บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษาและวิจัยในสาขาต่างๆบ่อยครั้งที่จุดประสงค์ในการวิจัยนั้นต้องการทราบเกี่ยวกับลักษณะประชากรที่สนใจสองประชากรแตกต่างกันหรือไม่ ในบางครั้งประชากรสองประชากรมีลักษณะที่สนใจแตกต่างกัน แต่ผู้วิจัยอาจสรุปผลการวิจัยว่าประชากรสองประชากรมีลักษณะที่สนใจไม่แตกต่างกัน เนื่องจากความแตกต่างนั้นไม่มากเกินไป หรือไม่ร้ายแรงจนทำให้เกิดผลกระทบต่อปัจจัยอื่นๆ แต่เมื่อใดที่ความแตกต่างนั้นมากจนส่งผลกระทบต่อปัจจัยอื่นๆที่เกี่ยวข้อง จะถือว่าลักษณะที่สนใจของประชากรนั้นแตกต่างกัน เช่น ปัญหาทางการแพทย์อย่างหนึ่งยาชนิดเดียวกันที่ใช้กรรมวิธีการผลิตต่างกันเรียกว่าสมมูลทางชีวภาพ(bioequivalent) ก็ต่อเมื่อ ยาทั้งสองถูกดูดซึมเข้าสู่กระแสเลือด และแสดงอาการของตัวยาในอัตราเดียวกัน หรือใกล้เคียงกัน และการกำหนดว่ายาต่างๆนั้นมีความสมมูลทางชีวภาพหรือไม่มีความสำคัญอย่างมากในอุตสาหกรรมการผลิตยาในสหรัฐอเมริกาและยุโรป เนื่องจากตัวแทนจำหน่ายยาจะนำยาออกสู่ตลาดได้ เมื่อได้รับการทดสอบจากองค์การอาหารและยา (U.S. Food and Drug Administration : FDA) แล้วว่ายามีสมมูลทางชีวภาพกับยาที่มีชื่อเสียงทั่วไป การทดสอบนี้เรียกว่า Two One-Sided Test (TOST) ซึ่งถูกใช้กำหนดความสมมูลทางชีวภาพของยาต่างๆตั้งแต่ปี 1992 เป็นต้นมา

การกำหนดความสมมูลทางชีวภาพที่กล่าวมานั้น เป็นการทดสอบความสมมูล (equivalence testing) การทดสอบความสมมูลคือการทดสอบความแตกต่างระหว่างพารามิเตอร์ของการแจกแจงที่สนใจว่ามีค่าต่างกันเกินขอบเขตที่ยอมรับได้หรือไม่ ถ้าผลจากการทดสอบชี้ว่าความต่างของพารามิเตอร์ไม่เกินกว่าขอบเขตที่ยอมรับได้ จะถือว่าประชากรที่สนใจทั้งสองประชากรนั้นสมมูลกัน(equivalent) แต่ถ้าความต่างของพารามิเตอร์เกินกว่าขอบเขตที่ยอมรับได้ จะถือว่าประชากรทั้งสองไม่สมมูลกัน การทดสอบความสมมูลนั้นมีความแตกต่างจากการทดสอบผลต่างของพารามิเตอร์ของ 2 ประชากรคือ การทดสอบผลต่างของพารามิเตอร์ของ 2 ประชากรจะทดสอบว่าพารามิเตอร์ทั้งสองประชากรมีผลต่าง มากกว่า น้อยกว่า หรือเท่ากับ ค่าที่สนใจหรือไม่ แต่การทดสอบสมมูลเป็นการทดสอบว่า ผลต่างของพารามิเตอร์ในรูปแบบของค่าสมบูรณ์นั้นมีค่าไม่เกินขอบเขตที่ยอมรับได้หรือไม่

การทดสอบความสมมูลนั้นสามารถแบ่งเป็นสองประเภทคือ การทดสอบความสมมูลสำหรับตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง และการทดสอบความสมมูลสำหรับตัวแปรสุ่มแบบไม่

ต่อเนื่อง ในอดีตที่ผ่านมามีนักสถิติและนักสถิติการแพทย์มากมายที่สนใจ และพัฒนาการทดสอบความสมมูลของประชากร (equivalence testing) ทั้งสำหรับตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง เมื่อปี ค.ศ. 1984 พาเทิลและกุปตาได้นำเสนอการทดสอบที่เรียกว่า การทดสอบพาเทิล-กุปตาขึ้น (Patel-Gupta test) ซึ่งเป็นการทดสอบว่าประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติสองประชากร จะมีความสมมูลในค่าเฉลี่ยหรือไม่ และการทดสอบความสมมูลของประชากรเมื่อประชากรแจกแจงแบบปกติ ได้นำไปสู่การการทดสอบความสมมูลเมื่อประชากรแจกแจงแบบทวินาม (Blackwelder and Chang : 1984, Farington and Manning : 1990, Frick H. : 1994, etc.) การทดสอบพาเทิล-กุปตา (Patel-Gupta Test) ได้ถูกนักสถิติหลายท่านนำไปพัฒนา ตัวอย่างหนึ่งที่สนใจในที่นี้คือ การพัฒนาการทดสอบพาเทิล-กุปตา ในกรณีที่ประชากรที่สนใจสองประชากรมีการแจกแจงแบบทวินาม (binomial) จะมีความต่างของพารามิเตอร์ θ แตกต่างกันเกินขอบเขตที่กำหนดหรือไม่ เมื่อ X และ Y มีการแจกแจงแบบทวินามด้วยพารามิเตอร์ n และ θ คือความน่าจะเป็นที่จะเกิดผลสำเร็จ (success) ในการทดลองแต่ละครั้ง (Barker, Rolka, Brown: 2001) ในงานวิจัยนั้นได้กล่าวว่าตัวสถิติทดสอบน่าจะมีการแจกแจงแบบเอฟ (F-distribution) ตามแนวคิดของพาเทิล และกุปตา

ทั้งหมดที่กล่าวมานั้นเป็นการพัฒนาตัวสถิติภายใต้แนวคิดแบบวิธีคลาสสิก (classical approach) นั้นคือพารามิเตอร์ต่างๆของการแจกแจงถูกกำหนดถูกกำหนดให้เป็นค่าคงที่ ดังนั้นจึงเป็นที่น่าสนใจว่าถ้าพัฒนาตัวสถิติทดสอบสำหรับการทดสอบความสมมูลของตัวแปรสุ่มที่แจกแจงแบบทวินาม ภายใต้แนวความคิดแบบเบส์ (Bayesian approach) จะให้ผลของการทดสอบอย่างไรเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีคลาสสิก แนวคิดแบบเบส์นั้นจำเป็นที่จะต้องทราบการแจกแจงก่อนหรือการแจกแจงโดยหลักเกณฑ์ (prior distribution) หรือการแจกแจงของพารามิเตอร์ของการแจกแจงตัวแปรสุ่มเสียก่อน ซึ่งการแจกแจงก่อนนั้นแบ่งเป็น 2 ประเภทคือ ประเภทแรก ทราบลักษณะการแจกแจงก่อนที่ชัดเจน (informative prior distribution) และประเภทที่สองคือ ไม่ทราบลักษณะการแจกแจงก่อน (noninformative prior distribution) จึงกำหนดให้พารามิเตอร์ที่สนใจมีโอกาสที่จะเป็นไปได้เท่ากันทุกค่าบนช่วงที่เป็นไปได้ทั้งหมดของพารามิเตอร์นั้น

ดังนั้นในงานวิจัยครั้งนี้ มุ่งเน้นที่จะพัฒนาตัวสถิติสำหรับการทดสอบความสมมูลของตัวแปรสุ่มที่แจกแจงแบบทวินามภายใต้แนวความคิดแบบเบส์ เพื่อเปรียบเทียบกับการทดสอบความสมมูลภายใต้แนวคิดแบบแบบคลาสสิกด้วยวิธีพาเทิลและกุปตา (Modified Patel-Gupta test)

