

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (OLS) วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด (RLS) วิธีวิธีเกรสชันที่ถูกจำกัด (RRR) และวิธีลิวที่ถูกจำกัด (RL) ผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบวิธีทั้ง 4 โดยใช้เกณฑ์การตัดสินใจคือค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (AMSE) และส่วนประกอบที่ใช้ในการพิจารณาคือเปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (DIFF)

ผู้วิจัยเสนอผลการวิจัยโดยแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ

ส่วนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ เมื่อข้อจำกัดเป็นจริง

ส่วนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ เมื่อข้อจำกัดไม่เป็นจริง

การนำเสนอผลการวิจัยจะนำเสนอในรูปแบบตาราง โดยใช้สัญลักษณ์แทนความหมายต่าง ๆ กล่าวคือ

n	หมายถึง ขนาดตัวอย่างของตัวแปรอิสระแต่ละตัว
OLS	หมายถึง ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธี OLS
RLS	หมายถึง ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธี RLS
RRR	หมายถึง ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธี RRR
RL	หมายถึง ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธี RL
AMSE	หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
SD	หมายถึง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
DIFF	หมายถึง เปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนผลต่างความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

4.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ เมื่อข้อจำกัดเป็นจริง

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยศึกษาที่ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1, 3$ และ 5 ตามลำดับ เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ผู้วิจัยศึกษาที่ระดับความสัมพันธ์ $(0.1, 0.2, 0.3)^1$, $(0.4, 0.5, 0.6)$, $(0.7, 0.8, 0.9)$ และเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ผู้วิจัยศึกษาที่ระดับความสัมพันธ์ $(0.1, 0.2, 0.3, 0.3)^2$, $(0.4, 0.5, 0.6, 0.6)$, $(0.7, 0.8, 0.9, 0.9)$ โดยที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30, 50 และ 100 ซึ่งผลการวิจัยส่วนนี้นำเสนอในตารางที่ 4.1.1-4.1.6

รายละเอียดของตารางที่ 4.1.1-4.1.6

ตารางที่	จำนวนตัวแปรอิสระ	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
4.1.1	3	1
4.1.2	3	3
4.1.3	3	5
4.1.4	5	1
4.1.5	5	3
4.1.6	5	5

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

¹ ค่า ρ ในวงเล็บคือความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 , X_1 กับ X_3 และ X_2 กับ X_3 ตามลำดับ

² ค่า ρ ในวงเล็บคือความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 , X_1 กับ X_3 , X_2 กับ X_3 และ X_4 กับ X_5 ตามลำดับ

ตารางที่ 4.1.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 1$ เมื่อข้อจำกัดเป็นจริง

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	0.042512	0.037951	0.037073	0.037022
		SD	(0.007898)	(0.007993)	(0.007555)	(0.007533)
		DIFF	14.82902	2.50932	0.13776	0
	n = 50	AMSE	0.021189	0.019125	0.018975	0.018966
		SD	(0.002553)	(0.003185)	(0.003206)	(0.003206)
		DIFF	11.72097	0.83834	0.04745	0
	n=100	AMSE	0.009703	0.009163	0.009141	0.009139
		SD	(0.001238)	(0.001364)	(0.001372)	(0.001372)
		DIFF	6.17135	0.26261	0.02188	0
ปานกลาง	n = 30	AMSE	0.062392	0.057553	0.053073	0.052869
		SD	(0.022032)	(0.021305)	(0.017710)	(0.017549)
		DIFF	18.01245	8.85963	0.38586	0
	n = 50	AMSE	0.030596	0.028621	0.026855	0.026829
		SD	(0.007003)	(0.006393)	(0.005903)	(0.005885)
		DIFF	14.04078	6.67934	0.09691	0
	n=100	AMSE	0.014953	0.014133	0.013587	0.013583
		SD	(0.003835)	(0.003039)	(0.002951)	(0.002949)
		DIFF	10.08614	4.04918	0.02945	0
สูง	n = 30	AMSE	0.194532	0.187919	0.114638	0.118268
		SD	(0.074694)	(0.074904)	(0.065614)	(0.068627)
		DIFF	69.69242	63.92383	0	3.16649
	n = 50	AMSE	0.086551	0.083662	0.061811	0.063225
		SD	(0.034443)	(0.034488)	(0.016641)	(0.017869)
		DIFF	40.02524	35.35131	0	2.28762
	n=100	AMSE	0.048176	0.047293	0.036743	0.037267
		SD	(0.011037)	(0.010906)	(0.009444)	(0.009494)
		DIFF	31.11613	28.71295	0	1.42612

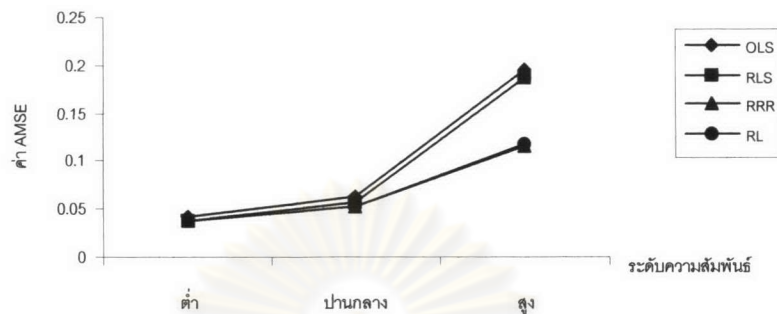
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีวิธีจริงเกรสชันที่ถูกจำกัด

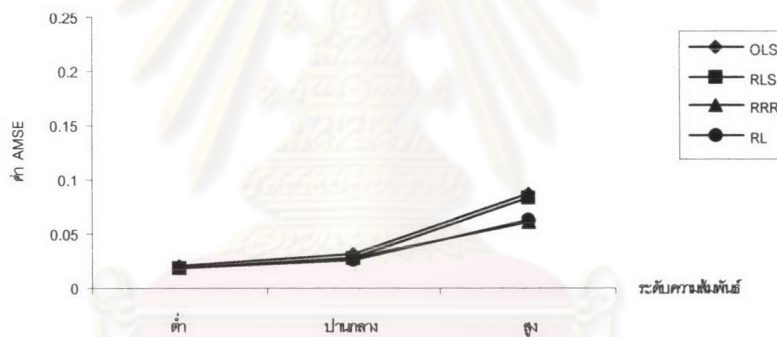
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิวที่ถูกจำกัด

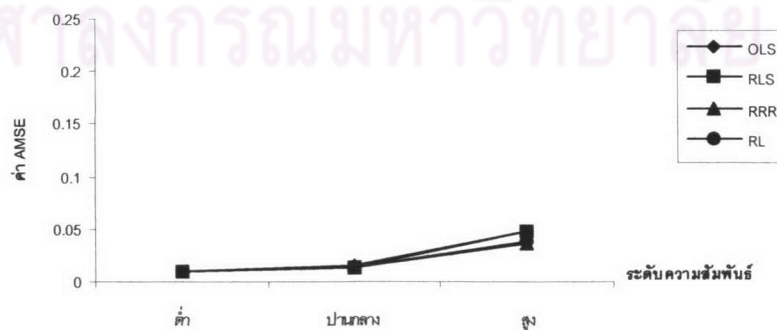
รูปที่ 4.1.1 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 1$ เมื่อข้อจำกัดเป็นจริง



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.1.1 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RRR RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.1

วิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและปานกลาง ทุกขนาดตัวอย่าง และวิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับสูง ทุกขนาดตัวอย่าง ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลง จึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง และค่า AMSE จากวิธี OLS และ RLS จะมีความแตกต่างกันชัดเจนเมื่อขนาดตัวอย่างน้อย โดยที่ค่า AMSE จากวิธี RRR และ RL จะไม่แตกต่างจากวิธี RLS และ OLS มากนักที่ระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธี

ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่นที่ระดับความสัมพันธ์ระดับสูง โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.1.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 3$ เมื่อข้อจำกัดเป็นจริง

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	0.360610	0.321563	0.303703	0.303381
		SD	(0.071086)	(0.071936)	(0.057585)	(0.057554)
		DIFF	18.86374	5.99312	0.10614	0
	n = 50	AMSE	0.188703	0.172124	0.163012	0.162903
		SD	(0.022978)	(0.028669)	(0.028990)	(0.028860)
		DIFF	15.83765	5.66042	0.06691	0
	n=100	AMSE	0.089283	0.082469	0.080846	0.080810
		SD	(0.011144)	(0.012275)	(0.012614)	(0.012603)
		DIFF	10.48586	2.05296	0.04455	0
ปานกลาง	n = 30	AMSE	0.541524	0.487981	0.409554	0.410459
		SD	(0.198285)	(0.191747)	(0.120166)	(0.121041)
		DIFF	32.22286	19.15010	0	0.22097
	n = 50	AMSE	0.275363	0.248588	0.220052	0.219935
		SD	(0.063026)	(0.057534)	(0.043535)	(0.043635)
		DIFF	25.20199	13.02794	0.05320	0
	n=100	AMSE	0.134574	0.123599	0.116514	0.116387
		SD	(0.034513)	(0.027353)	(0.023588)	(0.023566)
		DIFF	15.62632	6.19657	0.10912	0
สูง	n = 30	AMSE	1.753792	1.691271	0.941047	0.974156
		SD	(0.732243)	(0.734134)	(0.609569)	(0.628503)
		DIFF	86.36604	79.72227	0	3.51832
	n = 50	AMSE	0.751960	0.725959	0.486484	0.500583
		SD	(0.289983)	(0.290392)	(0.180149)	(0.181175)
		DIFF	54.57035	49.22567	0	2.89814
	n=100	AMSE	0.399587	0.389641	0.294853	0.306315
		SD	(0.077933)	(0.077815)	(0.068923)	(0.069567)
		DIFF	35.52075	32.14754	0	1.85245

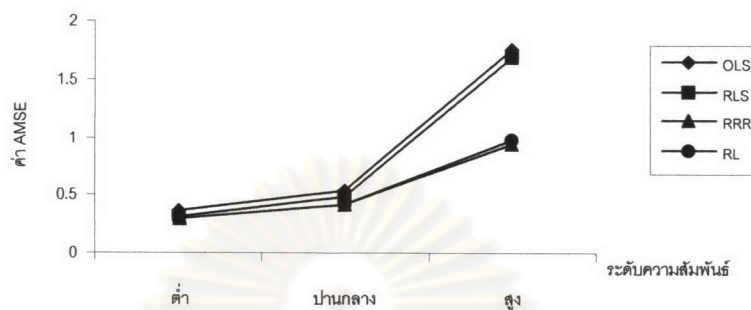
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

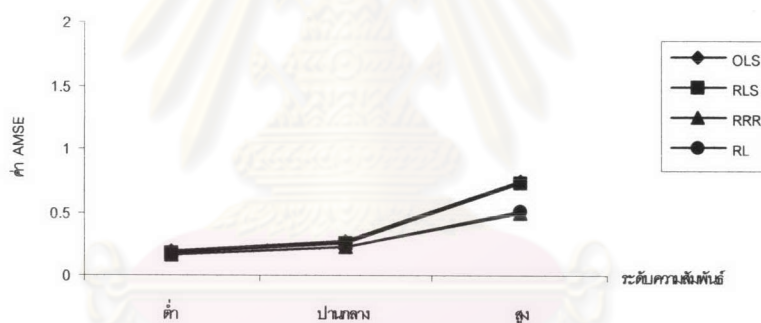
RRR คือ วิธีวิธีจริงเกรสชันที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิวที่ถูกจำกัด

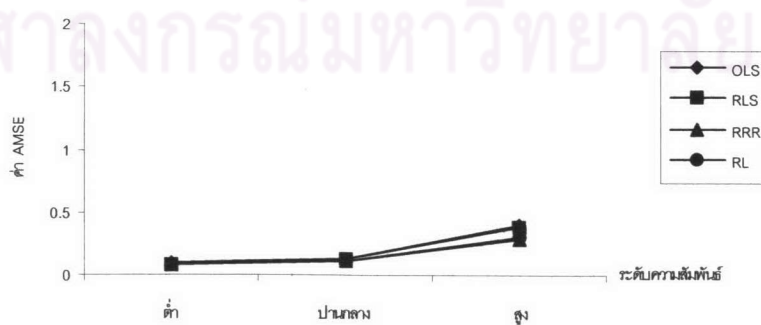
รูปที่ 4.1.2 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 3$ เมื่อข้อจำกัดเป็นจริง



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.1.2 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RRR RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ ส่วนวิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 รองลงมาคือวิธี RRR RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.2

วิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและปานกลาง ทุกระดับของขนาดตัวอย่าง ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ระดับความสัมพันธ์ระดับปานกลาง วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์ระดับสูงวิธี RRR จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง และค่า AMSE จากวิธี OLS และ RLS จะมีความแตกต่างกันชัดเจนเมื่อขนาดตัวอย่างน้อย โดยที่ค่า AMSE จากวิธี RRR และ RL จะไม่แตกต่างจากวิธี RLS และ OLS มากนักที่ระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่นที่ระดับความสัมพันธ์ระดับสูง โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

จากตารางที่ 4.1.1 และ 4.1.2 จะเห็นว่าเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น นอกจากนี้เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้นก็จะทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะเพิ่มขึ้นมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้ส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์สัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธี RRR ทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR เพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น ค่า AMSE วิธี RRR จึงมีค่าน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่น

ตารางที่ 4.1.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 5$ เมื่อข้อจำกัดเป็นจริง

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	1.012805	0.928786	0.784024	0.798339
		SD	(0.197460)	(0.199822)	(0.144981)	(0.148415)
		DIFF	29.18036	18.46398	0	1.82571
	n = 50	AMSE	0.519731	0.478122	0.430196	0.433792
		SD	(0.063829)	(0.079637)	(0.078034)	(0.077237)
		DIFF	20.81261	11.14050	0	0.83590
	n=100	AMSE	0.245787	0.229081	0.219039	0.219438
		SD	(0.030956)	(0.034098)	(0.035171)	(0.034946)
		DIFF	12.21152	4.58457	0	0.18216
ปานกลาง	n = 30	AMSE	1.509788	1.368835	1.060891	1.093908
		SD	(0.550791)	(0.532630)	(0.305818)	(0.319248)
		DIFF	42.31321	29.02692	0	3.11220
	n = 50	AMSE	0.764896	0.690522	0.573200	0.584036
		SD	(0.175072)	(0.159817)	(0.110024)	(0.114088)
		DIFF	33.44313	20.46790	0	1.89044
	n=100	AMSE	0.373817	0.343329	0.310235	0.312430
		SD	(0.095869)	(0.075980)	(0.060134)	(0.061455)
		DIFF	20.49479	10.66740	0	0.70753
สูง	n = 30	AMSE	4.888309	4.697977	2.550045	2.680511
		SD	(1.673409)	(1.725934)	(0.870445)	(0.867638)
		DIFF	91.69501	84.23114	0	5.11622
	n = 50	AMSE	2.088777	2.016552	1.291943	1.340597
		SD	(0.636107)	(0.636220)	(0.547495)	(0.564022)
		DIFF	61.67718	56.08676	0	3.76596
	n=100	AMSE	1.104410	1.082336	0.784233	0.816190
		SD	(0.275930)	(0.272643)	(0.100205)	(0.122483)
		DIFF	40.82677	38.01204	0	2.79981

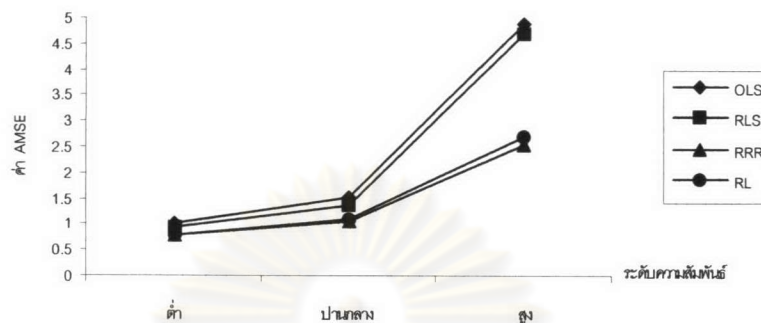
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีวิธีจีเรสชันที่ถูกจำกัด

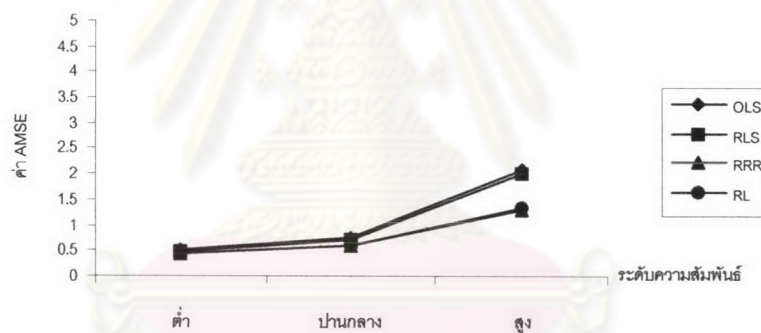
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิทที่ถูกจำกัด

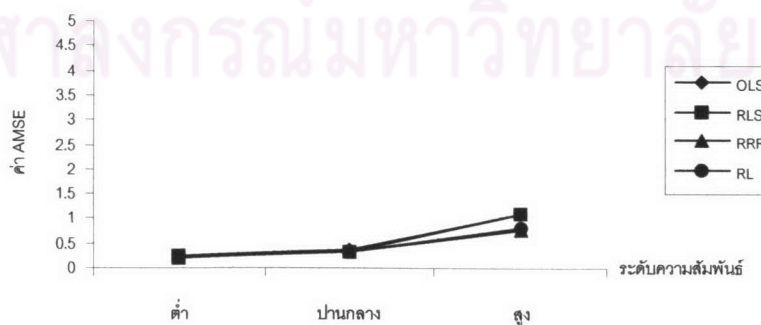
รูปที่ 4.1.3 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 5$ เมื่อข้อจำกัดเป็นจริง



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.1.3 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.3

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับความสัมพันธ์ ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง และค่า AMSE จากวิธี OLS และ RLS จะมีความแตกต่างกันชัดเจนเมื่อขนาดตัวอย่างน้อย โดยที่ค่า AMSE จากวิธี RRR แตกต่างจากวิธี OLS อย่างชัดเจน แต่วิธี RRR และ RL จะไม่แตกต่างจากวิธี RLS มากนักที่ระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่า

วิธีอื่น โดยที่อัตราค่าการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตรา
การเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.1.4 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=1$ เมื่อข้อจำกัดเป็นจริง

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	0.055577	0.047462	0.046092	0.045992
		SD	(0.024547)	(0.017693)	(0.017278)	(0.017236)
		DIFF	20.84058	3.19621	0.21743	0
	n = 50	AMSE	0.025579	0.022722	0.022558	0.022541
		SD	(0.006643)	(0.005887)	(0.005841)	(0.005837)
		DIFF	15.36494	0.80298	0.07542	0
	n=100	AMSE	0.012570	0.011237	0.011205	0.011202
		SD	(0.001785)	(0.001610)	(0.001560)	(0.001599)
		DIFF	12.21210	0.31244	0.02678	0
ปานกลาง	n = 30	AMSE	0.077101	0.071156	0.064861	0.064547
		SD	(0.030663)	(0.025162)	(0.021584)	(0.021431)
		DIFF	19.44939	10.23905	0.48647	0
	n = 50	AMSE	0.037667	0.033860	0.031471	0.031427
		SD	(0.009875)	(0.009350)	(0.008902)	(0.008881)
		DIFF	16.67356	7.74175	0.14001	0
	n=100	AMSE	0.017996	0.016925	0.016150	0.016144
		SD	(0.003893)	(0.003680)	(0.003576)	(0.003573)
		DIFF	11.47175	4.83771	0.03717	0
สูง	n = 30	AMSE	0.229894	0.222490	0.128814	0.133342
		SD	(0.081387)	(0.081095)	(0.039398)	(0.041133)
		DIFF	78.46973	72.72164	0	3.51515
	n = 50	AMSE	0.113533	0.110248	0.075637	0.077295
		SD	(0.036910)	(0.037720)	(0.021685)	(0.022765)
		DIFF	50.10246	45.75935	0	2.19205
	n=100	AMSE	0.059322	0.057835	0.044144	0.044695
		SD	(0.015650)	(0.016173)	(0.010812)	(0.011200)
		DIFF	34.38293	31.01441	0	1.24819

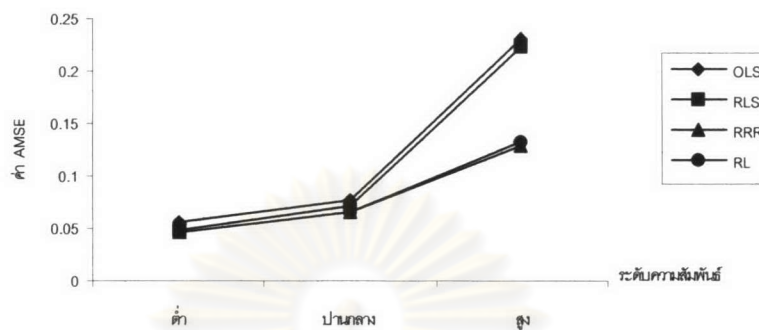
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีวิธีจักรเยอร์สชันที่ถูกจำกัด

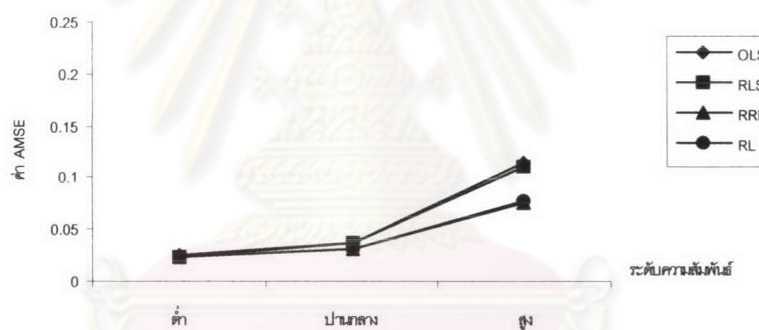
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิวที่ถูกจำกัด

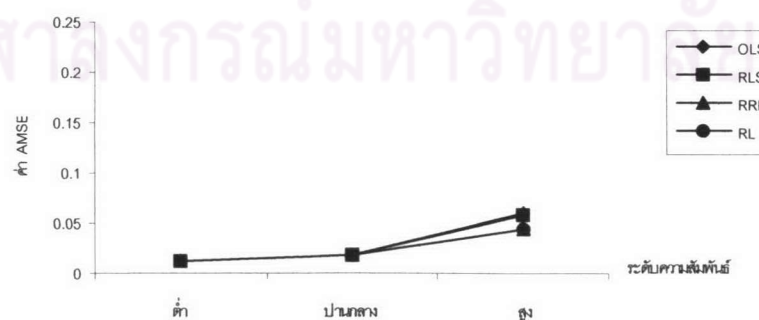
รูปที่ 4.1.4 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 1$ เมื่อข้อจำกัดเป็นจริง



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.1.4 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RRR RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.4

วิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและปานกลาง ทุกขนาดตัวอย่าง และวิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับสูง ทุกขนาดตัวอย่าง ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลง จึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง และค่า AMSE จากวิธี OLS และ RLS จะมีความแตกต่างกันชัดเจนเมื่อขนาดตัวอย่างน้อย โดยที่ค่า AMSE จากวิธี RRR แตกต่างจากวิธี OLS อย่างชัดเจน แต่วิธี RRR และ RL จะไม่แตกต่างจากวิธี RLS มากนักที่ระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธี

ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มขึ้น มากขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่นที่ระดับความสัมพันธ์ระดับสูง โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

จากตารางที่ 4.1.1 และ 4.1.4 เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นทำให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระเพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น นอกจากนี้เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นก็จะทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นโดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะเพิ่มขึ้นมากกว่าวิธีอื่น



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.1.5 การเปรียบเทียบตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 3$ เมื่อข้อจำกัดเป็นจริง

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	0.500197	0.427161	0.362928	0.363407
		SD	(0.220919)	(0.159234)	(0.133240)	(0.132566)
		DIFF	37.82265	17.69855	0	0.13198
	n = 50	AMSE	0.230213	0.204497	0.193481	0.193339
		SD	(0.059788)	(0.052980)	(0.049137)	(0.049053)
		DIFF	19.07220	5.77121	0.07345	0
	n=100	AMSE	0.113130	0.101131	0.098839	0.098791
		SD	(0.016066)	(0.014490)	(0.013832)	(0.013825)
		DIFF	14.51448	2.36864	0.04859	0
ปานกลาง	n = 30	AMSE	0.693909	0.640409	0.476059	0.478751
		SD	(0.275970)	(0.226459)	(0.144209)	(0.144107)
		DIFF	45.76092	34.52303	0	0.56548
	n = 50	AMSE	0.312001	0.290340	0.256246	0.256403
		SD	(0.088874)	(0.084151)	(0.067444)	(0.067646)
		DIFF	21.75839	13.30518	0	0.06127
	n=100	AMSE	0.156562	0.146926	0.138165	0.138048
		SD	(0.035038)	(0.033121)	(0.028803)	(0.028765)
		DIFF	13.41128	6.43110	0.08475	0
สูง	n = 30	AMSE	2.069048	2.002406	0.990913	1.032244
		SD	(0.702484)	(0.698548)	(0.282885)	(0.295126)
		DIFF	108.80218	102.07687	0	4.17100
	n = 50	AMSE	0.931796	0.902227	0.570457	0.589901
		SD	(0.220386)	(0.229478)	(0.130251)	(0.132691)
		DIFF	63.34202	58.15863	0	3.40850
	n=100	AMSE	0.479897	0.466518	0.346103	0.353414
		SD	(0.093085)	(0.093556)	(0.085725)	(0.086407)
		DIFF	38.65728	34.79167	0	2.11238

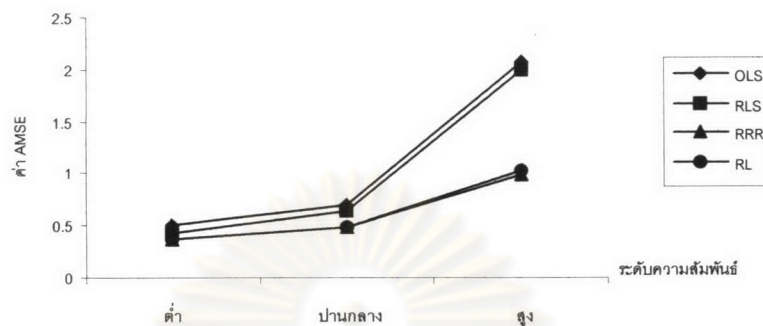
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

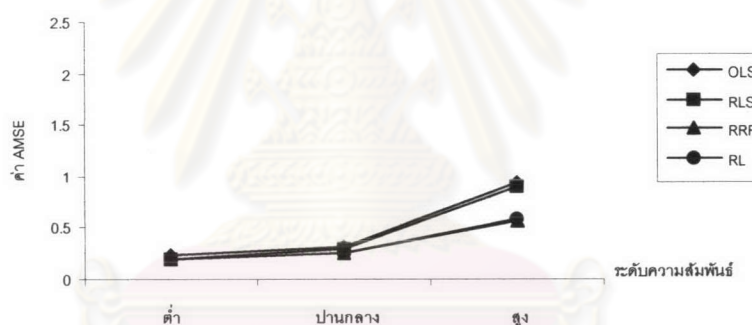
RRR คือ วิธีวิธีเกรงชันที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีวิธีที่ถูกจำกัด

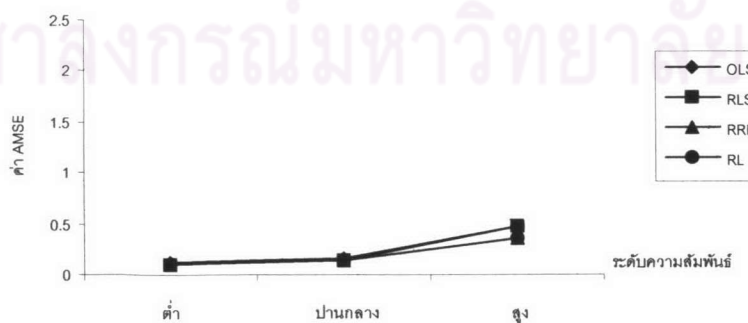
รูปที่ 4.1.5 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 3$ เมื่อข้อจำกัดเป็นจริง



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.1.5 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ ส่วนวิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 รองลงมาคือวิธี RRR RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ ส่วนวิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 รองลงมาคือวิธี RRR RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.5

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและระดับปานกลาง ขนาดตัวอย่างน้อย แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นวิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด โดยที่ระดับความสัมพันธ์ระดับสูง วิธี RRR จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดทุกขนาดตัวอย่างที่กำหนด ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง และค่า AMSE จากวิธี OLS และ RLS จะมีความแตกต่างกันชัดเจนเมื่อขนาดตัวอย่างน้อย โดยที่ค่า AMSE จากวิธี RRR แตกต่างจากวิธี OLS อย่างชัดเจน แต่วิธี RRR และ RL จะไม่แตกต่างจากวิธี RLS มากนักที่ระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผล

ทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

จากตารางที่ 4.1.2 ,4.1.4 และ 4.1.5 จะเห็นว่าเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า AMSE และ DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะเพิ่มขึ้นมากกว่าวิธีอื่นและอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR น้อยที่สุด ส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธี RRR ทำให้ค่า AMSE วิธี RRR มีค่าน้อยที่สุดที่เกือบทุกกรณียกเว้นที่กรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำและปานกลางที่ขนาดตัวอย่างมาก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.1.6 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=5$ เมื่อข้อจำกัดเป็นจริง

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	1.389434	1.186558	0.915398	0.942563
		SD	(0.613664)	(0.442316)	(0.324048)	(0.330902)
		DIFF	51.78469	29.62209	0	2.96756
	n = 50	AMSE	0.639479	0.568048	0.506690	0.512025
		SD	(0.166077)	(0.147166)	(0.125913)	(0.127437)
		DIFF	26.20715	12.10957	0	1.05291
	n=100	AMSE	0.314250	0.280920	0.266826	0.267545
		SD	(0.044629)	(0.040250)	(0.036881)	(0.037058)
		DIFF	17.77338	5.28209	0	0.26946
ปานกลาง	n = 30	AMSE	1.927524	1.778913	1.209807	1.260505
		SD	(0.766583)	(0.629052)	(0.356172)	(0.369203)
		DIFF	59.32492	47.04106	0	4.19059
	n = 50	AMSE	0.866669	0.806501	0.661074	0.675565
		SD	(0.246871)	(0.233752)	(0.168330)	(0.175091)
		DIFF	31.10015	21.99860	0	2.19204
	n=100	AMSE	0.434893	0.408128	0.366549	0.369530
		SD	(0.097327)	(0.092003)	(0.073846)	(0.075470)
		DIFF	18.64526	11.34337	0	0.81326
สูง	n = 30	AMSE	5.747356	5.562240	2.656264	2.810499
		SD	(1.846787)	(1.773744)	(0.804259)	(0.804143)
		DIFF	116.36991	109.40087	0	5.80646
	n = 50	AMSE	2.588323	2.506185	1.501258	1.562954
		SD	(0.916774)	(0.919299)	(0.605983)	(0.629505)
		DIFF	72.41027	66.93899	0	4.10962
	n=100	AMSE	1.333049	1.295884	0.913115	0.940338
		SD	(0.641242)	(0.654326)	(0.212276)	(0.231586)
		DIFF	45.98917	41.91904	0	2.98133

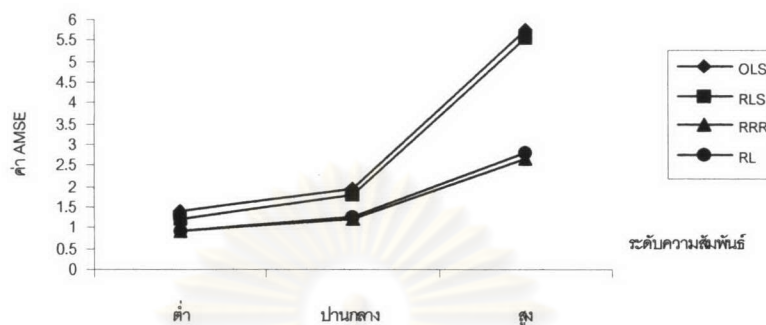
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีวิธีจักรเรชันที่ถูกจำกัด

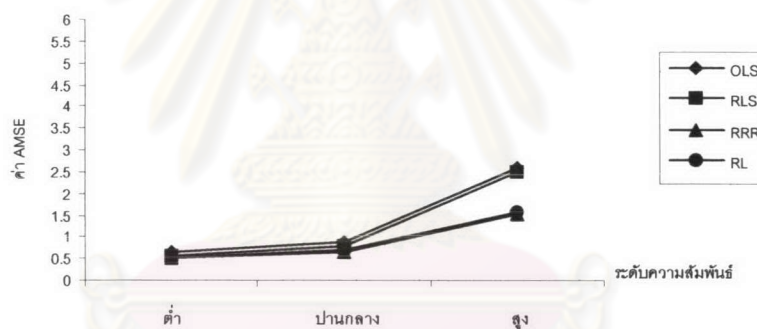
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิวที่ถูกจำกัด

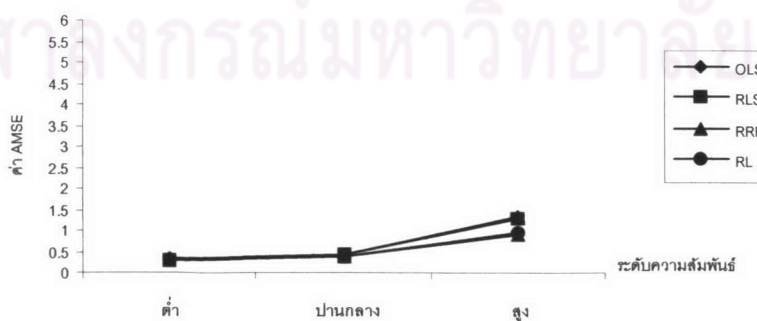
รูปที่ 4.1.6 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 5$ เมื่อข้อจำกัดเป็นจริง



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.1.6 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ผลสรุปจากตารางที่ 4.1.6

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับความสัมพันธ์ ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง และค่า AMSE จากวิธี OLS และ RLS จะมีความแตกต่างกันชัดเจนเมื่อขนาดตัวอย่างน้อย โดยที่ค่า AMSE จากวิธี RRR แตกต่างจากวิธี OLS อย่างชัดเจน แต่วิธี RRR และ RL จะไม่แตกต่างจากวิธี RLS มากนักที่ระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำ และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่า

วิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากตารางที่ 4.1.1-4.1.6 ผู้วิจัยสรุปผลเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นได้ดังนี้

ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่าความแปรปรวนลดลงซึ่งมีผลทำให้ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณดีขึ้น

จากตารางที่ 4.1.1-4.1.6 ผู้วิจัยสรุปผลเมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นได้ดังนี้

ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงซึ่งทำให้ค่า AMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณมีค่าเพิ่มขึ้น

จากตารางที่ 4.1.1-4.1.3 และ 4.1.4-4.1.6 ผู้วิจัยสรุปผลเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้นได้ดังนี้

ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนเพิ่มมากขึ้นซึ่งมีผลทำให้ค่า AMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณมีค่าเพิ่มขึ้น

จากตารางที่ 4.1.1 กับ 4.1.4 , 4.1.2 กับ 4.1.5 และ 4.1.3 กับ 4.1.6 ผู้วิจัยสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นได้ดังนี้

ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นทำให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น ซึ่งมีผลทำให้ค่า AMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณมีค่าเพิ่มขึ้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ข้อสรุปจากตารางที่ 4.1.1-4.1.6 ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ เมื่อข้อจำกัดเป็นจริง โดยสถานการณ์ที่ศึกษามีดังนี้

1. ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 , 50 และ 100 ตามลำดับ
2. จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และ 5
3. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 , 3 และ 5 ตามลำดับ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0
4. ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ
 - ระดับต่ำ ค่า ρ มีค่าอยู่ในช่วง 0.1 ถึง 0.3
 - ระดับปานกลาง ค่า ρ มีค่าอยู่ในช่วง 0.4 ถึง 0.6
 - ระดับสูง ค่า ρ มีค่าอยู่ในช่วง 0.7 ถึง 0.9

ผู้วิจัยสรุปผลได้ดังนี้

การเปลี่ยนแปลงค่า AMSE มีลักษณะดังนี้

1. แปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง
2. แปรผันตามระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนตัวแปรอิสระ ตามลำดับ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ เมื่อข้อจำกัดไม่เป็นจริง

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยศึกษาที่ $\mu = 0$ และ $\sigma = 1, 3$ และ 5 ตามลำดับ โดยจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ผู้วิจัยศึกษาที่ระดับความสัมพันธ์ $(0.1, 0.2, 0.3)$, $(0.4, 0.5, 0.6)$, $(0.7, 0.8, 0.9)$ และจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ผู้วิจัยศึกษาที่ระดับความสัมพันธ์ $(0.1, 0.2, 0.3, 0.3)$, $(0.4, 0.5, 0.6, 0.6)$, $(0.7, 0.8, 0.9, 0.9)$ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ $30, 50$ และ 100 โดยจะศึกษาที่ความคลาดเคลื่อนของข้อจำกัด 5% , 10% และ 15% ตามลำดับ ซึ่งผลการวิจัยส่วนนี้นำเสนอในตารางที่ 4.2.1-4.2.18

รายละเอียดของตารางที่ 4.2.1-4.2.18

ตารางที่	จำนวนตัวแปรอิสระ	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ความคลาดเคลื่อนของข้อจำกัด
4.2.1	3	1	5%
4.2.2	3	3	5%
4.2.3	3	5	5%
4.2.4	5	1	5%
4.2.5	5	3	5%
4.2.6	5	5	5%
4.2.7	3	1	10%
4.2.8	3	3	10%
4.2.9	3	5	10%
4.2.10	5	1	10%
4.2.11	5	3	10%
4.2.12	5	5	10%
4.2.13	3	1	15%
4.2.14	3	3	15%
4.2.15	3	5	15%
4.2.16	5	1	15%
4.2.17	5	3	15%
4.2.18	5	5	15%

ตารางที่ 4.2.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 1$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5%

ระดับความสัมพัทธ์	ขนาดตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	0.042512	0.039967	0.039720	0.039716
		SD	(0.007898)	(0.007522)	(0.007138)	(0.007118)
		DIFF	7.03998	0.63199	0.01007	0
	n = 50	AMSE	0.021189	0.021140	0.021119	0.021117
		SD	(0.002553)	(0.001896)	(0.001851)	(0.001846)
		DIFF	0.34096	0.10892	0.00947	0
	n=100	AMSE	0.009703	0.009708	0.009719	0.009717
		SD	(0.001238)	(0.001379)	(0.001427)	(0.001429)
		DIFF	0	0.05153	0.16490	0.12367
ปานกลาง	n = 30	AMSE	0.062392	0.059627	0.056092	0.055960
		SD	(0.022032)	(0.021573)	(0.018538)	(0.018408)
		DIFF	11.49392	6.55289	0.23588	0
	n = 50	AMSE	0.030596	0.029711	0.029246	0.029238
		SD	(0.007003)	(0.006276)	(0.005845)	(0.005831)
		DIFF	4.64464	1.61776	0.02736	0
	n=100	AMSE	0.014953	0.015694	0.015678	0.015578
		SD	(0.003835)	(0.004444)	(0.004400)	(0.004301)
		DIFF	0	4.95553	4.84853	4.17976
สูง	n = 30	AMSE	0.194532	0.190025	0.118382	0.121882
		SD	(0.074694)	(0.074825)	(0.067395)	(0.070225)
		DIFF	64.32566	60.51849	0	2.95653
	n = 50	AMSE	0.086551	0.086355	0.065043	0.066364
		SD	(0.034443)	(0.003371)	(0.016856)	(0.017961)
		DIFF	33.06736	32.76602	0	2.03096
	n=100	AMSE	0.048176	0.049228	0.039235	0.039683
		SD	(0.011037)	(0.011100)	(0.009575)	(0.009612)
		DIFF	22.78833	25.46961	0	1.14184

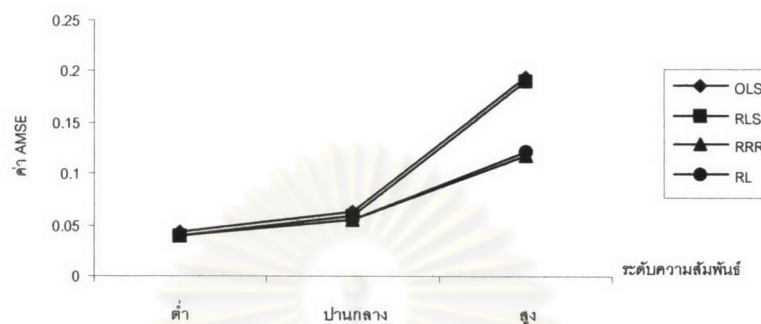
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีวิธีจีโรสชันที่ถูกจำกัด

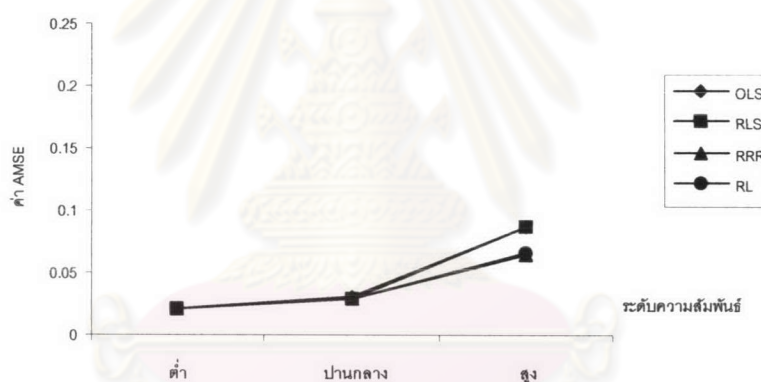
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิวที่ถูกจำกัด

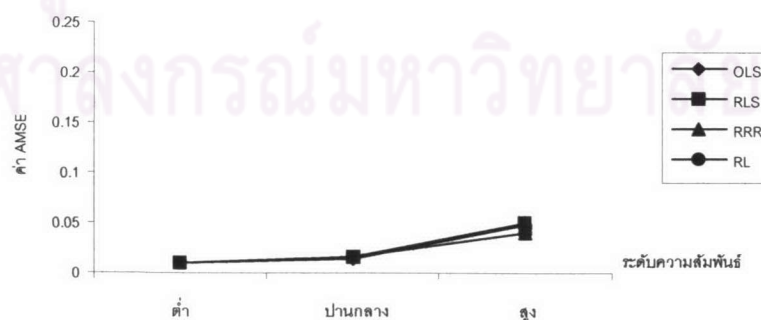
รูปที่ 4.2.1 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=1$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5%



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.2.1 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 รองลงมาคือวิธี RRR RLS และ OLS ตามลำดับ ส่วนวิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 รองลงมาคือวิธี RLS RL และ RRR ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

วิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 รองลงมาคือวิธี RRR RLS และ OLS ตามลำดับ ส่วนวิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 รองลงมาคือวิธี RL RRR และ RLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ แต่วิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยกว่าวิธี RLS เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.1

วิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำและปานกลางในทุกขนาดตัวอย่าง ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด และวิธี RRR จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อระดับความสัมพันธ์ระดับสูง ทุกขนาดตัวอย่าง ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นวิธี OLS จะให้ค่า AMSE ดีกว่าวิธี RLS ที่ขนาดตัวอย่างมากทุกระดับความสัมพันธ์ แต่ที่ระดับความสัมพันธ์ไม่มากวิธี OLS จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดและวิธี RLS ก็จะให้ค่า AMSE ดีกว่าวิธี RRR และ RL เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธี

ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น โดยเฉพาะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 100 อัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่นที่ระดับความสัมพันธ์ระดับสูง โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

จากตารางที่ 4.1.1 และ 4.2.1 จะเห็นว่าเมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นคือข้อมูลไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ซึ่งมีผลกระทบต่อวิธี RLS RRR และ RL เพราะทั้ง 3 วิธีเป็นวิธีที่ใช้ข้อจำกัดเกี่ยวกับพารามิเตอร์ (β) ในการสร้างตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณส่งผลทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ในขณะที่วิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่มีข้อจำกัดเกี่ยวกับพารามิเตอร์เข้ามาเกี่ยวข้องจึงทำให้ค่า AMSE คงที่ ถึงแม้ว่าจะมีการเปลี่ยนแปลงค่า β เพื่อให้ข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อนก็ตาม เนื่องจากตัวประมาณวิธี OLS เกิดจาก $(X'X)^{-1} X'y$ โดยที่ค่าเมทริกซ์ X ยังเหมือนเดิมแต่ค่า y เปลี่ยนอย่างเดียว ($y = X\beta + \varepsilon$) ก็ไม่มีผลทำให้ค่า AMSE เปลี่ยนแปลงไปมากนัก นอกจากนี้เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นจะทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง เนื่องจากค่า AMSE ของวิธี OLS คงที่ ในขณะที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RL จะเพิ่มขึ้นมากกว่าวิธี RLS และ RRR ที่ระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำและปานกลาง ส่วนที่ระดับความสัมพันธ์ระดับสูงอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นมากกว่าวิธี RLS และ RL จึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง โดยที่ค่า DIFF จากวิธี OLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น

ตารางที่ 4.2.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 3$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5%

ระดับความสัมพัทธ์	ขนาดตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	0.360610	0.323659	0.309738	0.309090
		SD	(0.071086)	(0.070899)	(0.056364)	(0.056359)
		DIFF	16.66828	4.71351	0.20965	0
	n = 50	AMSE	0.188703	0.174224	0.166635	0.166510
		SD	(0.022978)	(0.026719)	(0.026278)	(0.026166)
		DIFF	13.32833	4.63275	0.07507	0
	n=100	AMSE	0.089283	0.084432	0.083467	0.083439
		SD	(0.011144)	(0.011703)	(0.012042)	(0.012031)
		DIFF	7.00392	1.19009	0.03356	0
ปานกลาง	n = 30	AMSE	0.541524	0.520183	0.415442	0.418102
		SD	(0.198285)	(0.191896)	(0.122149)	(0.123887)
		DIFF	30.34888	25.21194	0	0.64028
	n = 50	AMSE	0.275363	0.250775	0.223648	0.223918
		SD	(0.063026)	(0.056676)	(0.042734)	(0.042757)
		DIFF	23.12339	12.12933	0	0.12073
	n=100	AMSE	0.134574	0.125652	0.119375	0.119480
		SD	(0.034513)	(0.029133)	(0.026315)	(0.026315)
		DIFF	12.73215	5.25822	0	0.08796
สูง	n = 30	AMSE	1.753791	1.692868	0.945290	0.976079
		SD	(0.732243)	(0.734081)	(0.612495)	(0.638206)
		DIFF	85.52941	79.08451	0	3.25710
	n = 50	AMSE	0.751960	0.728752	0.490949	0.504618
		SD	(0.289983)	(0.289257)	(0.181162)	(0.181918)
		DIFF	53.16459	48.43741	0	2.78420
	n=100	AMSE	0.399588	0.391186	0.297981	0.309192
		SD	(0.077933)	(0.077921)	(0.069262)	(0.069978)
		DIFF	34.09848	31.27884	0	1.76232

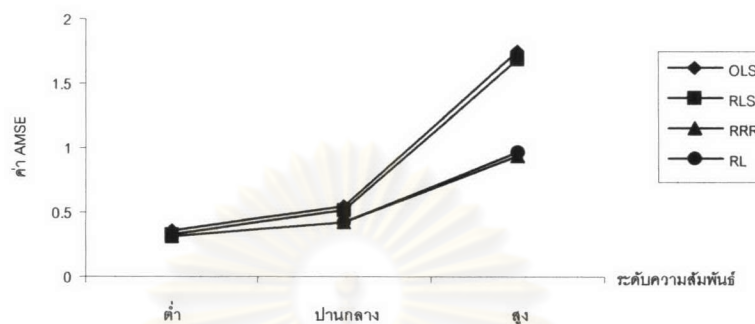
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีรีดจรีเกรสชันที่ถูกจำกัด

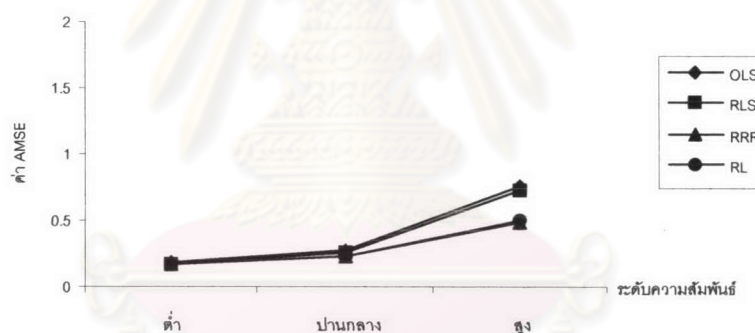
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิวที่ถูกจำกัด

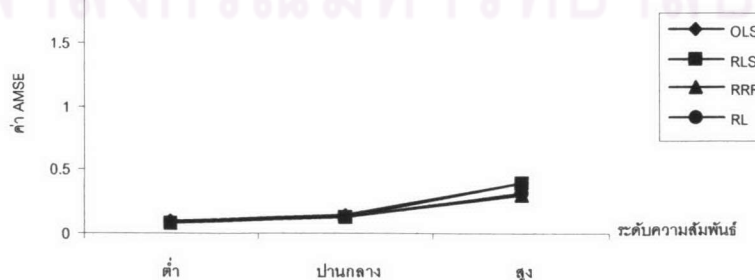
รูปที่ 4.2.2 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=3$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5%



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.2.2 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RRR RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับปานกลาง

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.2

วิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และวิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อระดับความสัมพันธ์ระดับปานกลางและสูงทุกขนาดตัวอย่าง ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธี ทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่า

วิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

จากตารางที่ 4.2.1 และ 4.2.2 จะเห็นว่าเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธี RRR ทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR เพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น ค่า AMSE วิธี RRR จึงค่าน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่น นอกจากนี้เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้นก็จะมีผลทำให้ค่า AMSE วิธี OLS เพิ่มขึ้นมากกว่าวิธีอื่น



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.2.3 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 5$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5%

ระดับความสัมพัทธ์	ขนาดตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	1.012805	0.930963	0.792682	0.805838
		SD	(0.197460)	(0.198347)	(0.143082)	(0.146594)
		DIFF	27.76940	17.44470	0	1.65968
	n = 50	AMSE	0.519731	0.480307	0.435374	0.438534
		SD	(0.063829)	(0.077274)	(0.074085)	(0.073557)
		DIFF	19.37576	10.32055	0	0.72581
	n=100	AMSE	0.245787	0.231082	0.222604	0.222899
		SD	(0.030956)	(0.033524)	(0.034549)	(0.034330)
		DIFF	10.41446	3.80856	0	0.13252
ปานกลาง	n = 30	AMSE	1.509788	1.371167	1.068505	1.100335
		SD	(0.550791)	(0.532726)	(0.308595)	(0.321277)
		DIFF	41.29910	28.32574	0	2.97893
	n = 50	AMSE	0.764897	0.692807	0.578189	0.588476
		SD	(0.175072)	(0.158533)	(0.108716)	(0.112805)
		DIFF	32.29186	19.82362	0	1.77918
	n=100	AMSE	0.373817	0.345474	0.314136	0.316163
		SD	(0.095869)	(0.078230)	(0.064183)	(0.065312)
		DIFF	18.99846	9.97593	0	0.64526
สูง	n = 30	AMSE	4.888309	4.699066	2.555316	2.684654
		SD	(1.673409)	(1.725694)	(0.870946)	(0.867979)
		DIFF	91.29959	83.89373	0	5.06153
	n = 50	AMSE	2.088777	2.019445	1.297194	1.344797
		SD	(0.636107)	(0.636081)	(0.548913)	(0.564606)
		DIFF	61.02272	55.67795	0	3.66969
	n=100	AMSE	1.104409	1.083491	0.787470	0.818830
		SD	(0.275929)	(0.274622)	(0.104929)	(0.126499)
		DIFF	40.24776	37.59140	0	2.07494

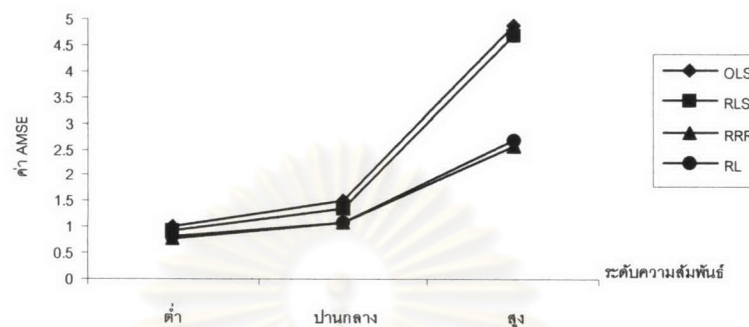
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

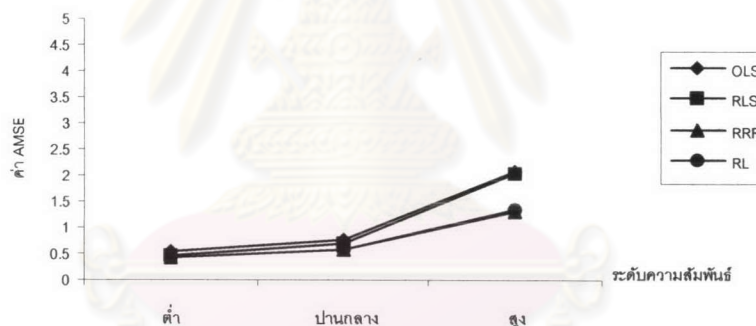
RRR คือ วิธีรีดจีเรสชันที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิวที่ถูกจำกัด

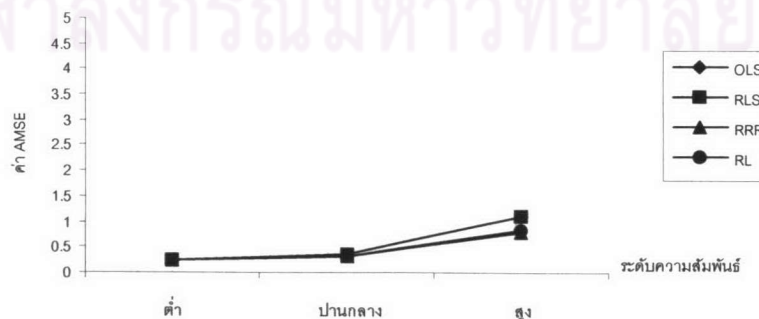
รูปที่ 4.2.3 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=5$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5%



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.2.3 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.3

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับความสัมพันธ์ ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธี ทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.2.4 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 1$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5%

ระดับความสัมพัทธ์	ขนาดตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	0.055577	0.049570	0.048094	0.048004
		SD	(0.024547)	(0.018354)	(0.017409)	(0.017339)
		DIFF	15.77577	3.26223	0.18748	0
	n = 50	AMSE	0.025579	0.024186	0.024186	0.024185
		SD	(0.006643)	(0.006366)	(0.006151)	(0.006136)
		DIFF	5.76390	0.00413	0.00413	0
	n=100	AMSE	0.012570	0.012611	0.012656	0.012653
		SD	(0.001785)	(0.001723)	(0.001702)	(0.001702)
		DIFF	0	0.32617	0.68417	0.66030
ปานกลาง	n = 30	AMSE	0.077101	0.073759	0.067049	0.066734
		SD	(0.030663)	(0.027060)	(0.022328)	(0.022107)
		DIFF	15.53481	10.52687	0.47202	0
	n = 50	AMSE	0.037667	0.035985	0.033493	0.033471
		SD	(0.009875)	(0.009954)	(0.009129)	(0.009088)
		DIFF	12.53623	7.51098	0.06573	0
	n=100	AMSE	0.017996	0.018950	0.018913	0.018783
		SD	(0.003893)	(0.003942)	(0.003828)	(0.003724)
		DIFF	0	5.30118	5.09558	4.37319
สูง	n = 30	AMSE	0.229894	0.227585	0.131674	0.136293
		SD	(0.081387)	(0.081403)	(0.048373)	(0.050248)
		DIFF	74.59331	72.83974	0	3.50791
	n = 50	AMSE	0.113533	0.113134	0.078996	0.080568
		SD	(0.036910)	(0.036959)	(0.029019)	(0.030256)
		DIFF	43.71994	43.21485	0	1.98997
	n=100	AMSE	0.059322	0.059786	0.047346	0.047871
		SD	(0.015650)	(0.014664)	(0.019032)	(0.019447)
		DIFF	25.29464	26.27466	0	1.10886

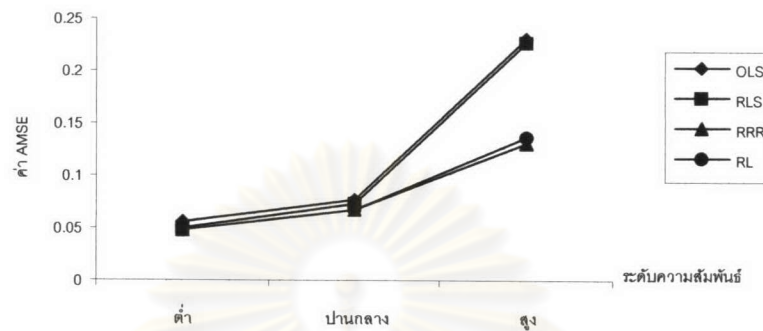
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีวิธีเกรสชันที่ถูกจำกัด

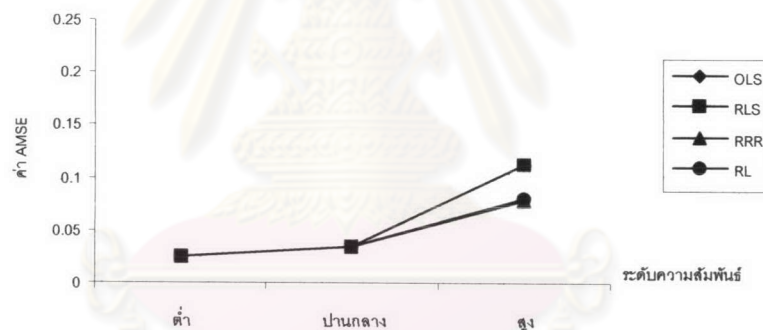
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิทที่ถูกจำกัด

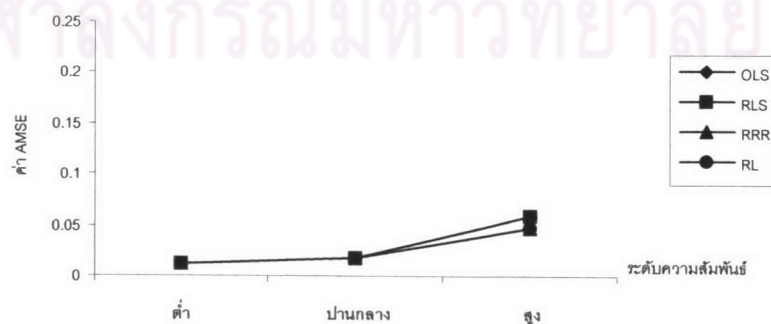
รูปที่ 4.2.4 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 1$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5%



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.2.4 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 รองลงมาคือวิธี RRR RLS และ OLS ตามลำดับ ส่วนวิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 รองลงมาคือวิธี RLS RL และ RRR ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

วิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 รองลงมาคือวิธี RRR RLS และ OLS ตามลำดับ ส่วนวิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 รองลงมาคือวิธี RL RRR และ RLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ แต่วิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยกว่าวิธี RLS เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.4

วิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดที่ระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำและปานกลางในทุกขนาดตัวอย่าง ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด สำหรับระดับความสัมพันธ์ระดับสูง ทุกขนาดตัวอย่าง วิธี RRR จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นวิธี OLS จะให้ค่า AMSE น้อยกว่าวิธี RLS ที่ขนาดตัวอย่างมากทุกระดับความสัมพันธ์ แต่ที่ระดับความสัมพันธ์ไม่มากวิธี OLS จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด และวิธี RLS ก็จะให้ค่า AMSE น้อยกว่าวิธี RRR และ RL เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผล

ต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น จึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น โดยเฉพาะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 100 อัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่นที่ระดับความสัมพันธ์ระดับสูง โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

จากตารางที่ 4.2.1 และ 4.2.4 เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นทำให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระเพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น นอกจากนี้เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นก็จะทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นโดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะเพิ่มขึ้นมากกว่าวิธีอื่น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.2.5 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 3$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5%

ระดับความสัมพัทธ์	ขนาดตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	0.500197	0.429258	0.366452	0.365802
		SD	(0.220919)	(0.159795)	(0.132439)	(0.131977)
		DIFF	36.73982	17.34709	0.17769	0
	n = 50	AMSE	0.230212	0.206001	0.196106	0.195941
		SD	(0.059788)	(0.053802)	(0.048739)	(0.048679)
		DIFF	17.49047	5.13420	0.08421	0
	n=100	AMSE	0.113130	0.102508	0.100750	0.100708
		SD	(0.016066)	(0.014175)	(0.013104)	(0.013093)
		DIFF	12.33467	1.78735	0.04170	0
ปานกลาง	n = 30	AMSE	0.693909	0.643068	0.478839	0.481207
		SD	(0.275970)	(0.228451)	(0.144187)	(0.144226)
		DIFF	44.91489	34.29733	0	0.49453
	n = 50	AMSE	0.312001	0.292020	0.259224	0.259838
		SD	(0.088874)	(0.085330)	(0.066987)	(0.068234)
		DIFF	20.35961	12.65161	0	0.23686
	n=100	AMSE	0.156562	0.148556	0.140365	0.140478
		SD	(0.035038)	(0.032997)	(0.028268)	(0.028307)
		DIFF	11.53920	5.83550	0	0.08050
สูง	n = 30	AMSE	2.069048	2.008507	0.995040	1.038730
		SD	(0.702484)	(0.700267)	(0.282736)	(0.290230)
		DIFF	107.93616	101.85188	0	4.39078
	n = 50	AMSE	0.931796	0.904872	0.573950	0.590543
		SD	(0.220386)	(0.228923)	(0.126618)	(0.129515)
		DIFF	62.34794	57.65694	0	2.89102
	n=100	AMSE	0.479897	0.469693	0.349862	0.357202
		SD	(0.093085)	(0.093363)	(0.085477)	(0.085872)
		DIFF	37.16751	34.25093	0	2.09797

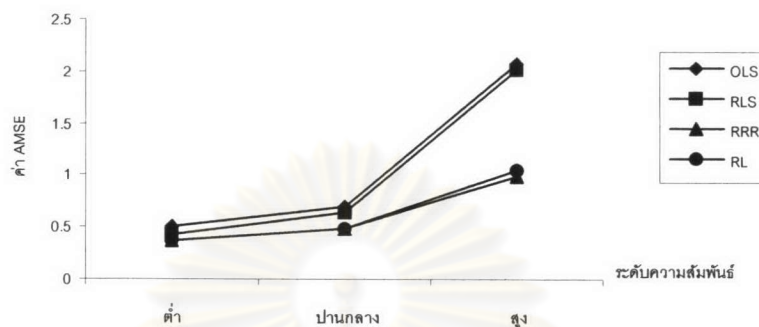
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีวิธีเกรสชันที่ถูกจำกัด

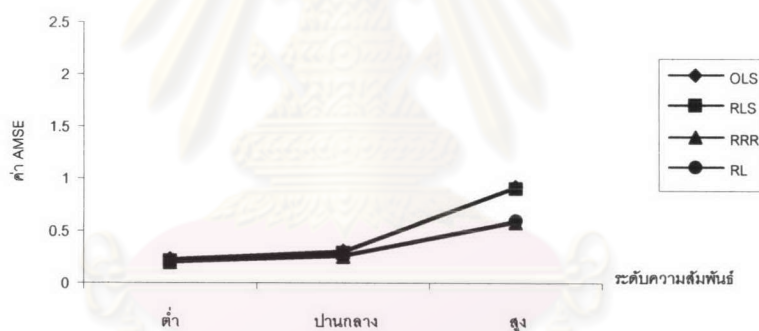
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิวที่ถูกจำกัด

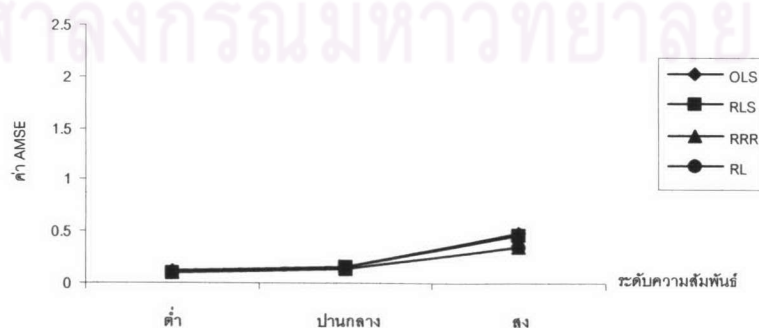
รูปที่ 4.2.5 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=3$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5%



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.2.5 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RRR RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับปานกลาง

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.5

วิธี RL ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อระดับความสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ และวิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อระดับความสัมพันธ์ระดับปานกลางและสูงทุกขนาดตัวอย่าง ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธี ทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่า

วิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

จากตารางที่ 4.2.4 และ 4.2.5 จะเห็นว่าเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธี RRR ทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR เพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น ค่า AMSE วิธี RRR จึงค่าน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่น นอกจากนี้เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้นก็จะมีผลทำให้ค่า AMSE วิธี OLS เพิ่มขึ้นมากกว่าวิธีอื่น



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.2.6 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 5$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5%

ระดับความสัมพัทธ์	ขนาดตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	1.389434	1.188645	0.919617	0.945667
		SD	(0.613664)	(0.443115)	(0.322406)	(0.329865)
		DIFF	51.08833	29.25435	0	2.83270
	n = 50	AMSE	0.639479	0.569591	0.510356	0.515328
		SD	(0.166077)	(0.148497)	(0.124851)	(0.126755)
		DIFF	25.30057	11.60660	0	0.97422
	n=100	AMSE	0.314250	0.282300	0.269316	0.269942
		SD	(0.044629)	(0.039996)	(0.035762)	(0.036013)
		DIFF	16.68449	4.82110	0	0.23244
ปานกลาง	n = 30	AMSE	1.927524	1.781629	1.213357	1.263108
		SD	(0.766583)	(0.631436)	(0.356302)	(0.369752)
		DIFF	58.85877	46.83469	0	4.10028
	n = 50	AMSE	0.866668	0.808134	0.664622	0.678802
		SD	(0.246871)	(0.235563)	(0.167659)	(0.174759)
		DIFF	30.40014	21.59318	0	2.13354
	n=100	AMSE	0.434893	0.409763	0.369270	0.372143
		SD	(0.097327)	(0.091841)	(0.073136)	(0.074790)
		DIFF	17.77101	10.96569	0	0.77802
สูง	n = 30	AMSE	5.747356	5.569344	2.661710	2.815605
		SD	(1.846787)	(1.778959)	(0.804376)	(0.804285)
		DIFF	115.92717	109.23932	0	5.78181
	n = 50	AMSE	2.588323	2.508590	1.504657	1.566499
		SD	(0.916774)	(0.919267)	(0.602143)	(0.626370)
		DIFF	72.02080	66.72172	0	4.11004
	n=100	AMSE	1.333049	1.299283	0.917174	0.944488
		SD	(0.641242)	(0.652204)	(0.209683)	(0.229167)
		DIFF	45.34309	41.66156	0	2.97806

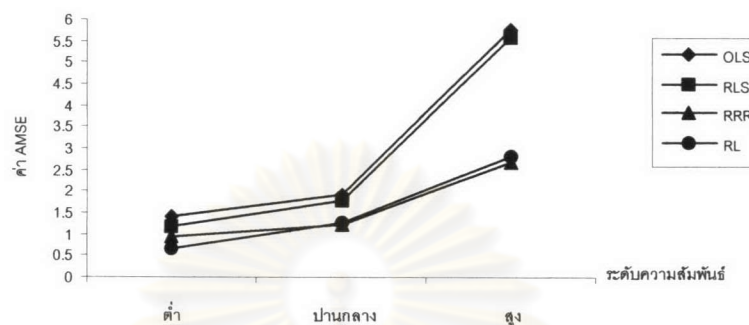
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RRR คือ วิธีรีดจี้เกรสชันที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิวที่ถูกจำกัด

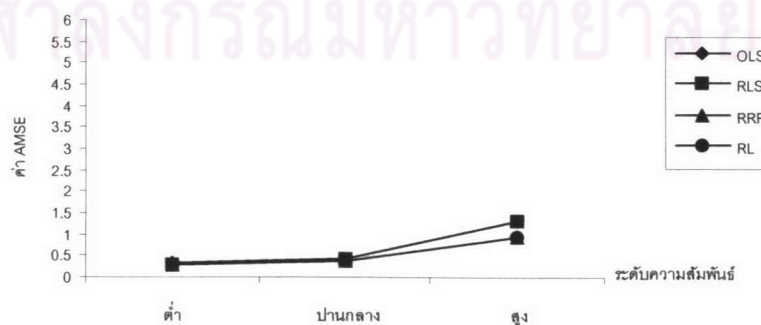
รูปที่ 4.2.6 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=5$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5%



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.2.6 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 5% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.6

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับความสัมพันธ์ ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธี ทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.2.7 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 1$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10%

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	0.042512	0.045934	0.046353	0.046403
		SD	(0.007898)	(0.008423)	(0.008704)	(0.008732)
		DIFF	0	8.04949	9.03510	9.15271
	n = 50	AMSE	0.021189	0.027100	0.027405	0.027429
		SD	(0.002553)	(0.004775)	(0.004877)	(0.004887)
		DIFF	0	27.89655	29.33598	29.44924
	n=100	AMSE	0.009703	0.016821	0.016959	0.016968
		SD	(0.001238)	(0.004844)	(0.004963)	(0.004970)
		DIFF	0	73.35876	74.78100	74.87375
ปานกลาง	n = 30	AMSE	0.062392	0.065720	0.063169	0.063227
		SD	(0.022032)	(0.023273)	(0.021560)	(0.021604)
		DIFF	0	5.33402	1.24535	1.33831
	n = 50	AMSE	0.030596	0.035884	0.035686	0.035694
		SD	(0.007003)	(0.009733)	(0.009472)	(0.009469)
		DIFF	0	17.28331	16.63616	16.66231
	n=100	AMSE	0.014953	0.021483	0.021609	0.021614
		SD	(0.003835)	(0.008709)	(0.008963)	(0.008971)
		DIFF	0	43.67017	44.51281	44.54624
สูง	n = 30	AMSE	0.194532	0.196848	0.126824	0.130112
		SD	(0.074694)	(0.074595)	(0.060657)	(0.062986)
		DIFF	53.38737	55.21352	0	2.59257
	n = 50	AMSE	0.086551	0.091333	0.073471	0.074660
		SD	(0.034443)	(0.003296)	(0.018465)	(0.019303)
		DIFF	17.80294	24.31163	0	1.61833
	n=100	AMSE	0.048176	0.051422	0.048254	0.048487
		SD	(0.011037)	(0.011716)	(0.009856)	(0.009869)
		DIFF	0	6.73779	0.16191	0.64555

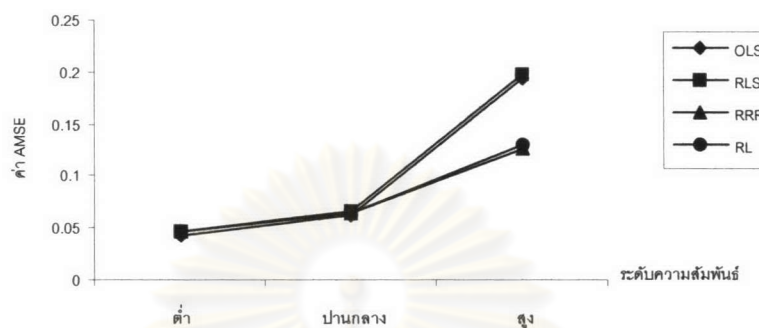
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีรีดจอร์เกสชันที่ถูกจำกัด

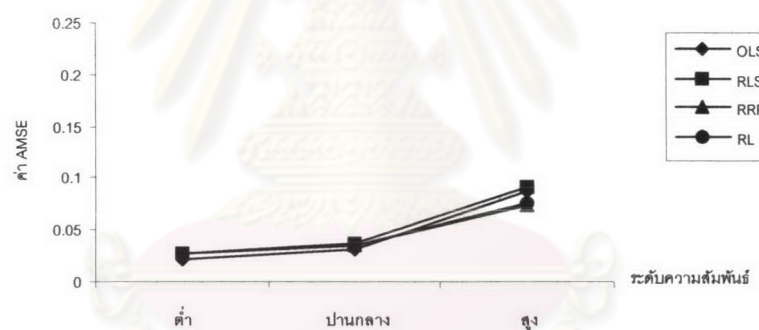
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิวที่ถูกจำกัด

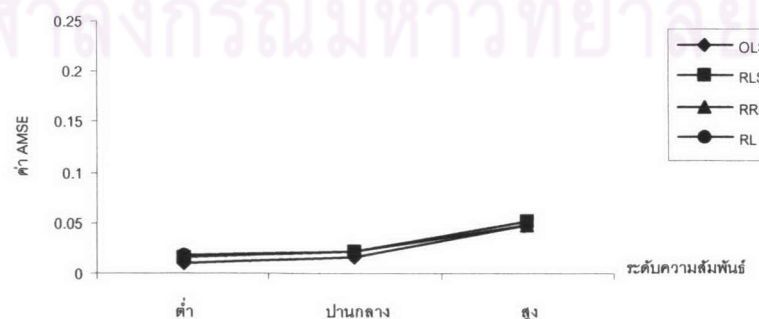
รูปที่ 4.2.7 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=1$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10%



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.2.7 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RLS RRR และ RL ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

วิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RRR RL และ RLS ตามลำดับ แต่วิธี RLS จะให้ค่า AMSE น้อยกว่าวิธี RRR และ RL ตามลำดับเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 รองลงมาคือวิธี RL OLS และ RLS ตามลำดับ ส่วนวิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 รองลงมาคือวิธี RRR RL และ RLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.7

วิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับความสัมพันธ์ ยกเว้นที่ระดับความสัมพันธ์ระดับสูงขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทุกคุณทั้ง 4 วิธี ทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มลดลงเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ยกเว้นที่ระดับความสัมพันธ์ระดับสูงค่า DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เนื่องจากข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อนเพิ่ม

มากขึ้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าน้อยและระดับความสัมพันธ์ไม่สูงทำให้ค่า AMSE วิธี OLS น้อยกว่าวิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS จะมากขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นจึงทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงและอัตราการลดลงจะมากกว่าวิธีอื่นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS น้อยกว่า RLS และมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์ระดับสูง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่นเมื่อขนาดตัวอย่างเป็น 100

จากตารางที่ 4.2.1 และ 4.2.7 จะเห็นว่าเมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อนมากขึ้นทำให้ค่า AMSE วิธี RLS RRR และ RL มีค่าเพิ่มขึ้นซึ่งจะส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธี OLS ทำให้ค่า AMSE น้อยกว่าวิธี RLS ในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับความสัมพันธ์ และวิธี OLS จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเกือบทุกกรณียกเว้นที่ระดับความสัมพันธ์ระดับสูง ขนาดตัวอย่างน้อย เนื่องจากวิธี OLS จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อย ข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อนและขนาดตัวอย่างมาก ส่วนวิธี RLS จะให้ค่า AMSE น้อยกว่าวิธี RRR และ RL ที่ระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำทุกขนาดตัวอย่างและระดับปานกลางที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 โดยที่วิธี RRR จะให้ค่า AMSE น้อยกว่าวิธี RL ในทุกระดับความสัมพันธ์เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อนมากขึ้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.2.8 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 3$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10%

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	0.360610	0.329707	0.319031	0.319322
		SD	(0.071086)	(0.069274)	(0.055296)	(0.055321)
		DIFF	13.03290	3.34638	0	0.09121
	n = 50	AMSE	0.188703	0.179269	0.174072	0.174216
		SD	(0.022978)	(0.022353)	(0.020889)	(0.020973)
		DIFF	8.40514	2.98555	0	0.08272
	n=100	AMSE	0.089283	0.087204	0.086897	0.086916
		SD	(0.011144)	(0.010771)	(0.011507)	(0.011510)
		DIFF	2.74578	0.35329	0	0.02186
ปานกลาง	n = 30	AMSE	0.541524	0.526404	0.426358	0.430966
		SD	(0.198285)	(0.192594)	(0.126756)	(0.136249)
		DIFF	27.01157	23.46526	0	1.08078
	n = 50	AMSE	0.275363	0.257046	0.231598	0.231823
		SD	(0.063026)	(0.055821)	(0.042049)	(0.041908)
		DIFF	18.89697	10.98801	0	0.09715
	n=100	AMSE	0.134574	0.131533	0.126329	0.126411
		SD	(0.034513)	(0.033223)	(0.031865)	(0.031838)
		DIFF	6.52664	4.11940	0	0.06491
สูง	n = 30	AMSE	1.753792	1.699186	0.954705	0.985042
		SD	(0.732243)	(0.733842)	(0.617190)	(0.635628)
		DIFF	83.69989	77.98021	0	3.17763
	n = 50	AMSE	0.751960	0.736830	0.501581	0.514699
		SD	(0.289983)	(0.286764)	(0.183916)	(0.184247)
		DIFF	49.91796	46.90150	0	2.61533
	n=100	AMSE	0.399588	0.396990	0.306327	0.311182
		SD	(0.077934)	(0.077969)	(0.069822)	(0.079990)
		DIFF	30.44492	29.59680	0	1.58491

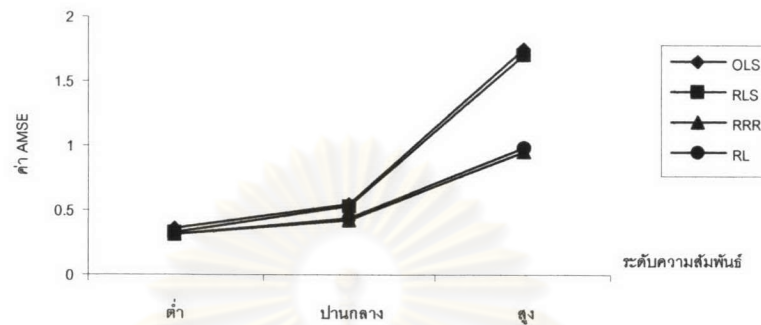
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีวิธีเกรสชันที่ถูกจำกัด

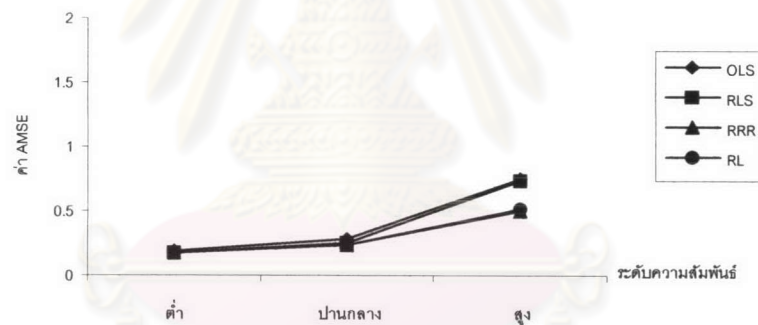
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีวิธีที่ถูกจำกัด

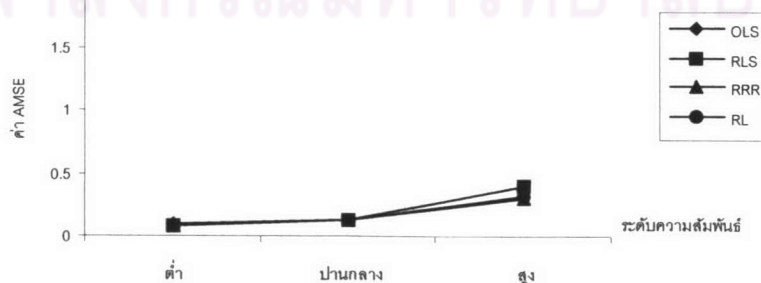
รูปที่ 4.2.8 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=3$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10%



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.2.8 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.8

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับความสัมพันธ์ ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธี ทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

จากตารางที่ 4.2.7 และ 4.2.8 จะเห็นว่าเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้ส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธี RRR ทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR เพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น ค่า AMSE วิธี RRR จึงค่าน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่น นอกจากนี้เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้นก็จะมีผลทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS เพิ่มขึ้นมากกว่าวิธีอื่น



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.2.9 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=5$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10%

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	1.012805	0.937091	0.805955	0.817819
		SD	(0.197460)	(0.196130)	(0.141260)	(0.144548)
		DIFF	25.66520	16.27088	0	1.47204
	n = 50	AMSE	0.519731	0.486437	0.444679	0.447356
		SD	(0.063829)	(0.072274)	(0.067343)	(0.067116)
		DIFF	16.87779	9.39059	0	0.60201
	n=100	AMSE	0.245787	0.236892	0.230077	0.230256
		SD	(0.030956)	(0.031894)	(0.033328)	(0.033085)
		DIFF	6.82815	2.96205	0	0.07780
ปานกลาง	n = 30	AMSE	1.509788	1.377517	1.081114	1.111587
		SD	(0.550791)	(0.533288)	(0.313628)	(0.325193)
		DIFF	39.65114	27.41644	0	2.81867
	n = 50	AMSE	0.764897	0.699174	0.587757	0.597380
		SD	(0.175072)	(0.156861)	(0.107391)	(0.111438)
		DIFF	30.13831	18.95630	0	1.63724
	n=100	AMSE	0.373817	0.351449	0.322215	0.324035
		SD	(0.095869)	(0.082652)	(0.071285)	(0.072135)
		DIFF	16.01477	9.07282	0	0.56484
สูง	n = 30	AMSE	4.888310	4.704876	2.565809	2.694018
		SD	(1.673410)	(1.723563)	(0.871645)	(0.868498)
		DIFF	90.51730	83.36813	0	4.99683
	n = 50	AMSE	2.088776	2.027624	1.309092	1.355195
		SD	(0.636107)	(0.635794)	(0.552593)	(0.566891)
		DIFF	59.55914	54.88782	0	3.52175
	n=100	AMSE	1.104410	1.088906	0.796320	0.826710
		SD	(0.275930)	(0.27596)	(0.112418)	(0.132668)
		DIFF	38.68922	36.74226	0	2.01631

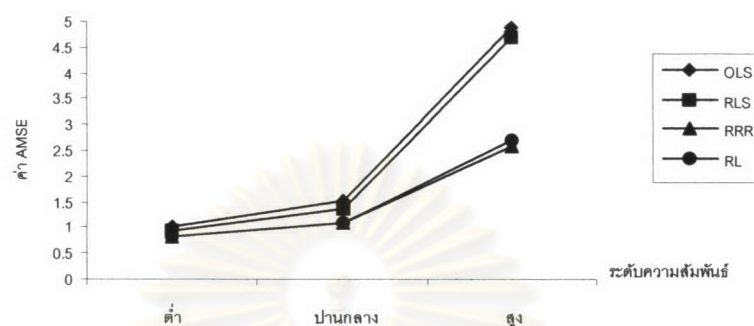
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีรีดจีเรชันที่ถูกจำกัด

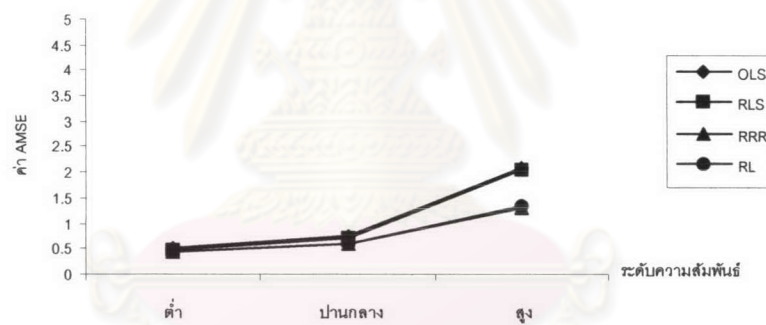
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิวที่ถูกจำกัด

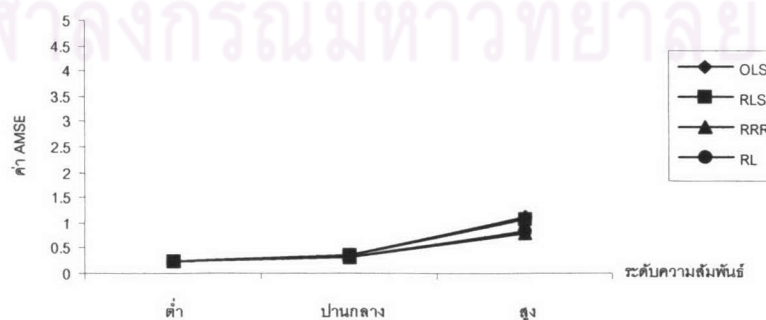
รูปที่ 4.2.9 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=5$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10%



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.2.9 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.9

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับความสัมพันธ์ ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธี ทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.2.10 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 1$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10%

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	0.055577	0.055902	0.054046	0.054138
		SD	(0.024547)	(0.024131)	(0.022558)	(0.022597)
		DIFF	2.83277	3.43411	0	0.17023
	n = 50	AMSE	0.025579	0.028537	0.028695	0.028710
		SD	(0.006643)	(0.008906)	(0.008613)	(0.008598)
		DIFF	0	11.56417	12.18187	12.24051
	n=100	AMSE	0.012570	0.016732	0.016850	0.016857
		SD	(0.001785)	(0.005187)	(0.005262)	(0.005267)
		DIFF	0	33.56417	34.04932	34.10501
ปานกลาง	n = 30	AMSE	0.077101	0.081511	0.073514	0.073857
		SD	(0.030663)	(0.035653)	(0.028688)	(0.028971)
		DIFF	4.87934	10.87820	0	0.47202
	n = 50	AMSE	0.037667	0.041204	0.038972	0.039071
		SD	(0.009875)	(0.011763)	(0.010634)	(0.010679)
		DIFF	0	9.39018	3.46457	3.72740
	n=100	AMSE	0.017996	0.022819	0.022914	0.022920
		SD	(0.003893)	(0.007735)	(0.007826)	(0.007829)
		DIFF	0	26.80040	27.32830	27.36164
สูง	n = 30	AMSE	0.229894	0.241868	0.139967	0.144633
		SD	(0.081387)	(0.082286)	(0.049250)	(0.051316)
		DIFF	64.24872	72.80359	0	3.33364
	n = 50	AMSE	0.113533	0.118034	0.087589	0.089085
		SD	(0.036910)	(0.034881)	(0.025528)	(0.026806)
		DIFF	29.62016	34.75893	0	1.70798
	n=100	AMSE	0.059322	0.063415	0.055813	0.056316
		SD	(0.015650)	(0.014026)	(0.019894)	(0.020162)
		DIFF	6.28516	13.61845	0	0.89942

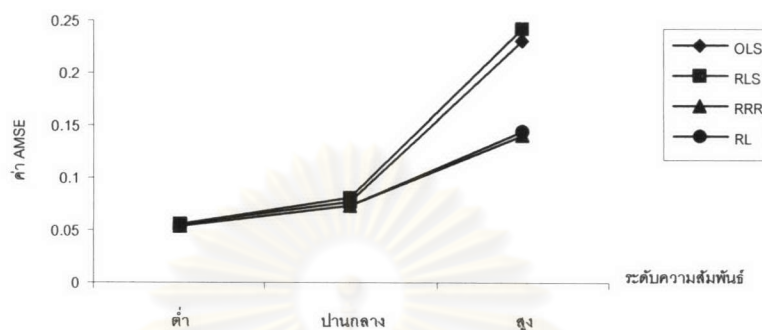
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีรดิจรีเกรสชันที่ถูกจำกัด

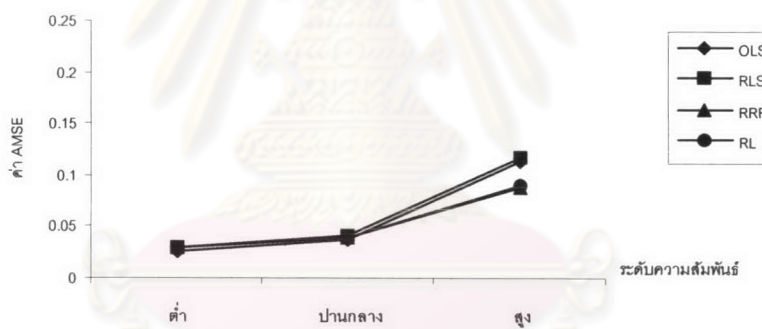
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิทที่ถูกจำกัด

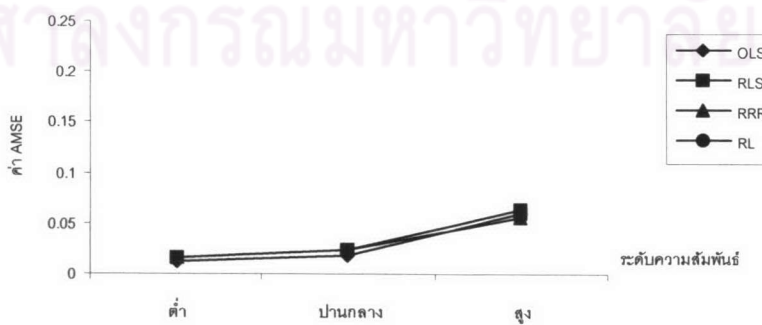
รูปที่ 4.2.10 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 1$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10%



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.2.10 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 รองลงมาคือวิธี RL OLS และ RLS ตามลำดับ ส่วนวิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 รองลงมาคือวิธี RLS RRR และ RL ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 รองลงมาคือวิธี RL OLS และ RLS ตามลำดับ ส่วนวิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 รองลงมาคือวิธี RRR RL และ RLS ตามลำดับ แต่วิธี RLS จะให้ค่า AMSE น้อยกว่าวิธี RRR และ RL ตามลำดับเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ แต่วิธี OLS จะให้ค่า AMSE น้อยกว่าวิธี RL และ RLS ตามลำดับเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.10

โดยส่วนใหญ่วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ยกเว้นกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำและปานกลางที่ขนาดตัวอย่าง 50 และ 100 วิธี OLS จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ผู้วิจัยพบค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธี ทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มลดลงเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ยกเว้นที่ระดับความสัมพันธ์ระดับสูงค่า DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เนื่องจากข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มมากขึ้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าน้อยและระดับความสัมพันธ์ไม่สูงทำให้ค่า AMSE วิธี OLS น้อยกว่าวิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS จะมากขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นจึงทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงและอัตราการลดลงจะมากกว่าวิธีอื่นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจึงทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS น้อยกว่า RLS และมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์ระดับสูง

จากตารางที่ 4.2.7 และ 4.2.10 เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นทำให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระเพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น นอกจากนี้เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นก็จะทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงยกเว้นที่ระดับความสัมพันธ์ระดับสูงค่า DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS เพิ่มขึ้นมากกว่าวิธีอื่น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มลดลง ในขณะที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR เพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่นค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นและทำให้วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อขนาดตัวอย่างน้อยและระดับความสัมพันธ์ระดับสูง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.2.11 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 3$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10%

ระดับความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	0.500197	0.435580	0.372478	0.373492
		SD	(0.220919)	(0.161234)	(0.130439)	(0.130047)
		DIFF	34.28900	16.94113	0	0.27223
	n = 50	AMSE	0.230213	0.210392	0.201388	0.201581
		SD	(0.059788)	(0.054990)	(0.048378)	(0.048401)
		DIFF	14.31317	4.47097	0	0.09583
	n=100	AMSE	0.113130	0.106632	0.105371	0.105408
		SD	(0.016066)	(0.013711)	(0.012336)	(0.012346)
		DIFF	7.36351	1.19672	0	0.03511
ปานกลาง	n = 30	AMSE	0.693909	0.650877	0.486146	0.488177
		SD	(0.275970)	(0.233674)	(0.145121)	(0.145395)
		DIFF	42.73675	33.88509	0	0.41778
	n = 50	AMSE	0.312001	0.297193	0.265669	0.266129
		SD	(0.088874)	(0.087057)	(0.066806)	(0.067516)
		DIFF	17.43975	11.86589	0	0.17315
	n=100	AMSE	0.156562	0.153430	0.145931	0.146039
		SD	(0.035038)	(0.033231)	(0.028511)	(0.028543)
		DIFF	7.28495	5.13873	0	0.07401
สูง	n = 30	AMSE	2.069048	2.023793	1.005073	1.046035
		SD	(0.702484)	(0.701183)	(0.284261)	(0.286073)
		DIFF	105.86047	101.35781	0	4.07552
	n = 50	AMSE	0.931796	0.913532	0.583134	0.598802
		SD	(0.220386)	(0.226600)	(0.122399)	(0.127278)
		DIFF	59.79106	56.65902	0	2.68686
	n=100	AMSE	0.479897	0.478546	0.359328	0.366655
		SD	(0.093085)	(0.092873)	(0.085141)	(0.086339)
		DIFF	33.55402	33.17804	0	2.03908

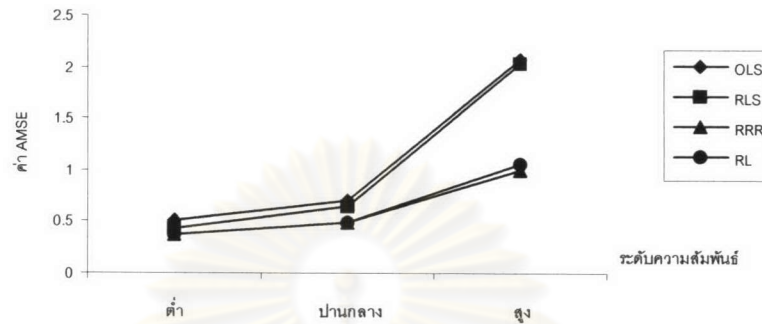
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีรีดจรีเกรสชันที่ถูกจำกัด

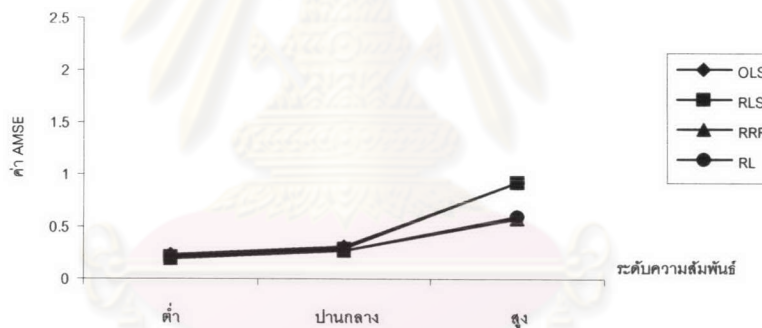
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิวที่ถูกจำกัด

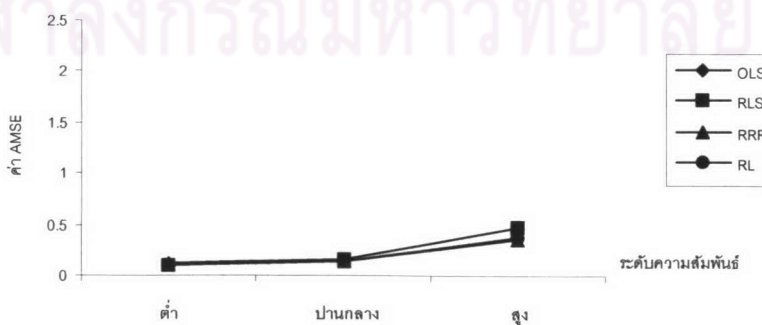
รูปที่ 4.2.11 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=3$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10%



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.2.11 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.11

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับความสัมพันธ์ ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธี ทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

จากตารางที่ 4.2.10 และ 4.2.11 จะเห็นว่าเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้ส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธี RRR ทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR เพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น ค่า AMSE วิธี RRR จึงค่าน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่น นอกจากนี้เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้นก็จะมีผลทำให้ค่า AMSE วิธี OLS เพิ่มขึ้นมากกว่าวิธีอื่น



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.2.12 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 5$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10%

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	1.389434	1.194955	0.927789	0.952634
		SD	(0.613664)	(0.444376)	(0.319760)	(0.327930)
		DIFF	49.75754	28.79599	0	2.67787
	n = 50	AMSE	0.639479	0.574022	0.516963	0.521531
		SD	(0.166077)	(0.149976)	(0.123376)	(0.125746)
		DIFF	23.69918	11.03735	0	0.88362
	n=100	AMSE	0.314250	0.286426	0.274593	0.275117
		SD	(0.044629)	(0.038999)	(0.033797)	(0.034140)
		DIFF	14.44210	4.30929	0	0.19083
ปานกลาง	n = 30	AMSE	1.927524	1.789495	1.221669	1.270321
		SD	(0.766583)	(0.636678)	(0.356686)	(0.370856)
		DIFF	57.77793	46.47953	0	3.98242
	n = 50	AMSE	0.866668	0.813263	0.671826	0.685609
		SD	(0.246871)	(0.237848)	(0.167071)	(0.174571)
		DIFF	29.00185	21.05262	0	2.05157
	n=100	AMSE	0.434893	0.414642	0.375351	0.378094
		SD	(0.097327)	(0.091600)	(0.072692)	(0.074345)
		DIFF	15.86302	10.46780	0	0.73078
สูง	n = 30	AMSE	5.747356	5.585632	2.673166	2.826692
		SD	(1.846787)	(1.789140)	(0.804655)	(0.804602)
		DIFF	115.00184	108.95193	0	5.74323
	n = 50	AMSE	2.588323	2.517009	1.514008	1.575747
		SD	(0.916774)	(0.919055)	(0.597999)	(0.622648)
		DIFF	70.95834	66.24806	0	4.07785
	n=100	AMSE	1.333049	1.308360	0.927241	0.954410
		SD	(0.641242)	(0.646842)	(0.206343)	(0.225595)
		DIFF	43.76511	41.10247	0	2.93009

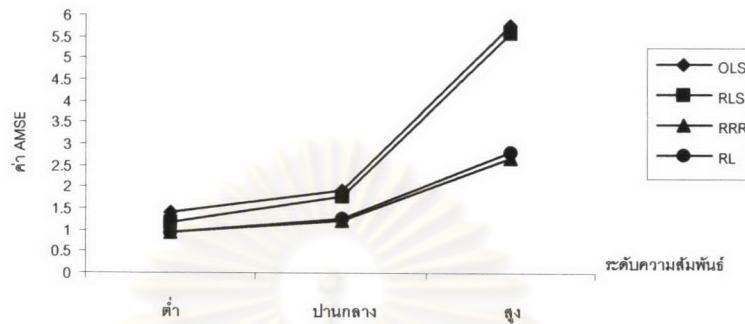
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีรีดจี้เกรสชันที่ถูกจำกัด

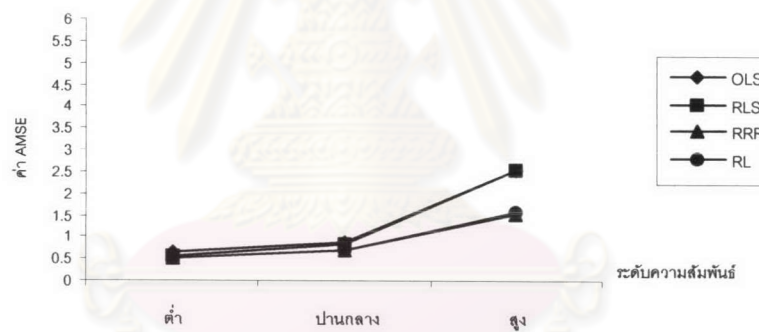
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิทที่ถูกจำกัด

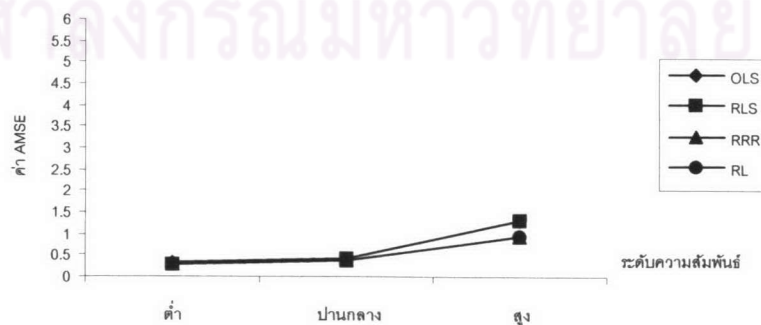
รูปที่ 4.2.12 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 5$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10%



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.2.12 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 10% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.12

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับความสัมพันธ์ ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธี ทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.2.13 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 1$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15%

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	0.042512	0.055852	0.056996	0.057106
		SD	(0.007898)	(0.013891)	(0.015207)	(0.015308)
		DIFF	0	31.37938	34.07038	34.32913
	n = 50	AMSE	0.021189	0.037005	0.037534	0.037575
		SD	(0.002553)	(0.013170)	(0.013308)	(0.013323)
		DIFF	0	74.64250	77.13908	77.33258
	n=100	AMSE	0.009703	0.026365	0.026591	0.026605
		SD	(0.001238)	(0.011389)	(0.011580)	(0.011592)
		DIFF	0	171.72009	174.04926	174.19355
ปานกลาง	n = 30	AMSE	0.062392	0.075831	0.074523	0.074550
		SD	(0.022032)	(0.028253)	(0.028865)	(0.028973)
		DIFF	0	21.53962	19.44320	19.48647
	n = 50	AMSE	0.030596	0.046139	0.046173	0.046197
		SD	(0.007003)	(0.019133)	(0.018788)	(0.018785)
		DIFF	0	50.80076	50.91188	50.99033
	n=100	AMSE	0.014953	0.031102	0.031383	0.031395
		SD	(0.003835)	(0.016004)	(0.016494)	(0.016512)
		DIFF	0	107.99840	109.87762	109.95787
สูง	n = 30	AMSE	0.194532	0.208390	0.140197	0.143129
		SD	(0.074694)	(0.074327)	(0.067031)	(0.068473)
		DIFF	38.75618	48.64084	0	2.09134
	n = 50	AMSE	0.086551	0.104598	0.086940	0.087993
		SD	(0.034443)	(0.036238)	(0.024131)	(0.024738)
		DIFF	0	20.85129	0.44945	1.66607
	n=100	AMSE	0.048176	0.061876	0.057379	0.057592
		SD	(0.011037)	(0.015563)	(0.014561)	(0.014469)
		DIFF	0	28.43740	19.10287	19.54500

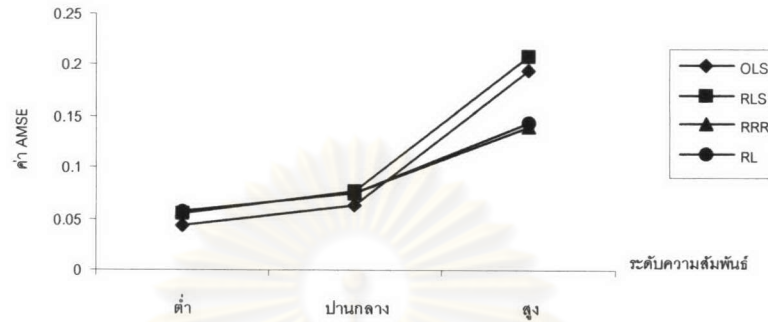
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีวิธีจักรเกรสชันที่ถูกจำกัด

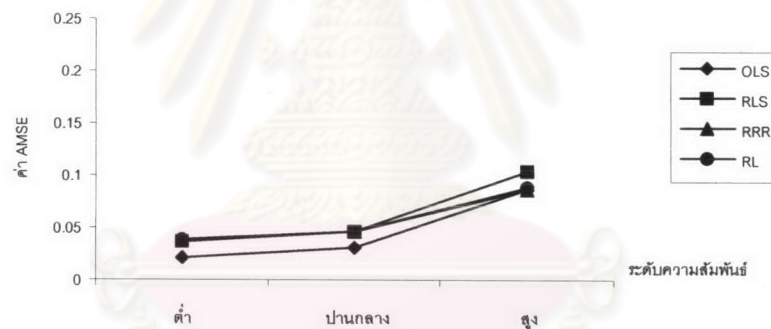
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีวิธีที่ถูกจำกัด

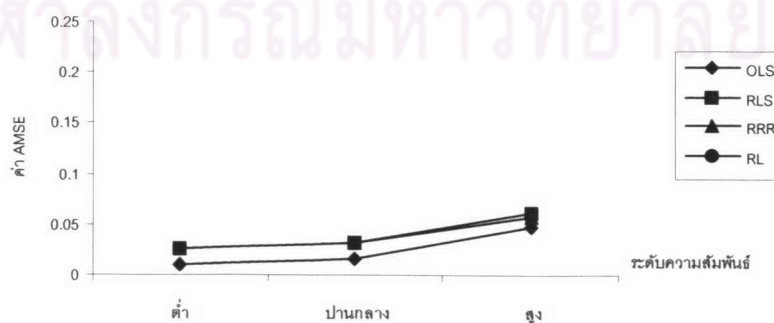
รูปที่ 4.2.13 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=1$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15%



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.2.13 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RLS RRR และ RL ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

วิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RRR RL และ RLS ตามลำดับ แต่วิธี RLS จะให้ค่า AMSE น้อยกว่าวิธี RRR และ RL ตามลำดับเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 รองลงมาคือวิธี RL OLS และ RLS ตามลำดับ ส่วนวิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 รองลงมาคือวิธี RRR RL และ RLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.13

วิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับความสัมพันธ์ ยกเว้นที่ระดับความสัมพันธ์ระดับสูงขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทุกคุณทั้ง 4 วิธี ทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มลดลงเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เนื่องจากข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มมากขึ้นอีกส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าน้อยทำให้ค่า AMSE วิธี OLS น้อยกว่าวิธีอื่น โดยที่อัตราค่าเพิ่มเพิ่มขึ้น

ของค่า AMSE วิธี OLS จะมากขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นจึงทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง และอัตราการลดลงจะมากกว่าวิธีอื่นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

จากตารางที่ 4.2.7 และ 4.2.13 จะเห็นว่าเมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อนมากขึ้นอีกทำให้ค่า AMSE และ DIFF วิธี RLS RRR และ RL มีค่าเพิ่มขึ้นซึ่งจะส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธี OLS ยิ่งให้ค่า AMSE น้อยเมื่อเทียบวิธี RLS RRR และ RL และค่า AMSE ลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและจะให้ค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.2.14 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 3$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15%

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	0.360610	0.359705	0.333170	0.333626
		SD	(0.071086)	(0.067695)	(0.056053)	(0.056198)
		DIFF	8.23604	7.96440	0	0.13687
	n = 50	AMSE	0.188703	0.190259	0.185560	0.185725
		SD	(0.022978)	(0.017065)	(0.014166)	(0.014188)
		DIFF	1.69379	2.53233	0	0.08892
	n=100	AMSE	0.089283	0.099786	0.100169	0.100181
		SD	(0.011144)	(0.012414)	(0.014104)	(0.014087)
		DIFF	0	11.76372	12.19269	12.20613
ปานกลาง	n = 30	AMSE	0.541524	0.536645	0.441203	0.446107
		SD	(0.198285)	(0.194156)	(0.133517)	(0.133378)
		DIFF	22.73806	21.63222	0	1.11151
	n = 50	AMSE	0.275363	0.267398	0.243738	0.244023
		SD	(0.063026)	(0.056486)	(0.043269)	(0.043116)
		DIFF	12.97500	9.70714	0	0.11693
	n=100	AMSE	0.134574	0.141244	0.137215	0.137278
		SD	(0.034513)	(0.039996)	(0.040525)	(0.040473)
		DIFF	0	1.95638	1.96249	2.00930
สูง	n = 30	AMSE	1.753792	1.710221	0.969338	0.997331
		SD	(0.732243)	(0.733427)	(0.623923)	(0.639516)
		DIFF	80.92678	76.43185	0	2.88785
	n = 50	AMSE	0.751960	0.750195	0.518299	0.530740
		SD	(0.289983)	(0.283355)	(0.188667)	(0.189407)
		DIFF	45.08228	30.91143	0	2.40035
	n=100	AMSE	0.399588	0.407054	0.319807	0.324228
		SD	(0.077933)	(0.077990)	(0.070619)	(0.071723)
		DIFF	24.94661	27.28114	0	1.38240

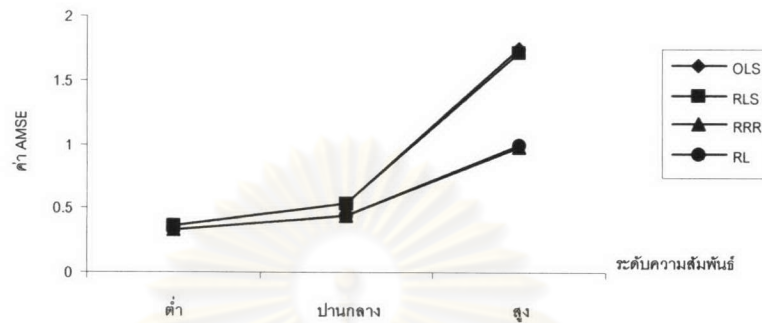
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีรีดจี้เรสชันที่ถูกจำกัด

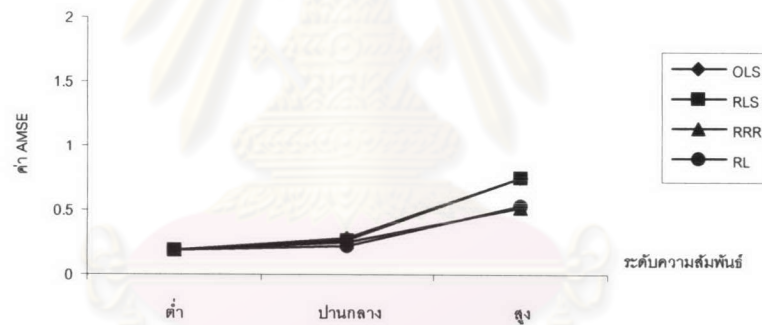
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิวที่ถูกจำกัด

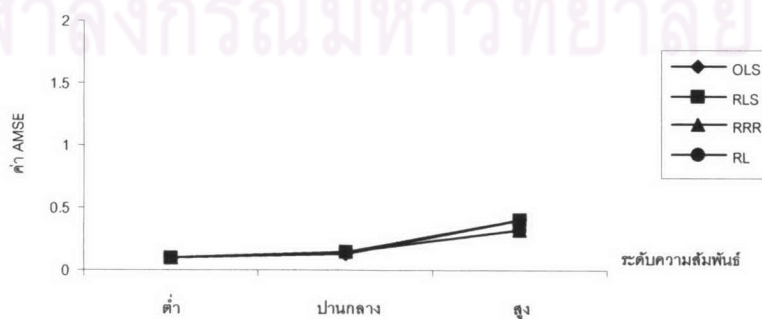
รูปที่ 4.2.14 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 3$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15%



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.2.14 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ แต่วิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยกว่าวิธี RLS ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ส่วนวิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี RLS RRR และ RL ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ ส่วนวิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 รองลงมาคือวิธี RLS RRR และ RL ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ แต่วิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยกว่าวิธี RLS ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.14

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดเกือบทุกกรณี ยกเว้นที่ระดับความสัมพันธ์ระดับต่ำและปานกลาง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธี ทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างมาก ระดับความสัมพันธ์ไม่มาก อัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น

จากตารางที่ 4.2.13 และ 4.2.14 จะเห็นว่าเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้ส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธี RRR ทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR เพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น ค่า AMSE วิธี RRR จึงค่าน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่น นอกจากนี้เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้นก็จะมีผลทำให้ค่า AMSE วิธี OLS เพิ่มขึ้นมากกว่าวิธีอื่น



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.2.15 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 5$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15%

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	1.012805	0.947171	0.823802	0.834255
		SD	(0.197460)	(0.193395)	(0.140657)	(0.143180)
		DIFF	22.94277	14.97556	0	1.26887
	n = 50	AMSE	0.519731	0.496512	0.458066	0.460225
		SD	(0.063829)	(0.064943)	(0.057921)	(0.058041)
		DIFF	13.46203	8.39311	0	0.47133
	n=100	AMSE	0.245787	0.246513	0.241432	0.241484
		SD	(0.030956)	(0.030200)	(0.032982)	(0.032652)
		DIFF	1.80382	2.10453	0	0.02154
ปานกลาง	n = 30	AMSE	1.509788	1.387886	1.098724	1.127653
		SD	(0.550791)	(0.534439)	(0.321508)	(0.331448)
		DIFF	37.41285	26.31798	0	2.63296
	n = 50	AMSE	0.764897	0.709625	0.601865	0.610711
		SD	(0.175072)	(0.155367)	(0.106776)	(0.110648)
		DIFF	27.08780	17.90435	0	1.46976
	n=100	AMSE	0.373817	0.361252	0.334439	0.336014
		SD	(0.095869)	(0.089450)	(0.081675)	(0.082148)
		DIFF	11.77434	8.01731	0	0.47094
สูง	n = 30	AMSE	4.888309	4.715404	2.581652	2.708624
		SD	(1.673409)	(1.723563)	(0.872564)	(0.869207)
		DIFF	89.34810	83.36813	0	4.91825
	n = 50	AMSE	2.088777	2.041087	1.327520	1.371756
		SD	(0.636107)	(0.635376)	(0.558553)	(0.570964)
		DIFF	57.34430	53.75188	0	3.33223
	n=100	AMSE	1.104410	1.098579	0.810725	0.835814
		SD	(0.275930)	(0.276756)	(0.122725)	(0.141072)
		DIFF	36.22498	35.50575	0	3.09464

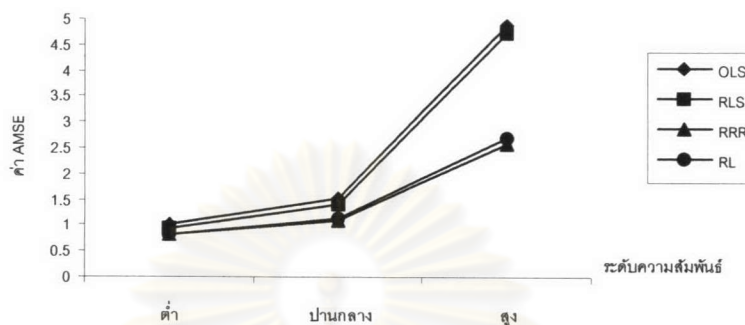
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีรีดจรีเกรสชันที่ถูกจำกัด

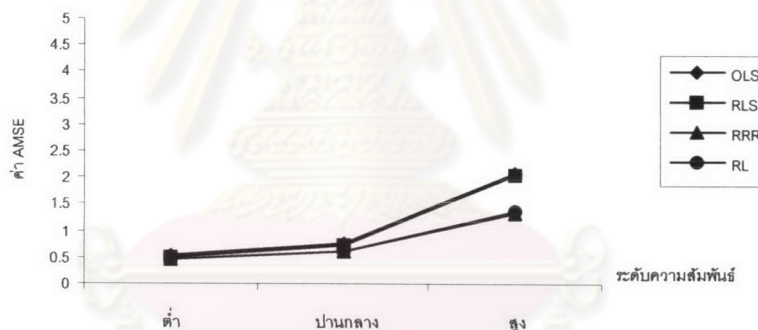
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิทที่ถูกจำกัด

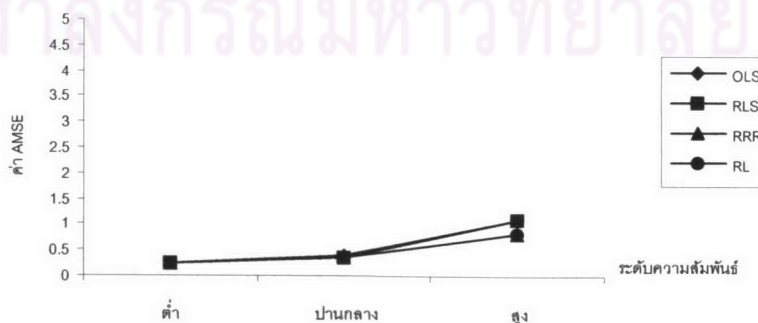
รูปที่ 4.2.15 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=3 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=5$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15%



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.2.15 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ แต่วิธี OLS จะให้ค่า AMSE น้อยกว่าวิธี RLS ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับปานกลาง

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.15

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับความสัมพันธ์ ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธี ทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่า

วิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตรา
การเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.2.16 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 1$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15%

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	0.055577	0.066460	0.064109	0.064213
		SD	(0.024547)	(0.040036)	(0.037896)	(0.037890)
		DIFF	0	19.58184	15.35167	15.53880
	n = 50	AMSE	0.025579	0.035776	0.036090	0.036119
		SD	(0.006643)	(0.015103)	(0.014834)	(0.014826)
		DIFF	0	39.86473	41.09230	41.20568
	n=100	AMSE	0.012570	0.023599	0.023797	0.023809
		SD	(0.001785)	(0.012000)	(0.012143)	(0.012152)
		DIFF	0	87.74065	89.31583	89.41130
ปานกลาง	n = 30	AMSE	0.077101	0.094412	0.084838	0.085239
		SD	(0.030663)	(0.055109)	(0.045451)	(0.045813)
		DIFF	0	22.45237	10.03489	10.55499
	n = 50	AMSE	0.037667	0.047919	0.047911	0.047930
		SD	(0.009875)	(0.015854)	(0.014606)	(0.014551)
		DIFF	0	27.21746	27.19622	27.24666
	n=100	AMSE	0.017996	0.030933	0.031152	0.031163
		SD	(0.003893)	(0.016142)	(0.016352)	(0.016360)
		DIFF	0	71.90018	73.10513	73.16626
สูง	n = 30	AMSE	0.229894	0.265339	0.153570	0.158202
		SD	(0.081387)	(0.083903)	(0.052744)	(0.055087)
		DIFF	49.69981	72.78049	0	3.01621
	n = 50	AMSE	0.113533	0.136947	0.101376	0.102801
		SD	(0.036910)	(0.043089)	(0.023155)	(0.024294)
		DIFF	11.99199	34.75893	0	1.40566
	n=100	AMSE	0.059322	0.077721	0.069478	0.069967
		SD	(0.015650)	(0.023916)	(0.021514)	(0.021676)
		DIFF	0	31.01547	17.12012	17.94444

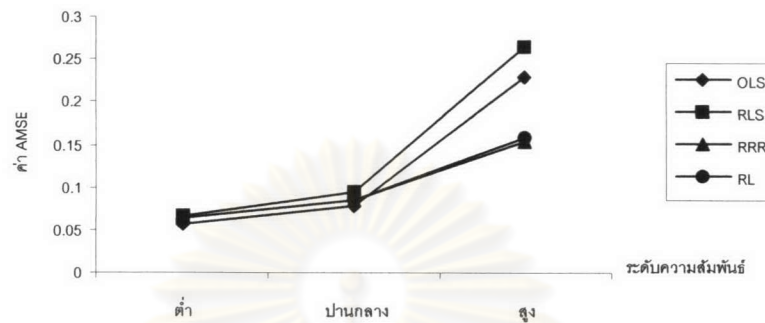
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีรีดจรีเกรสชันที่ถูกจำกัด

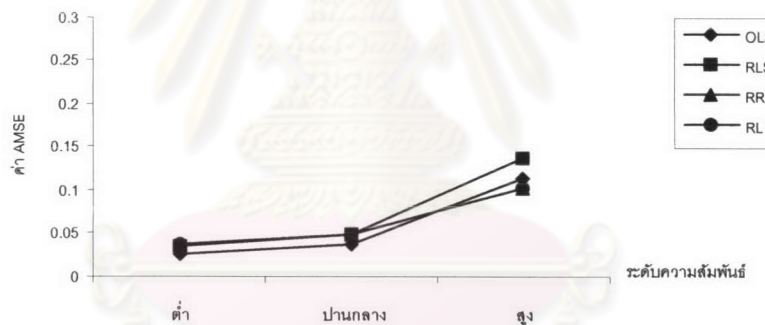
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิวที่ถูกจำกัด

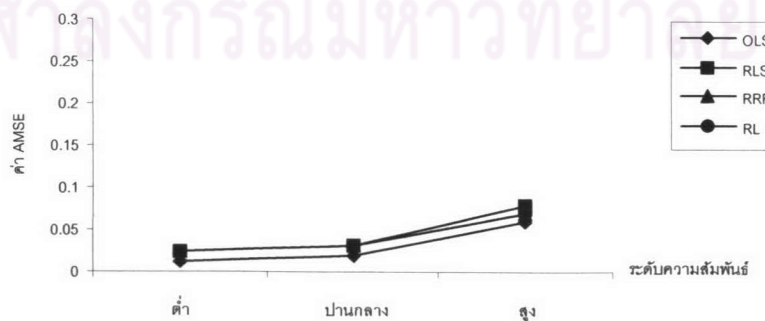
รูปที่ 4.2.16 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=1$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15%



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.2.16 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RRR RL และ RLS ตามลำดับ แต่วิธี RLS ให้ค่า AMSE น้อยกว่าวิธี RRR และ RL เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

วิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RRR RL และ RLS ตามลำดับ แต่วิธี RLS ให้ค่า AMSE น้อยกว่าวิธี RRR และ RL เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 รองลงมาคือวิธี RL OLS และ RLS ตามลำดับ ส่วนวิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 รองลงมาคือวิธี RRR RL และ RLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.16

โดยส่วนใหญ่วิธี OLS ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ยกเว้นกรณีระดับความสัมพันธ์ระดับสูงที่ขนาดตัวอย่าง 30 และ 50 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธี ทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มลดลงเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ยกเว้นที่ระดับความสัมพันธ์ระดับสูงค่า DIFF มีแนวโน้ม

เพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เนื่องจากข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มมากขึ้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าน้อยและระดับความสัมพันธ์ไม่สูงทำให้ค่า AMSE วิธี OLS น้อยกว่าวิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS จะมากขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์สูงขึ้นจึงทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงและอัตราการลดลงจะมากกว่าวิธีอื่นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจึงทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS น้อยกว่า RLS และมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์ระดับสูง ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 อัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS ลดลงมากกว่าวิธีอื่น

จากตารางที่ 4.2.13 และ 4.2.16 เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นทำให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระเพิ่มมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น นอกจากนี้เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นก็จะทำให้ค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงยกเว้นที่ระดับความสัมพันธ์ระดับสูงค่า DIFF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS เพิ่มขึ้นมากกว่าวิธีอื่น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มลดลง ในขณะที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR เพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่นค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นและทำให้วิธี RRR มีค่า AMSE น้อยที่สุดเมื่อขนาดตัวอย่างน้อยและระดับความสัมพันธ์ระดับสูง

ตารางที่ 4.2.17 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 3$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15%

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	0.500197	0.446127	0.382942	0.383721
		SD	(0.220919)	(0.165188)	(0.130363)	(0.130103)
		DIFF	30.61952	16.49989	0	0.20343
	n = 50	AMSE	0.230213	0.217671	0.209670	0.209893
		SD	(0.059788)	(0.057291)	(0.049068)	(0.049045)
		DIFF	9.79778	3.81600	0	0.10636
	n=100	AMSE	0.113130	0.113502	0.112772	0.112806
		SD	(0.016066)	(0.015503)	(0.014426)	(0.014427)
		DIFF	0.31745	0.64732	0	0.03015
ปานกลาง	n = 30	AMSE	0.693909	0.663835	0.497972	0.499654
		SD	(0.275970)	(0.243542)	(0.148659)	(0.149193)
		DIFF	39.34699	33.30770	0	0.33777
	n = 50	AMSE	0.312001	0.305862	0.275562	0.275864
		SD	(0.088874)	(0.089585)	(0.067655)	(0.067973)
		DIFF	13.22352	10.99571	0	0.10959
	n=100	AMSE	0.156562	0.161549	0.154731	0.154834
		SD	(0.035038)	(0.035481)	(0.031364)	(0.031380)
		DIFF	1.18334	4.40636	0	0.06657
สูง	n = 30	AMSE	2.069048	2.048267	1.021026	1.061790
		SD	(0.702484)	(0.701183)	(0.287532)	(0.289748)
		DIFF	102.64401	101.35781	0	3.99245
	n = 50	AMSE	0.931796	0.928205	0.597977	0.613660
		SD	(0.220386)	(0.222633)	(0.117720)	(0.121890)
		DIFF	55.82472	55.22420	0	2.62268
	n=100	AMSE	0.479898	0.493076	0.374463	0.381733
		SD	(0.093085)	(0.092198)	(0.084836)	(0.085925)
		DIFF	28.15632	31.67549	0	1.94145

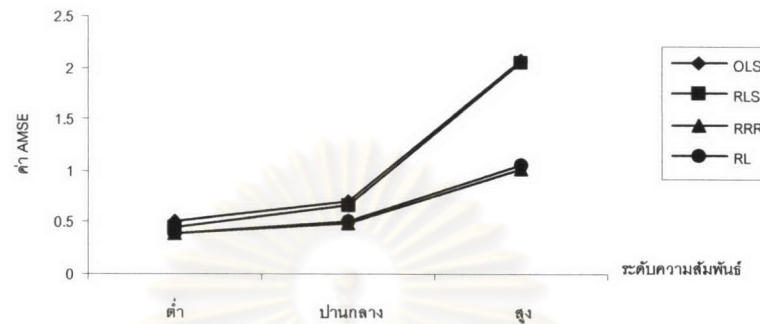
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีวิธีจักรีเกรสชันที่ถูกจำกัด

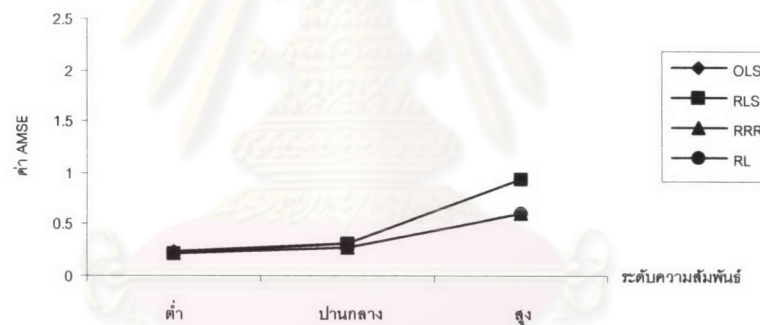
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีวิธีที่ถูกจำกัด

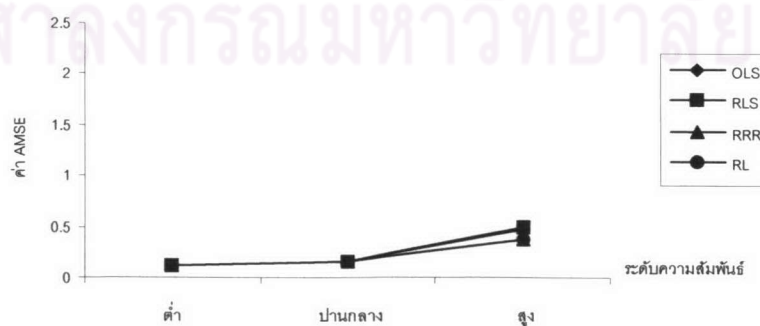
รูปที่ 4.2.17 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=3$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15%



ก) ขนาดตัวอย่าง (n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง (n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง (n) = 100

จากตารางที่ 4.2.17 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ แต่วิธี OLS จะให้ค่า AMSE น้อยกว่าวิธี RLS ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.17

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับความสัมพันธ์ ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธี ทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นค่า DIFF จึงมีแนวโน้มลดลง ซึ่งอัตราการลดลงของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS จะลดลงมากกว่าวิธีอื่นจนเกือบมีประสิทธิภาพดีพอ ๆ กับวิธี RRR และ RL และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS

และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

จากตารางที่ 4.2.16 และ 4.2.17 จะเห็นว่าเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากขึ้นจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้นทำให้ส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธี RRR ทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR เพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น ค่า AMSE วิธี RRR จึงค่าน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่น นอกจากนี้เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้นก็จะมีผลทำให้ค่า AMSE วิธี OLS เพิ่มขึ้นมากกว่าวิธีอื่น



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.2.18 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=5$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15%

ระดับความ สัมพันธ์	ขนาด ตัวอย่าง		OLS	RLS	RRR	RL
ต่ำ	n = 30	AMSE	1.389434	1.205492	0.939889	0.963455
		SD	(0.613664)	(0.446700)	(0.316777)	(0.325716)
		DIFF	47.82958	28.25898	0	2.50732
	n = 50	AMSE	0.639479	0.581340	0.526490	0.530623
		SD	(0.166077)	(0.151923)	(0.121916)	(0.124813)
		DIFF	21.46081	10.41805	0	0.78501
	n=100	AMSE	0.314250	0.286426	0.282645	0.283060
		SD	(0.044629)	(0.038999)	(0.032123)	(0.032548)
		DIFF	11.18187	4.30929	0	0.14683
ปานกลาง	n = 30	AMSE	1.927524	1.802508	1.234714	1.282140
		SD	(0.766583)	(0.645317)	(0.357970)	(0.373101)
		DIFF	56.11097	45.98587	0	3.84105
	n = 50	AMSE	0.866669	0.821886	0.682680	0.695975
		SD	(0.246871)	(0.240714)	(0.166754)	(0.174684)
		DIFF	26.95099	20.39111	0	1.94747
	n=100	AMSE	0.434893	0.422766	0.384777	0.387369
		SD	(0.097327)	(0.091914)	(0.073305)	(0.074905)
		DIFF	13.02469	9.87299	0	0.67364
สูง	n = 30	AMSE	5.747357	5.611112	2.690737	2.843752
		SD	(1.846788)	(1.804391)	(0.805104)	(0.805097)
		DIFF	113.39787	108.53439	0	5.68673
	n = 50	AMSE	2.588323	2.531442	1.529256	1.590689
		SD	(0.916774)	(0.918667)	(0.593554)	(0.618370)
		DIFF	69.25374	65.53422	0	4.01718
	n=100	AMSE	1.333049	1.323115	0.943341	0.970085
		SD	(0.641242)	(0.638631)	(0.202688)	(0.221268)
		DIFF	41.31147	40.25840	0	2.83503

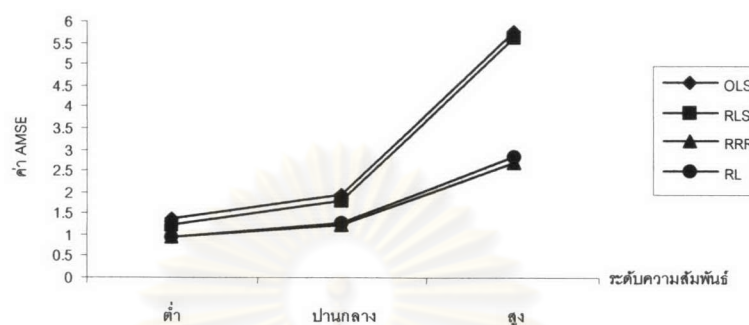
OLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

RRR คือ วิธีวิธีเกรสชันที่ถูกจำกัด

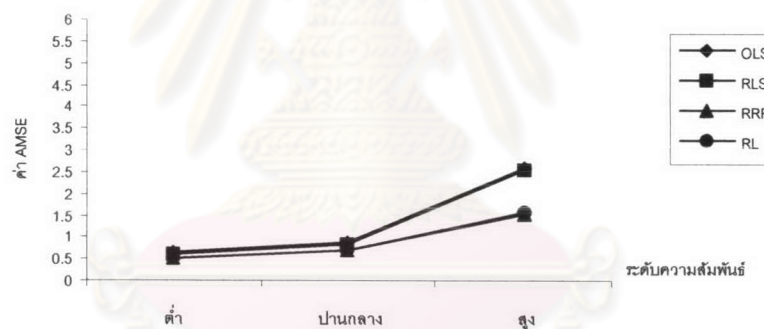
RLS คือ วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถูกจำกัด

RL คือ วิธีลิวที่ถูกจำกัด

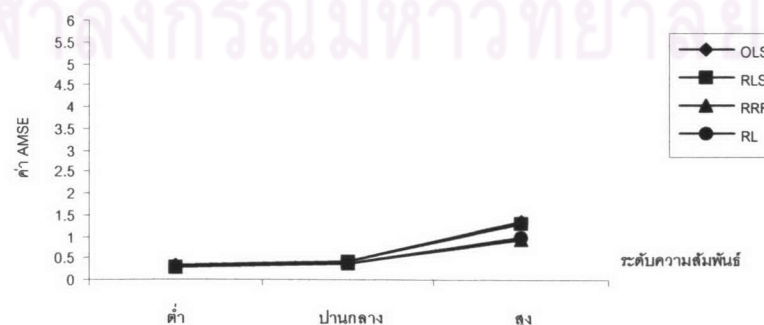
รูปที่ 4.2.18 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า AMSE ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ จำนวนตัวแปรอิสระ=5 พารามิเตอร์ $\mu=0, \sigma=5$ เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15%



ก) ขนาดตัวอย่าง(n) = 30



ข) ขนาดตัวอย่าง(n) = 50



ค) ขนาดตัวอย่าง(n) = 100

จากตารางที่ 4.2.18 เราสามารถสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 เมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อน 15% จำแนกตามระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ระดับต่ำ ($\rho = (0.1, 0.2, 0.3)$)

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี RL RLS และ OLS ตามลำดับ โดยที่ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ระดับปานกลาง ($\rho = (0.4, 0.5, 0.6)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ระดับสูง ($\rho = (0.7, 0.8, 0.9)$)

ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับระดับต่ำ

ผลสรุปจากตารางที่ 4.2.18

วิธี RRR ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับความสัมพันธ์ ผู้วิจัยพบว่าค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE ลดลง เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธี ทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงจึงส่งผลทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยที่ค่า AMSE วิธี OLS และ RLS มากกว่าค่า AMSE ของวิธี RRR และ RL อย่างชัดเจน

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่าค่า DIFF มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการลดลงของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้นค่า DIFF จึงมีแนวโน้มลดลง และเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นส่งผลต่อวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 4 วิธีทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE เพิ่มมากขึ้น ค่า DIFF จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าวิธีอื่น โดยที่อัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี OLS และ RLS ใกล้เคียงกันและมากกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า AMSE วิธี RRR และ RL อย่างชัดเจนเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น

จากตารางที่ 4.2.1-4.2.18 ผู้วิจัยสรุปผลเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นได้ดังนี้

ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่าความแปรปรวนลดลงซึ่งมีผลทำให้ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณดีขึ้น

จากตารางที่ 4.2.1-4.2.18 ผู้วิจัยสรุปผลเมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้นได้ดังนี้

ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อข้อจำกัดมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ซึ่งก็คือข้อมูลที่นำไปใช้เกี่ยวกับสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ (β) มีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้นไม่เพียงตรง ทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธีที่ใช้ข้อจำกัดให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

จากตารางที่ 4.2.1-4.2.18 ผู้วิจัยสรุปผลเมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นได้ดังนี้

ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น เพราะเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นทำให้ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าลดลงซึ่งมีผลทำให้ค่า AMSE ของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณมีค่าเพิ่มขึ้น

จากตารางที่ 4.2.1-4.2.18 ผู้วิจัยสรุปผลเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้นได้ดังนี้

ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนเพิ่มมากขึ้นซึ่งมีผลทำให้ค่า AMSE ของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณมีค่าเพิ่มขึ้น

จากตารางที่ 4.2.1-4.2.18 ผู้วิจัยสรุปผลเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นได้ดังนี้

ค่า AMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นทำให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น ซึ่งมีผลทำให้ค่า AMSE ของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณมีค่าเพิ่มขึ้น

ข้อสรุปจากตารางที่ 4.2.1-4.2.18 ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ เมื่อข้อจำกัดไม่เป็นจริง โดยสถานการณ์ที่ศึกษามีดังนี้

1. ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 , 50 และ 100 ตามลำดับ
2. จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และ 5
3. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 , 3 และ 5 ตามลำดับ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0
4. ความคลาดเคลื่อนของข้อจำกัด 5% , 10% และ 15% ตามลำดับ
5. ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ
 - ระดับต่ำ ค่า ρ มีค่าอยู่ในช่วง 0.1 ถึง 0.3
 - ระดับปานกลาง ค่า ρ มีค่าอยู่ในช่วง 0.4 ถึง 0.6
 - ระดับสูง ค่า ρ มีค่าอยู่ในช่วง 0.7 ถึง 0.9

ผู้วิจัยสรุปผลได้ดังนี้

การเปลี่ยนแปลงค่า AMSE มีลักษณะดังนี้

1. แปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง
2. แปรผันตามความคลาดเคลื่อนของข้อจำกัด ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนตัวแปรอิสระ ตามลำดับ ยกเว้นวิธี OLS ความคลาดเคลื่อนของข้อจำกัดไม่มีผลต่อค่า AMSE

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย