.1060	0.8380	0.0540	0.6440	0.0280	0.5020
200	0.1060	0.9340	0.0660	0.8840	0.0300	0.6820	0.0340	0.5380
300	0.0740	0.9380	0.0420	0.9000	0.0380	0.7300	0.0340	0.6340
400	0.0540	0.9500	0.0480	0.9040	0.0320	0.7800	0.0200	0.6420
500	0.0680	0.9440	0.0580	0.9220	0.0280	0.7900	0.0180	0.7020
600	0.0620	0.9460	0.0380	0.9120	0.0300	0.8200	0.0080	0.6860
700	0.0580	0.9300	0.0280	0.9400	0.0120	0.8280	0.0140	0.7060
800	0.0580	0.9220	0.0480	0.9100	0.0200	0.8040	0.0060	0.6860
900	0.0480	0.9420	0.0400	0.9320	0.0160	0.8160	0.0200	0.7220
1000	0.0520	0.9480	0.0360	0.9140	0.0200	0.8420	0.0120	0.7400

จากตารางที่ 4.55 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 1 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีบูตสแตรป สูงกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่างในทุกๆค่าประมาณพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.56 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 1.5

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.1560	0.9240	0.1040	0.8520	0.0500	0.6320	0.0540	0.4980
200	0.0900	0.9300	0.0760	0.8640	0.0600	0.6960	0.0440	0.5580
300	0.0720	0.9380	0.0840	0.9060	0.0280	0.7760	0.0480	0.6480
400	0.1020	0.9320	0.0660	0.9000	0.0420	0.7520	0.0340	0.6520
500	0.0640	0.9320	0.0360	0.9160	0.0300	0.7660	0.0240	0.6600
600	0.0560	0.9400	0.0460	0.9160	0.0300	0.7860	0.0140	0.6880
700	0.0400	0.9540	0.0300	0.9200	0.0380	0.8080	0.0180	0.7160
800	0.0460	0.9400	0.0300	0.9220	0.0120	0.8320	0.0140	0.7260
900	0.0420	0.9360	0.0280	0.9280	0.0160	0.8320	0.0080	0.7320
1000	0.0580	0.9500	0.0180	0.9320	0.0140	0.8340	0.0300	0.7360

จากตารางที่ 4.56 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 1.5 สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีบูตสแตรป สูงกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่างในทุกๆค่าประมาณพารามิเตอร์

4.2.3 การแจกแจงแกมมา นำเสนอในตารางที่ 4.57 - 4.60 ดังนี้

ตารางที่ 4.57 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 3$, $\beta = 0.1$

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.1500	0.9220	0.1160	0.8720	0.0560	0.7640	0.0440	0.6240
200	0.0940	0.9400	0.0900	0.8960	0.0280	0.8060	0.0120	0.6760
300	0.1040	0.9600	0.0720	0.9120	0.0380	0.8360	0.0340	0.7100
400	0.0620	0.9360	0.0560	0.9060	0.0260	0.7700	0.0180	0.6720
500	0.0660	0.9480	0.0540	0.9320	0.0180	0.8480	0.0180	0.7480
600	0.0660	0.9500	0.0400	0.9300	0.0200	0.8960	0.0140	0.7760
700	0.0620	0.9380	0.0380	0.9320	0.0160	0.8820	0.0220	0.7940
800	0.0500	0.9320	0.0460	0.9340	0.0160	0.8740	0.0240	0.7740
900	0.0380	0.9460	0.0500	0.9420	0.0200	0.8880	0.0140	0.8040
1000	0.0460	0.9420	0.0380	0.9360	0.0120	0.8920	0.0160	0.8160

จากตารางที่ 4.57 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 3$, $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีบูตสแตรป สูงกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่างในทุกๆค่าประมาณพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.58 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 4$, $\beta = 0.1$

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.1540	0.9160	0.1080	0.8440	0.0700	0.7820	0.0600	0.6300
200	0.1040	0.9280	0.0860	0.9320	0.0300	0.8280	0.0340	0.6920
300	0.0840	0.9380	0.0900	0.9180	0.0320	0.8460	0.0280	0.7340
400	0.0640	0.9420	0.0440	0.9320	0.0380	0.8420	0.0200	0.7180
500	0.0780	0.9520	0.0500	0.9240	0.0180	0.8440	0.0160	0.7500
600	0.0700	0.9340	0.0440	0.9320	0.0240	0.8680	0.0140	0.7700
700	0.0560	0.9520	0.0200	0.9320	0.0220	0.9000	0.0180	0.7960
800	0.0500	0.9400	0.0340	0.9280	0.0200	0.9020	0.0160	0.8240
900	0.0560	0.9520	0.0400	0.9220	0.0080	0.9100	0.0180	0.8140
1000	0.0460	0.9460	0.0280	0.9340	0.0320	0.8900	0.0260	0.8000

จากตารางที่ 4.58 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 4$, $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีบูตสแตรป สูงกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่างในทุกๆค่าประมาณพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.59 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 6$, $\beta = 0.1$

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.1420	0.9380	0.1160	0.8660	0.0680	0.7960	0.0640	0.6500
200	0.1160	0.9240	0.0800	0.9140	0.0480	0.8720	0.0460	0.7380
300	0.0940	0.9520	0.0760	0.9180	0.0460	0.8600	0.0460	0.7580
400	0.0700	0.9440	0.0580	0.9400	0.0300	0.8920	0.0280	0.7700
500	0.0600	0.9340	0.0420	0.9320	0.0320	0.8820	0.0260	0.7940
600	0.0540	0.9440	0.0400	0.9420	0.0320	0.9060	0.0260	0.8260
700	0.0640	0.9600	0.0560	0.9460	0.0160	0.8920	0.0160	0.8000
800	0.0420	0.9520	0.0520	0.9420	0.0160	0.8960	0.0220	0.8300
900	0.0420	0.9400	0.0540	0.9380	0.0240	0.9020	0.0240	0.8280
1000	0.0660	0.9400	0.0300	0.9540	0.0080	0.9080	0.0200	0.8360

จากตารางที่ 4.59 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 6$, $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีบูตสแตรป สูงกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่างในทุกๆค่าประมาณพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.60 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 8$, $\beta = 0.1$

n	ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
	J	B	J	B	J	B	J	B
100	0.1540	0.9260	0.1140	0.8760	0.0800	0.8660	0.0740	0.6920
200	0.1300	0.9220	0.0900	0.9420	0.0440	0.8980	0.0480	0.7640
300	0.1160	0.9360	0.0600	0.9240	0.0320	0.8860	0.0340	0.7740
400	0.0560	0.9380	0.0800	0.9200	0.0220	0.9000	0.0300	0.7900
500	0.0600	0.9560	0.0500	0.9100	0.0240	0.8900	0.0220	0.8040
600	0.0520	0.9300	0.0440	0.9420	0.0180	0.9260	0.0200	0.8400
700	0.0760	0.9460	0.0420	0.9400	0.0340	0.9180	0.0220	0.8540
800	0.0800	0.9660	0.0420	0.9160	0.0200	0.9040	0.0200	0.8140
900	0.0440	0.9560	0.0500	0.9360	0.0180	0.9200	0.0160	0.8240
1000	0.0440	0.9500	0.0340	0.9340	0.0080	0.9320	0.0280	0.8680

จากตารางที่ 4.60 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 8$, $\beta = 0.1$ สามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีบูตสแตรป สูงกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่างในทุกๆค่าประมาณพารามิเตอร์

สรุป

จากการเปรียบเทียบ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence Coefficient) ในตารางที่ 4.49 - 4.60 ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง ระหว่างวิธี แจ็คไนฟ์ กับวิธีบูตสแตรป โดยประมาณพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน ค่าความเบ้ และค่าความโด่งของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ ปลอมปน การแจกแจงชี้กำลัง และการแจกแจงแกมมา เมื่อขนาดตัวอย่างสุ่มเป็น 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 และ 1,000 สรุปได้ว่า

1. เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีบูตสแตรป สูงกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง ในทุกค่าพารามิเตอร์
2. เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีบูตสแตรป สูงกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง ในทุกค่าพารามิเตอร์
3. เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง แกมมา พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ของวิธีบูตสแตรป สูงกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง ในทุกค่าพารามิเตอร์

เนื่องจากค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธี บูตสแตรป จะมีค่ามากกว่าค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกกรณี ทำให้การประมาณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธี บูตสแตรป จะกว้างกว่า การประมาณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธี แจ็คไนฟ์ ทุกกรณี ดังนั้น การประมาณค่าแบบช่วงของพารามิเตอร์ด้วยวิธี บูตสแตรป จะสามารถครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ ได้มากกว่า การประมาณค่าแบบช่วงของพารามิเตอร์ด้วยวิธี แจ็คไนฟ์ ทุกกรณี และเมื่อ ขนาดตัวอย่าง มากขึ้น พบว่าค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณทั้ง 2 วิธี จะมีค่าลดลง

การนำเสนอ ค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และวิธีบูตสแตรป ได้แบ่งการนำเสนอออกตามการแจกแจง และค่า พารามิเตอร์ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

4.2.4 การแจกแจงแบบปกติ ปลอมปน กำหนดให้ข้อมูล มีค่าเฉลี่ย (μ)เท่ากับ 0 พารามิเตอร์ที่กำหนดค่าความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ 25 เปอร์เซ็นต์การปลอมปน (p) เท่ากับ 10%, 30% และ สเกลแฟคเตอร์(c) เท่ากับ 5,10 นำเสนอในตารางที่ 4.61 และรูปที่ 4.1-4.4

4.2.5 การแจกแจงชี้กำลัง กำหนดให้ข้อมูล มีค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1, 0.5, 1 และ 1.5 นำเสนอในตารางที่ 4.62 และรูปที่ 4.5 - 4.8

4.2.6 การแจกแจงแกมมา กำหนดให้ข้อมูล มี ค่าพารามิเตอร์ α เท่ากับ 3, 4, 6 และ 8 ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1 นำเสนอในตารางที่ 4.63 และรูปที่ 4.9 - 4.12

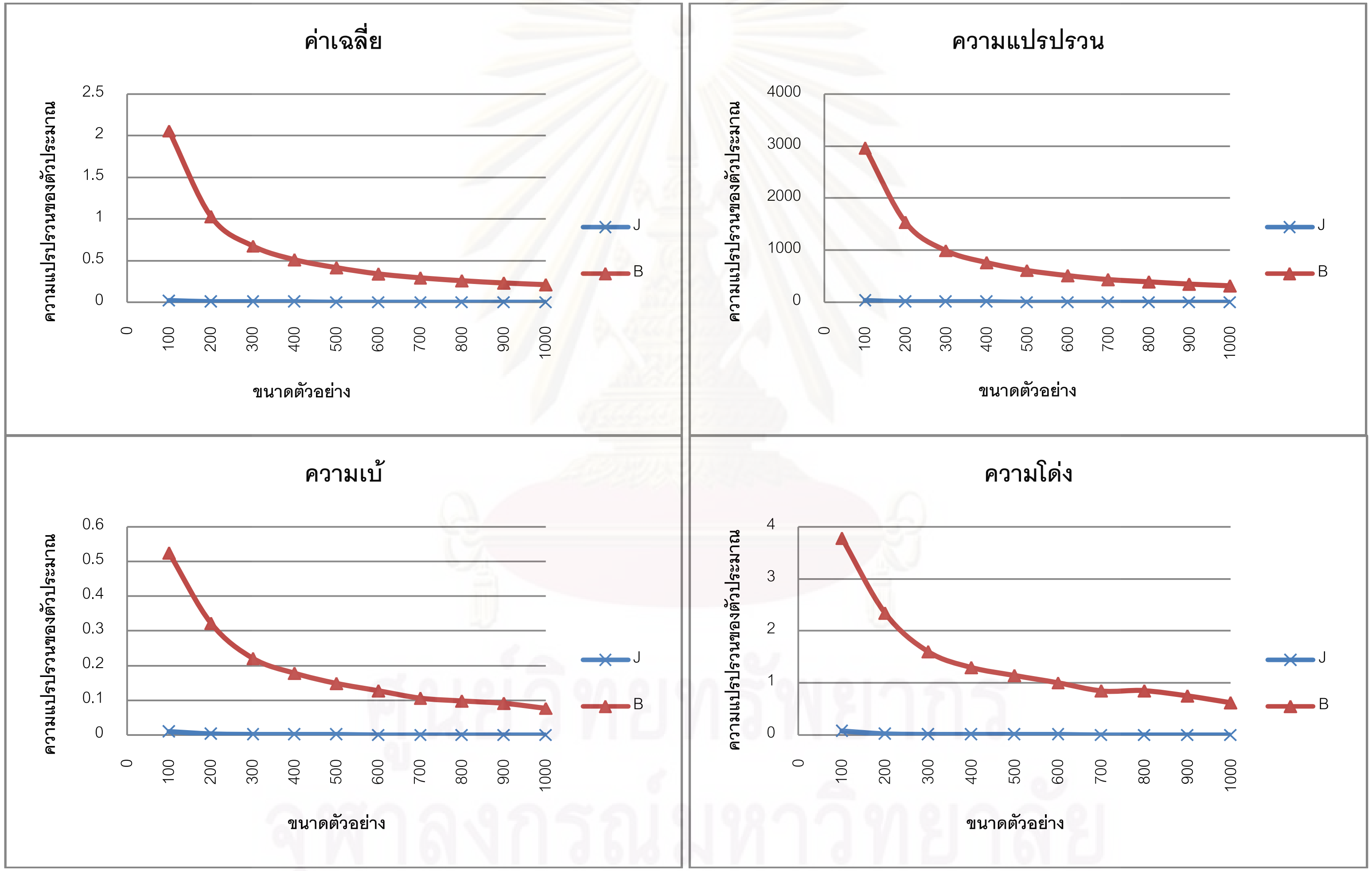
ตารางที่ 4.61 แสดงค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน

p	c	n	ค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณ							
			ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
			J	B	J	B	J	B	J	B
0.3	5	100	0.0211	2.058	31.807	2962.82	0.0091	0.524	0.0685	3.78
		200	0.0052	1.027	7.893	1528.38	0.0022	0.321	0.0175	2.33
		300	0.0023	0.675	3.390	992.87	0.0009	0.220	0.0074	1.59
		400	0.0013	0.511	1.939	761.46	0.0005	0.177	0.0042	1.29
		500	0.0008	0.412	1.242	611.34	0.0003	0.148	0.0029	1.14
		600	0.0006	0.339	0.849	507.96	0.0002	0.127	0.0021	1.00
		700	0.0004	0.293	0.626	435.35	0.0002	0.105	0.0015	0.84
		800	0.0003	0.256	0.488	388.77	0.0001	0.098	0.0013	0.85
		900	0.0003	0.227	0.387	345.59	0.0001	0.091	0.0010	0.74
		1000	0.0002	0.206	0.311	308.63	0.0001	0.077	0.0007	0.61
	10	100	0.0755	7.365	484.120	45813.80	0.0118	0.713	0.0969	6.18
		200	0.0195	3.807	128.613	24799.53	0.0029	0.417	0.0252	3.48
		300	0.0085	2.519	55.578	16270.78	0.0012	0.296	0.0104	2.40
		400	0.0048	1.912	31.840	12550.68	0.0007	0.234	0.0064	2.02
		500	0.0031	1.519	20.098	9921.95	0.0005	0.192	0.0046	1.75
		600	0.0021	1.273	13.971	8331.09	0.0003	0.160	0.0026	1.33
		700	0.0016	1.092	10.337	7165.87	0.0002	0.146	0.0023	1.31
		800	0.0012	0.955	7.874	6240.40	0.0002	0.123	0.0015	1.04
		900	0.0009	0.847	6.142	5488.72	0.0001	0.108	0.0012	0.94
		1000	0.0008	0.761	4.980	4941.41	0.0001	0.101	0.0011	0.91

ตารางที่ 4.61 (ต่อ)

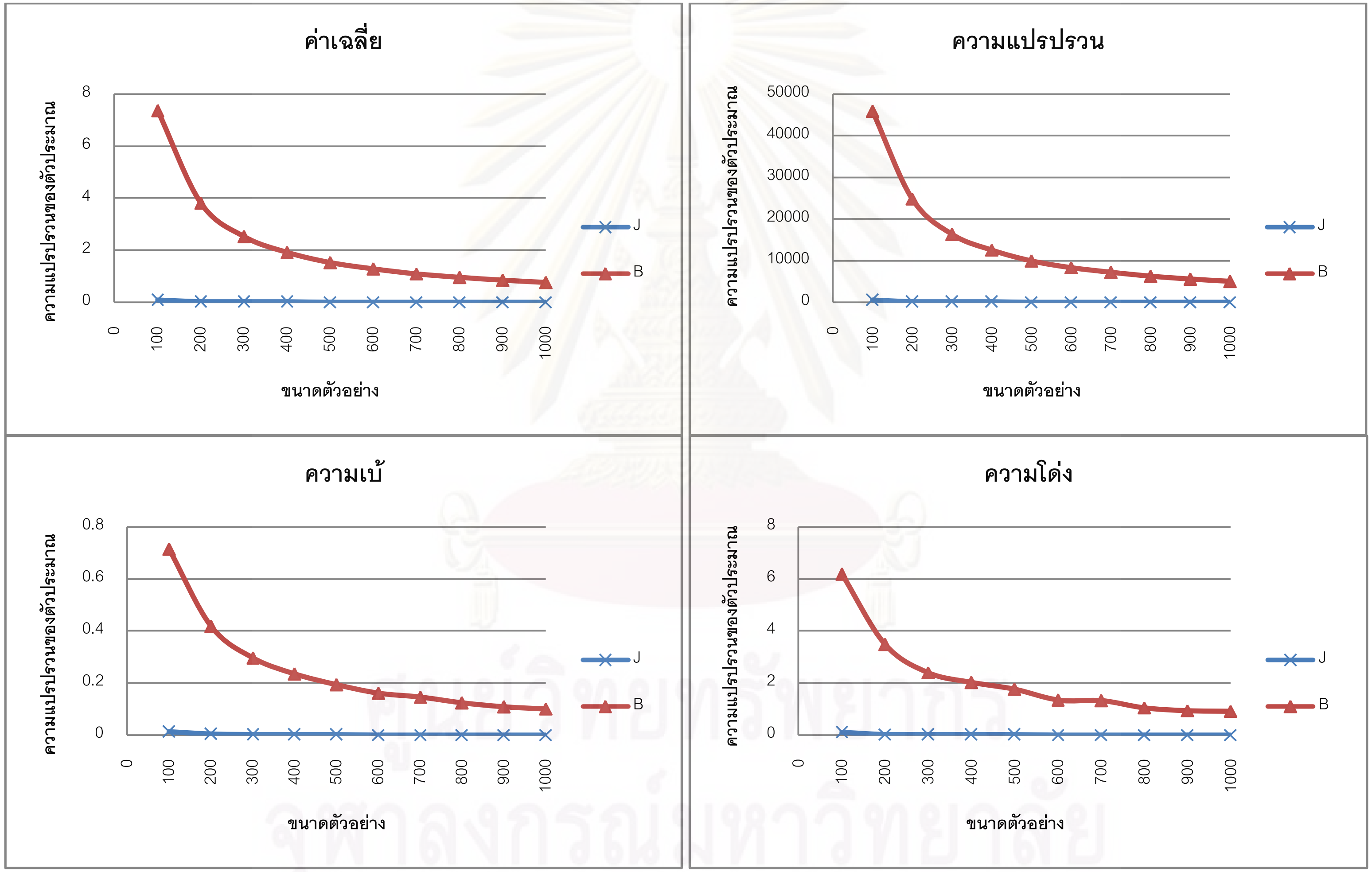
p	c	n	ค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณ							
			ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
			J	B	J	B	J	B	J	B
0.1	5	100	0.0089	0.85	11.96	1114.45	0.0333	1.37	0.5807	21.33
		200	0.0021	0.42	2.86	550.21	0.0125	1.25	0.2184	18.95
		300	0.0010	0.29	1.27	374.59	0.0055	1.01	0.0888	13.92
		400	0.0005	0.21	0.70	274.66	0.0029	0.78	0.0509	11.31
		500	0.0003	0.17	0.45	222.51	0.0019	0.69	0.0299	9.25
		600	0.0002	0.14	0.31	181.82	0.0013	0.60	0.0242	9.02
		700	0.0002	0.12	0.22	151.85	0.0009	0.52	0.0143	6.96
		800	0.0001	0.10	0.17	138.43	0.0008	0.51	0.0155	8.32
		900	0.0001	0.09	0.14	122.47	0.0006	0.44	0.0120	7.14
		1000	0.0001	0.08	0.11	110.99	0.0005	0.41	0.0086	6.23
	10	100	0.0283	2.78	185.46	17424.50	0.0931	3.68	1.3788	62.39
		200	0.0070	1.38	46.08	8856.00	0.0260	2.67	0.4899	50.63
		300	0.0031	0.91	20.43	5974.06	0.0111	2.12	0.2030	38.28
		400	0.0017	0.68	11.47	4504.91	0.0068	1.76	0.1421	33.67
		500	0.0011	0.54	7.02	3464.43	0.0040	1.42	0.0759	25.73
		600	0.0008	0.45	4.95	2928.17	0.0028	1.27	0.0534	22.47
		700	0.0006	0.39	3.75	2593.83	0.0022	1.14	0.0448	21.44
		800	0.0004	0.34	2.89	2287.86	0.0017	1.06	0.0368	20.54
		900	0.0003	0.30	2.23	1992.99	0.0013	0.92	0.0269	17.34
		1000	0.0003	0.27	1.81	1803.45	0.0010	0.81	0.0207	15.19

รูปที่ 4.1 แสดงค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรปเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปนซึ่งมีค่า p=30% , c=5

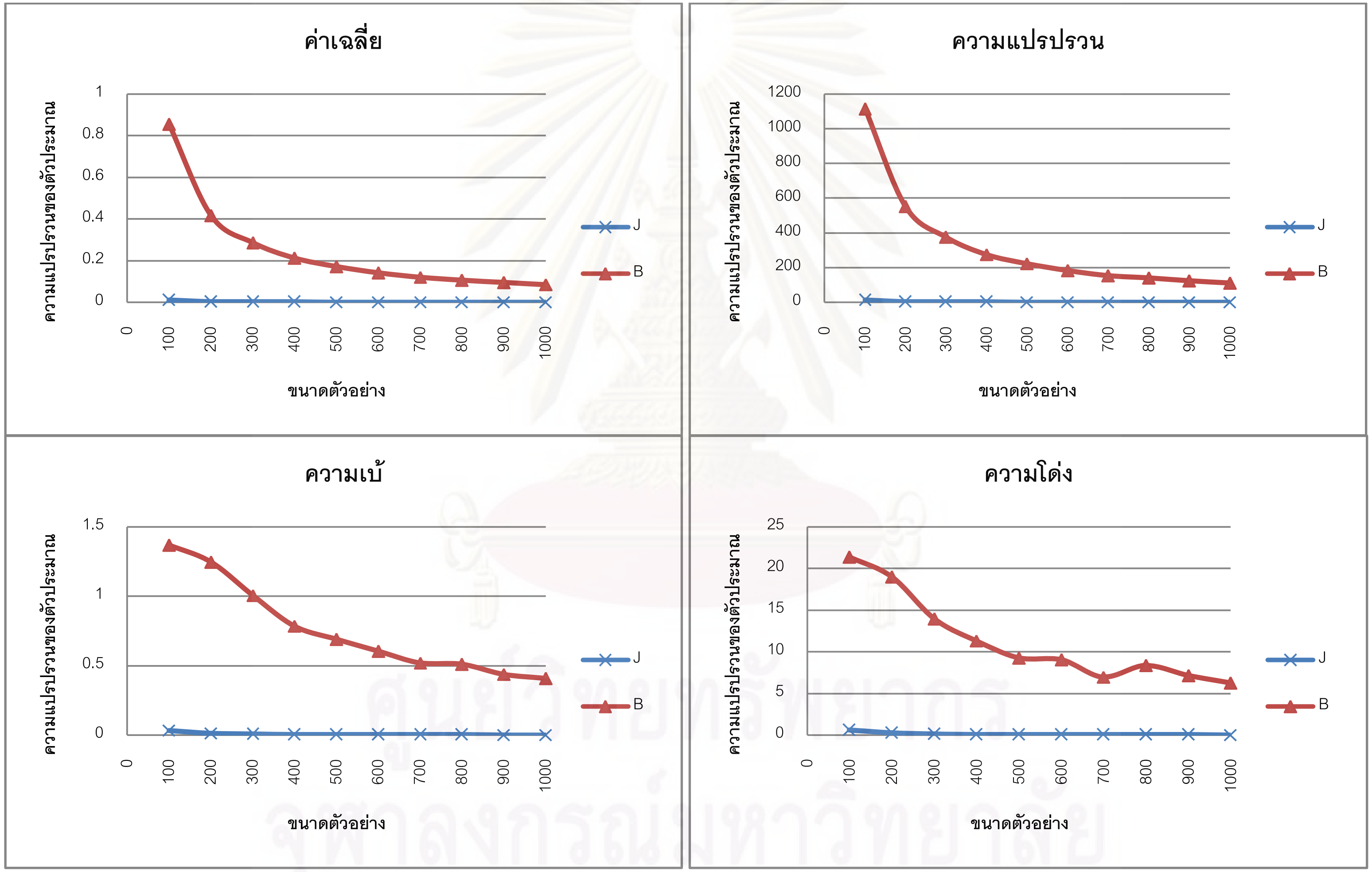


103

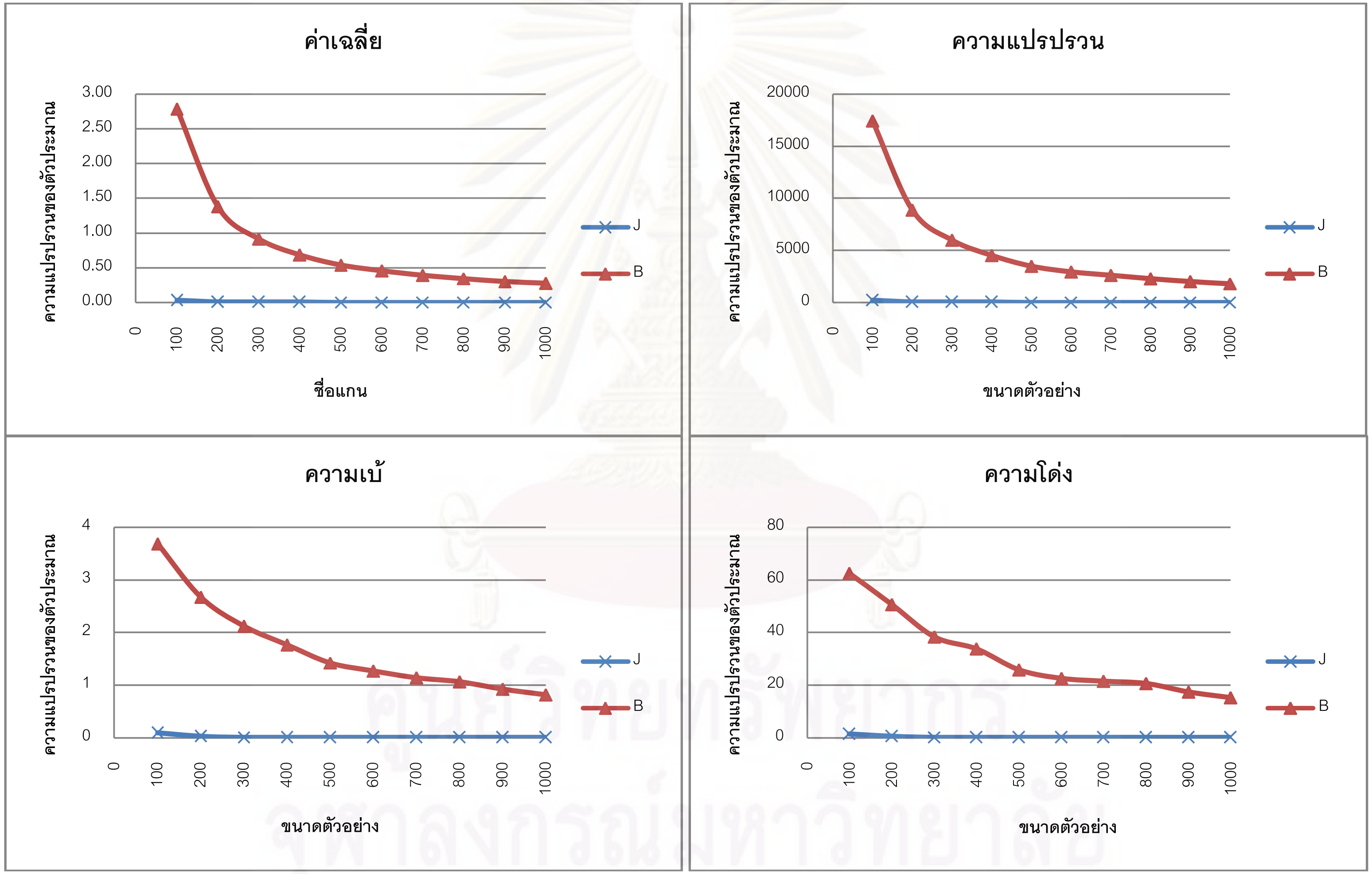
รูปที่ 4.2 แสดงค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรปเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปนซึ่งมีค่า p=30% , c=10



รูปที่ 4.3 แสดงค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรปเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปนซึ่งมีค่า p=10% , c=5



รูปที่ 4.4 แสดงค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรปเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปนซึ่งมีค่า p=10% , c=10



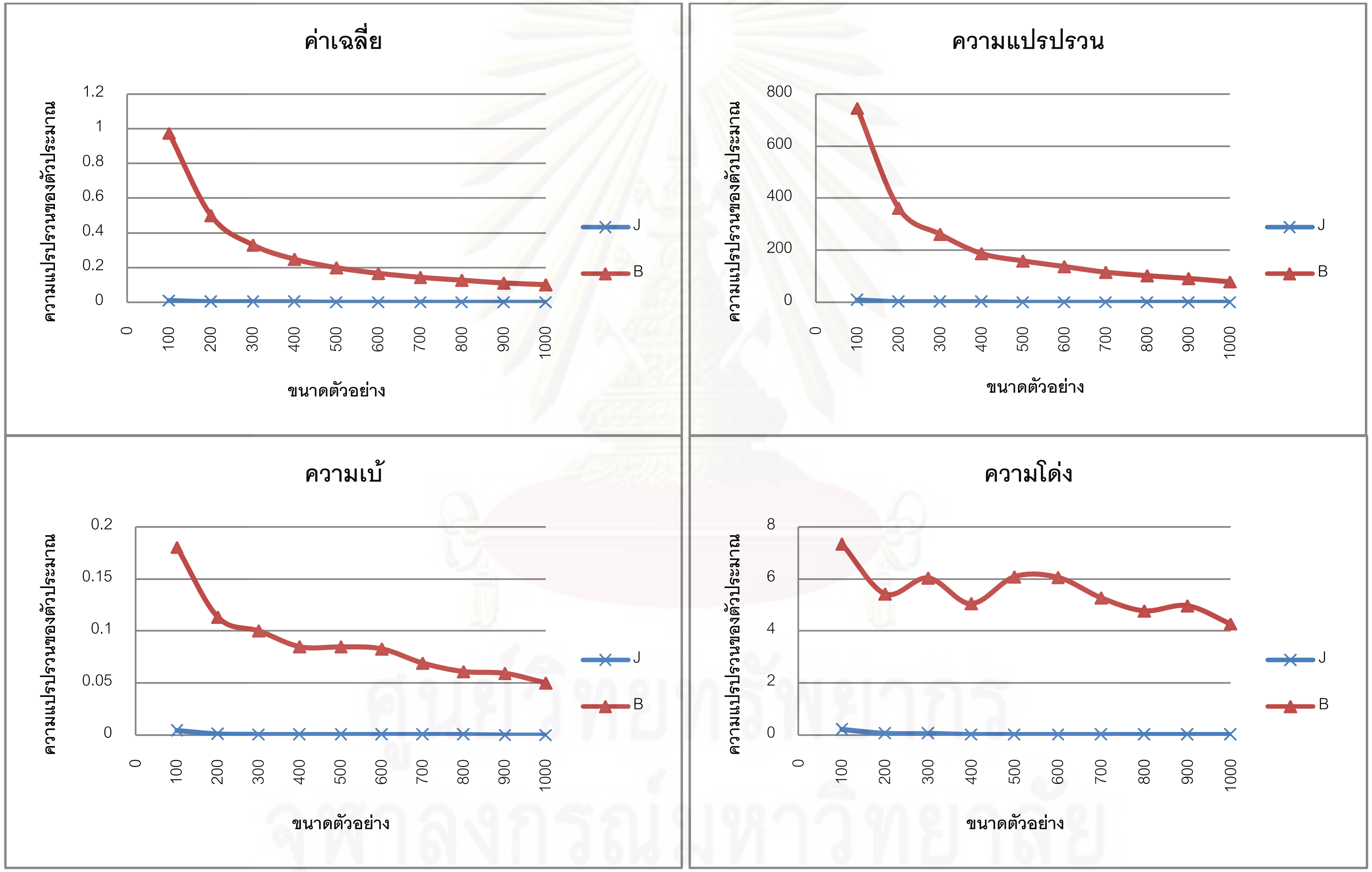
ตารางที่ 4.62 แสดงค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง

β	n	ค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณ							
		ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
		J	B	J	B	J	B	J	B
0.1	100	0.01006	0.9746	8.0344	745.769	0.0041	0.180	0.210	7.34
	200	0.00252	0.4988	1.8739	360.533	0.0010	0.113	0.064	5.42
	300	0.00112	0.3302	0.8843	259.816	0.0006	0.100	0.048	6.03
	400	0.00062	0.2472	0.4750	186.527	0.0003	0.085	0.024	5.04
	500	0.00040	0.1984	0.3212	158.841	0.0003	0.085	0.025	6.08
	600	0.00028	0.1661	0.2294	136.230	0.0002	0.083	0.023	6.75
	700	0.00020	0.1421	0.1667	115.405	0.0001	0.069	0.013	5.26
	800	0.00016	0.1249	0.1264	100.869	0.0001	0.061	0.010	4.76
	900	0.00012	0.1111	0.1020	90.920	0.0001	0.059	0.009	4.96
	1000	0.00010	0.0997	0.0793	78.641	0.0001	0.050	0.007	4.28
0.5	100	0.00042	0.0405	0.0138	1.293	0.0035	0.168	0.170	6.45
	200	0.00010	0.0199	0.0032	0.634	0.0012	0.131	0.082	6.76
	300	0.00004	0.0132	0.0014	0.416	0.0006	0.107	0.047	6.33
	400	0.00003	0.0100	0.0008	0.312	0.0003	0.085	0.025	5.16
	500	0.00002	0.0080	0.0005	0.250	0.0002	0.078	0.019	5.18
	600	0.00001	0.0067	0.0004	0.215	0.0002	0.071	0.014	4.86
	700	0.00001	0.0057	0.0003	0.177	0.0001	0.059	0.010	4.15
	800	0.00001	0.0050	0.0002	0.160	0.0001	0.057	0.009	4.33
	900	0.00000	0.0044	0.0002	0.141	0.0001	0.053	0.007	4.15
	1000	0.00000	0.0040	0.0001	0.123	0.0001	0.045	0.005	3.48

ตารางที่ 4.62 (ต่อ)

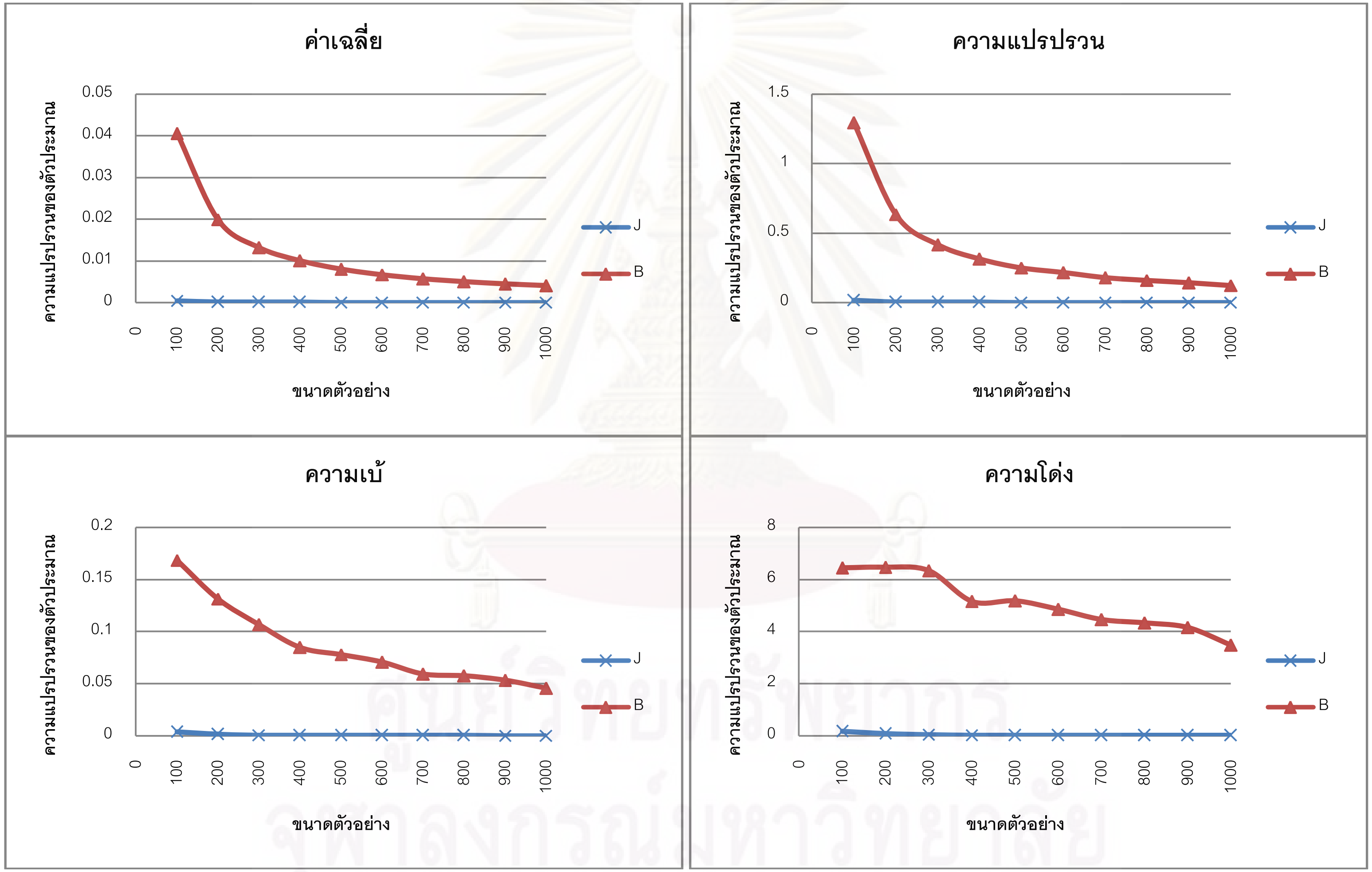
β	n	ค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณ							
		ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
		J	B	J	B	J	B	J	B
1	100	0.00010	0.0102	0.00096	0.088	0.0044	0.192	0.240	8.28
	200	0.00002	0.0049	0.00018	0.035	0.0011	0.119	0.063	5.64
	300	0.00001	0.0033	0.00009	0.026	0.0005	0.093	0.033	5.01
	400	0.00001	0.0025	0.00005	0.019	0.0003	0.086	0.027	5.34
	500	0.00000	0.0020	0.00003	0.016	0.0002	0.073	0.017	4.62
	600	0.00000	0.0017	0.00002	0.013	0.0002	0.068	0.014	4.67
	700	0.00000	0.0014	0.00002	0.011	0.0001	0.061	0.013	4.77
	800	0.00000	0.0013	0.00001	0.010	0.0001	0.057	0.010	4.50
	900	0.00000	0.0011	0.00001	0.009	0.0001	0.058	0.008	4.58
	1000	0.00000	0.0010	0.00001	0.008	0.0001	0.047	0.005	3.41
1.5	100	0.00005	0.0044	0.000156	0.015	0.0038	0.174	0.188	6.75
	200	0.00001	0.0022	0.000038	0.007	0.0013	0.131	0.094	7.02
	300	0.00001	0.0015	0.000018	0.005	0.0006	0.103	0.038	5.65
	400	0.00000	0.0011	0.000010	0.004	0.0004	0.091	0.032	5.94
	500	0.00000	0.0009	0.000006	0.003	0.0003	0.080	0.023	5.61
	600	0.00000	0.0007	0.000004	0.003	0.0002	0.069	0.015	4.89
	700	0.00000	0.0006	0.000003	0.002	0.0002	0.070	0.019	6.18
	800	0.00000	0.0006	0.000003	0.002	0.0001	0.064	0.011	5.20
	900	0.00000	0.0005	0.000002	0.002	0.0001	0.051	0.007	3.78
	1000	0.00000	0.0004	0.000002	0.002	0.0001	0.048	0.006	3.87

รูปที่ 4.5 แสดงค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรปเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\beta = 0.1$

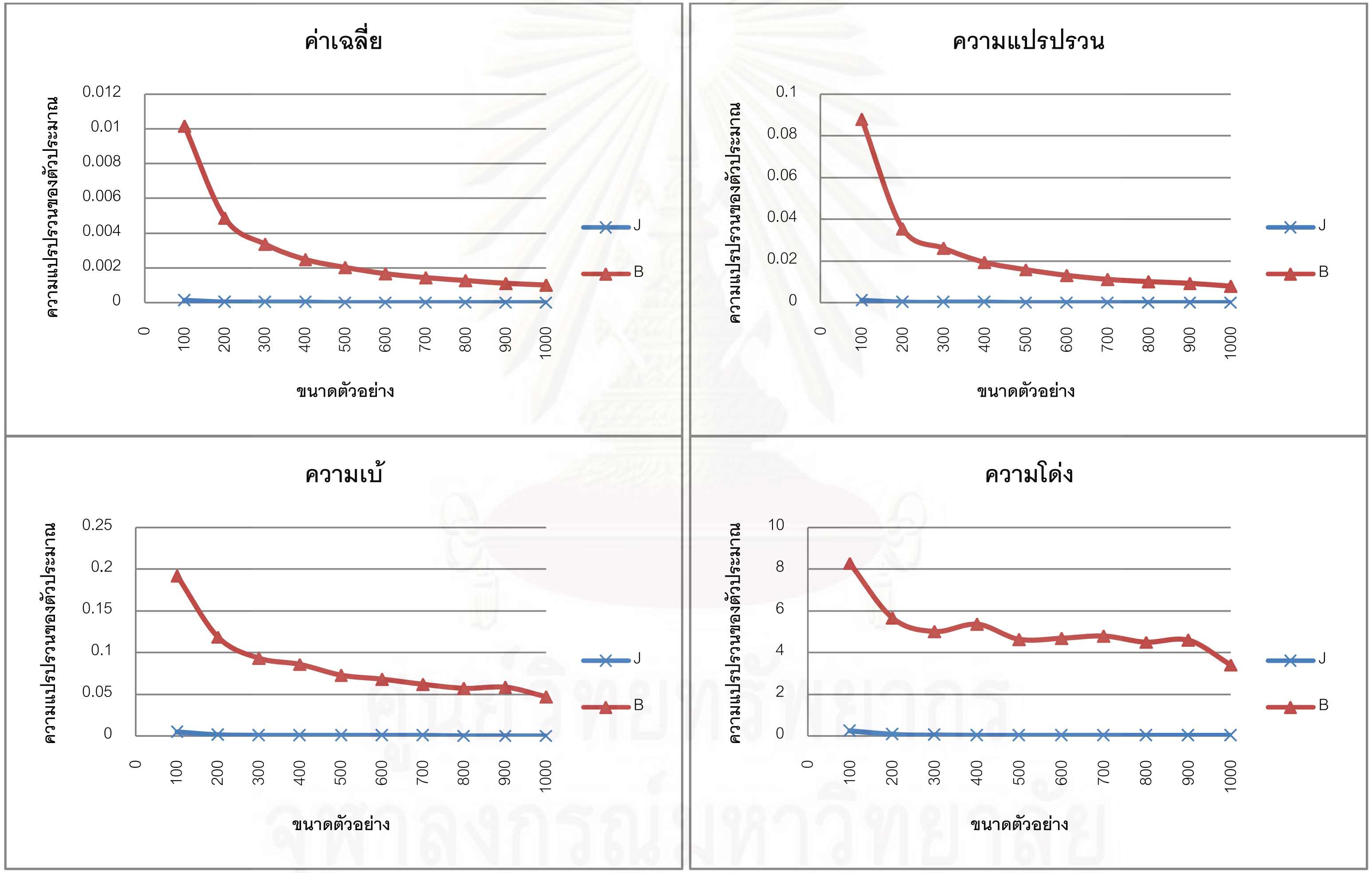


109

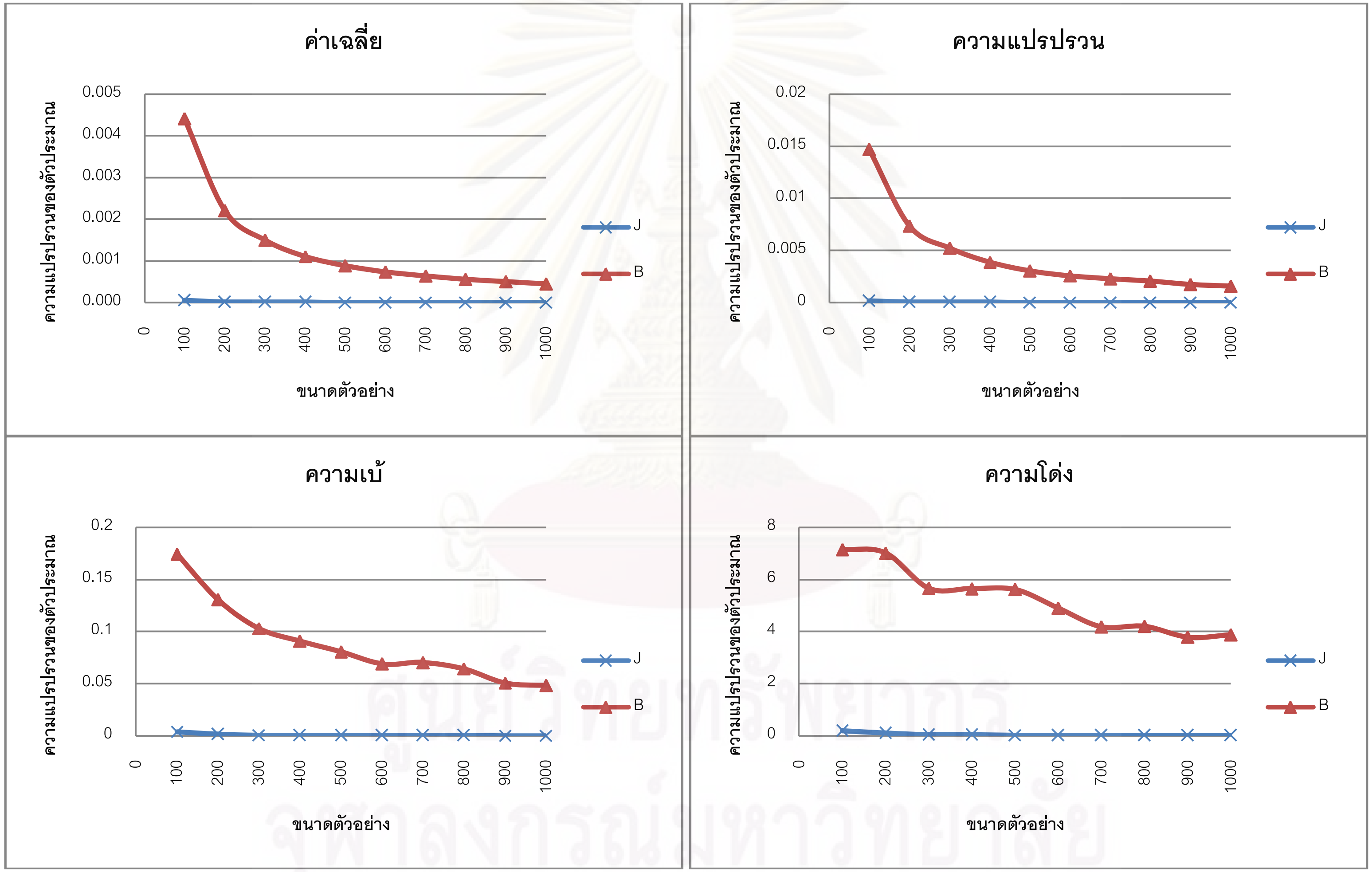
รูปที่ 4.6 แสดงค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรปเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 0.5



รูปที่ 4.7 แสดงค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรปเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 1



รูปที่ 4.8 แสดงค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรปเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β = 1.5



112

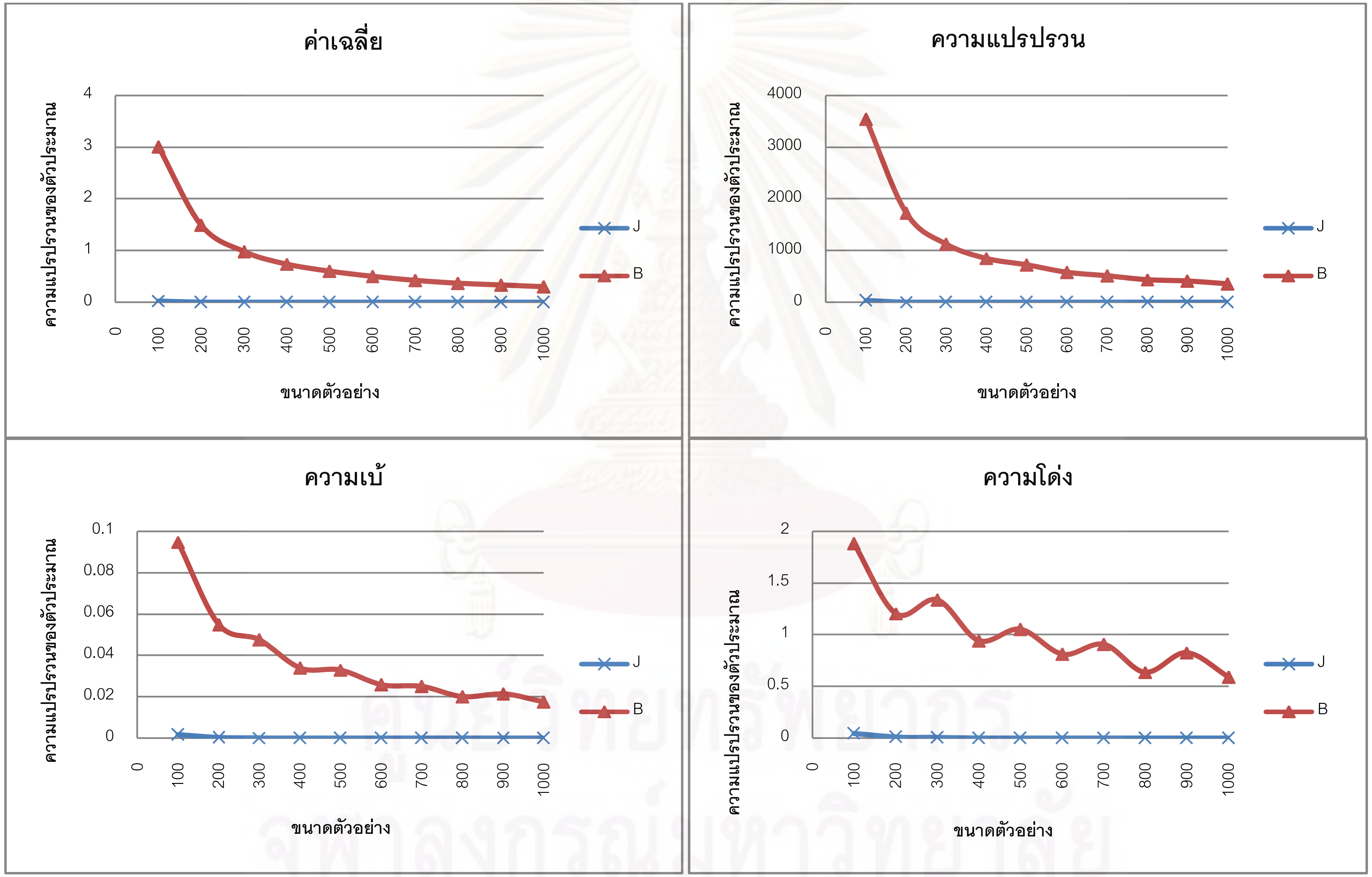
ตารางที่ 4.63 แสดงค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา

α, β	n	ค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณ							
		ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
		J	B	J	B	J	B	J	B
3,0.1	100	0.0311	3.01	37.97	3536.67	0.00175	0.09	0.0477	1.88
	200	0.0076	1.49	8.92	1725.74	0.00040	0.05	0.0108	1.21
	300	0.0033	0.98	3.89	1129.86	0.00023	0.05	0.0081	1.34
	400	0.0019	0.74	2.16	854.30	0.00011	0.03	0.0037	0.94
	500	0.0012	0.60	1.47	727.19	0.00009	0.03	0.0033	1.05
	600	0.0008	0.50	0.98	582.60	0.00005	0.03	0.0020	0.81
	700	0.0006	0.43	0.74	511.58	0.00004	0.03	0.0019	0.91
	800	0.0005	0.37	0.56	442.09	0.00003	0.02	0.0011	0.64
	900	0.0004	0.34	0.46	411.83	0.00003	0.02	0.0013	0.83
	1000	0.0003	0.30	0.36	361.96	0.00002	0.02	0.0008	0.59
4,0.1	100	0.0408	3.95	58.78	5617.61	0.00145	0.08	0.0324	1.37
	200	0.0102	2.00	13.96	2709.05	0.00034	0.05	0.0080	0.89
	300	0.0045	1.33	6.28	1845.42	0.00017	0.04	0.0046	0.83
	400	0.0025	1.00	3.45	1353.36	0.00009	0.03	0.0021	0.59
	500	0.0016	0.79	2.19	1078.03	0.00006	0.03	0.0019	0.65
	600	0.0011	0.66	1.55	917.83	0.00005	0.02	0.0014	0.60
	700	0.0008	0.57	1.14	789.96	0.00003	0.02	0.0011	0.55
	800	0.0006	0.50	0.89	708.55	0.00003	0.02	0.0008	0.48
	900	0.0005	0.44	0.68	605.52	0.00002	0.02	0.0006	0.42
	1000	0.0004	0.40	0.56	554.92	0.00002	0.01	0.0005	0.37

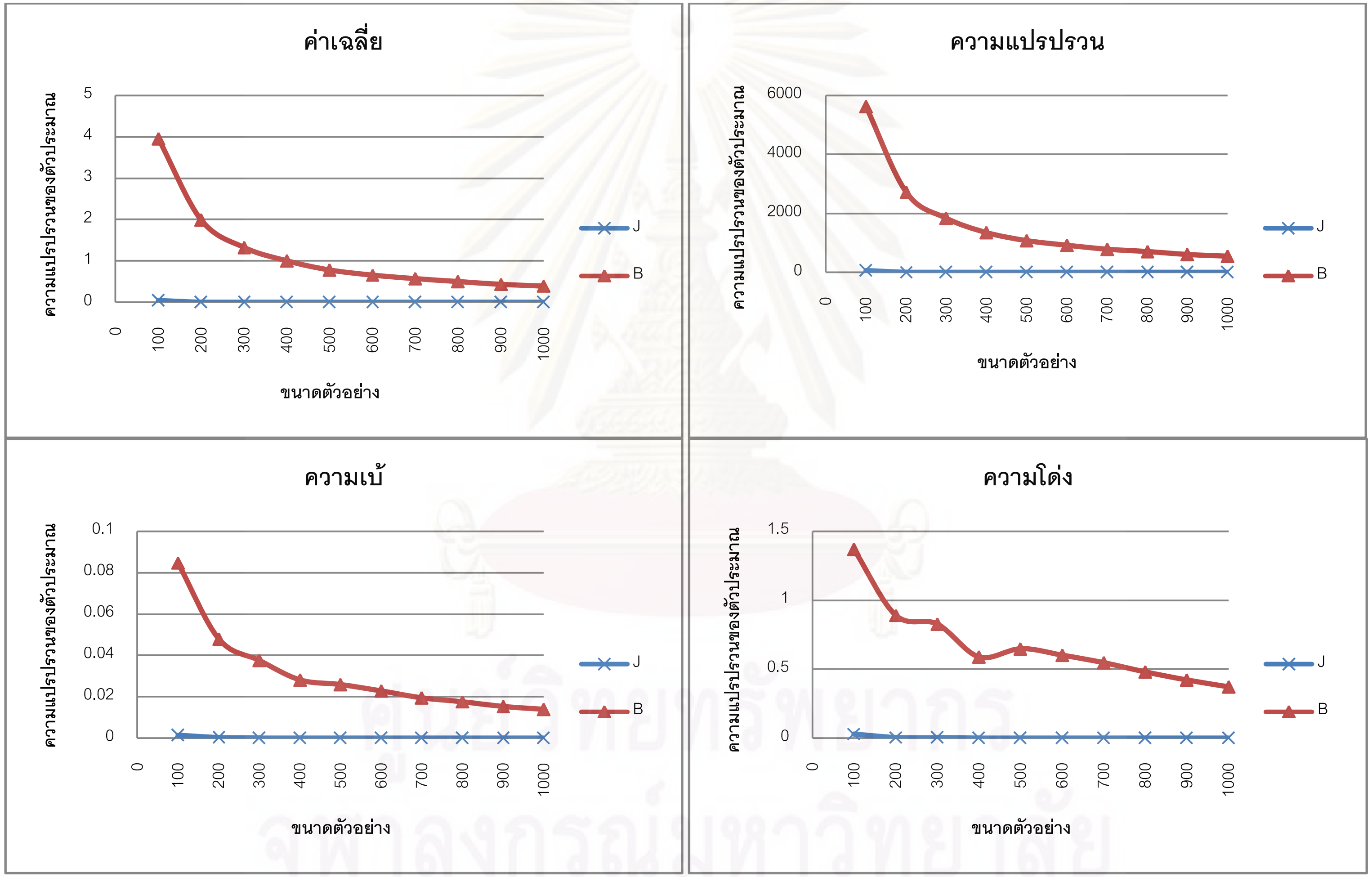
ตารางที่ 4.63 (ต่อ)

α, β	n	ค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณ							
		ค่าเฉลี่ย		ความแปรปรวน		ความเบ้		ความโด่ง	
		J	B	J	B	J	B	J	B
6,0.1	100	0.0608	5.91	106.18	9996.09	0.00109	0.07	0.0186	0.83
	200	0.0151	2.98	27.16	5216.34	0.00030	0.04	0.0062	0.68
	300	0.0067	2.00	12.09	3545.44	0.00013	0.03	0.0026	0.52
	400	0.0038	1.51	6.77	2660.77	0.00008	0.02	0.0019	0.48
	500	0.0024	1.21	4.33	2136.26	0.00005	0.02	0.0009	0.34
	600	0.0017	1.00	3.08	1823.38	0.00004	0.02	0.0008	0.37
	700	0.0012	0.85	2.18	1512.57	0.00003	0.02	0.0005	0.30
	800	0.0009	0.75	1.69	1348.54	0.00002	0.01	0.0005	0.30
	900	0.0007	0.66	1.34	1196.97	0.00002	0.01	0.0004	0.27
	1000	0.0006	0.60	1.07	1058.96	0.00001	0.01	0.0002	0.20
8,0.1	100	0.0817	8.00	184.69	17481.63	0.00112	0.07	0.0175	0.79
	200	0.0202	3.96	44.63	8667.37	0.00027	0.04	0.0046	0.52
	300	0.0090	2.67	19.58	5726.26	0.00012	0.03	0.0021	0.40
	400	0.0050	1.98	10.99	4308.19	0.00007	0.02	0.0012	0.34
	500	0.0032	1.60	7.19	3559.26	0.00004	0.02	0.0009	0.31
	600	0.0022	1.33	4.94	2934.27	0.00003	0.02	0.0005	0.24
	700	0.0016	1.14	3.62	2509.62	0.00002	0.01	0.0005	0.25
	800	0.0013	1.00	2.71	2157.49	0.00002	0.01	0.0003	0.19
	900	0.0010	0.89	2.16	1925.03	0.00001	0.01	0.0003	0.19
	1000	0.0008	0.80	1.79	1778.33	0.00001	0.01	0.0002	0.19

รูปที่ 4.9 แสดงค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรปเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 3$, $\beta = 0.1$

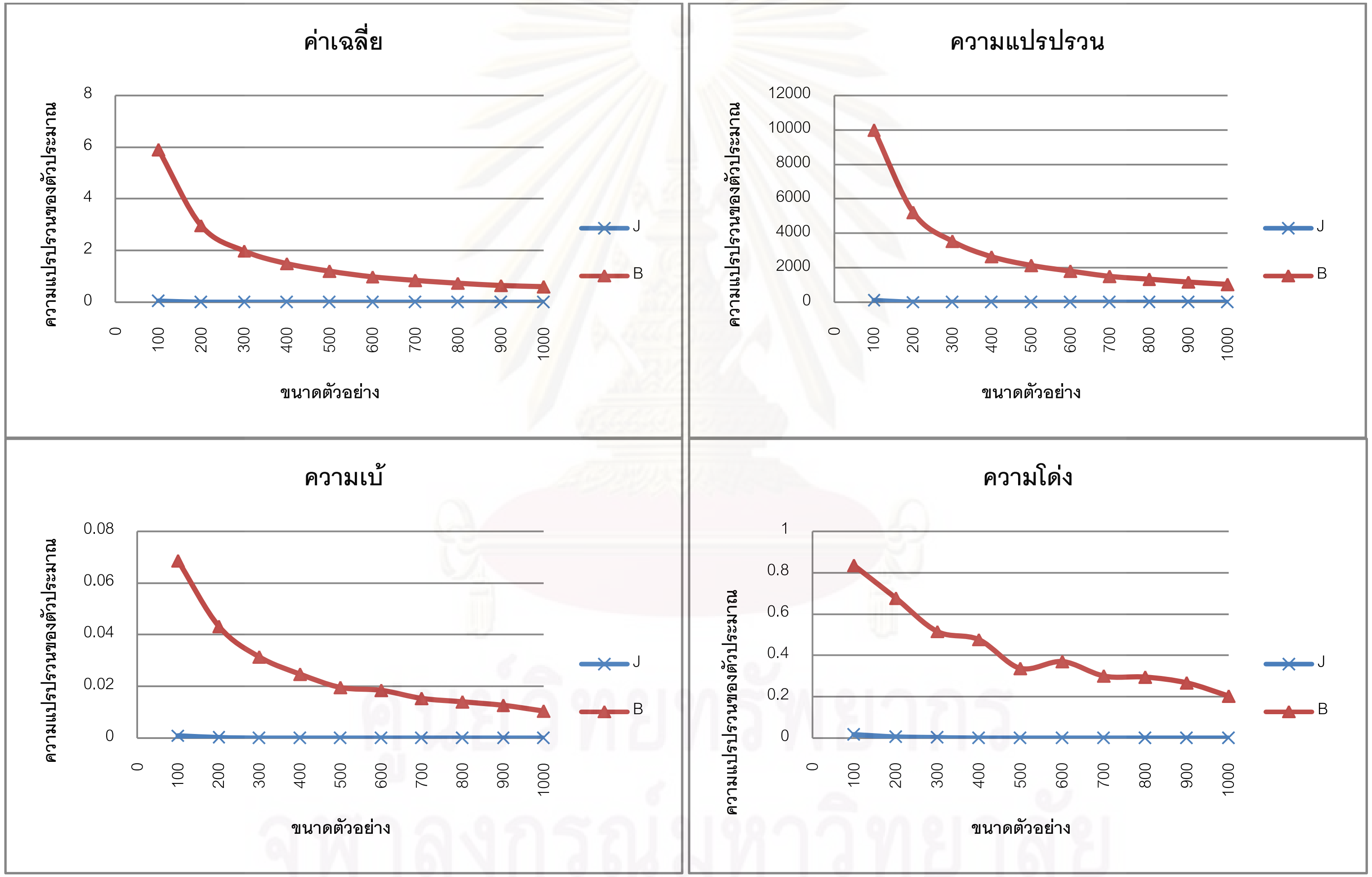


รูปที่ 4.10 แสดงค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรปเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 4$, $\beta = 0.1$



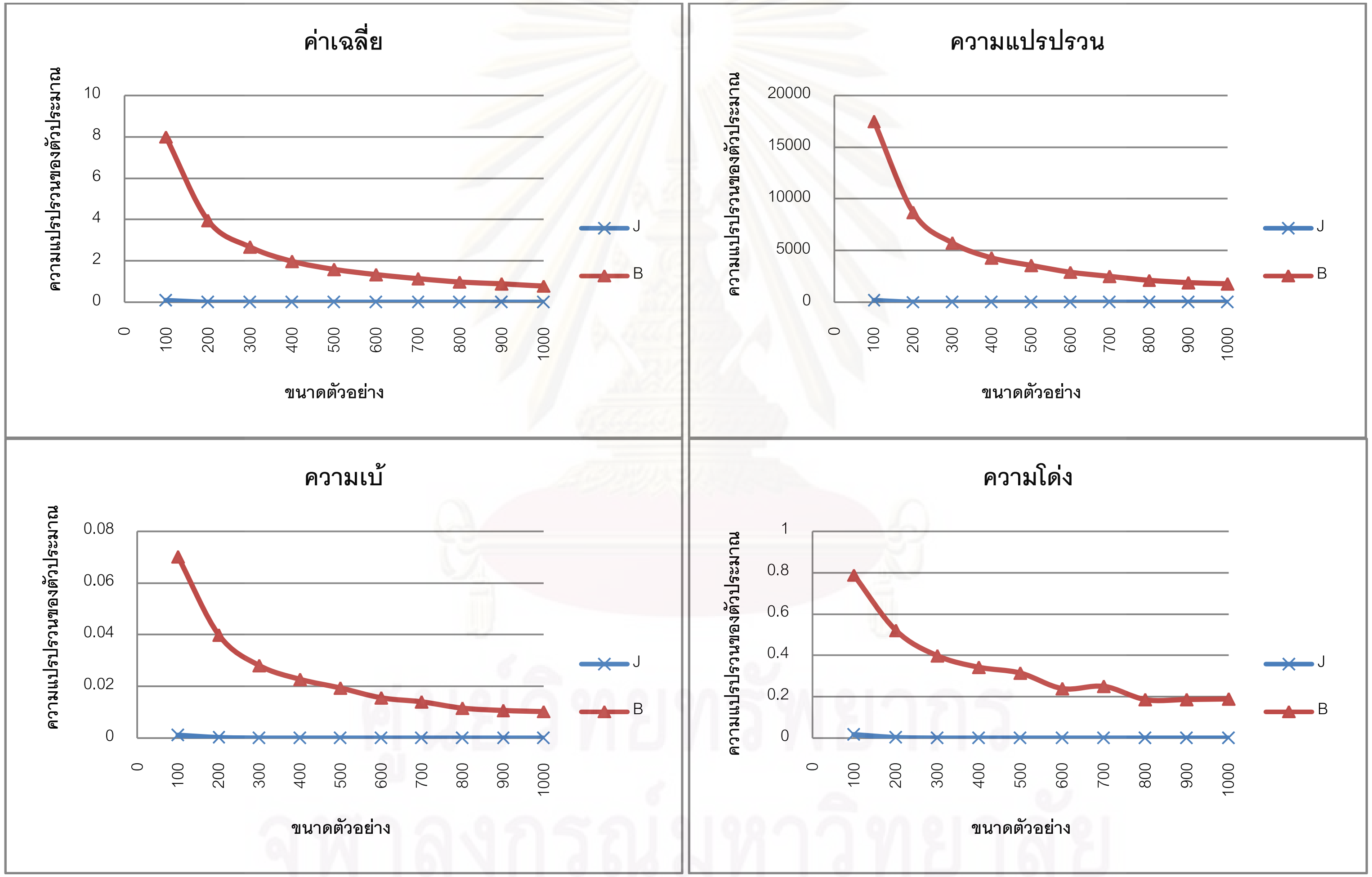
116

รูปที่ 4.11 แสดงค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรปเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 6$, $\beta = 0.1$



117

รูปที่ 4.12 แสดงค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรปเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 8$, $\beta = 0.1$



บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ที่จะเปรียบเทียบ ประสิทธิภาพวิธี ประมาณการแจกแจง โดยจะประมาณพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน ค่าความเบ้ และค่าความโด่ง ทั้งการประมาณแบบจุด และการประมาณแบบช่วง 2 วิธีคือ วิธีแจ็คไนฟ์ (Jackknifing method) และ วิธีบูตสแตรป (Bootstrapping method) โดยศึกษาจากข้อมูลที่ทำการจำลองโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล เขียนด้วยโปรแกรม R ให้มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน การแจกแจงชี้กำลัง และการแจกแจงแกมมา ซึ่งกำหนดระดับนัยสำคัญ(α) ในครั้งนี้ที่ระดับ 0.05

เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาว่าวิธีการประมาณค่าแบบใดจะมีประสิทธิภาพมากที่สุด ในการประมาณค่าแบบจุด จะพิจารณาจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง และความเอนเอียง และในการประมาณค่าแบบช่วง จะพิจารณาจากการ เปรียบเทียบ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ผลการวิจัยมีข้อสรุปดังนี้

5.1 สรุปผลการวิจัย

การนำเสนอสรุปผลการวิจัยแบ่งเป็น 2 ตอน

5.1.1 สรุปผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบจุด

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุด ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป จะพิจารณาจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Square Error) ของทั้ง 2 วิธีก่อน โดยถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใด ที่ทำให้ได้ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณ ต่ำกว่าจะสรุปได้ว่า การประมาณค่าจากวิธีนั้น เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากกว่า แต่ถ้าวิธีการประมาณค่าทั้ง 2 วิธี ให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณ เท่ากัน จะไม่สามารถสรุปได้จึงพิจารณาต่อจากการเปรียบเทียบค่า ความเอนเอียง (Biasedness) โดยถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใดที่ทำให้ได้ค่าความเอนเอียงของตัวประมาณต่ำกว่าจะถือว่าการประมาณค่าจากวิธีนั้นเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากกว่าในการประมาณค่าแบบจุด โดยจะประมาณพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน ค่าความเบ้ และค่าความโด่ง ของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ ปลอมปน การแจกแจงชี้กำลัง และการแจกแจงแกมมา ซึ่งผลการวิจัยได้นำเสนอในตารางที่ 5.1 - 5.3 ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 5.1 แสดงการเปรียบเทียบ ประสิทธิภาพ ของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และวิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่าเฉลี่ย (μ) เท่ากับ 0 พารามิเตอร์ที่กำหนดค่าความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ 25 เปอร์เซ็นต์การปลอมปน (p) เท่ากับ 10%, 30% และ สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5,10

พารามิเตอร์	c	p	MSE	|BIAS|	วิธีที่มีประสิทธิภาพ
ค่าเฉลี่ย	5	30%	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| = \|BIAS_B\|$	$J \cong B$
		10%	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| = \|BIAS_B\|$	$J \cong B$
	10	30%	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| = \|BIAS_B\|$	$J \cong B$
		10%	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| = \|BIAS_B\|$	$J \cong B$
ความแปรปรวน	5	30%	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| < \|BIAS_B\|$	J
		10%	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| < \|BIAS_B\|$	J
	10	30%	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| = \|BIAS_B\|$	$J \cong B$
		10%	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| = \|BIAS_B\|$	$J \cong B$
ความเบ้	5	30%	$MSE_J > MSE_B$	-	B
		10%	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| = \|BIAS_B\|$	$J \cong B$
	10	30%	$MSE_J > MSE_B$	-	B
		10%	$MSE_J > MSE_B$	-	B
ความโด่ง	5	30%	$MSE_J > MSE_B$	-	B
		10%	$MSE_J > MSE_B$	-	B
	10	30%	$MSE_J > MSE_B$	-	B
		10%	$MSE_J > MSE_B$	-	B

จากตารางที่ 5.1 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีประมาณพารามิเตอร์แบบจุด โดยพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง และค่าความเอนเอียงของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรปเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีค่าเฉลี่ย (μ) เท่ากับ 0 พารามิเตอร์ที่กำหนดค่าความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ 25 เปอร์เซ็นต์การปลอมปน (p) เท่ากับ 10%, 30% และ สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5,10 สรุปผลได้ว่า

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า วิธี แจ็คไนฟ์ มีประสิทธิภาพ ดีเท่ากับ วิธีบูตสแตรป ทุกค่าพารามิเตอร์

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า วิธีแจ็คไนฟ์ มีประสิทธิภาพ ดีกว่า วิธีบูตสแตรป ยกเว้น กรณีที่ สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และ เปอร์เซ็นต์การปลอมปน (p) เท่ากับ 10%, 30% วิธีแจ็คไนฟ์ จะมีประสิทธิภาพดีเท่ากับ วิธีบูตสแตรป

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า วิธีบูตสแตรป มีประสิทธิภาพ ดีกว่า วิธีแจ็คไนฟ์ ยกเว้น กรณีที่ สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และ เปอร์เซ็นต์การปลอมปน (p) เท่ากับ 10% วิธีแจ็คไนฟ์ จะมีประสิทธิภาพดีเท่ากับ วิธีบูตสแตรป

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า วิธีบูตสแตรปมีประสิทธิภาพดีกว่า วิธีแจ็คไนฟ์ ทุกค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 5.2 แสดงการเปรียบเทียบ ประสิทธิภาพ ของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และวิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1, 0.5, 1 และ 1.5

พารามิเตอร์	β	MSE	|BIAS|	วิธีที่มีประสิทธิภาพ
ค่าเฉลี่ย	0.1	$MSE_J = MSE_B$	$\lvert BIAS_J\rvert = \lvert BIAS_B\rvert$	$J \cong B$
	0.5	$MSE_J = MSE_B$	$\lvert BIAS_J\rvert = \lvert BIAS_B\rvert$	$J \cong B$
	1	$MSE_J = MSE_B$	$\lvert BIAS_J\rvert = \lvert BIAS_B\rvert$	$J \cong B$
	1.5	$MSE_J = MSE_B$	$\lvert BIAS_J\rvert = \lvert BIAS_B\rvert$	$J \cong B$
ความแปรปรวน	0.1	$MSE_J = MSE_B$	$\lvert BIAS_J\rvert < \lvert BIAS_B\rvert$	J
	0.5	$MSE_J = MSE_B$	$\lvert BIAS_J\rvert = \lvert BIAS_B\rvert$	$J \cong B$
	1	$MSE_J = MSE_B$	$\lvert BIAS_J\rvert = \lvert BIAS_B\rvert$	$J \cong B$
	1.5	$MSE_J = MSE_B$	$\lvert BIAS_J\rvert = \lvert BIAS_B\rvert$	$J \cong B$
ความเบ้	0.1	$MSE_J > MSE_B$	-	B
	0.5	$MSE_J > MSE_B$	-	B
	1	$MSE_J > MSE_B$	-	B
	1.5	$MSE_J > MSE_B$	-	B
ความโด่ง	0.1	$MSE_J > MSE_B$	-	B
	0.5	$MSE_J > MSE_B$	-	B
	1	$MSE_J > MSE_B$	-	B
	1.5	$MSE_J > MSE_B$	-	B

จากตารางที่ 5.2 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีประมาณพารามิเตอร์แบบจุด โดยพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง และค่าความเอนเอียงของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรปเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1, 0.5, 1 และ 1.5 สรุปผลได้ว่า

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า วิธี แจ็คไนฟ์ มีประสิทธิภาพ ดีเท่ากับ วิธีบูตสแตรป ทุกค่าพารามิเตอร์

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า วิธีแจ็คไนฟ์ มีประสิทธิภาพ ดีเท่ากับ วิธีบูตสแตรป ยกเว้น กรณีที่ ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1 วิธีแจ็คไนฟ์ มีประสิทธิภาพ ดีกว่า วิธีบูตสแตรป

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า วิธีบูตสแตรป มีประสิทธิภาพ ดีกว่า วิธีแจ็คไนฟ์ ทุกค่าพารามิเตอร์

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า วิธีบูตสแตรปมีประสิทธิภาพดีกว่า วิธีแจ็คไนฟ์ ทุกค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 5.3 แสดงการเปรียบเทียบ ประสิทธิภาพ ของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และวิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่ง มีค่าพารามิเตอร์ α เท่ากับ 3, 4, 6 และ 8 ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1

พารามิเตอร์	α , β	MSE	|BIAS|	วิธีที่มีประสิทธิภาพ
ค่าเฉลี่ย	3 , 0.1	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| = \|BIAS_B\|$	$J \cong B$
	4 , 0.1	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| = \|BIAS_B\|$	$J \cong B$
	6 , 0.1	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| = \|BIAS_B\|$	$J \cong B$
	8 , 0.1	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| = \|BIAS_B\|$	$J \cong B$
ความแปรปรวน	3 , 0.1	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| = \|BIAS_B\|$	$J \cong B$
	4 , 0.1	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| < \|BIAS_B\|$	J
	6 , 0.1	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| = \|BIAS_B\|$	$J \cong B$
	8 , 0.1	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| < \|BIAS_B\|$	J
ความเบ้	3 , 0.1	$MSE_J > MSE_B$	-	B
	4 , 0.1	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| < \|BIAS_B\|$	J
	6 , 0.1	$MSE_J > MSE_B$	-	B
	8 , 0.1	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| < \|BIAS_B\|$	J
ความโด่ง	3 , 0.1	$MSE_J > MSE_B$	-	B
	4 , 0.1	$MSE_J > MSE_B$	-	B
	6 , 0.1	$MSE_J > MSE_B$	-	B
	8 , 0.1	$MSE_J = MSE_B$	$\|BIAS_J\| < \|BIAS_B\|$	J

จากตารางที่ 5.3 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีประมาณพารามิเตอร์แบบจุด โดยพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง และค่าความเอนเอียงของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรปเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ α เท่ากับ 3, 4, 6 และ 8 ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1 สรุปผลได้ว่า

สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย พบว่า วิธี แจ็คไนฟ์ มีประสิทธิภาพ ดีเท่ากับ วิธีบูตสแตรป ทุกค่าพารามิเตอร์

สำหรับการประมาณความแปรปรวน พบว่า วิธีแจ็คไนฟ์ มีประสิทธิภาพ ดีกว่า วิธีบูตสแตรป ในกรณีที่ ค่าพารามิเตอร์ α เท่ากับ 4, 8 ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1 และวิธีแจ็คไนฟ์ มีประสิทธิภาพ ดีเท่ากับ วิธีบูตสแตรป ในกรณีที่ ค่าพารามิเตอร์ α เท่ากับ 3, 6 ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1

สำหรับการประมาณความเบ้ พบว่า วิธีบูตสแตรป มีประสิทธิภาพ ดีกว่า วิธีแจ็คไนฟ์ ในกรณีที่ ค่าพารามิเตอร์ α เท่ากับ 3, 6 ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1 และ วิธีแจ็คไนฟ์ มีประสิทธิภาพ ดีกว่า วิธีบูตสแตรป ในกรณีที่ ค่าพารามิเตอร์ α เท่ากับ 4, 8 ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1

สำหรับการประมาณความโด่ง พบว่า วิธีบูตสแตรป มีประสิทธิภาพดีกว่า วิธีแจ็คไนฟ์ ยกเว้น กรณีที่ ค่าพารามิเตอร์ α เท่ากับ 8 ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1 วิธีแจ็คไนฟ์ มีประสิทธิภาพดีกว่า วิธีบูตสแตรป

5.1.2 สรุปผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วง

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง ระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป จะพิจารณาจากการ เปรียบเทียบ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence Coefficient)ของทั้ง 2 วิธี โดยถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใดที่ทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น สูงกว่า จะถือว่า การประมาณค่าจากวิธีนั้น เป็นวิธีที่ มีประสิทธิภาพมากกว่า ในการประมาณค่าแบบช่วง โดยจะประมาณพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน ค่าความเบ้ และค่าความโด่ง ของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ ปลอมปน การแจกแจงชี้กำลัง และการแจกแจงแกมมา ซึ่งผลการวิจัยได้นำเสนอในตารางที่ 5.4 ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 5.4 แสดงการเปรียบเทียบ ประสิทธิภาพวิธี ประมาณค่าแบบช่วงโดยพิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรปเมื่อข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน การแจกแจงชี้กำลัง และการแจกแจงแกมมา

พารามิเตอร์	$Normal(0,25)$			$Exp(\beta)$		$Gamma(\alpha,0.1)$	
	c	p	วิธีที่มีประสิทธิภาพ	β	วิธีที่มีประสิทธิภาพ	α	วิธีที่มีประสิทธิภาพ
ค่าเฉลี่ย	5	0.3	B	0.1	B	3	B
		0.1	B	0.5	B	4	B
	10	0.3	B	1	B	6	B
		0.1	B	1.5	B	8	B
ความแปรปรวน	5	0.3	B	0.1	B	3	B
		0.1	B	0.5	B	4	B
	10	0.3	B	1	B	6	B
		0.1	B	1.5	B	8	B
ความเบ้	5	0.3	B	0.1	B	3	B
		0.1	B	0.5	B	4	B
	10	0.3	B	1	B	6	B
		0.1	B	1.5	B	8	B
ความโด่ง	5	0.3	B	0.1	B	3	B
		0.1	B	0.5	B	4	B
	10	0.3	B	1	B	6	B
		0.1	B	1.5	B	8	B

จากตารางที่ 5.4 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีประมาณพารามิเตอร์แบบช่วง โดยพิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ และ วิธีบูตสแตรป เมื่อข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน การแจกแจงชี้กำลัง และการแจกแจงแกมมา สรุปผลได้ว่า

1. เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน พบว่า วิธีบูตสแตรปมีประสิทธิภาพดีกว่า วิธีแจ็คไนฟ์ ทุกค่าพารามิเตอร์
2. เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงชี้กำลัง พบว่า วิธีบูตสแตรปมีประสิทธิภาพดีกว่า วิธีแจ็คไนฟ์ ทุกค่าพารามิเตอร์
3. เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา พบว่า วิธีบูตสแตรปมีประสิทธิภาพดีกว่า วิธีแจ็คไนฟ์ ทุกค่าพารามิเตอร์

ดังนั้น จึงสามารถสรุปได้ว่าการประมาณพารามิเตอร์แบบช่วงด้วยวิธีบูตสแตรปจะมีประสิทธิภาพดีกว่า วิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง ทุกค่าพารามิเตอร์ ในทุกๆการแจกแจง

ข้อสังเกต :

เนื่องจากค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีบูตสแตรป จะมีค่ามากกว่าค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ ทุกกรณี ทำให้การประมาณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีบูตสแตรป จะกว้างกว่า การประมาณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธี แจ็คไนฟ์ ทุกกรณี ดังนั้น การประมาณค่าแบบช่วงของพารามิเตอร์ด้วยวิธี บูตสแตรป จะสามารถครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ ได้มากกว่า การประมาณค่าแบบช่วงของพารามิเตอร์ด้วยวิธี แจ็คไนฟ์ ทุกกรณี และเมื่อขนาดตัวอย่างมากขึ้น พบว่าค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณทั้ง 2 วิธี จะมีค่าลดลง

สำหรับกรณีการประมาณค่าเฉลี่ย สามารถพิสูจน์ได้ว่า ค่าเฉลี่ยของตัวประมาณ และ ความแปรปรวนของตัวประมาณ ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์และวิธีบูตสแตรป เป็นดังนี้

วิธีแจ็คไนฟ์

ให้ตัวอย่างสุ่ม คือ $x_1, x_2, \dots, x_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มที่เป็นอิสระกัน

ซึ่ง $E(x_i) = \mu$

และ $Var(x_i) = \sigma^2$

ตัวประมาณค่าเฉลี่ย คือ $\hat{\mu}_{J1}, \hat{\mu}_{J2}, \dots, \hat{\mu}_{Jn}$

เมื่อ $\hat{\mu}_{Ji} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i - x_i}{n-1}$

<u>ค่าเฉลี่ยของตัวประมาณ หรือ ตัวประมาณแบบจุด ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์</u>

$$E(\hat{\mu}_J) = \frac{\hat{\mu}_{J1} + \hat{\mu}_{J2} + \cdots + \hat{\mu}_{Jn}}{n}$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \hat{\mu}_{Ji}$$

$$= \frac{1}{n}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i - x_1}{n-1} + \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i - x_2}{n-1} + \cdots + \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i - x_n}{n-1}\right)$$

$$= \frac{1}{n}\left(\frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i - (x_1 + x_2 + \cdots + x_n)}{n-1}\right)$$

$$= \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} x_i}{n(n-1)}$$

$$= \frac{(n-1)\sum_{i=1}^{n} x_i}{n(n-1)}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$= \bar{x}$$

ค่าเฉลี่ยของตัวประมาณ หรือ ตัวประมาณแบบจุด ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ จะมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยตัวอย่าง

<u>ความแปรปรวนของตัวประมาณแบบจุด ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์</u>

$$Var(\hat{\mu}_J) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\mu}_{Ji} - \overline{\hat{\mu}_J}\right)^2$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{n\bar{x} - x_i}{n-1} - \bar{x}\right)^2$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{n\bar{x} - x_i - n\bar{x} + \bar{x}}{n-1}\right)^2$$

$$= \frac{1}{n(n-1)^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{1}{(n-1)^2}Var(x_i)$$

$$= \frac{\sigma^2}{(n-1)^2}$$

วิธีบูตแสตรป

ให้ตัวอย่างสุ่ม คือ $x_1, x_2, \dots, x_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มที่เป็นอิสระกัน

ซึ่ง $E(x_i) = \mu$

และ $Var(x_i) = \sigma^2$

ตัวประมาณค่าเฉลี่ย คือ $\hat{\mu}_{B1}, \hat{\mu}_{B2}, \dots, \hat{\mu}_{Bn}$

เมื่อ $\hat{\mu}_{Bi} = \frac{x_1^* + x_2^* + \cdots + x_n^*}{n}$

ซึ่ง $x_i^* \in \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ เป็นตัวอย่างที่สุ่มแบบคืนที่ จึงเป็นอิสระกัน

ดังนั้น $\hat{\mu}_{Bi}$ จึงเป็นตัวอย่างสุ่มที่เป็นอิสระกัน เพราะว่าเป็นฟังก์ชั่นของ $x_1^* + x_2^* + \cdots + x_n^*$

<u>ค่าเฉลี่ยของตัวประมาณ หรือ ตัวประมาณแบบจุด ด้วยวิธีบูตแสตรป</u>

$$E(\hat{\mu}_B) = \frac{\hat{\mu}_{B1} + \hat{\mu}_{B2} + \cdots + \hat{\mu}_{Bn}}{n}$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \hat{\mu}_{Bi}$$

$$= \frac{1}{n}\left(\frac{x_1^* + x_2^* + \cdots + x_n^*}{n} + \frac{x_1^* + x_2^* + \cdots + x_n^*}{n} + \cdots + \frac{x_1^* + x_2^* + \cdots + x_n^*}{n}\right)$$

$$= \frac{1}{n^2}(x_1^* + x_2^* + \cdots + x_n^* + x_1^* + x_2^* + \cdots + x_n^* + x_1^* + x_2^* + \cdots + x_n^*)$$

ค่าเฉลี่ยของตัวประมาณ หรือ ตัวประมาณแบบจุด ด้วยวิธีบูตแสตรปไม่สามารถคำนวณหาค่าที่แน่นอนได้

<u>ความแปรปรวนของตัวประมาณแบบจุด ด้วยวิธีบูตแสตรป</u>

$$Var(\hat{\mu}_{Bi}) = Var\left(\frac{x_1^* + x_2^* + \cdots + x_n^*}{n}\right)$$

$$= \frac{1}{n^2}\left(Var(x_1^*) + Var(x_2^*) + \cdots + Var(x_n^*)\right)$$

$$= \frac{n\sigma^2}{n^2}$$

$$= \frac{\sigma^2}{n}$$

5.2 ข้อเสนอแนะ

ผลการวิจัยในครั้งนี้มีข้อเสนอแนะ 2 ด้านคือ

5.2.1 ด้านการนำไปใช้ประโยชน์

1. เมื่อต้องการประมาณค่าเฉลี่ยแบบจุด สามารถ ประมาณได้ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์และวิธีบูตสแตรป เพราะทั้ง 2 วิธี มี ประสิทธิภาพเท่ากัน เนื่องจากมี ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง และความเอนเอียง ใกล้เคียงกัน

2. เมื่อต้องการประมาณค่าความแปรปรวนแบบจุด ควรเลือกใช้วิธีแจ็คไนฟ์ เพราะพบว่ามีค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองใกล้เคียงกับวิธีบูตสแตรป แต่ส่วนใหญ่ วิธีแจ็คไนฟ์จะมีค่าความเอนเอียง ต่ำกว่าวิธีบูตสแตรป

3. เมื่อต้องการประมาณความเบ้ หรือ ความโด่งแบบจุด ควรเลือกใช้วิธีบูตสแตรป เพราะพบว่า ส่วนใหญ่วิธีบูตสแตรปจะมีค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำกว่าวิธีแจ็คไนฟ์

4. เมื่อต้องการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง ควรเลือกใช้วิธี บูตสแตรป เพราะพบว่ามีประสิทธิภาพดีกว่า วิธีแจ็คไนฟ์ ทุกขนาดตัวอย่าง ทุกค่าพารามิเตอร์ ในทุกๆการแจกแจง

5.2.2 ด้านการศึกษาวิจัย

1. ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง เท่านั้น ในการวิจัยครั้งต่อไปอาจทำการศึกษาการประมาณพารามิเตอร์อื่น เช่น ค่ามัธยฐาน

2. ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์ของข้อมูลที่มีการแจกแจงต่อเนื่องเท่านั้น ในการวิจัยครั้งต่อไปอาจทำการศึกษาการประมาณพารามิเตอร์ของข้อมูลที่มีการแจกแจงไม่ต่อเนื่อง เช่น การแจกแจงทวินาม การแจกแจงปัวซอง เป็นต้น

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ธีระพร วีระถาวร. การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.

ธีระพร วีระถาวร. ความน่าจะเป็น กับ การประยุกต์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : วิทยพัฒน์, 2539.

สุชาดา กีระนันทน์. ทฤษฎีและวิธีการสำรวจตัวอย่าง. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.

ทิพวรรณ แจ่มจันทร์. การเปรียบเทียบการประมาณแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากรที่มีการแจกแจงรูปแบบวงศ์ชี้กำลังไม่ต่อเนื่อง. วิทยานิพนธ์สถิติศาสตรมหาบัณฑิต คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548.

ไพฑูรย์ จันทร์รุ่งมณีกุล. การประมาณความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยตัวอย่างด้วยวิธีบูตสแตรปแบบปรับให้เรียบ. วิทยานิพนธ์สถิติศาสตรมหาบัณฑิต คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร, 2546.

ภาษาอังกฤษ

Bickel, P. J. and Freedman, D. A. Some Asymptotic Theory for the Bootstrap. The Annals of Statistics 9 (1981) : 1196-1217.

Bose, A. Comparison of Bootstrap and Jackknife Variance estimators in linear regression: Second order results. Statistica Sinica 12 (2002) : 575-598.

Efron, B. Bootstrapping methods Another Look at the Jackknife. The Annals of Statistics 7 (1979) : 1-26.

Efron, B. The Jackknife, the Bootstrap and Other Resampling Plans. Philadelphia : SIAM (1982) .

Efron, B. and Tibshirani, R. Bootstrapping methods for Standard Errors ,Confidence Intervals, and Other Measures of Statistical Accuracy. Statistical Science 1 (1986) : 54-77.

Miller, R. G. The Jackknife - a Review. Biometrika 61 (1974) : 1-15.

Quenonuille, M. H. Notes on Bias in Estimation. Biometrika 43 (1956) : 353-360.

ภาคผนวก

โปรแกรมการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีแจ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสแตรป

```
M=500
y = c(100,200,300,400,500,600,700,800,900,1000)
for(z in 1:10)
{
    n = y[z]
    CC = 10
    PP = 0.3
    MU = 0
    SIGMA = 25
    J = B = n
    LS=0.05
    ###  Calculate Parameter
    MEAN= MU
    VAR=((1-PP)*SIGMA)+(PP*(CC^2)*SIGMA)
    SKE=0
    KUR=8.38
    ##  Write Parameter
    cat("MEAN =",MEAN,"\n")
    cat("VARIANCE =",VAR,"\n")
    cat("SKE =",SKE,"\n")
    cat("KUR =",KUR,"\n")
    ### Given Variable is Vecter size M
    MEAN.S=c()
    VAR.S=c()
    SKE.S=c()
    KUR.S=c()
    MEAN.J=c()
    INT.MEAN.J=c()
    MEAN.B=c()
    INT.MEAN.B=c()
    VAR.J=c()
    INT.VAR.J=c()
```

```
VAR.B=c()
INT.VAR.B=c()
SKE.J=c()
INT.SKE.J=c()
SKE.B=c()
INT.SKE.B=c()
KUR.J=c()
INT.KUR.J=c()
KUR.B=c()
INT.KUR.B=c()
VAR.MEAN.J= c()
VAR.MEAN.B= c()
VAR.VAR.J= c()
VAR.VAR.B= c()
VAR.SKE.J= c()
VAR.SKE.B= c()
VAR.KUR.J= c()
VAR.KUR.B= c()

#***** Start Big Loop  *****
for(p in 1:M)
{
      #*****Generate Data*****
      x1 =rnorm(n,MU,sqrt((CC^2)*SIGMA))
      x2 =rnorm(n,MU,sqrt(SIGMA))
      u=runif(n)
      x=c(x1[u<=PP],x2[u>PP])
      #******** Calculate Sample**********
      MO1=mean(x)
      z=x-MO1
      z2=z^2
      z3=z^3
      z4=z^4
      MO2=sum(z2)/ length(x)
```

```
MO3=sum(z3)/ length(x)
MO4=sum(z4)/ length(x)
MEAN.S[p] =MO1
VAR.S[p] =MO2
SKE.S[p] =MO3/(MO2^(3/2))
KUR.S[p] =MO4/(MO2^2)

### Jacknife ###
##  Given Variable is Vecter size J
MEAN.HJ=c()
VAR.HJ= c()
SKE.HJ= c()
KUR.HJ= c()
XJ=c()
## For loop Jacknife
for(a in 1: J)
{
        XJ=x[-a]
        MO1=mean(XJ)
        z=XJ -MO1
        z2=z^2
        z3=z^3
        z4=z^4
        MO2=sum(z2)/ length(XJ)
        MO3=sum(z3)/ length(XJ)
        MO4=sum(z4)/ length(XJ)
        MEAN.HJ[a]=MO1
        VAR.HJ[a]=MO2
        SKE.HJ[a]=MO3/(MO2^(3/2))
        KUR.HJ[a]=MO4/(MO2^2)
}
## End Loop
##  Calculate Point Estimation
MEAN.J[p] =mean(MEAN.HJ)
```

```
VAR.J[p] =mean(VAR.HJ)
SKE.J[p] =mean(SKE.HJ)
KUR.J[p] =mean(KUR.HJ)
VAR.MEAN.J[p]=var(MEAN.HJ)
VAR.VAR.J[p]=var(VAR.HJ)
VAR.SKE.J[p]=var(SKE.HJ)
VAR.KUR.J[p]=var(KUR.HJ)
## Calculate Interval Estimation
MEAN.I.J =quantile(MEAN.HJ,c((LS/2), (1-(LS/2))))
VAR.I.J = quantile(VAR.HJ, c((LS/2), (1-(LS/2))))
SKE.I.J = quantile(SKE.HJ, c((LS/2), (1-(LS/2))))
KUR.I.J = quantile(KUR.HJ, c((LS/2), (1-(LS/2))))
## Check  L<O<U   → yes 1  no 0
INT.MEAN.J[p] =ifelse( MEAN>=MEAN.I.J[1] && MEAN<=MEAN.I.J[2],1,0)
INT.VAR.J[p] =ifelse(VAR >= VAR.I.J[1] && VAR <= VAR.I.J[2],1,0)
INT.SKE.J[p] =ifelse(SKE >= SKE.I.J[1] && SKE <= SKE.I.J[2],1,0)
INT.KUR.J[p] =ifelse(KUR >= KUR.I.J[1] && KUR <= KUR.I.J[2],1,0)

## Bootstrap ##
##  Given Variable is Vecter size B
MEAN.HB=c()
VAR.HB= c()
SKE.HB= c()
KUR.HB= c()
XB=c()
##  Loop Bootstrap
for(d in 1: B)
{
        XB=sample(x,n,replace=TRUE)
        MO1=mean(XB)
        z=XB -MO1
        z2=z^2
        z3=z^3
        z4=z^4
```

```
            MO2=sum(z2)/ length(XB)
            MO3=sum(z3)/ length(XB)
            MO4=sum(z4)/ length(XB)
            MEAN.HB[d]=MO1
            VAR.HB[d]=MO2
            SKE.HB[d]=MO3/(MO2^(3/2))
            KUR.HB[d]=MO4/(MO2^2)
        }
        ## EnD  LooP
        ## Calculate Point Estimation
        MEAN.B[p] =mean(MEAN.HB)
        VAR.B[p] =mean(VAR.HB)
        SKE.B[p] =mean(SKE.HB)
        KUR.B[p] =mean(KUR.HB)
        VAR.MEAN.B[p]=var(MEAN.HB)
        VAR.VAR.B[p]=var(VAR.HB)
        VAR.SKE.B[p]=var(SKE.HB)
        VAR.KUR.B[p]=var(KUR.HB)
        ## Calculate Interval Estimation
        MEAN.I.B=quantile(MEAN.HB, c((LS/2), (1-(LS/2))))
        VAR.I.B= quantile(VAR.HB, c((LS/2), (1-(LS/2))))
        SKE.I.B= quantile(SKE.HB, c((LS/2), (1-(LS/2))))
        KUR.I.B= quantile(KUR.HB, c((LS/2), (1-(LS/2))))
        ## Check  L<O<U  → yes 1  no 0
        INT.MEAN.B[p] =ifelse( MEAN >= MEAN.I.B[1] && MEAN <= MEAN.I.B[2],1,0)
        INT.VAR.B[p] =ifelse(VAR >= VAR.I.B[1] && VAR <= VAR.I.B[2],1,0)
        INT.SKE.B[p] =ifelse(SKE >= SKE.I.B[1] && SKE <= SKE.I.B[2],1,0)
        INT.KUR.B[p] =ifelse(KUR >= KUR.I.B[1] && KUR <= KUR.I.B[2],1,0)
    }
    ### End Big Loop
    ###  Calculate - - > MSE & BIAS - - > Confident Coefficient
    MSE.MEAN.J=sum((MEAN.J-MEAN)^2)/M
    MSE.MEAN.B=sum((MEAN.B-MEAN)^2)/M
    BIAS.MEAN.J=mean(MEAN.J)-MEAN
```

```
BIAS.MEAN.B=mean(MEAN.B)-MEAN
MSE.VAR.J=sum((VAR.J-VAR)^2)/M
MSE.VAR.B=sum((VAR.B-VAR)^2)/M
BIAS.VAR.J=mean(VAR.J)-VAR
BIAS.VAR.B=mean(VAR.B)-VAR
MSE.SKE.J=sum((SKE.J-SKE)^2)/M
MSE.SKE.B=sum((SKE.B-SKE)^2)/M
BIAS.SKE.J=mean(SKE.J)-SKE
BIAS.SKE.B=mean(SKE.B)-SKE
MSE.KUR.J=sum((KUR.J-KUR)^2)/M
MSE.KUR.B=sum((KUR.B-KUR)^2)/M
BIAS.KUR.J=mean(KUR.J)-KUR
BIAS.KUR.B=mean(KUR.B)-KUR
COF.MEAN.J=sum(INT.MEAN.J)/M
COF.MEAN.B=sum(INT.MEAN.B)/M
COF.VAR.J=sum(INT.VAR.J)/M
COF.VAR.B=sum(INT.VAR.B)/M
COF.SKE.J=sum(INT.SKE.J)/M
COF.SKE.B=sum(INT.SKE.B)/M
COF.KUR.J=sum(INT.KUR.J)/M
COF.KUR.B=sum(INT.KUR.B)/M

cat("***********  MSE   **********","\n")
cat("......................................Jacknife & Bootstrap  .......","\n")
cat(MSE.MEAN.J,"     ", MSE.MEAN.B,"\n")
cat(MSE.VAR.J,"     ", MSE.VAR.B,"\n")
cat(MSE.SKE.J,"     ", MSE.SKE.B,"\n")
cat(MSE.KUR.J,"     ", MSE.KUR.B,"\n")
cat("***********  BIAS   **********","\n")
cat("......................................Jacknife & Bootstrap  .......","\n")
cat(BIAS.MEAN.J,"     ", BIAS.MEAN.B,"\n")
cat(BIAS.VAR.J,"     ", BIAS.VAR.B,"\n")
cat(BIAS.SKE.J,"     ", BIAS.SKE.B,"\n")
cat(BIAS.KUR.J,"     ", BIAS.KUR.B,"\n")
```

```
	cat("*********  Confident Coefficient     **********","\n")
	cat("……………………………….Jacknife & Bootstrap  …….","\n")
	cat(COF.MEAN.J,"     ", COF.MEAN.B,"\n")
	cat(COF.VAR.J,"     ", COF.VAR.B,"\n")
	cat(COF.SKE.J,"     ", COF.SKE.B,"\n")
	cat(COF.KUR.J,"     ", COF.KUR.B,"\n")

	### Calculate Estimated variance
	cat("**Mean*","\n")
	VAR.J=mean(VAR.MEAN.J)
	VAR.B= mean(VAR.MEAN.B)
	cat(n, "\n")
	cat(VAR.J, "\n")
	cat(VAR.B, "\n")
	cat("*Variance**","\n")
	VAR.J=mean(VAR.VAR.J)
	VAR.B= mean(VAR.VAR.B)
	cat(n, "\n")
	cat(VAR.J, "\n")
	cat(VAR.B, "\n")
	cat("*Skewness**","\n")
	VAR.J=mean(VAR.SKE.J)
	VAR.B= mean(VAR.SKE.B)
	cat(n, "\n")
	cat(VAR.J, "\n")
	cat(VAR.B, "\n")
	cat("*Kurtosis**","\n")
	VAR.J=mean(VAR.KUR.J)
	VAR.B= mean(VAR.KUR.B)
	cat(n, "\n")
	cat(VAR.J, "\n")
	cat(VAR.B, "\n")
}
```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวกัญญ์พิชญา พุทธะไชยทัศน์ เกิดเมื่อวันที่ 23 พฤศจิกายน พุทธศักราช 2527 สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ จากภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ในปีการศึกษา 2548 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต สาขาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2550