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาและพัฒนาการทดสอบความสมมูลของตัวแปรสุ่มที่แจกแจงแบบทวินามภายใต้แนวคิดแบบเบส์

2. เพื่อเปรียบเทียบผลการทดสอบสมมูลของตัวแปรสุ่มทวินามภายใต้สองแนวคิดระหว่างแนวคิดแบบคลาสสิกด้วยวิธีประยุกต์ของพาเทิลและกุปตา และแนวคิดแบบเบส์

สมมติฐานในการวิจัย

การทดสอบความสมมูลของตัวแปรสุ่มที่แจกแจงแบบทวินามภายใต้แนวคิดแบบเบส์น่าจะให้ผลการทดสอบที่แม่นยำกว่าวิธีแบบคลาสสิก

ขอบเขตของการวิจัย

1. กำหนดให้ $X_1 \sim B(n_1,\theta_1)$ และ $X_2 \sim B(n_2,\theta_2)$

2. สมมติฐานในการทดสอบสมมูลคือ $H_0:|\theta_1-\theta_2|\geq\Delta$ และ $H_1:|\theta_1-\theta_2|<\Delta$ เมื่อ Δ คือ ความต่างของพารามิเตอร์ θ ที่ยอมรับได้

3. กำหนดให้ขนาดตัวอย่างในการทดสอบสมมติฐานของประชากรทั้งสองเท่ากัน $(n_1=n_2)$ และแปรค่าขนาดคือ 50 แทนขนาดตัวอย่างน้อย, 100 และ 200 แทนขนาดตัวอย่างกลาง และ 2000 แทนขนาดตัวอย่างมาก

4. กำหนดค่า θ_1,θ_2 และ Δ ใน 36 กรณีคือ (0.10, 0.05, 0.05), (0.08, 0.05, 0.05), (0.07, 0.05, 0.05), (0.06, 0.05, 0.05), (0.20, 0.10, 0.10), (0.18, 0.10, 0.10), (0.16, 0.10, 0.10), (0.14, 0.10, 0.10), (0.25, 0.10, 0.15), (0.22, 0.10, 0.15), (0.19, 0.10, 0.15), (0.16, 0.10, 0.15), (0.40, 0.20, 0.20), (0.35, 0.20, 0.20), (0.30, 0.20, 0.20), (0.25, 0.20, 0.20), (0.45, 0.20, 0.25), (0.40, 0.20, 0.25), (0.35, 0.20, 0.25), (0.30, 0.20, 0.25), (0.50, 0.20, 0.30), (0.45, 0.20, 0.30), (0.40, 0.20, 0.30), (0.35, 0.20, 0.30), (0.50, 0.30, 0.20), (0.45, 0.30, 0.20), (0.40, 0.30, 0.20), (0.35, 0.30, 0.20), (0.60, 0.30, 0.30), (0.55, 0.30, 0.30), (0.50, 0.30, 0.30), (0.45, 0.30, 0.30), (0.65, 0.40, 0.25), (0.60, 0.40, 0.25), (0.55, 0.40, 0.25), (0.50, 0.40, 0.25) และเมื่อรวมกับขนาดตัวอย่างที่แตกต่างกัน จะได้สถานการณ์ที่แตกต่างกันทั้งสิ้น 144 สถานการณ์

5. ทำการสุ่มตัวอย่างที่แจกแจกแบบทวินามในแต่ละสถานการณ์ 1000 ครั้ง

6. ในการทดสอบสมมติฐานภายใต้แนวคิดแบบเบส์ จะพิจารณาเฉพาะกรณีไม่ทราบการลักษณะแจกแจงก่อน (noninformative prior distribution) นั่นคือกำหนดให้ θ_1 และ θ_2 มีการแจกแจงเหมือนกันคือ *Uniform*(0,1)

7. ใช้ค่าสัดส่วนจำลองการปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง และค่าสัดส่วนจำลองการปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จ ในการเปรียบเทียบ โดยที่ใช้ค่าสัดส่วนจำลองการปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริงในการควบคุมไม่ให้เกินระดับนัยสำคัญในการทดสอบ และการทดสอบสมมูลที่ให้ค่าสัดส่วนจำลองการปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อสมมติฐานว่างเป็นเท็จมีค่าสูงกว่าจะเป็นการทดสอบที่ดีกว่า

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. วิธีการทดสอบความสมมูลของตัวแปรสุ่มที่แจกแจงแบบทวินามภายใต้แนวคิดแบบเบส์

2. ข้อสรุปเกี่ยวกับการทดสอบระหว่าง การทดสอบสมมูลภายใต้แนวคิดแบบเบส์และแบบคลาสสิก ว่าวิธีใดเหมาะสมกับสถานการณ์แบบใด

3. เป็นการนำแนวคิดแบบเบส์มาใช้กับการทดสอบสมมูล และเป็นแนวทางในการศึกษาการทดสอบสมมูลสำหรับตัวแปรสุ่มแบบอื่นๆ

วิธีดำเนินการวิจัย

1. สร้างการทดสอบสมมูลของตัวแปรสุ่มทวินามภายใต้แนวคิดแบบเบส์

1.1 เนื่องจากไม่ทราบลักษณะการแจกแจงของพารามิเตอร์ θ จึงกำหนดให้ θ มีโอกาสเป็นได้ทุกค่าในช่วงที่เป็นไปได้เท่าๆกัน (noninformative prior distribution) นั่นคือกำหนดให้ θ_1 และ θ_2 มีการแจกแจงเหมือนกันคือ *Uniform*(0,1) กล่าวคือ $\pi(\theta_1)=\pi(\theta_2)=1$

1.2 กำหนดการแจกแจงของ X เมื่อกำหนด θ (sampling distribution) จาก $X \sim B(n,\theta)$ นั่นคือ $f(x|\theta)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}$

1.3 หาการแจกแจงส่วนริม (marginal distribution : $m(x)$) ของ X จากการแจกแจงร่วม (joint distribution : $f(x,\theta)$) ของ X และ θ โดย $m(x)=\int f(x,\theta)d\theta$ เมื่อ $f(x,\theta)=f(x|\theta)\pi(\theta)$

1.4 หาการแจกแจงหลัง (posterior distribution) ซึ่งเป็นการแจกแจงที่มีเงื่อนไขของ θ เมื่อกำหนดตัวอย่าง X ดังนี้ $\pi(\theta|x) = \frac{f(x|\theta)\pi(\theta)}{m(x)}$

1.5 ในการอนุมานเกี่ยวกับ θ โดยวิธีเบส์นั้น แตกต่างจากวิธีคลาสสิกคือ จะใช้การแจกแจงหลัง $\pi(\theta|x)$ แทนการแจกแจงของ $f(x|\theta)$ ในวิธีคลาสสิก และการทดสอบสมมติฐานโดยวิธีเบส์นั้นสามารถทำได้โดย ถ้า $P(\theta \in \Theta_0^c|X) > k$ จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ k คือค่าคงที่

2. สุ่มตัวอย่างที่แจกแจกแบบทวินามในแต่ละสถานการณ์ 1000 ครั้ง

3. นำค่า x_1 และ x_2 ที่สุ่มได้ในแต่ละสถานการณ์มาทดสอบสมมติฐานภายใต้แนวความคิดแบบเบส์ และหาค่าสัดส่วนจำลองการปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง และค่าสัดส่วนจำลองการปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จ

4. นำค่า x_1 และ x_2 ที่สุ่มได้ในแต่ละสถานการณ์มาทดสอบสมมติฐานภายใต้แนวความคิดแบบคลาสสิกโดยใช้วิธีประยุกต์ของพาเทิล และกุปตา และหาค่าสัดส่วนจำลองการปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง และค่าสัดส่วนจำลองการปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จ

5. สรุปผลการเปรียบเทียบระหว่างสองวิธีในสถานการณ์ต่างๆ ว่าสถานการณ์แบบใด วิธีใดจะให้ผลการทดสอบได้ดีกว่ากัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย