บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ความน่าจะเป็น (Probability)

ทฤษฎีความน่าจะเป็นเกิดขึ้นในโลก เนื่องจากนักคณิตศาสตร์ในยุโรปหลายคนให้ความสนใจกับการใช้คณิตศาสตร์ประยุกต์ในเกมการพนันตั้งแต่ศตวรรษที่ 17 เป็นต้นมา

1. นิยามการทดสอบเชิงสุ่ม (Random trial)

คือการทดลองใด ๆ ที่เราไม่สามารถทำนายผลลัพธ์ล่วงหน้าได้ ซึ่งผลลัพธ์ดังกล่าวขึ้นอยู่กับปัจจัยบางประการ โดยที่ผู้ทำการทดลองไม่สามารถทราบได้เป็นการแน่นอน หรือบางครั้งแม้จะทราบกลไกที่ทำให้เกิดผลลัพธ์ แต่ก็ไม่สามารถควบคุมกลไกเหล่านั้นได้

2. นิยามตัวแปรเชิงสุ่ม

คือค่าของเลขจำนวนจริงที่เกิดขึ้นเนื่องจากการทดลองเชิงสุ่ม ตัวอย่างเช่น การทดลองการโยนลูกเต๋าลูกหนึ่ง ค่าของแต้มที่จะเกิดขึ้น คือตัวแปรเชิงสุ่ม ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6 ค่าใดค่าหนึ่ง การเกิดค่าของตัวแปรเชิงสุ่มนี้ไม่แน่นอน เรียกความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์หรือค่าของตัวแปรนี้ว่าฟังชั่นก์แจกแจงความน่าจะเป็น (Probability distribution function) ของตัวแปรเชิงสุ่มนั้น ๆ ซึ่งแบบการแจกแจงนั้นมีหลายแบบ เช่น การแจกแจงแบบปัวซอง การแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล ฯลฯ เป็นต้น

3. ความหมายของทฤษฎีความน่าจะเป็น

คือคณิตศาสตร์ประยุกต์แขนงหนึ่ง ซึ่งกำหนดกติกา กฎเกณฑ์ และระเบียบวิธีในการหาความน่าจะเป็น หรือโอกาสที่จะเกิดขึ้นของเหตุการณ์ที่เกิดจากการทดลองเชิงสุ่ม หรือโอกาสที่จะเกิดตัวแปรเชิงสุ่มนั่นเอง

4. คุณสมบัติของความน่าจะเป็น

เมื่อมีการทดสอบเชิงสุ่ม เราจะพยายามกำหนดความน่าจะเป็นให้แก่ผลลัพธ์ของการทดลอง โดยแทนค่าความน่าจะเป็นที่จะได้ผลลัพธ์ O_i ด้วย P_i โดยมีคุณสมบัติดังนี้

ก. P_i มีค่าเป็นบวกได้เท่านั้น และมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1

ข. ผลบวกของความน่าจะเป็นทุกเหตุการณ์รวมกันมีค่าเท่ากับ 1

บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การแจกแจงปัวซอง (Poisson Distribution)

การแจกแจงปัวซอง เป็นการแจกแจงของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่สำคัญอันหนึ่ง การแจกแจงนี้ค้นพบโดยนักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศสชื่อ S.D. Poisson ใน ค.ศ. 1837 ในทางวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Operations Research) การแจกแจงปัวซองนี้มีบทบาทสำคัญในการพิจารณาลักษณะการเข้ามาของลูกค้า หรือผู้มาใช้บริการของแถวรอคอยเพื่อรอรับบริการ นอกจากนี้การแจกแจงปัวซอง ยังใช้ประมาณค่าของการแจกแจงทวินามได้ด้วย

1. นิยาม ถ้าตัวแปรสุ่ม X เป็นจำนวนผลที่ต้องการ (Number of success) ในช่วงเวลาหรือขอบเขตที่กำหนดให้ ดังนั้น X จะเป็นตัวแปรสุ่มปัวซอง (Poisson random variable) เมื่อ

ก. จำนวนผลที่ต้องการในช่วงเวลาหรือขอบเขตที่ไม่ซ้อนกัน จะเป็นอิสระต่อกัน

ข. ความน่าจะเป็นของผลที่ต้องการสำหรับช่วงเวลาที่เล็กจะเป็นสัดส่วนกับความยาวของช่วงเวลาหรือขอบเขตนั้น

ค. ความน่าจะเป็นของผลที่ต้องการ 2 จำนวน หรือมากกว่าภายในช่วงเวลาหรือขอบเขตที่เล็กพอ จะเข้าใกล้ 0 หรือตัดทิ้งได้

2. นิยาม ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มปัวซอง ที่มีค่าเป็น 0, 1, 2, ... แล้วฟังก์ชั่นความน่าจะเป็นตัวแปรสุ่ม x นี้ เรียกว่า การแจกแจงปัวซอง โดยมีสมการดังนี้

$$f(x) = P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

เมื่อ λ เป็นพารามิเตอร์ที่มีค่าเป็นบวกเสมอ และ $e = 2.71828$

3. ค่าคาดหมาย หรือมัชฌิมของการแจกแจงปัวซอง

เมื่อตัวแปรสุ่ม x มีการแจกแจงปัวซอง โดยมีพารามิเตอร์ λ ดังนั้น ค่าคาดหมายจะมีค่าดังนี้

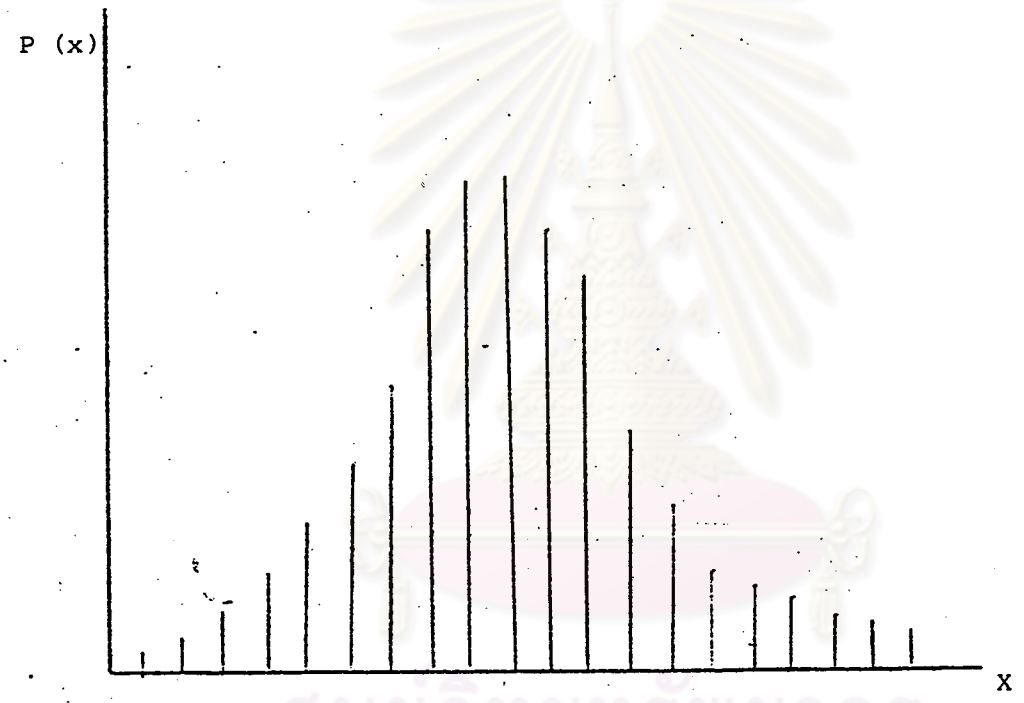
$$E(x) = \lambda$$

4. ค่าแปรปรวนของการแจกแจงปัวซอง

เมื่อตัวแปรสุ่ม x มีการแจกแจงแบบปัวซอง โดยมีพารามิเตอร์ λ ดังนั้นค่าแปรปรวนจะมีค่าดังสมการ

$$V(x) = \lambda$$

ภาพที่ 2.1 การแจกแจงปัวซอง



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ในชีวิตประจำวัน ตัวแปรสุ่มปัวซองมีหลายชนิดด้วยกัน เช่น จำนวนอุบัติเหตุที่เกิดขึ้นในคาบเวลาหนึ่งหรือจำนวนลูกค้าที่เข้ามาติดต่อกับบริษัทในคาบเวลาหนึ่ง หรือจำนวนยานพาหนะที่เข้าเทียบท่าเรือ ท่ารถ ท่าอากาศยาน เป็นต้น เหตุการณ์ใด ๆ ที่มีตัวแปรสุ่มเป็นปัวซอง มักจะเรียกเหตุการณ์นั้นว่า กระบวนการปัวซอง (Poisson Process)

การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential distribution)

การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียล เป็นการแจกแจงชนิดต่อเนื่องที่มีบทบาทสำคัญอันหนึ่ง มักจะพบว่าในช่วงระยะเวลาที่ลูกค้าเข้ามา คือระบบเวลาของการใช้บริการและอายุของส่วนประกอบทางอิเล็กทรอนิกส์ มักจะมีการแจกแจงแบบนี้

1. นิยาม ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มเอกซ์โพเนนเชียลแล้ว ฟังก์ชั่นความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม x นี้เรียกว่า การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียล โดยมีสมการดังนี้

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad \text{สำหรับค่า } x > 0$$

$$= \Theta \quad \text{สำหรับค่า } x \leq 0$$

เมื่อ λ เป็นพารามิเตอร์ที่เป็นค่าบวก และ $e = 2.71828$

2. ค่าคาดหมายหรือค่ามัชฌิมของการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียล

เมื่อตัวแปรสุ่ม x มีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียล ค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่ม x จะเป็นไปตามสมการดังนี้

$$E(x) = \frac{1}{\lambda}$$

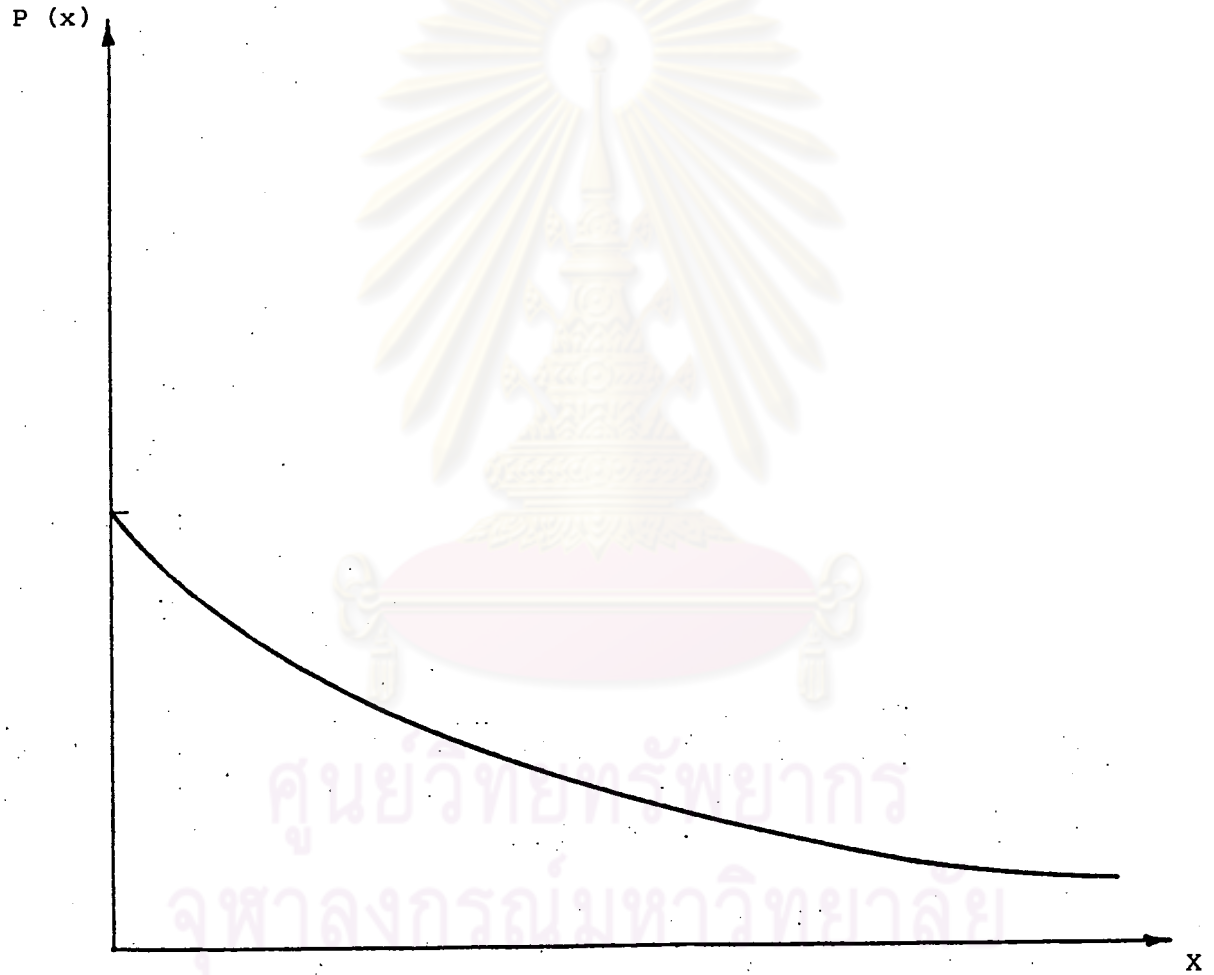
3. ค่าแปรปรวนของการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล

เมื่อตัวแปรสุ่ม x มีการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล จะมีค่าแปรปรวนดังสมการนี้

$$V(x) = \frac{1}{\lambda^2}$$

ตัวอย่างการแจกแจงชนิดนี้ มักจะพบในปัญหาการรอคอย ได้แก่ช่วงเวลาที่ลูกค้าเข้ามาสู่ระบบเวลาของการใช้บริการ นอกจากนี้อายุการใช้งานของส่วนประกอบทางอิเล็กทรอนิกส์ก็จะมีการแจกแจงแบบนี้เหมือนกัน

ภาพที่ 2.2 การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียล



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution)

ในการศึกษาการแจกแจงของเหตุการณ์ปกติในธรรมชาติ จะพบว่าส่วนใหญ่ ค่ากลาง ๆ จะมีความถี่สูง ส่วนค่าน้อย ๆ และค่าสูง ๆ จะมีความถี่ต่ำ เช่น การวัดความสูง คนที่สูงปานกลางจะมีมาก ส่วนคนเตี้ย ๆ และคนสูงมาก ๆ จะมีน้อย ทำให้เรียกการแจกแจงประเภทนี้ว่า การแจกแจงปกติ

1. นิยาม ถ้า x เป็นตัวแปรเชิงสุ่ม โดยมีค่าเฉลี่ย μ และค่าความแปรปรวนเป็น σ^2 แล้ว ฟังก์ชั่นการแจกแจงค่า x จะเป็นไปตามสมการ

$$f(x_i; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

โดย $-\infty < x < \infty$ $\pi = 3.14159$ และ $e = 2.71828$

2. นิยาม พื้นที่ใต้โค้งปกติระหว่างจุด 2 ชุด คือ x_1 และ x_2 สามารถเขียนแทนด้วยฟังก์ชั่นของความน่าจะเป็นได้ดังนี้

$$P(x_1 < x < x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

3. คุณสมบัติของการแจกแจงปกติ

ลักษณะการแจกแจงแบบปกติ จะมีคุณสมบัติดังนี้

ก. มีลักษณะการแจกแจงที่สมมาตรทั้ง 2 ด้าน และเป็นรูประฆังคว่ำ

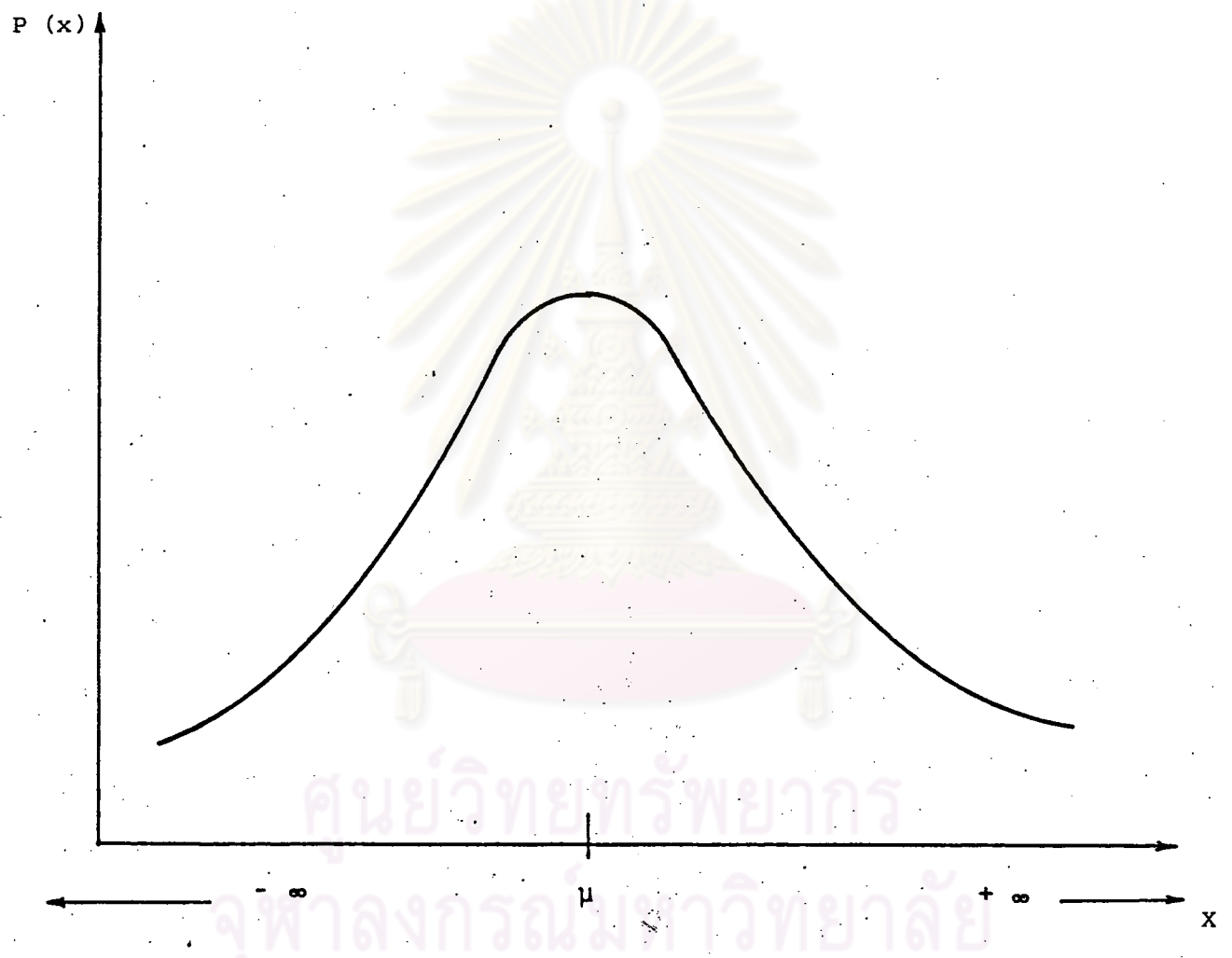
ข. ค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน และค่าฐานนิยม จะอยู่กึ่งกลาง และแบ่งพื้นที่ใต้โค้งปกติออกเป็น 2 ส่วนเท่ากัน

ค. โดยทฤษฎีแล้ว เส้นโค้งจะยื่นออกไปทั้ง 2 ด้าน และค่อย ๆ ลาดสู่แกนนอน เส้นโค้งจะไม่แตะแกนนอน แต่จะไปพบแกนนอนที่ $\pm \infty$

การทดสอบแบบไคสแควร์ (Chi - square goodness of fit test)

เป็นการทดสอบว่า ข้อมูลตัวอย่างที่เก็บมา มีการแจกแจงเป็นแบบไหน โดยการเปรียบเทียบกับการแจกแจงตามทฤษฎี โดยเปรียบเทียบความถี่ของข้อมูลที่เก็บมากับความถี่ทางทฤษฎีของการแจกแจงนั้น ๆ โดยคำนวณค่าจากสูตร

ภาพที่ 2.3 แสดงการแจกแจงแบบปกติ



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\chi^2_{test} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

เมื่อ O_i เป็นค่าความถี่ของตัวอย่าง ในชั้นที่ i

E_i เป็นค่าความถี่ตามทฤษฎี ในชั้นที่ i

k เป็นค่าสูงสุดของจำนวนชั้นของความถี่

จากสูตรจะเห็นว่า ถ้าค่าความถี่ของตัวอย่างใกล้เคียงกับค่าของทฤษฎีแล้ว ค่าที่คำนวณได้จะมีค่าต่ำในทางตรงข้าม ถ้าค่าความถี่จากตัวอย่างแตกต่างจากทฤษฎีมาก ๆ ค่าที่คำนวณได้จะมีค่าสูง

1. ขั้นตอนในการทดสอบ χ^2 มีดังนี้

ก. ตั้งสมมติฐานของข้อมูล โดยพิจารณาจากลักษณะการกระจายของข้อมูลจากโค้งที่พลอท (plot) ไว้ ว่าควรจะมีการแจกแจงแบบไหน

ข. คำนวณหาค่าความถี่ของข้อมูลตามทฤษฎี (E_i)

ค. คำนวณค่า χ^2_{test} ตามสูตร

ง. เลือกค่าวิกฤติของการแจกแจง $\chi^2_{\alpha,\gamma}$ โดย

α คือระดับนัยสำคัญ (level of significance)

γ คือชั้นแห่งความเป็นอิสระ (degree of freedom)

จ. เปรียบเทียบค่าไคสแควร์จากการคำนวณจากสูตร กับค่าไคสแควร์ที่ได้จากตารางซึ่งเป็นค่าไคสแควร์ตามทฤษฎี

ถ้าค่าไคสแควร์จากการคำนวณ (χ^2_{test}) น้อยกว่าค่าไคสแควร์ที่ได้จากตาราง จะยอมรับสมมติฐานที่ตั้งขึ้นตามนัยสำคัญที่กำหนดไว้ ในทางตรงข้ามถ้าค่าไคสแควร์จากการคำนวณมากกว่าค่าไคสแควร์จากตาราง ก็จะปฏิเสธสมมติฐานที่ตั้งขึ้นไว้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

<u>แบบจำลอง</u> (Model)

นิยาม แบบจำลองคือตัวข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับระบบซึ่งรวบรวมขึ้น โดยมีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาหรือทำตามความเข้าใจระบบนั้น

1. หน้าที่ของแบบจำลอง[1]

แบบจำลองมีหน้าที่ต่าง ๆ ดังนี้

ก. เป็นเครื่องมือช่วยในการคิด ตัวอย่างเช่น แบบจำลอง PERT ซึ่งช่วยในการคิดได้ว่า ควรทำงานขั้นตอนไหนก่อนหลัง

ข. เป็นเครื่องมือช่วยสื่อความหมาย การสร้างแบบจำลองจะเข้าใจระบบได้ดีกว่าคำบรรยาย ดังคำพูดที่ว่า "รูปภาพรูปหนึ่งมีค่าเท่ากับคำพูดพัน ๆ คำ" หรือ "สิบปากว่าไม่เท่าตาเห็น"

ค. ใช้ในการสอนหรือฝึกอบรม เช่น ห้องโดยสารเครื่องบินจำลอง ใช้ในการฝึกอบรมพนักงานบนเครื่องบิน

ง. เป็นเครื่องมือในการทำนายพฤติกรรมของระบบ ซึ่งเป็นส่วนสำคัญในการจำลองผล

จ. เป็นเครื่องมือในการทดลอง บางครั้งการปฏิบัติงานกับระบบจริง ๆ อาจจะกระทำไม่ได้เนื่องจากไม่สามารถควบคุมตัวแปรบางอย่างได้ หรืออาจจะเสียค่าใช้จ่ายสูง จึงใช้ทดลองกับแบบจำลองแบบ

2. ส่วนประกอบของแบบจำลอง[2] เพื่อการจำลองผล

โดยทั่วไปแบบจำลองประกอบไปด้วยส่วนต่าง ๆ ดังนี้

ก. ตัวประกอบย่อย (components) หมายถึงส่วนต่าง ๆ ที่ประกอบเข้าด้วยกันเป็นระบบ บางครั้งเราเรียกตัวประกอบย่อยนี้ว่า สมาชิก (elements) หรือระบบย่อย (subsystems) ตัวอย่างเช่น ตัวแบบของเมือง ประกอบไปด้วยระบบการศึกษา ระบบสาธารณสุข ระบบขนส่ง ฯลฯ เป็นต้น

ข. ตัวแปร ประกอบไปด้วยตัวแปรภายนอก (Exogeneous) หรือตัวแปรนำเข้า (Input Variable) ซึ่งเกิดจากนอกระบบ และนำเข้ามาใช้ในการปฏิบัติการจำลองผล ตัวแปรภายใน (Endogeneous Variable) หรือตัวแปรนำ

---

[1] Robert E. Shannon, System Simulation the art and science (Prentice - Hall, Inc. 1975) p. 5 - 7.

[2] Ibid.

ออก (Output Variable) เป็นค่าที่เกิดขึ้นในระบบหรือจากการปฏิบัติการจำลองผล อีกประเภทหนึ่งคือตัวแปรสถานะ (Status Variable) เป็นตัวแปรที่แสดงสถานะของระบบ บางครั้งก็ถือว่าเป็นตัวแปรภายใน ในทางสถิติจะเรียกตัวแปรภายนอกว่าตัวแปรอิสระ (Independent Variable) และตัวแปรภายในว่าตัวแปรตาม (Dependent Variable)

ค. พารามิเตอร์ คือลักษณะที่คงที่ ซึ่งกำหนดไว้ในแบบจำลองเพื่อแสดงถึงลักษณะของแบบจำลอง

ง. ฟังก์ชั่นความสัมพันธ์ คือ ฟังก์ชั่นที่แสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ และพารามิเตอร์ในระบบ ซึ่งจะแสดงถึงพฤติกรรมของระบบนั้น ๆ เช่น กระบวนการบัวซอง ฟังก์ชั่นความสัมพันธ์ก็คือ การแจกแจงบัวซอง นั่นเอง

จ. ขีดจำกัด (Constraints) หมายถึง ข้อจำกัดของค่าของตัวแปรต่าง ๆ ในตัวแบบจำลอง หรือหมายถึงทรัพยากรที่สามารถจัดสรรให้ได้ ซึ่งอาจจะเกิดขึ้นโดยธรรมชาติของระบบ หรือเกิดจากการออกแบบระบบก็ได้ เช่น การกำหนดค่าใช้จ่ายทั้งหมดของระบบราชการ เป็นต้น

ฉ. กฎเกณฑ์การตัดสินใจ (Criterion function) หมายถึงการแยกวัตถุประสงค์หรือเป้าหมายของแบบจำลองออกอย่างชัดเจน และกำหนดวิธีการในการวัดผลเป้าหมายต่าง ๆ นั้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. การจำแนกแบบจำลอง [1] (Classification of Model)

เนื่องจากการสร้างแบบจำลอง มีส่วนสำคัญต่อการนำไปสู่การวิจัยเชิงปฏิบัติ ดังนั้นการแบ่งแบบจำลองเป็นชนิดต่าง ๆ จึงมีประโยชน์ต่อการนำไปวิเคราะห์ ภาพที่ 2.4 จะแสดงประเภทและลักษณะต่าง ๆ ของแบบจำลอง

ก) แบบจำลองในลักษณะพรรณา (Descriptive Model) เป็นแบบจำลองที่พรรณาด้วยคำพูดหรือหนังสือ ซึ่งมีวิธีการทำนายด้วยวิธีลงความเห็น (Judgment) สำหรับการหาค่า หรือคำตอบที่ดีที่สุดนั้นไม่แน่นอนขึ้นอยู่กับความชำนาญของผู้วิเคราะห์ปัญหา ส่วนค่าใช้จ่ายในการสร้างแบบจำลองนั้นต่ำมาก การสื่อความหมายกับบุคคลที่มีความรู้ทางเทคนิค และไม่มีความรู้ทางเทคนิคไม่ดี และข้อสำคัญของแบบจำลองนี้คือไม่สามารถกระทำการทำนายซ้ำแบบได้

ข) แบบจำลองกายภาพ (Physical Model) วิธีการทำนายอาศัยการปฏิบัติการทางกายภาพ การหาคำตอบที่ดีที่สุดก็ด้วยการค้นหาจากทางเลือก (Alternative) ต่าง ๆ ค่าใช้จ่ายในการสร้างแบบจำลองสูง การสื่อความหมายได้ดีทั้งบุคคลที่มีและไม่มีความรู้ทางเทคนิค ข้อจำกัดคือไม่สามารถทำซ้ำกัน

ค) แบบจำลองที่เป็นสัญลักษณ์ (Symbolic Model) แบบจำลองนี้จะประกอบด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ วิธีการทำนายและวิธีการหาคำตอบที่ดีที่สุดก็ใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์หรือวิธีการเลขจำนวน (Numerical) ค่าใช้จ่ายในการสร้างแบบจำลองจะต่ำหรือปานกลาง การสื่อความหมายจะง่ายเฉพาะบุคคลที่มีความรู้ทางด้านนี้เท่านั้น ข้อจำกัดต้องใช้โครงสร้างคณิตศาสตร์ที่ได้พัฒนาแล้ว

ง) แบบจำลองในลักษณะขั้นตอนวิธีการ (Procedural Model) เป็นแบบจำลองที่แสดงความสัมพันธ์พลวัตร (Dynamic relationships) ที่เป็นข้อสมมุติฐานที่ได้จากสภาวะจริง การทำนายก็ใช้วิธีการจำลองผล ซึ่งโดยทั่วไปจะใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการปฏิบัติการ วิธีหาคำตอบที่ดีที่สุดใช้วิธีการค้นหา (Search) ค่าใช้จ่ายในการสร้างแบบจำลองจะสูง แต่การสื่อความหมายใช้ได้ดี ส่วนข้อข้อจำกัดก็คือ การกำหนดเจาะจงคุณสมบัติทั่วไปของแบบจำลองทำได้ไม่ง่ายนัก

---

[1] James R. Emshoff & Roger L. Sisson, Design and Use of Computer Simulation methods, (New York : Macmillan Publishing Co.,Inc., 1970), p. 5 - 8.

แบบจำลอง	วิธีทำนาย	วิธีหาคำตอบที่ดีที่สุด	ค่าใช้จ่าย	การสื่อความหมาย		ข้อจำกัด
				ผู้มีความรู้	ผู้ไม่มีความรู้	
แบบพรรณา	ลงความเห็น	ไม่มีวิธีการแน่นอน	ต่ำ	ไม่ดี	ไม่ดี	ทำนายซ้ำวิธีการเดิมไม่ได้
กายภาพ	ปฏิบัติการทางกายภาพ	ค้นหา	สูง	ดี	ดี	ทำซ้ำข้อมูลเดิมไม่ได้
สัญลักษณ์	วิธีคณิตศาสตร์ วิธีเลขจำนวน	วิธีคณิตศาสตร์	ต่ำ ปานกลาง	ดี	ไม่ดี	ต้องใช้โครงสร้างคณิตศาสตร์ที่เคยพัฒนาแล้ว
ขั้นตอนวิธีการ	การจำลองผล	ค้นหา	สูง	ปานกลาง	ดี	กำหนดเจาะจงคุณสมบัติทั่วไปยาก

ภาพที่ 2.4 แสดงการจำแนกแบบจำลอง

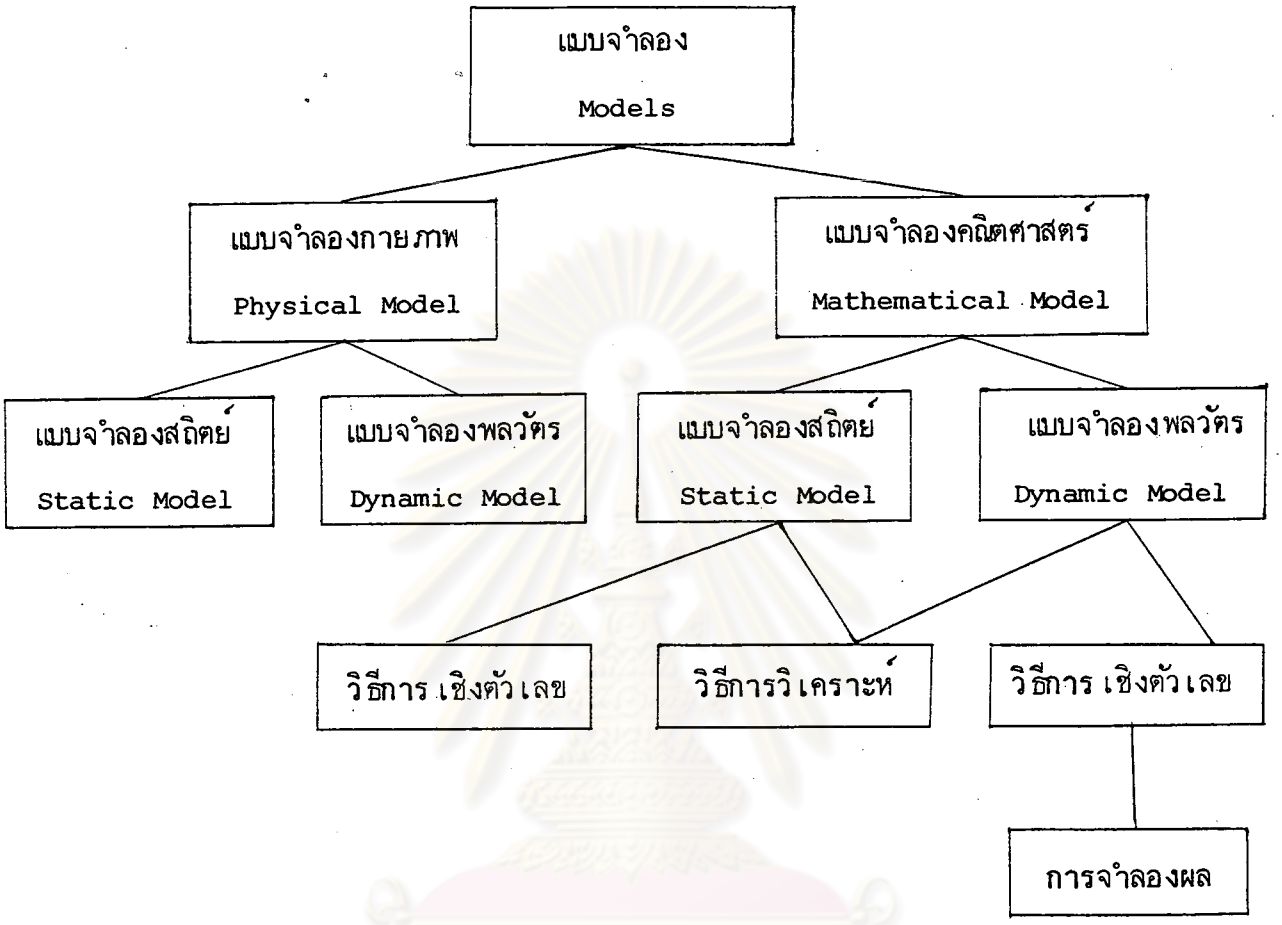
ที่มา : James. R. Emshoff & Roger L. Sisson, Design and Use of Computer Simulation methods. New York : Macmillan Publishing Co., Inc., 1970. p.8.

0135855

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การแบ่งประเภทของแบบจำลองอาจจะแบ่งตามประเภทของระบบ กล่าวคือ เป็นแบบจำลองชนิดไม่แน่นอน หรือคาดคะเน หรือเป็นแบบจำลองชนิดต่อเนื่อง หรือไม่ต่อเนื่อง หรืออาจจะแบ่งเป็น 2 ประเภทตามภาพที่ 2.5 คือแบบจำลองกายภาพ และแบบจำลองคณิต ในแบบจำลองกายภาพนั้น ส่วนทำการ (Entity) และลักษณะทำการ (Attribute) จะแทนได้ด้วยการวัดทางกายภาพ เช่นโวลเตจ หรือตำแหน่งของลูกศรในเครื่องวัด เป็นต้น ส่วนในแบบจำลองคณิตศาสตร์ ส่วนทำการจะแทนได้ด้วยตัวแปรทางคณิตศาสตร์ ส่วนกิจกรรมแทนได้ด้วยฟังก์ชั่นทางคณิต-ศาสตร์ที่เกี่ยวโยงกับตัวแปรเหล่านั้น จากภาพที่ 2.5 จะเห็นว่าการจำลองผลคือเทคนิคของเชิงตัวเลข โดยใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ชนิดพลวัตร (Dynamic Mathematical Model) นั่นเอง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาพที่ 2.5 ประเภทของแบบจำลอง

ที่มา : Geoffrey Gordon. System Simulation. Second Edition. New Jersey : Prentice - Hall INC., 1975. p.9.

การจำลองผล (Simulation)

การจำลองผล คือวิธีการวิเคราะห์ระบบ โดยการสร้างตัวแทนหรือแบบจำลองเลียนแบบระบบจริง เพื่อการศึกษาวิเคราะห์พฤติกรรมของระบบจริงจากแบบจำลองแล้ว นำผลที่ได้ไปทำนายพฤติกรรมของระบบในอนาคต หรือปรับปรุงระบบงานในปัจจุบันให้ดีขึ้น

1. ชนิดของการจำลองผล

การจำลองผลสามารถแจกแจงออกเป็นชนิดต่าง ๆ ตามวิธีการดังนี้

ก. ปัญญาประดิษฐ (Artificial Intelligence)

โดยปกติการใช้คอมพิวเตอร์ในวิชาการบริหาร จะใช้เป็นเครื่องมือในการคำนวณได้อย่างรวดเร็วและเที่ยงตรง ซึ่งมักจะต้องเป็นปัญหาที่กำหนดแน่ชัด รวมทั้งมีวิธีการแก้ปัญหาให้กับเครื่องคอมพิวเตอร์ไว้แล้วอย่างแน่นอน โดยที่คอมพิวเตอร์ไม่สามารถคิดค้นวิธีการแก้ปัญหาด้วยตัวเองได้ ต่อมาได้เกิดความคิดที่ว่าน่าจะสอนให้คอมพิวเตอร์รู้จักคิดและพิจารณาสมมติฐานต่างๆ ได้ด้วยตัวเอง ซึ่งหมายถึงการคิดค้นความฉลาดเทียมที่เลียนแบบธรรมชาติ และมีผู้บัญญัติศัพท์ไว้ว่า ปัญญาประดิษฐ (Artificial Intelligence) ตัวอย่างของการจำลองผลประเภทนี้ได้แก่ การเล่นหมากรุกโดยคอมพิวเตอร์จะจดจำความผิดพลาดในการเดินครั้งก่อน ๆ เอาไว้ เพื่อจะได้ไม่ผิดพลาดอีก นอกจากนี้ เครื่องคอมพิวเตอร์ยังสามารถนำประสบการณ์จากการเล่นครั้งก่อน ๆ มาวิเคราะห์ได้ว่าสมควรจะเปลี่ยนแต้มคะแนนสำหรับตัวหมากและตำแหน่งให้ดีขึ้นได้อย่างไร เป็นต้น

นอกจากนี้ปัญญาประดิษฐยังถูกคิดค้นในด้านอื่น ๆ อีกมาก เช่น การทำความเข้าใจกับเสียงพูด ความสามารถในการตัดสินวิเคราะห์และแก้ปัญหา ความสามารถในการจดจำรูปภาพ ฯลฯ เป็นต้น

ข. โปรแกรมฮิวริสติค (Heuristic Programming)

การหาคำตอบที่เหมาะสม ของปัญหาการตัดสินใจที่ซับซ้อนบางประการอาจมีข้อจำกัดเกี่ยวกับเวลาและค่าใช้จ่าย หรืออาจจะเป็นงานที่ยากลำบาก หรือบางครั้งอาจเป็นไปไม่ได้เลย ดังนั้น วิธีการเป็นขั้น ๆ ซึ่งจะบรรลุถึงคำตอบที่น่าพอใจในขั้นตอนจำนวนหนึ่งสำหรับปัญหาที่ซับซ้อนทั้งหลาย เรียกว่า

โปรแกรมฮิวริสติค (Heuristic Programming) โดยทั่วไปมักปฏิบัติให้สำเร็จลงได้ด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ ตัวอย่างเช่น การวัดผลการลงทุนในการซื้อหุ้น ผู้ลงทุนอาจมีกฎเกณฑ์ของตัวเอง เช่น จะพิจารณาเฉพาะหุ้นของบริษัทที่มีทรัพย์สินมากกว่าหนี้สิน 3 เท่าตัว ด้วยกฎเกณฑ์นี้ คอมพิวเตอร์อาจจะลดทางเลือกนับพัน ๆ เหลือเพียงไม่เกิน 10 ทางเลือกได้ โปรแกรมฮิวริสติค (Heuristic Programming) ถูกใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ เช่น

- การพยากรณ์ยอดขาย
- การตัดสินใจในการลงทุน
- ถิ่นฐานที่ตั้งที่สะดวกสบาย
- การจัดตารางสำหรับโครงการใหญ่ ๆ
- การควบคุมสินค้าคงคลัง
- การวิเคราะห์ความสมดุลในระบบการผลิต
- ฯลฯ

ค. เกมธุรกิจ (Business Games)

เป็นการจำลองผลที่เกี่ยวข้องกับผู้เข้าร่วมแสดงความคิดเห็น หรือวางแผน เป็นการจำลองสภาวะเลียนแบบสภาวะจริงของการแข่งขันธุรกิจ โดยมีจุดมุ่งหมายให้ผู้เข้าร่วมแข่งขัน ทำกำไรให้กับตัวเองมากที่สุด หรือการเพิ่มส่วนแบ่งการตลาด ฯลฯ เป็นต้น โดยมีการตัดสินใจเป็นระยะ ๆ ในขอบข่ายของการผลิต การประดิษฐ์คิดค้น การตลาด การลงทุน การวิจัยและการเงิน จุดมุ่งหมายของการจำลองผลแบบนี้ก็เพื่อการฝึกฝนและการวิจัย ตัวอย่างการจำลองผลประเภทนี้ได้แก่ การจำลองผลการวางแผนในการโฆษณา โดยให้ผู้เข้าร่วมแข่งขันแบ่งออกเป็นกลุ่ม ๆ โดยวางแผนการโฆษณาสินค้าประเภทเดียวกัน เช่นการเลือกสื่อโฆษณา การออกแบบชิ้นโฆษณา ฯลฯ เป็นต้น โดยแบ่งการเล่นเป็นช่วง ๆ ผลที่ได้คือผู้เล่นจะมีส่วนแบ่งการตลาดต่าง ๆ กัน และในครั้งต่อไปผู้เล่นทุกกลุ่มจะต้องวาง แผนการโฆษณาในช่วงถัดไปใหม่ ซึ่งก็จะได้ผลมาใหม่ ทำดังนี้ไปเรื่อย ๆ เท่าที่มีโอกาสอำนวยให้ ซึ่งจะทำให้ผู้ร่วมเล่นได้มีโอกาสฝึกฝนให้เกิดความชำนาญได้

ง. การจำลองผลระบบ (System Simulation)

เป็นการจำลองผล ที่เกี่ยวข้องกับระบบที่มีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา เช่น ระบบเงินแห่งชาติ ขบวนการผลิตของเครื่องยนต์ การปล่อยจรวด ฯลฯ การจำลองผลแบบนี้ จะใช้สมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรในระบบซึ่งจะถูกโปรแกรมเข้าในเครื่องคอมพิวเตอร์ สมการเหล่านี้จะแทนคุณลักษณะที่เกี่ยวข้องกัน ของระบบชีวิตจริงในสิ่งแวดล้อมของการปฏิบัติการของตัวแปรต่าง ๆ แล้วนโยบายต่าง ๆ ของการบริการจะถูกทดสอบกับตัวแปร เพื่อดูผลที่เกิดขึ้น ทำให้สามารถเข้าใจระบบได้ดีขึ้น นอกจากนี้ตัวแปรต่าง ๆ ยังสามารถเปลี่ยนแปลงเพื่อวิเคราะห์ ผลกระทบเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรเหล่านั้นได้

ตัวอย่าง การจำลองของอุตสาหกรรมกระดาษ

จากภาพที่ 2.6 จะเห็นว่า ไม้จากป่าและกระดาษที่ใช้แล้วถูกนำมาผลิตเยื่อไม้ จากนั้นนำมาผลิตกระดาษใหม่ ผ่านไปถึงผู้จัดจำหน่ายและร้านขายส่ง เมื่อลูกค้านำไปใช้ ก็เกิดของเสียทิ้งไป แล้วบางส่วนก็นำกลับมาผลิตใหม่ได้ ซึ่งการจำลองผลนี้ จะประกอบไปด้วยสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรในขั้นตอนต่าง ๆ ภายใต้การจำลองผลนี้ ผู้บริหารจะสามารถเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขและตัวแปรต่าง ๆ และดูผลที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงนี้ได้ง่าย เช่น

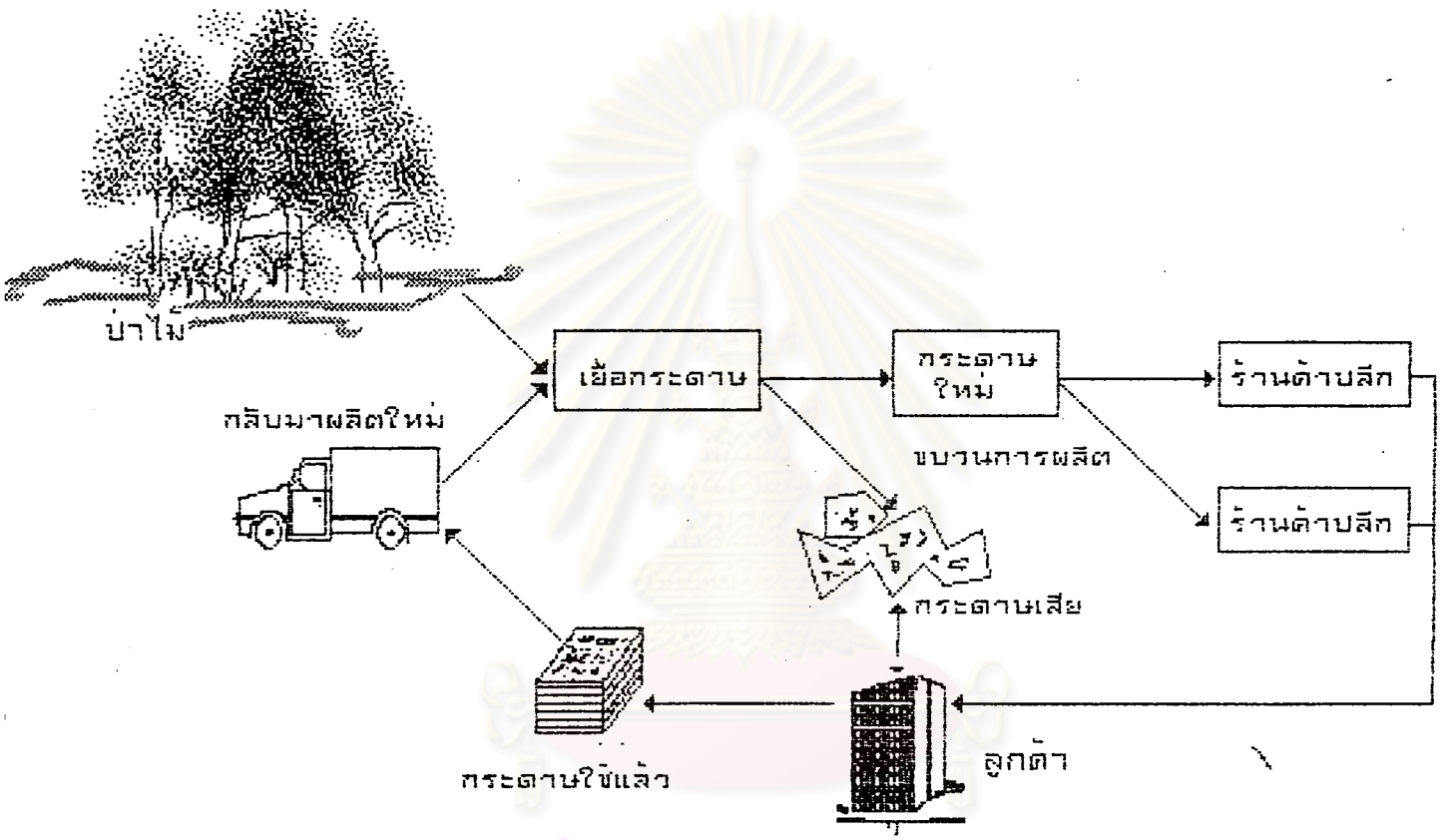
- การเกิดไฟไหม้ป่า จะกระทบกระเทือนอะไรบ้าง
- การลดความต้องการของลูกค้าลง
- เกิดการนัดหยุดงานของพนักงานขนส่ง
- ฯลฯ

การจำลองผลกระบบนี้จะช่วยให้ผู้บริหารสามารถปรับปรุงการตัดสินใจให้ดีขึ้นได้ ทำให้สามารถลดความเสี่ยงที่เกิดจากการตัดสินใจได้โดยทดลองจำลองผลระบบกับตัวแบบดูก่อน

จ. การจำลองผลแบบมอนติคาโล

เป็นการจำลองผลโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่าง ซึ่งแทนที่จะปฏิบัติการกับเหตุการณ์จริง ก็ใช้วิธีจัดแบ่งตัวเลขออกเป็นกลุ่ม ๆ โดยให้ตัวเลขในกลุ่มเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่างๆ ในระบบ หลังจาก

ภาพที่ 2.6 แสดงการจำลองระบบอุตสาหกรรมกระดาษ



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ได้จัดกลุ่มตัวเลขแล้ว ก็ทำการเลือกตัวเลขเชิงสุ่มมา เมื่อตัวเลขสุ่มนี้ตกอยู่ในกลุ่มตัวเลขใด ก็จะบอกว่าเหตุการณ์ตรงกับตัวเลขกลุ่มนั้น การทำเช่นนี้หลาย ๆ ครั้ง จะสามารถทำให้ได้ผลลัพธ์ใกล้เคียงกับระบบจริงได้

2. ขั้นตอนการจำลองผล

การจำลองผลสามารถแยกออกเป็นขั้นตอนต่าง ๆ ได้ดังนี้

ก. การจัดรูปของปัญหา (Problem Formulation)

เป็นการพิจารณาและกำหนดองค์ประกอบต่าง ๆ อันได้แก่ ตัวแปรค่าพารามิเตอร์ และการเลือกวิธีการสร้างเลขกลุ่มที่เหมาะสม อันเป็นการนำค่าสถิติทั้งหลายที่ได้จากการเก็บข้อมูลมาใช้ รวมทั้งวิธีการที่ใช้ในการประเมินผลการจำลองผลด้วย

ข. การสร้างแบบจำลอง (Model Formulation)

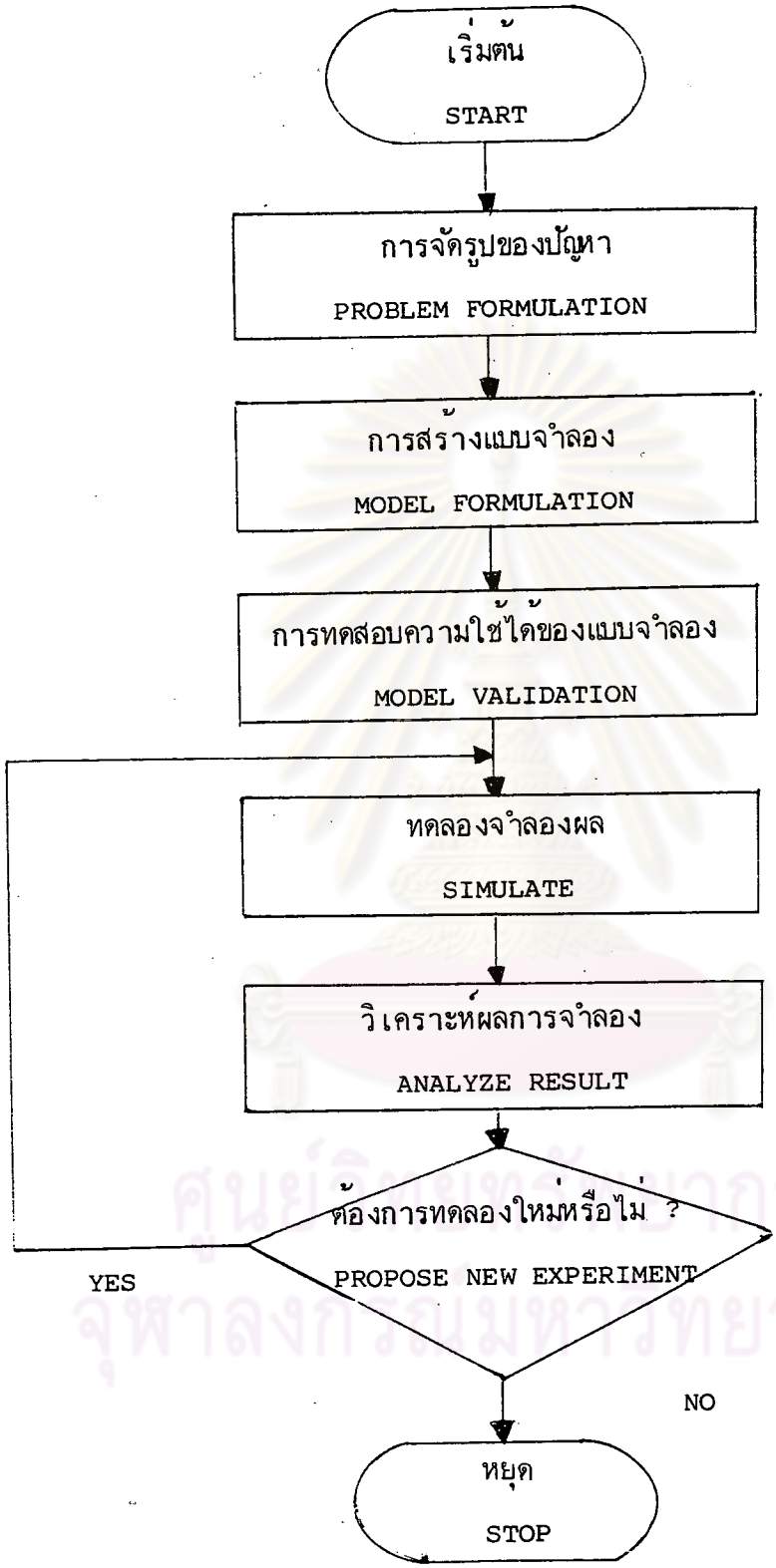
เป็นการพิจารณาความสัมพันธ์สำหรับตัวแปรต่างๆ โดยใช้สมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรเหล่านั้น จากนั้นจึงนำมาสร้างเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อทำการจำลองผล

ค. การทดสอบความใช้ได้ของแบบจำลอง (Model Validation)

เพื่อให้แน่ใจได้ว่าแบบจำลองที่สร้างขึ้น สามารถเป็นตัวแทนที่ดีของระบบจริงได้หรือไม่เพียงใด โดยเปรียบเทียบความถูกต้องใกล้เคียงกับข้อมูลทางสถิติที่เก็บรวบรวมไว้ หรือจากสูตรคณิตศาสตร์ทางสถิติ

ง. การวิเคราะห์ผลการจำลองแบบและสรุปผล (Analysis and conclusion)

จากนั้นทำการวิเคราะห์ผลการจำลองแบบ ศึกษาถึงผลกระทบที่อาจเกิดขึ้น ดูข้อดีข้อเสีย เพื่อหาข้อสรุปและเสนอแนะต่อไป



ภาพที่ 2.7 ผังแสดงขั้นตอนการจำลองผล

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การวางแผนการจำลองผลทางคอมพิวเตอร์[1] (Computer Simulation Planning)

การวางแผนเพื่อการจำลองผล ประกอบด้วยขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. การจัดวางรูปของปัญหา (Formulation of Problem)

เป็นการกำหนดจุดมุ่งหมายของการจำลองผล ซึ่งประกอบไปด้วย

ก. คำถามที่จะต้องตอบ เช่น การจำลองผล การบริหารสินค้าคงคลัง คำถามคือ จะต้องเก็บรักษาสินค้าเท่าไร จะต้องส่งสินค้าเมื่อไร เป็นจำนวนเท่าไร ฯลฯ เป็นต้น

ข. ข้อสมมุติฐานที่ต้องทดสอบ จุดมุ่งหมายของการวิจัยจะต้องมีการทดสอบสมมุติฐานต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับพฤติกรรมระบบ เช่น การส่งสินค้ามีการแจกแจงแบบปกติหรือไม่ เป็นต้น

ค. ผลกระทบที่จะต้องคาดคะเน เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ และตัวแปรต่าง ๆ ของระบบ เช่น ถ้าเปลี่ยนจำนวนสินค้าที่ส่งในแต่ละครั้งแล้วจะต้องส่งสินค้าถี่ขึ้นกว่าเดิมหรือไม่ เป็นต้น

2. การรวบรวมและประมวลข้อมูล (Collection and Processing of Data)

โดยปกติจะต้องมีการรวบรวมและประมวลผลข้อมูลก่อน จึงจะกำหนดปัญหาและจุดมุ่งหมายของการวิจัยได้ ทั้งนี้ข้อมูลจะถูกคัดเลือก ตัดทอนให้อยู่ในรูปที่เหมาะสมในการทดลองปฏิบัติการจำลองผล เหตุผลที่ต้องรวบรวมและประมวลผลข้อมูล มีดังนี้

ก. ถ้าไม่มีการรวบรวมข้อมูลก่อน ก็ไม่สามารถจะกำหนดปัญหาขึ้นได้

ข. ข้อมูลที่ผ่านการลดทอน หรือดัดแปลงให้มีความหมายเฉพาะอาจจะนำไปเป็นข้อสมมุติฐานของแบบจำลองที่สร้างขึ้นตามพฤติกรรมของระบบได้

ค. ข้อมูลที่ได้มาอาจนำไปปรับปรุงแบบจำลองให้เหมาะสมในการจำลองผล

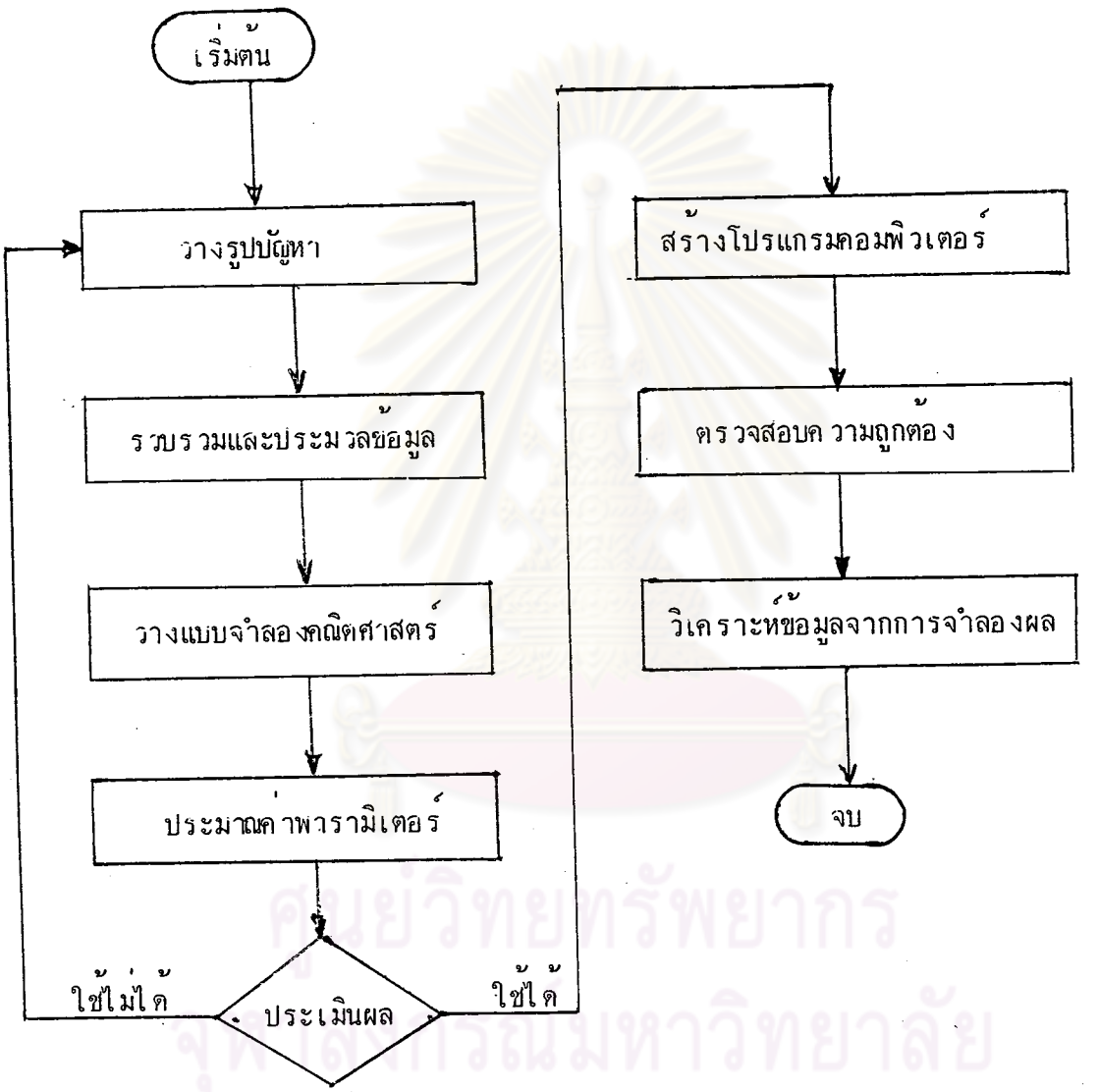
ง. ข้อมูลที่ได้สามารถนำไปประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรต่างๆ ของระบบได้

จ. ถ้าปราศจากข้อมูลแล้วการทดสอบความถูกต้อง (Validity) ของแบบจำลองจะกระทำไม่ได้

---

[1] Thomas H. Naylor, Computer Simulation Techniques, (New York : John Wiley & Son, Inc. 1966) p. 23 - 41.

ภาพที่ 2.8 แสดงขั้นตอนการจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. การวางรูปจำลองทางคณิตศาสตร์ (Formulation of Mathematical Model)

การที่จะวางรูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้นั้น จำเป็นต้องทราบว่าจะมีตัวแปรและพารามิเตอร์อะไรบ้าง มีจำนวนเท่าไร ตัวแปรและพารามิเตอร์เหล่านี้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรและพารามิเตอร์มีความสลับซับซ้อนมากน้อยเพียงใด ถ้าสามารถดัดแปลงให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้น ก็จะสามารถลดเวลาในการจำลองผลลงไปได้ สิ่งสำคัญอีกประการหนึ่งก็คือ จะต้องตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองที่สร้างขึ้นว่าถูกต้องแค่ไหน หลักการออกแบบจำลองอาจแบ่งแยกเป็น 2 กรณีคือ แบบคลุมทั่วไป (Generalized Design) และแบบหน่วยหรือบล็อค (Modular or Block Disign) การจะเลือกใช้แบบไหนจึงอยู่กับขนาดของระบบที่จะจำลอง กล่าวคือ ถ้าเป็นระบบที่ใหญ่และมีความซับซ้อนมาก ควรออกแบบเป็นหน่วยหรือบล็อค จึงจะสะดวกในการจำลองผล การแก้ไขหรือเพิ่มเติมก็สามารถทำได้ง่ายขึ้น แต่ถ้าเป็นระบบเล็กและไม่ซับซ้อน การออกแบบเป็นหน่วยหรือบล็อคจะทำให้เสียเวลาโดยไม่จำเป็น ควรออกแบบเป็นแบบคลุมทั่วไปจะเหมาะสมกว่า

4. การประมาณค่าพารามิเตอร์ (Estimation of Parameters)

เมื่อได้รวบรวมข้อมูลต่าง ๆ แล้ว และได้สร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อบอกพฤติกรรมของระบบ จะต้องมีการประมาณค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ใช้ในแบบจำลอง ค่าที่ประมาณได้จะต้องผ่านการทดสอบทางสถิติก่อน ซึ่งมีหลายวิธีด้วยกัน การจะใช้วิธีใดก็ขึ้นอยู่กับลักษณะของข้อมูลและระบบนั้น ๆ

5. การประเมินผลของแบบจำลองและการประมาณค่าพารามิเตอร์ (Evaluation of the Model and Parameter Estimation)

หลังจากสร้างแบบจำลองและประมาณค่าพารามิเตอร์แล้วจะต้องมีการประเมินผลว่าแบบจำลองนั้นและพารามิเตอร์ดังกล่าวถูกต้อง สมบูรณ์หรือไม่ การประเมินผลก็คงใช้วิธีการทดสอบทางสถิติเช่นกัน เมื่อแน่ใจว่าใช้ได้จึงดำเนินการขั้นต่อไป

6. การสร้างโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ (Formulation of a Computer Program)

ขั้นตอนในการสร้างโปรแกรมจะมีดังนี้คือ

ก. ข้อมูลรายงาน (Output Reports) จะต้องกำหนดว่ามีข้อมูลอะไรบ้างที่จะพิมพ์ออกเป็นรายงาน และมีรูปร่างอย่างไร

ข. ข้อมูลที่ผลิต (Data Generation) จะต้องทราบว่าจะผลิตข้อมูลขึ้นในโปรแกรมอะไรบ้าง และในช่วงใดบ้างของโปรแกรม ข้อมูลที่ผลิตได้ใช้เนื้อที่เท่าไรในหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์ เป็นต้น

ค. ข้อมูลนำเข้า (Data Input) จะต้องวางรูปแบบ (Format) ของข้อมูลนำเข้า และพิจารณาว่ามีข้อมูลอะไรบ้างที่จะนำเข้าในโปรแกรม

ง. กำหนดทางเดินของโปรแกรม (Program Flow Chart) โดยกำหนดขั้นตอนและลำดับการทำงานของโปรแกรม

จ. เขียนโปรแกรมด้วยภาษาคอมพิวเตอร์

ซึ่งอาจจะเป็นภาษาใดภาษาหนึ่ง เช่น COBOL FORTRAN BASIC ฯลฯ เป็นต้น

ฉ. ตรวจสอบแก้ไขข้อผิดพลาดของโปรแกรม (Debugging) โปรแกรมที่เขียนขึ้นอาจจะมีข้อผิดพลาดได้ เช่น ไม่ถูกต้องตามตรรก (logic) จะต้องแก้ไขให้ถูกต้องก่อนนำไปใช้จริง

7. การตรวจสอบความถูกต้อง (Validation)

การตรวจสอบแบบการจำลองผลจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ควรตรวจสอบสองกรณีคือ ตรวจสอบว่าค่าหรือข้อมูลที่ได้จากการจำลองผลถูกต้องใกล้เคียงกับข้อมูลตามจริงในอดีตเพียงใด อีกกรณีหนึ่งต้องตรวจสอบว่าความแม่นยำในการทำนายพฤติกรรมของระบบในอนาคตมีมากน้อยเพียงใด

8. การวิเคราะห์ข้อมูลจากการจำลองผล (Analysis of Simulation Data)

ขั้นตอนสุดท้ายของการจำลองผลคือ การวิเคราะห์ข้อมูลหรือรายงานจากการจำลองผล แปลความหมาย (Interpretion) ของข้อมูลดังกล่าวว่ามีความหมายอะไรบ้าง

การประยุกต์ใช้และการวิจัยการจำลองผลที่น่าสนใจในประเทศไทย

การประยุกต์ใช้วิธีการจำลองผลในประเทศไทยที่น่าสนใจ มีดังนี้

1. การจำลองผลการบิน[1] (Flight Simulator)

การที่จะฝึกนักบินแต่ละคนให้มีสมรรถนะในการบินให้ดีนั้น จะต้องเสียค่าใช้จ่ายสูงในการฝึกอบรม อีกทั้งจะต้องเสี่ยงต่อชีวิต และทรัพย์สินมูลค่ามหาศาล ดังนั้น บริษัทการบินไทย จึงได้จัดให้มีการฝึกอบรมโดยใช้เครื่องจำลองผลการบิน ซึ่งมีไว้สำหรับฝึกนักบินในการที่จะเรียนรู้วิธีบังคับควบคุมเครื่องบิน การแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นบนเครื่องบิน โดยเครื่องจำลองผลจะจำลองสถานการณ์ และสภาพแวดล้อมให้นักบินรู้สึกว่าเขาอยู่ในเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจริง ๆ เช่นการเกิดไฟไหม้บนเครื่องบิน เป็นต้น เครื่องจำลองผลการบินที่การบินไทยมีอยู่นี้สามารถจำลองปัญหาที่จะเกิดขึ้นบนเครื่องบินได้ 400 ปัญหา ทำให้นักบินสามารถฝึกอบรมให้คุ้นเคยกับปัญหาต่าง ๆ เหล่านี้ได้โดยง่ายและประหยัดค่าใช้จ่าย

2. การจำลองแผงควบคุมโรงไฟฟ้าจำลอง[2]

โรงไฟฟ้าที่บางปะกงของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย เป็นโรงไฟฟ้าขนาดใหญ่ ถ้าพนักงานสับสวิตช์หรือเดินเครื่องผิดวิธีก็อาจจะทำให้เกิดความเสียหายทั้งผู้ใช้ไฟฟ้าและโรงไฟฟ้าเป็นเงินมีมูลค่านับร้อยล้านบาทที่เดียว ดังนั้นการฝึกอบรมด้วยแผงควบคุมโรงไฟฟ้าจำลอง จึงเป็นสิ่งจำเป็นอย่างมาก เพราะช่วยให้ประหยัดในด้านค่าใช้จ่าย และปัญหาบางอย่างไม่สามารถทำให้เกิดขึ้นจริงได้เพราะจะทำให้เกิดความเสียหาย ก็สามารถฝึกจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยคอมพิวเตอร์จะจำลองปัญหา แล้วผู้เข้ารับการฝึกอบรมจะต้องป้อนข้อมูล วิธีการแก้ปัญหาเข้าไปในเครื่องคอมพิวเตอร์ ทำให้สามารถฝึกการแก้ไขปัญหาต่างๆ ได้โดยง่ายและประหยัดค่าใช้จ่าย

---

[1]บ.ก., "การบินไทย," โลกคอมพิวเตอร์ 11 (พฤศจิกายน 2528) หน้า 14 - 21.

[2]เรื่องเดียวกัน, หน้า 22.

3. การวิจัยการจำลองแบบเวลาที่ใช้ในการเดินทางไปถึงจุดเกิดเพลิงไหม้ ของรถดับเพลิงในเขตกรุงเทพมหานคร[1]

ผู้วิจัยคือนายจงกล แสงอาสภิริยะ นิสิตภาควิชาสถิติ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อมีการศึกษา 2525 โดยสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์หาเวลาต่ำสุด เวลาสูงสุด เวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการเดินทางของเจ้าหน้าที่ดับเพลิงไปจนถึงจุดเกิดเพลิงไหม้ ผลการวิจัยพบว่าลักษณะการแจกแจงความถี่ของการรับแจ้งเพลิงไหม้ในแต่ละเขตเป็นแบบปัวซอง ลักษณะการแจกแจงความถี่ของเวลาที่ใช้ในการเดินทางไปถึงจุดเกิดเพลิงไหม้ในแต่ละเขตเป็นแบบเอกโพเนนเชียล ส่วนเวลาต่ำสุด สูงสุด และเวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการเดินทางไปถึงจุดที่เกิดเพลิงไหม้ในแต่ละเขตของกรุงเทพมหานครมีค่าแตกต่างกันไม่มากนัก

4. การวิจัยแถวคอยเครื่องบินที่ท่าอากาศยานกรุงเทพ ฯ ในสภาพไม่สม่ำเสมอ[2]

ผู้วิจัยคือเรืออากาศโท พยุงศักดิ์ รวยรื่น แผนกวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โดยการสร้างแบบจำลองของแถวคอยของเครื่องที่จะใช้ทางวิ่งของสนามบิน ผลการวิจัยพบว่า การแจกแจงการเข้ารับบริการทางวิ่งของเครื่องบินมีการแจกแจงแบบปัวซอง มีค่าเฉลี่ย 7.44 เครื่อง ต่อชั่วโมง และเวลาที่ใช้บริการในทางวิ่งมีการแจกแจงแบบปกติมีค่าเฉลี่ย 5.68 นาที ต่อเครื่อง และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.96 นาที จากผลการวิจัยพบว่าสนามบินควรจะทางวิ่งสองทางวิ่ง จึงจะพอให้บริการเครื่องบินให้นำเครื่องบินลงได้ทันทีโดยไม่มีเวลารอคอย

---

[1]จงกล แสงอาสภิริยะ, "การจำลองแบบเวลาที่ใช้ในการเดินทางไปถึงจุดเกิดเพลิงไหม้ของรถดับเพลิงในเขตกรุงเทพมหานคร สาขาวิชาสถิติ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย" (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต แผนกวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2525) หน้า ง.

[2]เรืออากาศโท พยุงศักดิ์ รวยรื่น, "แถวคอยเครื่องบินที่ท่าอากาศยานกรุงเทพ ฯ ในสภาพไม่สม่ำเสมอ สาขาวิศวกรรมอุตสาหการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย" (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต แผนกวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2518) หน้า ข.

เลขสุ่ม[1] (Random number)

ในขบวนการของการจำลองผล มีปัญหาที่สำคัญอย่างหนึ่งคือ การกำหนดเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่จะเกิดขึ้นในระบบ คือการเกิดเหตุการณ์ดังกล่าวนี้จะต้องใกล้เคียงความเป็นจริงมากที่สุด และเพื่อแก้ปัญหานี้จึงได้มีการนำเอาระบบเลขสุ่มเข้ามาใช้ ดังนั้นเลขสุ่มจึงมีความสำคัญมากในการจำลองผล เนื่องจากความสำเร็จในการจำลองผลส่วนหนึ่งจะขึ้นอยู่กับคุณภาพของเลขสุ่ม

1. การผลิตเลขสุ่ม (Random number generation)

การผลิตเลขสุ่มให้เหมาะสมกับระบบการจำลองผล นับเป็นสิ่งสำคัญมาก และเลขสุ่มที่ผลิตได้นั้นมีการแจกแจงหลายแบบ เนื่องจากเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบอื่นๆ สามารถผลิตได้จากเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอ (Uniformly Distribution random number) ดังนั้น จึงควรศึกษาการผลิตเลขสุ่ม เฉพาะที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอก็พอ

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอ อาจจะกระทำได้ 2 วิธีคือ

ก. การผลิตเลขสุ่มโดยโปรแกรม วิธีนี้เป็นการผลิตเลขสุ่มจากความสัมพันธ์ที่ซ้ำซาก (Recurrence relation) กล่าวคือ ตัวเลขสุ่มถัดไปเกิดจากการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และตรรกศาสตร์ด้วยตัวเลขปัจจุบันหรือกลุ่มของตัวเลขในอดีต เลขสุ่มที่ผลิตในลักษณะนี้ จึงเป็นเลขสุ่มในความหมายที่แท้จริงไม่ได้ เนื่องจากเลขสุ่มเหล่านี้จะมีคาบ คือเมื่อผลิตไปเรื่อย ๆ แล้วจะมีเลขซ้ำกันเกิดขึ้นไม่มีที่สิ้นสุด อย่างไรก็ตามเลขที่ผลิตออกมานี้ อาจจะผ่านการทดสอบความเป็นสุ่มเชิงสถิติหลายอย่างได้ จึงเรียกเลขเหล่านี้ว่า เลขคล้ายสุ่ม (Pseudo random number) ซึ่งจะทำหน้าที่เป็นเลขสุ่มได้ การผลิตเลขสุ่มโดยโปรแกรมมีข้อดีหลายประการ ที่สำคัญคือสามารถผลิตเลขสุ่มให้ซ้ำชุดเดิมได้ ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่ง ในกรณีของการจำลองผลที่มีความประสงค์จะทบทวนการคำนวณในระบบการจำลองผล และอีกประการหนึ่งก็คือโปรแกรมที่เขียนขึ้นเพื่อการผลิตเลขสุ่มนั้นจะง่ายและสั้นมาก

---

[1] ดร.วิชิต หล่อจิระชุณหกุล, "การผลิตเลขสุ่ม, คอมพิวเตอร์สาร 13 (ตุลาคม 2520) : หน้า 53 - 54.

การผลิตเลขสุ่มโดยโปรแกรมนั้นมีหลายวิธี แต่วิธีที่จะได้เลขสุ่มที่ดี จะต้องมีคุณสมบัติดังนี้

1) เลขสุ่มที่ผลิตได้ต้องมีการแจกแจงสม่ำเสมอ

2) เลขสุ่มที่ผลิตได้ต้องเป็นอิสระต่อกันในเชิงสถิติ

3) สามารถผลิตเลขสุ่มที่ซ้ำชุดกันได้

4) เลขสุ่มที่ผลิตออกมาต้องไม่ซ้ำกันในช่วงที่กำหนด

5) การผลิตเลขสุ่มควรจะมีอัตราความเร็วสูง

6) ต้องการใช้หน่วยความจำในคอมพิวเตอร์น้อย

ข. การผลิตเลขสุ่มโดยใช้เครื่องมือทางธรรมชาติ (Random number device)

วิธีนี้ได้จากการแปลงผลที่ได้จากกระบวนการธรรมชาติภายภาคนำไปสุ่ม เช่น การแตกตัวของอนุภาคที่หลุดจากสารกัมมันตภาพรังสี ณ ขณะใดขณะหนึ่ง เป็นต้น ข้อวิธีนี้พอจะกล่าวได้ว่า เป็นการผลิตเลขสุ่มตามความหมายที่แท้จริง รายละเอียดจะไม่กล่าวไว้ในที่นี้

2. การผลิตเลขสุ่มในไมโครคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาเบสิค [1] (BASIC)

โดยปกติในภาษาเบสิคที่ใช้กับเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ทั่วไป จะมีฟังก์ชั่นเลขสุ่มซึ่งจะสามารถผลิตเลขสุ่มที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 โดยเลขสุ่มที่ได้จะมีลักษณะการกระจายสม่ำเสมอ หรือเลขสุ่มทุกจำนวนมีโอกาสจะเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน การใช้ฟังก์ชั่นนี้จะอยู่ในรูปของ RND (x) ซึ่ง x จะหมายถึงการควบคุมบางอย่างของฟังก์ชั่น เช่น การกำหนดจุดเริ่มต้นในการผลิตเลขสุ่ม เป็นต้น

รายละเอียดของฟังก์ชั่นเลขสุ่มนี้ จะขอยกตัวอย่างภาษาเบสิคของไมโครซอฟเบสิค ซึ่งสามารถใช้กับเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ทั่วไปที่ทำงานภายใต้ระบบบริหาร M.S.DOS หรือ CP/M ตัวอย่างเช่นเครื่องคอมพิวเตอร์ IBM/PC เป็นต้น

รูปแบบในการผลิตเลขสุ่มทั่วไปที่มีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 คือ RND (x) โดยที่ x ในวงเล็บจะเป็นเลขจำนวนจริงที่มีผลสำหรับการผลิตเลขสุ่มในครั้งต่อไปดังนี้

---

[1] F.R. Ruckdeschel, BASIC SCIENTIFIC SUBROUTINES vol. 1. PETERBOROUGH : BYTE/Mc.Graw - Hill., 1981 p 127 - 144.

ก. ถ้า x มีค่า < 0 ฟังก์ชั่นเลขสุ่มจะเปลี่ยนแปลงลำดับในการผลิตเลขสุ่มใหม่ทุกครั้งเสมอไป

ข. ถ้า x มีค่า > 0 ฟังก์ชั่นเลขสุ่มจะผลิตเลขสุ่มตามลำดับไปเรื่อย ๆ

ค. ถ้า x มีค่า = 0 ฟังก์ชั่นเลขสุ่มจะผลิตเลขสุ่มตัวเดิมออกมาเสมอ

ตัวอย่าง การใช้ RND (x) ฟังก์ชั่น

```
OK
10      FOR I=1 TO 3
20      PRINT RND (I) ;
30      NEXT I
40      PRINT : X = RND (-6)
50      FOR I=1 TO 3
60      PRINT RND (I) :
70      NEXT I
80      RANDOMIZE 853
90      PRINT : X = RND (-6)
100     FOR I=1 TO 3
110     PRINT RND;
120     NEXT I
130     PRINT : PRINT RND (0)
RUN
    .6291626            .1948297            .6305799
    .6818615            .4193624            .6215937
    .6818615            .4193624            .6215937
    .6215937
OK
```

ภาพที่ 2.9 แสดงโปรแกรมการใช้ RND (x) รูปแบบต่าง ๆ และผลของโปรแกรม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากภาพที่ 2.9 จะเห็นว่าผลในบรรทัดแรก แสดงเลขสุ่ม 3 ค่า ผลิตโดยใช้ค่า x มากกว่า 0 ในบรรทัด 40 ของโปรแกรมใช้ค่า x น้อยกว่า 0 ทำให้ได้ผลออกมาดังในบรรทัดที่ 2 ทั้งหมด 3 ค่า แตกต่างจากผลในบรรทัดแรก ในบรรทัดที่ 80 ของโปรแกรมใช้ RANDOMIZE เป็นการยกเลิกการผลิตเลขสุ่มจากจุดเริ่มต้นเดิม และในบรรทัดที่ 90 ให้ x = -6 อีกครั้งหนึ่ง ทำให้ผลที่ได้ในบรรทัดที่ 3 ได้ผลเหมือนในบรรทัดที่ 2 ในบรรทัดที่ 130 ของโปรแกรม แสดงการใช้ x = 0 ทำให้ได้เลขสุ่มออกมาตามเลขท้ายสุดที่ผลิตออกมาคือ .6215937

1) การผลิตเลขสุ่มที่มีการกระจายแบบปัวซอง[1]

การแจกแจงแบบปัวซอง คือการแจกแจงที่อยู่ในรูปฟังก์ชั่นดังนี้

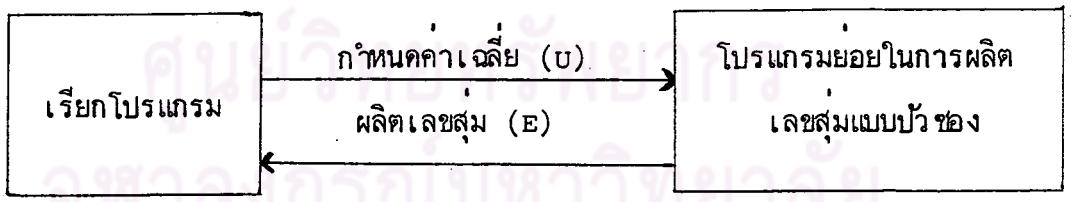
$$P(x) = U^{x} \exp(-U)/x!$$

โดยที่

U เป็นค่าเฉลี่ยและมีค่ามากกว่า 0 เสมอ

$x = 0, 1, 2, 3, \ldots$

คุณลักษณะที่สำคัญของการแจกแจงแบบปัวซอง มี U เป็นค่าพารามิเตอร์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน มีค่า $\sqrt{U}$ ดังนั้น การผลิตเลขสุ่มที่มีการกระจายแบบปัวซอง จึงต้องมีการกำหนดค่า U ให้กับโปรแกรม ดังในภาพที่ 2.10 หลังจากนั้นโปรแกรมจะผลิตเลขสุ่ม E ให้ รายละเอียดของโปรแกรมดูในภาคผนวก ข.



ภาพที่ 2.10 แสดงการผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปัวซอง

---

[1] F.R. Ruckdeschel, BASIC SCIENTIFIC SUBROUTINES vol. 1. PETERBOROUGH : BYTE/Mc.Graw - Hill., 1981 p 127 - 144.

2) การผลิตเลขสุ่มที่มีการกระจายแบบเอกซ์โพเนนเชียล

การแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล คือการแจกแจงที่อยู่ในรูปสมการดังนี้

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

เมื่อ λ เป็นพารามิเตอร์ที่มากกว่า 0 โดยมีค่าเฉลี่ย (U) = $\frac{1}{\lambda}$

การผลิตตัวแปรสุ่ม เอกซ์โพเนนเชียล จะใช้สมการ

$$E = U \ln RN$$

โดย E = ตัวแปรสุ่มเอกซ์โพเนนเชียล

U = ค่าเฉลี่ย

RN = ตัวแปรสุ่มที่ได้จากการผลิตของฟังก์ชั่นเลขสุ่ม

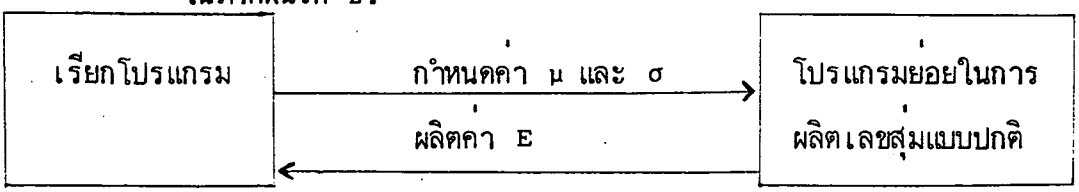
ดังนั้นเมื่อกำหนดค่าเฉลี่ย (U) ให้กับโปรแกรมแล้ว โปรแกรมก็จะผลิตค่าเลขสุ่ม (E) ที่มีการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียลให้ด้วยหลักการเดียวกับการผลิตเลขสุ่มที่มีการกระจายแบบปัวซองดังกล่าวข้างต้น

3) การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ

การแจกแจงแบบปกติ มักจะพบได้จากการแจกแจงของตัวแปรทั่วไป โดยมีสมการการแจกแจงดังนี้

$$f(x_i, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

เมื่อค่า μ และ σ เป็นค่าพารามิเตอร์แทนค่าเฉลี่ยของตัวแปรและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังนั้นการผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ จะต้องมีการกำหนดค่า μ และ σ ให้กับโปรแกรมแล้ว โปรแกรมจะผลิตค่าเลขสุ่ม (E) ให้ดังภาพที่ 2.11 รายละเอียดของโปรแกรมดูในภาคผนวก ข.



ภาพที่ 2.11 แสดงการผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ

3. การทดสอบความสุ่ม[1](Testing of randomness)

โดยที่ได้กล่าวไว้แล้วว่า การผลิตเลขสุ่มด้วยโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์จะได้เพียงเลขคล้ายสุ่ม (Pseudo-random) หาใช่เลขสุ่มจริง ฉะนั้น เพื่อให้เกิดความแน่ใจว่าเลขที่ผลิตออกมามีความเป็นสุ่มเพียงพอที่จะนำไปใช้เป็นเลขสุ่มได้ จึงต้องนำเลขที่ผลิตออกมา ไปทดสอบความเป็นสุ่มเชิงสถิติก่อนการทดสอบความเป็นสุ่มเชิงสถิติมีหลายวิธีด้วยกัน เช่น

ก. การทดสอบความถี่ (Frequency tests)

ข. การทดสอบอนุกรม (Series tests)

ค. การทดสอบโปกเกอร์ (Poker tests)

ง. การทดสอบช่องว่าง (Gap tests)

การทดสอบจะนำเลขทั้งจำนวนหรือเลขแต่ละหลักในเลขที่ผลิตออกมาก็ได้ แต่ก็มีความแตกต่างกัน การเอาเลขทั้งจำนวนไปทดสอบเป็นการเน้นความสำคัญของตัวเลขหลักแรก ๆ ส่วนตัวเลขหลักท้าย ๆ แทบจะไม่มีความหมายในการทดสอบ ทั้งนี้เนื่องจากต้องจัดเป็นกลุ่มในการทดสอบเชิงสถิติ ดังนั้น เลขที่ผ่านการทดสอบในลักษณะนี้อาจจะมีเลขหลักท้าย ๆ ไม่เป็นสุ่มเลยก็ได้ ส่วนการทดสอบโดยเอาตัวเลขหลักจะให้ความสำคัญแก่ตัวเลขแต่ละหลักนั้นเท่ากันหมด การที่จะทดสอบด้วยลักษณะใดหรือด้วยวิธีใดขึ้นอยู่กับความต้องการที่จะนำเลขที่ผลิตไปใช้งานอย่างไร เลขที่ผ่านการทดสอบด้วยวิธีใดวิธีเดียว มิได้หมายความว่าเลขที่ผ่านการทดสอบนั้น จะเป็นสุ่มโดยแท้จริง แต่การที่จะทดสอบด้วยทุกวิธีก็จะทำให้เสียเวลามาก แต่ Von Neumann เห็นว่าการทดสอบเชิงสถิติด้วยวิธี ก. และ ข. เป็นการเพียงพอสำหรับงานส่วนใหญ่ ดังนั้นในที่นี้จะกล่าวถึงรายละเอียดเฉพาะวิธี ก และ ข เท่านั้น

---

[1]ดร.วิชิต หล่อจิระชุณห์กุล, "การผลิตเลขสุ่ม", คอมพิวเตอร์สาร 13 (ตุลาคม 2520) หน้า 53 - 54.

I17121449

ก. การทดสอบความถี่ (Frequency tests)

เป็นการทดสอบว่าเลขที่ผลิตออกมามีการแจกแจงสม่ำเสมอหรือไม่ โดยใช้วิธีทดสอบไค-สแควร์ (Chi-Square test) ซึ่งเป็นการเปรียบความถี่ที่ได้จากการปฏิบัติจริงกับความถี่ตามทฤษฎี ผลที่ได้จะเป็นระดับนัยสำคัญ (Level of Significance) เพื่อใช้ในการพิจารณา ข้อมูลที่จะนำมาทดสอบนั้นจะใช้เลขทั้งตัวที่ผลิตออกมาหรือจะเป็นเลขแต่ละหลักของเลขที่ผลิตออกมาก็ได้ การทดสอบก็จะกระทำในทำนองเดียวกัน

สมมุติว่าเลขที่ผลิตออกมาในช่วง (0, 1) มีจำนวนอยู่ N ถ้าแบ่งช่วง (0, 1) ออกเป็น x ช่วงย่อยเท่ากัน เพราะฉะนั้นแต่ละช่วงย่อยควรจะมีเลขย่อยอยู่จำนวน N/x ตัว การทดสอบไค-สแควร์ จะมีสูตรดังนี้

$$\chi^2 = \frac{(x)}{N} \sum_{i=1}^{x} \left(f_i - \frac{N}{x}\right)^2$$

f_i = ความถี่ (จำนวนตัวเลข) ที่ปรากฏจริงในช่วงย่อย i

(i = 1, 2, ...,x)

เนื่องจากการทดสอบในที่นี้ใช้ข้อมูลที่เรียงกันในแนวเดี่ยว (1 มิติ) ดังนั้นองศาแห่งเสรีภาพ (Degree of freedom) จะเป็น x-1

ข. <u>การทดสอบอนุกรม</u> (Series tests)

การทดสอบด้วยวิธีนี้จะบอกให้เห็นว่าเลขที่ผลิตออกมานั้น ขึ้นอยู่กับค่าของเลขก่อนหน้ามากน้อยเพียงใด กล่าวคือ ความถี่ของตัวเลขหนึ่งติดตามด้วยตัวเลขอีกหนึ่งบ่อยครั้งเพียงใด สมมุติว่าเลขที่ผลิตอยู่ในช่วง (0, 1) มีอยู่ N ตัว ถ้าแบ่งช่วง (0, 1) ออกเป็น x ช่วงย่อยที่เท่า ๆ กัน แต่เนื่องจากการทดสอบด้วยอนุกรมนี้ เลขที่นำมาทดสอบจะพิจารณาเป็นคู่ในลักษณะโคออร์ดิเนต (Coordinates) ของจุดในของพื้นที่สี่เหลี่ยม ดังนั้น ความถี่ที่ควรจะเป็นคือ $(N-1)/x^2$ สูตรของการทดสอบไค-สแควร์ จะเป็นดังนี้

$$\chi^2 = \frac{x^2}{N-1} \sum_{i=1}^{x} \sum_{j=1}^{x} \left(f_{ij} - \frac{N-1}{x^2}\right)^2$$

f_{ij} = ความถี่ที่เลขในช่วงย่อย i ติดตามด้วยเลขในช่วงย่อย j ในที่นี้องศาแห่งเสรีภาพ (Degree of freedom) เท่ากับ $x^2 - x$