บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง เพื่อหาข้อสรุปในการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับการแจกแจงแบบปกติ ตัวสถิติทดสอบ 3 ตัว คือ

1) ตัวสถิติทดสอบ *Filliben* (r)
2) ตัวสถิติทดสอบ Z_A
3) ตัวสถิติทดสอบ Z_C

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาฟอร์แทรน (*Fortran Power Station*) หาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบด้วยวิธีการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล กำหนดจำนวนรอบทำซ้ำ 1,000 รอบในแต่ละสถานการณ์ และขั้นตอนแผนการทดลอง วิธีการวิจัยจะนำเสนอเป็นลำดับดังนี้

3.1 แผนการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับการแจกแจงแบบปกติ

การกำหนดสถานการณ์ต่างๆ สำหรับการเปรียบเทียบความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว มีดังนี้

3.1.1 ในการกำหนดสมมติฐานของการทดสอบ เนื่องจากข้อมูลแต่ละชุดให้ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนแตกต่างกัน ดังนั้นเพื่อความสะดวกและเป็นบรรทัดฐานเดียวกันในการวิจัย จึงจะทำการ แปลงข้อมูลแต่ละชุดให้เป็นมาตรฐาน โดยให้ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1 ดังนั้นจึงกำหนดสมมติฐานของการทดสอบ คือ H_0 : ประชากรมีการแจกแจงแบบ $N(0,1)$ และ H_1 : ประชากรไม่ได้มีการแจกแจงแบบ $N(0,1)$

สำหรับการทดสอบสมมติฐานภายใต้ค่าของพารามิเตอร์อื่นๆ นั้น สามารถทดสอบได้ทำนองเดียวกัน

3.1.2 สำหรับการเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 กำหนดให้ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ โดยกำหนดค่าของ

พารามิเตอร์ ได้แก่ ค่าเฉลี่ยของประชากร (μ)เท่ากับ 0 และความแปรปรวนของประชากร (σ^2) เท่ากับ 1 เพื่อทดสอบภายใต้สมมติฐานว่าง H_0: ประชากรมีการแจกแจงแบบ $N(0,1)$

3.1.3 สำหรับการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ กำหนดให้ประชากรมีการแจกแจงแบบต่างๆ ได้แก่ การแจกแจงแบบลอกนอร์มอล การแจกแจงแบบเบตา การแจกแจงแบบแกมมา การแจกแจงแบบที และการแจกแจงแบบจอห์นสัน

เนื่องจากเป็นการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับการแจกแจงแบบปกติ ดังนั้นการกำหนดค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล การแจกแจงแบบเบตา การแจกแจงแบบแกมมา การแจกแจงแบบที และการแจกแจงแบบจอห์นสัน จะพิจารณาให้พารามิเตอร์ที่เปลี่ยนนั้นมีผลทำให้รูปกราฟมีค่าใกล้เคียงกับการแจกแจงแบบปกติ และค่อยๆ มีรูปแบบที่แตกต่างกันมากขึ้น ซึ่งในแต่ละการแจกแจงจะใช้ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่งเป็นตัวกำหนดค่าพารามิเตอร์ ดังนี้

<u>กรณีที่ประชากรมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล</u>

กำหนดค่าพารามิเตอร์ μ และ σ^2 ดังตารางที่ 3.1

<u>ตารางที่ 3.1</u> ค่าพารามิเตอร์ μ และ σ^2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้และความโด่งต่างๆ เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล

พารามิเตอร์		ค่าเฉลี่ย	ความแปรปรวน	ความเบ้	ความโด่ง
ขนาด (μ)	รูปร่าง (σ^2)				
0	0.01	1.01	0.01	0.30	3.16
0	0.04	1.02	0.04	0.61	3.68

<u>กรณีที่ประชากรมีการแจกแจงแบบเบตา</u>

กำหนดค่าพารามิเตอร์ α และ β ดังตารางที่ 3.2

<u>ตารางที่ 3.2</u> ค่าพารามิเตอร์ α และ β และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้และความโด่งต่างๆ เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบเบตา

พารามิเตอร์		ค่าเฉลี่ย	ความแปรปรวน	ความเบ้	ความโด่ง
รูปร่าง 1 (α)	รูปร่าง 2 (β)				
0.2	0.2	0.50	0.18	0.00	1.24
0.4	0.4	0.50	0.14	0.00	1.42

ตารางที่ 3.2 (ต่อ)

พารามิเตอร์		ค่าเฉลี่ย	ความแปรปรวน	ความเบ้	ความโด่ง
รูปร่าง 1 (α)	รูปร่าง 2 (β)				
1	1	0.50	0.08	0.00	1.80
2	2	0.50	0.05	0.00	2.14
4	4	0.50	0.03	0.00	2.45
13	13	0.50	0.01	0.00	2.79
4.5	3	0.60	0.03	-0.25	2.51
3.5	2	0.64	0.04	-0.39	2.49
2	1	0.67	0.06	-0.57	2.40
1	0.5	0.67	0.09	-0.64	2.14
3	4.5	0.40	0.03	0.25	2.51
2	3.5	0.36	0.04	0.39	2.49
1	2	0.33	0.06	0.57	2.40
0.5	1	0.33	0.09	0.64	2.14

กรณีที่ประชากรมีการแจกแจงแบบแกมมา

กำหนดค่าพารามิเตอร์ α และ λ ดังตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.3 ค่าพารามิเตอร์ α และ λ และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้และความโด่งต่างๆ เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบแกมมา

พารามิเตอร์		ค่าเฉลี่ย	ความแปรปรวน	ความเบ้	ความโด่ง
รูปร่าง (α)	ขนาด (λ)				
1	1	1.00	1.00	2.00	9.00
2	1	2.00	2.00	1.41	6.00
2.8	1	2.80	2.80	1.20	5.14
4	1	4.00	4.00	1.00	4.50

<u>กรณีที่ประชากรมีการแจกแจงแบบที</u>

กำหนดค่าพารามิเตอร์ k ดังตารางที่ 3.4

<u>ตารางที่ 3.4</u> ค่าพารามิเตอร์ k และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้และความโด่งต่างๆ เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบที

พารามิเตอร์ รูปร่าง (k)	ค่าเฉลี่ย	ความแปรปรวน	ความเบ้	ความโด่ง
2	0.00	-	0.00	-
5	0.00	1.67	0.00	9.00
6	0.00	1.50	0.00	6.00
7	0.00	1.40	0.00	5.00
8	0.00	1.33	0.00	4.50
10	0.00	1.25	0.00	4.00
16	0.00	1.14	0.00	3.50
30	0.00	1.07	0.00	3.23

<u>กรณีที่ประชากรมีการแจกแจงแบบจอห์นสัน</u>

กำหนดค่าพารามิเตอร์ $\alpha_1, \alpha_2, \gamma$ และ β ดังตารางที่ 3.5

<u>ตารางที่ 3.5</u> ค่าพารามิเตอร์ $\alpha_1, \alpha_2, \gamma$ และ β และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้และความโด่งต่างๆ เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบจอห์นสัน

พารามิเตอร์				ความเบ้	ความโด่ง
α_1	α_2	γ	β		
0.5	2	2	2	-0.31	4.23
1.2	2	2	2	-0.93	4.41
1.5	2	2	2	-1.12	4.60
2	2	2	2	-1.34	4.90
5	2	2	2	-1.67	5.54

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ_1 และสัมประสิทธิ์ความโด่ง γ_2 ที่ได้จากแต่ละการแจกแจง เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ต่างๆ นั้น สามารถแบ่งลักษณะความเบ้และความโด่งนั้น โดยใช้หลักเกณฑ์ของ *Shapiro* และคณะ (1968) ซึ่งแบ่งออกเป็น 5 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ลักษณะใกล้เคียงการแจกแจงแบบปกติ ($\gamma_1 = 0, 2.5 \le \gamma_2 \le 4.5$)

กรณีที่ 2 ลักษณะที่สมมาตรและหางสั้น ($\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 < 2.5$)

กรณีที่ 3 ลักษณะที่สมมาตรและหางยาว ($\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 > 4.5$)

กรณีที่ 4 ลักษณะที่ไม่สมมาตรและหางสั้น ($\gamma_1 \neq 0$, $\gamma_2 \le 3.0$)

กรณีที่ 5 ลักษณะที่ไม่สมมาตรและหางยาว ($\gamma_1 \neq 0$, $\gamma_2 > 3.0$)

ในงานวิจัยครั้งนี้สนใจศึกษาในกรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ ดังนั้นจึงทำการประมาณค่าเฉลี่ยประชากรและความแปรปรวนประชากร โดยใช้คุณสมบัติของตัวประมาณไม่เอนเอียง (*Unbiased Estimator*)

ได้
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

เรียก $\bar{x}$ ว่าค่าเฉลี่ยตัวอย่าง (*sample mean*) โดยตัวประมาณ $\bar{x}$ มีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงของค่าเฉลี่ยประชากร (μ)

และ
$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

เรียก s^2 ว่าความแปรปรวนตัวอย่าง (*sample variance*) โดยตัวประมาณ s^2 มีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงของความแปรปรวนประชากร (σ^2)

3.1.4 แปลงข้อมูลที่ได้จากการแจกแจงแบบต่างๆ ให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1 เพื่อนำไปทดสอบภายใต้สมมติฐานว่าง H_0 : ประชากรมีการแจกแจงแบบ $N(0,1)$ โดยเมื่อแปลงข้อมูลแล้ว ค่าสถิติทดสอบไม่เปลี่ยนแปลงไป ดังนี้

<u>กรณีตัวสถิติทดสอบ *Filliben* (*r*)</u>

สมมติว่า x_i เป็นตัวอย่างสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\bar{x}$ และความแปรปรวนเท่ากับ s^2

ต้องการ x_i' ที่มีค่าเฉลี่ย ($\bar{x}'$) เท่ากับ 0 และความแปรปรวน ($s^{2'}$) เท่ากับ 1

เพราะฉะนั้น $$x_i' = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

ตัวสถิติทดสอบ r คือ

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_{(i)} - \bar{x})(m_{(i)} - \overline{m})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_{(i)} - \bar{x})^2 \ \sum_{i=1}^{n}(m_{(i)} - \overline{m})^2}}$$

เมื่อ
$$x_{(i)} = \textit{order sample}$$
$$m_{(i)} = \Phi^{-1}(M_i)$$
$$M_i = \begin{cases} 1 - M_n & ;\ i = 1 \\ \dfrac{i - 0.3175}{n + 0.365} & ;\ i = 2, 3, \ldots, n-1 \\ (0.5)^{1/n} & ;\ i = n \end{cases}$$

ดังนั้น $m_{(i)}$ จะเป็นค่าคงที่เมื่อขนาดตัวอย่างเดียวกัน

พิจารณา $$r' = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_{(i)}' - \bar{x}')(m_{(i)} - \overline{m})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_{(i)}' - \bar{x}')^2 \ \sum_{i=1}^{n}(m_{(i)} - \overline{m})^2}}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\left(\dfrac{x_{(i)} - \bar{x}}{s} \right) - 0 \right) (m_{(i)} - \overline{m})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\left(\dfrac{x_{(i)} - \bar{x}}{s} \right) - 0 \right)^2 \ \sum_{i=1}^{n}(m_{(i)} - \overline{m})^2}}$$

$$= \frac{\frac{1}{s} \sum_{i=1}^{n} (x_{(i)} - \bar{x})(m_{(i)} - \overline{m})}{\frac{1}{s} \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_{(i)} - \bar{x})^2 \ \sum_{i=1}^{n}(m_{(i)} - \overline{m})^2}}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_{(i)}-\bar{x})(m_{(i)}-\bar{m})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_{(i)}-\bar{x})^2 \sum_{i=1}^{n}(m_{(i)}-\bar{m})^2}}$$

$$= r$$

<u>กรณีตัวสถิติทดสอบ Z_A</u>

สมมติ x_i และ x_i' เป็นเช่นเดียวกับกรณีตัวสถิติทดสอบ r

ตัวสถิติทดสอบ Z_A คือ

$$Z_A = -\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\ln(F_0(x_{(i)}))}{n-i+\frac{1}{2}}+\frac{\ln(1-F_0(x_{(i)}))}{i-\frac{1}{2}}\right]$$

เมื่อ $x_{(i)}$ = *order sample*

$F_0(x_{(i)})$ = ความน่าจะเป็นสะสมของการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน

$$= \Phi\left(\frac{x_{(i)}-\bar{x}}{s}\right)$$

พิจารณา $F_0(x'_{(i)}) = \Phi\left(\frac{x'_{(i)}-\bar{x}'}{s'}\right)$

$$= \Phi\left(\frac{\left(\frac{x_{(i)}-\bar{x}}{s}\right)-0}{1}\right)$$

$$= \Phi\left(\frac{x_{(i)}-\bar{x}}{s}\right)$$

$$= F_0(x_{(i)})$$

$$Z'_A = -\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\ln(F_0(x'_{(i)}))}{n-i+\frac{1}{2}} + \frac{\ln(1-F_0(x'_{(i)}))}{i-\frac{1}{2}}\right]$$

$$= -\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\ln(F_0(x_{(i)}))}{n-i+\frac{1}{2}} + \frac{\ln(1-F_0(x_{(i)}))}{i-\frac{1}{2}}\right]$$

$$= Z_A$$

<u>กรณีตัวสถิติทดสอบ</u> Z_C

สมมติ x_i และ x'_i เป็นเช่นเดียวกับกรณีตัวสถิติทดสอบ r

ตัวสถิติทดสอบ Z_C คือ

$$Z_C = \sum_{i=1}^{n}\left[\ln\left\{\frac{F_0(x_{(i)})^{-1}-1}{(n-\frac{1}{2})/(i-\frac{3}{4})-1}\right\}\right]^2$$

เมื่อ $x_{(i)}$ = *order sample*

$F_0(x_{(i)})$ = ความน่าจะเป็นสะสมของการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน

$$= \Phi\left(\frac{x_{(i)}-\bar{x}}{s}\right)$$

เพราะว่า $F_0(x'_{(i)}) = F_0(x_{(i)})$ (จากกรณีตัวสถิติทดสอบ Z_A)

$$Z'_C = \sum_{i=1}^{n}\left[\ln\left\{\frac{F_0(x'_{(i)})^{-1}-1}{(n-\frac{1}{2})/(i-\frac{3}{4})-1}\right\}\right]^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left[\ln\left\{\frac{F_0(x_{(i)})^{-1}-1}{(n-\frac{1}{2})/(i-\frac{3}{4})-1}\right\}\right]^2$$

$$= Z_C$$

3.1.5 กำหนดขนาดตัวอย่างที่ศึกษา คือ 10 15 20 30 40 50 60 70 และ 80

3.1.6 กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบ 3 ระดับ คือ 0.01 0.05 และ 0.10

3.2 ขั้นตอนในการทดลอง

ขั้นตอนในการทดลองแบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

3.2.1 การจำลองข้อมูลจากการแจกแจงของประชากร

จำลองข้อมูลจากการแจกแจงของประชากรตามลักษณะที่กำหนดไว้ในแผนการทดลอง สามารถทำได้โดยการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาฟอร์แทรน โดยใช้เลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) เป็นองค์ประกอบหลัก

การสร้างเลขสุ่มที่เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงเอกรูปในช่วง [0,1][1]

วิธีการคณิตศาสตร์ในการจำลองเลขสุ่ม(เทียม) มีหลายวิธีการ สำหรับวิธีการที่ได้รับความนิยมใช้กันมากในปัจจุบัน คือ วิธีสมภาค(*Congruential Method*) ซึ่งมีสูตรหรือตัวแบบหนึ่งที่ใช้กันมาก คือ

$$X_i = (c + aX_{i-1}) \bmod m \quad , i = 1, 2, \ldots$$

โดยที่ค่า c , a และ m เป็นค่าคงที่จำนวนเต็มค่าไม่เป็นลบ และความหมายของตัวแบบคือ X_i เป็นเศษเหลือที่เป็นจำนวนเต็มที่ได้จากการหาร $(c + aX_{i-1})$ ด้วย m นั่นคือ $X_i = c + aX_{i-1} - mk_i$ ซึ่ง $k_i = (c + aX_{i-1})/m$ (หมายถึง จำนวนเต็มใหญ่ที่สุดที่น้อยกว่าหรือเท่ากับผลหาร $(c + aX_{i-1})/m$ ดังนั้น ค่าเป็นไปได้ของ X_i คือ 0 , 1 , … , m-1 และก่อนที่จะได้ค่าของ $X_1, X_2, \ldots$ ต้องกำหนดค่าของ c, a, m และ X_0 เราเรียก X_0 ว่า ซีด (*seed*) หรือ ค่าเริ่มต้น (*starting value*) จาก X_i ที่ได้จากการคำนวณนำมาหาค่า R_i ซึ่ง

$$R_i = \frac{X_i}{m} \quad , i = 1, 2, \ldots$$

จะได้ R_i มีค่าอยู่ในช่วง [0,1) เรียก R_1 , R_2 ,… ว่า เลขสุ่มเทียม หรือ เลขสุ่มคล้าย

ตัวแบบจำลองสมภาคแบบผลคูณที่ใช้กันมากตัวแบบหนึ่ง ซึ่งได้ผ่านการตรวจสอบคุณสมบัติแล้วอย่างมาก คือ กำหนด $c = 0$, $m = 2^{31} - 1 = 2147483647$, $a = 7^5 = 16807$ และ X_0 เป็นจำนวนเต็มบวกที่เป็นเลขคี่ไม่เกิน m ฟังก์ชันการจำลองเลขสุ่มที่เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงเอกรูปในช่วง [0,1] คือ SUBROUTINE RANDOM

---

[1]มานพ วราภักดิ์, การจำลองเบื้องต้น, (กรุงเทพฯ: ศูนย์ผลิตตำราเรียนสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2547), หน้า 43.

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ[2]

Marsaglia, MacLaren และ *Bray* ได้ดัดแปลงวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 1 ของ *Box* และ *Muller* โดยหลีกเลี่ยงการคำนวณ *cosine* และ *sine* ทำให้ได้ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานพร้อมๆ กัน 2 ค่า ซึ่งเป็นอิสระกัน ได้แก่ ตัวผลิต (*generator*) Z_1 และ Z_2 เรียกวิธีการนี้เรียกว่า วิธีโพลาร์

$$Z_1 = V_1 \sqrt{\frac{-2\ln(V_1^2 + V_2^2)}{V_1^2 + V_2^2}}$$

$$Z_2 = V_2 \sqrt{\frac{-2\ln(V_1^2 + V_2^2)}{V_1^2 + V_2^2}}$$

เมื่อ V_1 และ V_2 เป็นตัวเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (-1,1) ซึ่งเป็นอิสระกัน สร้างจากโปรแกรมย่อย SUBROUTINE RANDOM และเพื่อให้การเขียนโปรแกรมเรียกใช้ง่ายขึ้น ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงเลือกใช้ตัวผลิต Z_1 เพียงตัวเดียว และเมื่อได้เลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานแล้ว จึงทำการแปลงตัวเลขสุ่มดังกล่าวโดยอาศัยฟังก์ชัน

$$X = \mu + \sigma Z_1$$

จะได้ว่า X มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

ฟังก์ชันของการจำลองเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 คือ SUBROUTINE NORMAL

---

[2]เรื่องเดียวกัน, หน้า 145.

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล[3]

การสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่มีพารามิเตอร์ μ และ σ^2 ใช้ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงแบบปกติกับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล โดยมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> สร้างตัวแปรสุ่ม Y จากโปรแกรมย่อย SUBROUTINE NORMAL

<u>ขั้นที่ 2</u> สร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล โดยการนำตัวแปรสุ่มที่ได้จากขั้นที่ 1 มาแทนในสมการ

$$X = e^Y$$

จะได้ว่า X มีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่มีพารามิเตอร์ μ และ σ^2

ฟังก์ชันของการจำลองเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่มีพารามิเตอร์ μ และ σ^2 คือ SUBROUTINE LOGNORMAL

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา[4]

การสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบแกมมา สามารถแบ่งได้ 3 กรณี คือ

<u>กรณีที่ 1</u> $0 < \alpha < 1$

Ahrens และ *Dieter* (1974) ได้เสนอวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อพารามิเตอร์ α มีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1 โดยใช้วิธีการรับ-ปฏิเสธ *(acceptance-rejection)* โดยมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> คำนวณค่า b จากสมการ $b = \dfrac{e+\alpha}{e}$

<u>ขั้นที่ 2</u> สร้างเลขสุ่ม R_1 จากโปรแกรมย่อย SUBROUTINE RANDOM

ให้ $P = bR_1$ ถ้า $P > 1$ ข้ามไปขั้นที่ 4

<u>ขั้นที่ 3</u> ให้ $Y = P^{1/\alpha}$ และสร้างเลขสุ่ม R_2 จากโปรแกรมย่อย SUBROUTINE RANDOM

---

[3]เรื่องเดียวกัน, หน้า 149.

[4]คณิตา บำรุงชัย, “การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบความเท่ากันของสัมประสิทธิ์การแปรผัน,” (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545), หน้า 155-158.

ถ้า $R_2 \leq e^{-Y}$ ให้ $X = \dfrac{Y}{\lambda}$

แต่ถ้า $R_2 > e^{-Y}$ กลับไปขั้นที่ 2

<u>ขั้นที่ 4</u> ให้ $Y = -\ln\left(\dfrac{b-P}{\alpha}\right)$

ถ้า $R_2 \leq Y^{\alpha-1}$ ให้ $X = \dfrac{Y}{\lambda}$

แต่ถ้า $R_2 > Y^{\alpha-1}$ กลับไปขั้นที่ 2

จะได้ว่า X มีการแจกแจงแบบแกมมา ที่มีพารามิเตอร์ α และ λ เมื่อพารามิเตอร์ α มีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1

ฟังก์ชันของการจำลองเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา ที่มีพารามิเตอร์ α และ λ เมื่อพารามิเตอร์ α มีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1 คือ SUBROUTINE GAMMA1

<u>กรณีที่ 2</u> $\alpha = 1$

การสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อพารามิเตอร์ α มีค่าเท่ากับ 1 ใช้คุณสมบัติ *reproductive property* กล่าวคือ ถ้า X_i เป็นตัวแปรสุ่มจากการแจกแจงแบบ $G(\alpha,\beta)$ แล้ว $X = \sum_{i=1}^{n} X_i$ จะมีรูปแบบเป็น $G(\alpha,\beta)$ โดยที่ $\alpha = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i$ เมื่อ α เป็นจำนวนเต็ม หรือ $\alpha = k$ ดังนั้นตัวแปรสุ่ม $G(k,\beta)$ สามารถสร้างได้ดังนี้

$$X = \beta \sum_{i=1}^{k} (-\ln R_i) = -\beta \ln \prod_{i=1}^{k} R_i$$

โดยที่ R_i เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1)

จะได้ว่า X มีการแจกแจงแบบแกมมา ที่มีพารามิเตอร์ α และ λ เมื่อพารามิเตอร์ α เท่ากับ 1

ฟังก์ชันของการจำลองเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา ที่มีพารามิเตอร์ α และ λ เมื่อพารามิเตอร์ α เท่ากับ 1 คือ SUBROUTINE GAMMA2

<u>กรณีที่ 3</u> $\alpha > 1$

Cheng(1977) ได้เสนอวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อพารามิเตอร์ α มีค่ามากกว่า 1 โดยใช้วิธีการรับ-ปฏิเสธ *(acceptance-rejection)* โดยมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> คำนวณค่าคงที่ต่างๆ จากสูตรต่อไปนี้

$a = 1/\sqrt{2\alpha-1}$

$b = \alpha - \ln 4$

$$q = \alpha + (1/a)$$

$$d = 1 + \ln\theta$$

เมื่อ $\theta = 4.5$

ขั้นที่ 2 สร้างเลขสุ่ม R_1 และ R_2 จากโปรแกรมย่อย SUBROUTINE RANDOM

ขั้นที่ 3 กำหนดให้

$$V = a\ln\left(\frac{R_1}{1-R_1}\right)$$

$$Y = \alpha e^{V}$$

$$Z = R_1^2 R_2$$

$$W = b + qY - Y$$

ขั้นที่ 4 ถ้า $W + d - \theta Z \geq 0$ ให้ $X = \frac{Y}{\lambda}$

แต่ถ้า $W + d - \theta Z < 0$ ข้ามไปขั้นที่ 5

ขั้นที่ 5 ถ้า $W \geq \ln Z$ ให้ $X = \frac{Y}{\lambda}$

แต่ถ้า $W < \ln Z$ กลับไปขั้นที่ 2

จะได้ว่า X มีการแจกแจงแบบแกมมา ที่มีพารามิเตอร์ α และ λ เมื่อพารามิเตอร์ α มีค่ามากกว่า 1

ฟังก์ชันของการจำลองเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา ที่มีพารามิเตอร์ α และ λ เมื่อพารามิเตอร์ α มีค่ามากกว่า 1 คือ SUBROUTINE GAMMA3

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเบตา[5]

การสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบเบตาที่มีพารามิเตอร์ (α,β) โดยมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

ขั้นที่ 1 สร้างตัวแปรสุ่ม Y_1 ให้มีการแจกแจงแบบแกมมาด้วยพารามิเตอร์ α และ λ โดยที่ $\lambda = 1$ จากโปรแกรมย่อย SUBROUTINE GAMMA(ALPHA,LAMBDA,X_GAMMA)

[5]เรื่องเดียวกัน, หน้า 158-159.

<u>ขั้นที่ 2</u> สร้างตัวแปรสุ่ม Y_2 ให้มีการแจกแจงแบบแกมมาด้วยพารามิเตอร์ β และ λ โดยที่ $\lambda = 1$ จากโปรแกรมย่อย SUBROUTINE GAMMA(BETA,LAMBDA,X_GAMMA)

<u>ขั้นที่ 3</u> สร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบเบตา โดยการนำตัวแปรสุ่ม Y_1 และ Y_2 ที่ได้จากขั้นที่ 1 และ 2 มาแทนในสมการ

$$X = \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2}$$

จะได้ว่า X มีการแจกแจงแบบเบตา ที่มีพารามิเตอร์ α และ β

ฟังก์ชันของการจำลองเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา ที่มีพารามิเตอร์ α และ β คือ SUBROUTINE BETA

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบที[6]

การสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบทีที่มีพารามิเตอร์ k เป็นระดับขั้นความเสรี มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> สร้างตัวแปรสุ่ม $Z \sim N(0,1)$ จากโปรแกรมย่อย SUBROUTINE NORMAL

<u>ขั้นที่ 2</u> สร้างตัวแปรสุ่ม $Y \sim \chi^2(k)$ จากโปรแกรมย่อย SUBROUTINE CHISQUARE

<u>ขั้นที่ 3</u> สร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบที โดยการนำตัวแปรสุ่มที่ได้จากขั้นที่ 1 และ 2 มาแทนในสมการ

$$X = \frac{Z}{\sqrt{Y/k}}$$

จะได้ว่า X มีการแจกแจงแบบที ที่มีพารามิเตอร์ k

ฟังก์ชันของการจำลองเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบที ที่มีพารามิเตอร์ k คือ SUBROUTINE T

---

[6]มานพ วราภักดิ์, <u>การจำลองเบื้องต้น</u>, หน้า 168.

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบจอห์นสัน[7]

การสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบจอห์นสันที่มีพารามิเตอร์ $\alpha_1, \alpha_2, \gamma$ และ β มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> สร้างตัวแปรสุ่ม $Z \sim N(0,1)$ จากโปรแกรมย่อย SUBROUTINE NORMAL

<u>ขั้นที่ 2</u> คำนวณค่า Y จากสมการ

$$Y = \exp\left(\frac{Z - \alpha_1}{\alpha_2}\right)$$

<u>ขั้นที่ 3</u> สร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบจอห์นสัน โดย

$$X = \gamma + \frac{\beta}{2}\left(Y - \frac{1}{Y}\right)$$

จะได้ว่า X มีการแจกแจงแบบจอห์นสันที่มีพารามิเตอร์ $\alpha_1, \alpha_2, \gamma$ และ β

ฟังก์ชันของการจำลองเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบจอห์นสันที่มีพารามิเตอร์ $\alpha_1, \alpha_2, \gamma$ และ β คือ SUBROUTINE JOHNSON

3.2.2 การคำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว

ทำการสุ่มตัวอย่างจากประชากรโดยใช้โปรแกรมย่อยที่แสดงไว้ในภาคผนวก ข ตามขนาดตัวอย่างที่กำหนดในแผนการทดลอง สำหรับกรณีการหาค่าอำนาจการทดสอบนั้น นำข้อมูลที่ได้ไปประมาณค่าพารามิเตอร์ ($\bar{x}$ และ s^2) จากนั้นทำการแปลงข้อมูลให้มีค่าเฉลี่ย ($\bar{x}'$) เท่ากับ 0 และความแปรปรวน ($s^{2\prime}$) เท่ากับ 1 และนำข้อมูลที่แปลงแล้ว (x_i') ไปคำนวณค่าต่างๆ ตามสูตรของตัวสถิติทดสอบแต่ละวิธีที่เสนอในบทที่ 2 เมื่อได้ค่าของตัวสถิติทดสอบแต่ละตัวแล้ว จึงนำไปเปรียบเทียบกับค่าวิกฤติที่เปิดจากตารางในภาคผนวก ก ซึ่งการยอมรับหรือการปฏิเสธสมมติฐานว่างนั้นให้ถือเกณฑ์ในบทที่ 2

3.2.3 การหาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

ทำการสุ่มตัวอย่างจากการแจกแจงแบบปกติ โดยกำหนดค่าพารามิเตอร์ตำแหน่ง(μ) มีค่าเท่ากับ 0 และพารามิเตอร์สเกล (σ^2) มีค่าเท่ากับ 1 เพื่อนำมาทดสอบกับตัวสถิติทดสอบ 3 ตัว

---

[7]เรื่องเดียวกัน, หน้า 204.

คือ ตัวสถิติทดสอบ r ตัวสถิติทดสอบ Z_A และตัวสถิติทดสอบ Z_C จากนั้นคำนวณค่าของตัวสถิติทดสอบแต่ละตัวพร้อมทั้งเปรียบเทียบกับค่าวิกฤติของแต่ละตัวสถิติทดสอบที่กล่าวถึงในบทที่ 2 ทำซ้ำๆ กันเป็นจำนวน 1,000 ครั้ง เมื่อครบแล้วให้นับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0: ประชากรมีการแจกแจงแบบ $N(0,1)$ โดยสัดส่วนจำนวนครั้งที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริงหาได้จากการหารจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่างด้วย 1,000 ซึ่งเป็นจำนวนครั้งในการทดลอง

ในการพิจารณาว่าตัวสถิติทดสอบสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้หรือไม่ จะพิจารณาจากค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (α) ของตัวสถิติทดสอบซึ่งควรมีค่าไม่มากกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด (α_0) โดยใช้การทดสอบทวินาม (*binomial test*)[8] ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดให้ระดับนัยสำคัญของการทดสอบทวินาม (α^*) เท่ากับ 0.05

สมมติฐานของการทดสอบ คือ

$$H_0 \quad : \quad \alpha \le \alpha_0$$

$$H_1 \quad : \quad \alpha > \alpha_0$$

โดยใช้ทฤษฎีบทลิมิตสู่ส่วนกลาง (*Central Limit Theorem*) ความน่าจะเป็นที่จะยอมรับสมมติฐาน H_0 เท่ากับ

$$P\left[\frac{\hat{\alpha}-\alpha_0}{\sqrt{\frac{\alpha_0(1-\alpha_0)}{n^*}}} \le Z_{\alpha^*}\right] = 1-\alpha^*$$

หรือ

$$P\left[\hat{\alpha} \le \alpha_0 + Z_{\alpha^*}\sqrt{\frac{\alpha_0(1-\alpha_0)}{n^*}}\right] = 1-\alpha^*$$

ดังนั้น ช่วงของการยอมรับค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบ คือ

$$\left[0,\ \alpha_0 + Z_{\alpha^*}\sqrt{\frac{\alpha_0(1-\alpha_0)}{n^*}}\right]$$

---

[8] เรื่องเดียวกัน, หน้า 360.

เมื่อ α คือ ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

$\hat{\alpha}$ คือ ค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ได้จากการทดลอง มีค่าเท่ากับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริง หารด้วยจำนวนครั้งในการทดลอง

α_0 คือ ระดับนัยสำคัญที่กำหนดในการศึกษา มี 3 ระดับ คือ 0.01, 0.05 และ 0.10

α^* คือ ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ เท่ากับ 0.05

n^* คือ จำนวนครั้งในการทดลอง เท่ากับ 1,000 ครั้ง

ตัวสถิติทดสอบจะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ถ้า $\hat{\alpha}$ อยู่ในช่วงของการยอมรับ ดังต่อไปนี้

กรณีที่ควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (α_0) เท่ากับ 0.01 ตัวสถิติทดสอบจะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ ถ้า $\hat{\alpha}$ อยู่ในช่วง [0 , 0.015]

กรณีที่ควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (α_0) เท่ากับ 0.05 ตัวสถิติทดสอบจะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ ถ้า $\hat{\alpha}$ อยู่ในช่วง [0 , 0.061]

กรณีที่ควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (α_0) เท่ากับ 0.10 ตัวสถิติทดสอบจะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ ถ้า $\hat{\alpha}$ อยู่ในช่วง [0 , 0.116]

เมื่อผ่านเกณฑ์การควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 แล้ว จะทำการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเป็นลำดับต่อไป

3.2.4 การหาค่าอำนาจการทดสอบ

ทำการสุ่มตัวอย่างจากการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล การแจกแจงแบบเบตา การแจกแจงแบบแกมมา การแจกแจงแบบที และการแจกแจงแบบจอห์นสัน ตามสถานการณ์ที่กำหนดไว้ในแผนการทดลอง เพื่อนำมาทดสอบกับตัวสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ โดยนำข้อมูลที่ได้ไปประมาณค่าพารามิเตอร์ ($\bar{x}$ และ s^2) จากนั้นทำการแปลงข้อมูลให้มีค่าเฉลี่ย ($\bar{x}'$) เท่ากับ 0 และความแปรปรวน ($s^{2'}$) เท่ากับ 1 และนำข้อมูลที่แปลงแล้ว (x_i') ไปคำนวณค่าของตัวสถิติทดสอบแต่ละตัวพร้อมทั้งเปรียบเทียบกับค่าวิกฤติของแต่ละตัวสถิติทดสอบที่กล่าวถึงในบทที่ 2 ทำซ้ำๆ กันเป็นจำนวน 1,000 ครั้ง เมื่อครบแล้วให้นับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 : ประชากรมีการแจกแจงแบบ $N(0,1)$ โดยอำนาจการทดสอบหาได้จากการหารจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่างด้วย 1,000 ซึ่งเป็นจำนวนครั้ง

ในการทดลอง ทำเช่นนี้จนครบทุกสถานการณ์ของการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล การแจกแจงแบบเบตา การแจกแจงแบบแกมมา การแจกแจงแบบที และการแจกแจงแบบจอห์นสัน จากนั้นพิจารณาเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบแต่ละตัวว่ามีอำนาจการทดสอบสูงสุดในกรณีใดบ้าง และหากโดยส่วนใหญ่ตัวสถิติทดสอบตัวใดมีอำนาจการทดสอบสูงสุดในทุกกรณี จะถือว่าตัวสถิติทดสอบตัวนั้นมีอำนาจการทดสอบสูงสุด

สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ r ตัวสถิติทดสอบ Z_A และตัวสถิติทดสอบ Z_C จะทำทุกๆ สถานการณ์ที่ขึ้นกับขนาดของกลุ่มตัวอย่าง ลักษณะการแจกแจงของประชากร และระดับนัยสำคัญที่กำหนดในแผนการทดลอง

สถานการณ์สำหรับการวิจัยแบ่งออกได้ดังนี้

ก. ระดับนัยสำคัญ 3 ระดับ คือ 0.01, 0.05 และ 0.10 ตามลำดับ

ข. ขนาดตัวอย่างของประชากร 9 ระดับ คือ 10 15 20 30 40 50 60 70 และ 80 ตามลำดับ

ค. ตัวสถิติทดสอบ 3 ตัว คือ ตัวสถิติทดสอบ r ตัวสถิติทดสอบ Z_A และตัวสถิติทดสอบ Z_C

ง. ประชากร 33 ประชากร

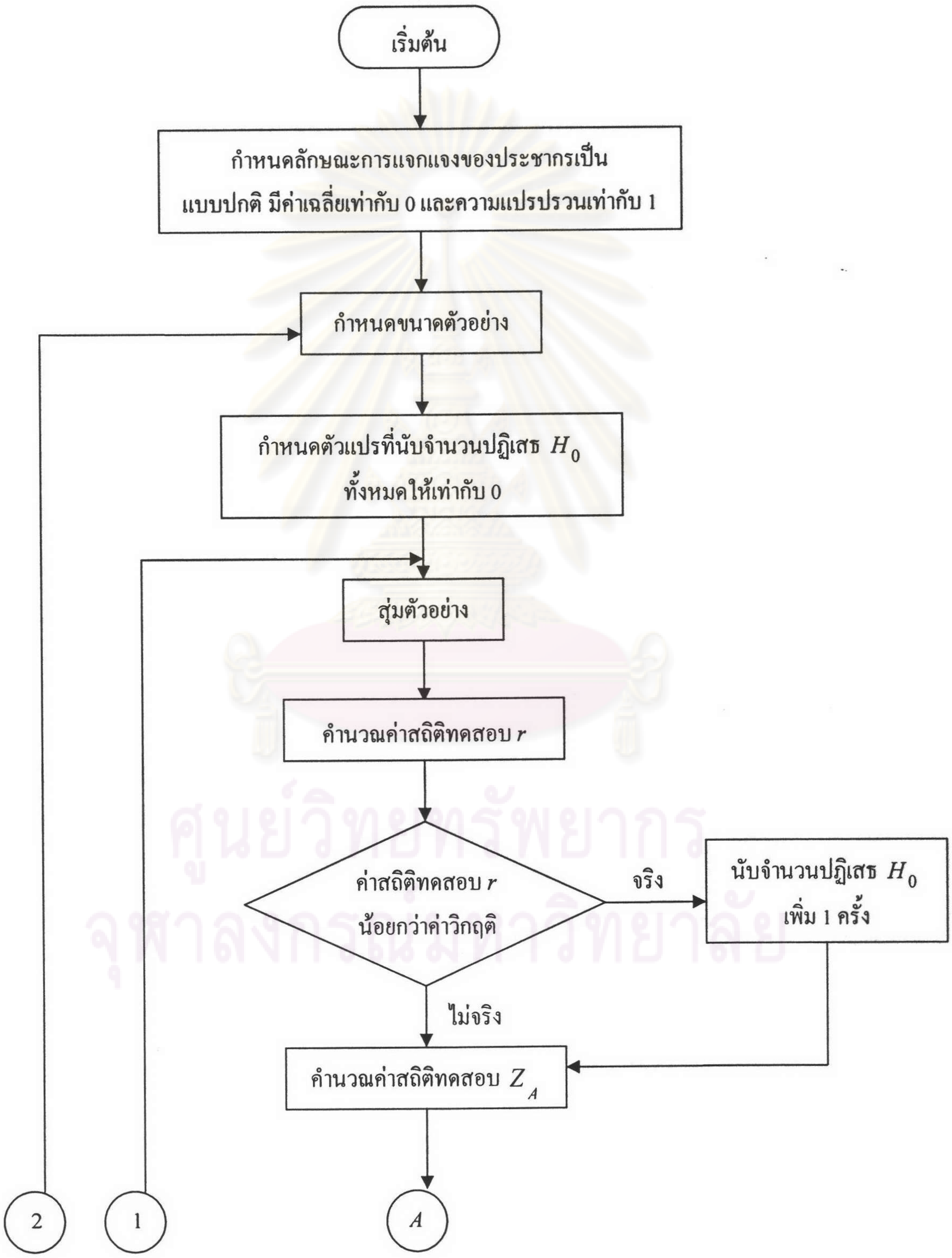
ดังนั้น จำนวนสถานการณ์ที่ใช้ในการวิจัย = 3 x 9 x 3 x 33

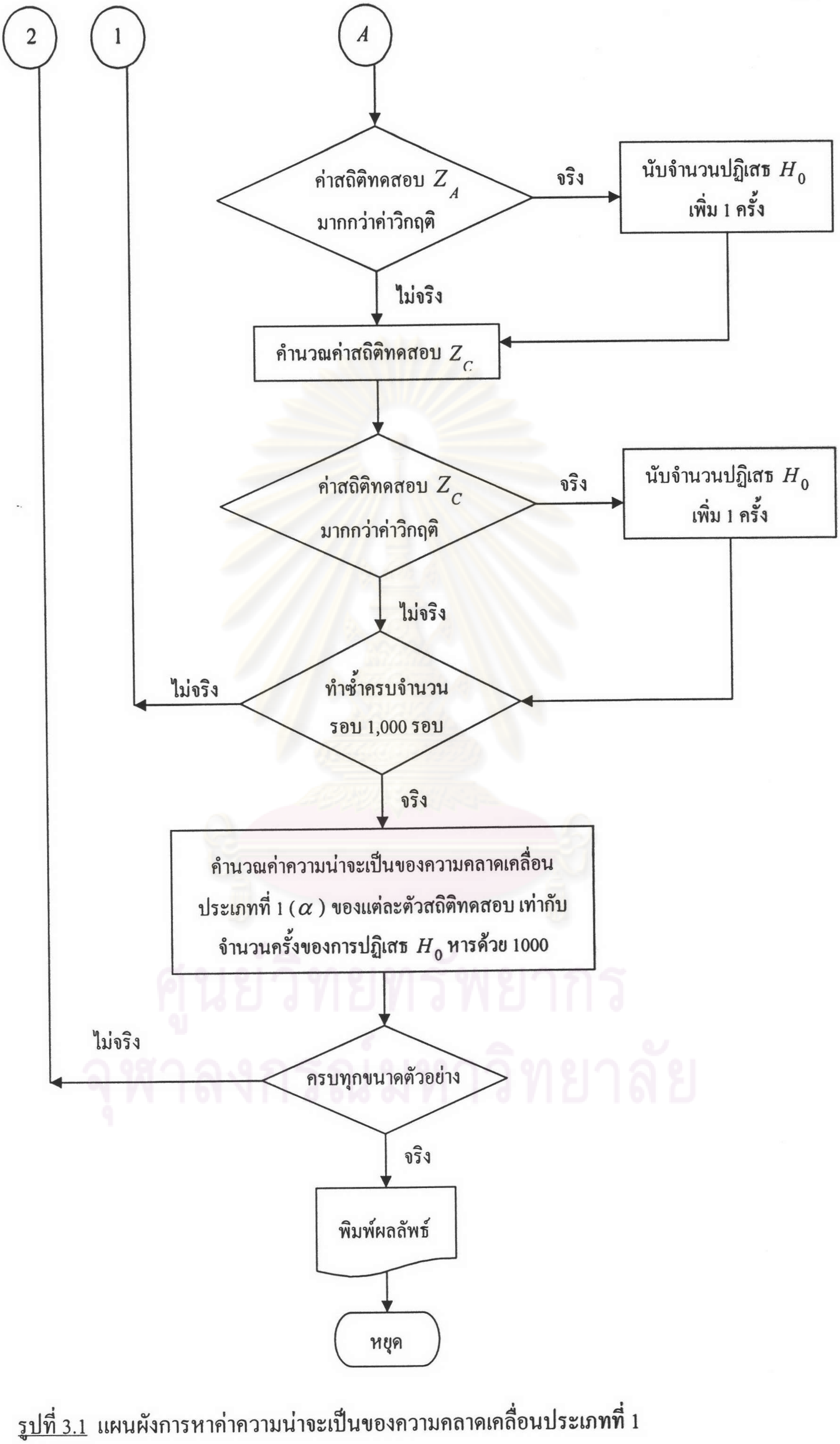
= 2,673 สถานการณ์

3.3 ขั้นตอนในการทำงานของโปรแกรม

ขั้นตอนในการทำงานของโปรแกรมแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้

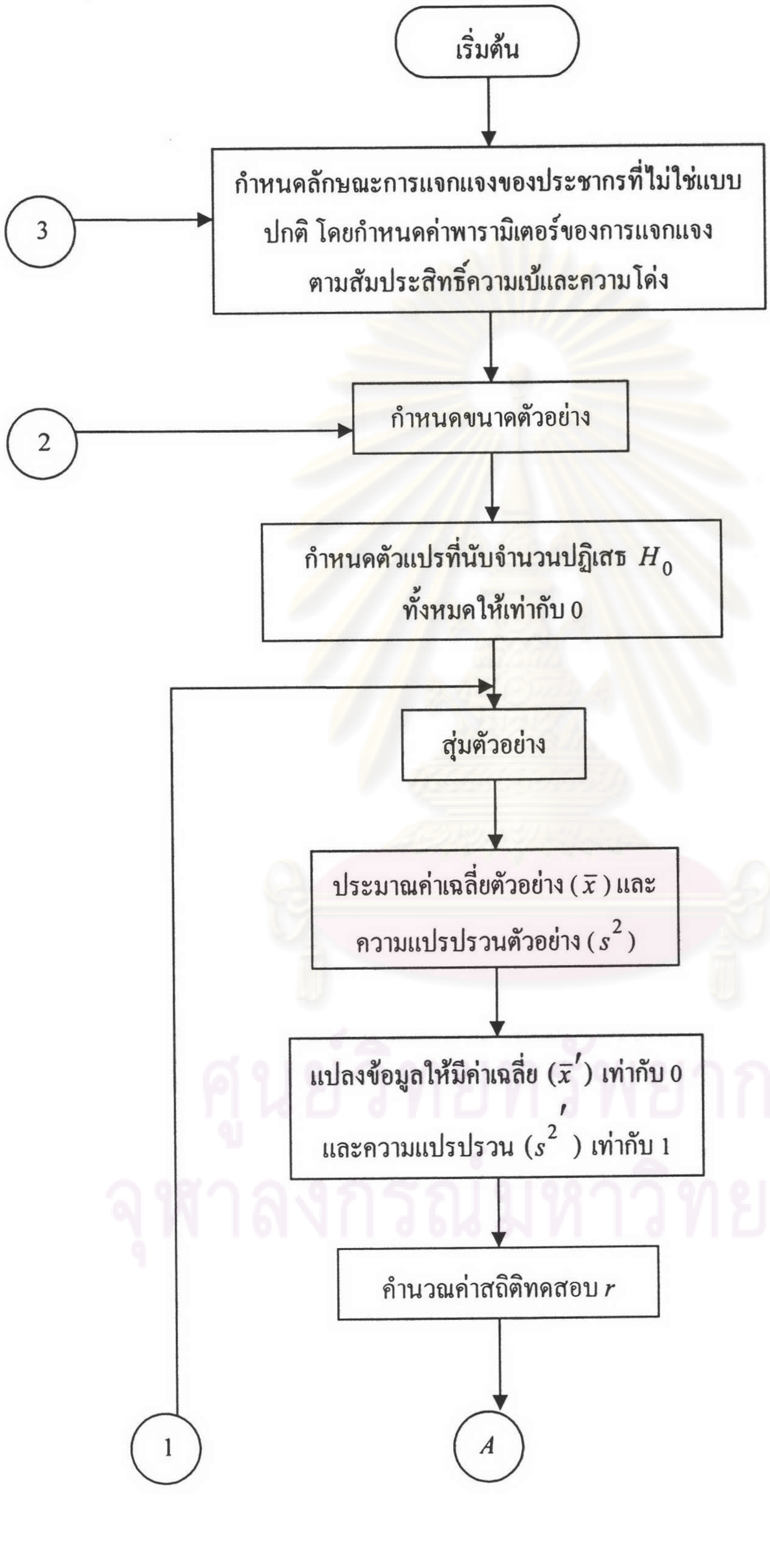
<u>ส่วนที่ 1</u> การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

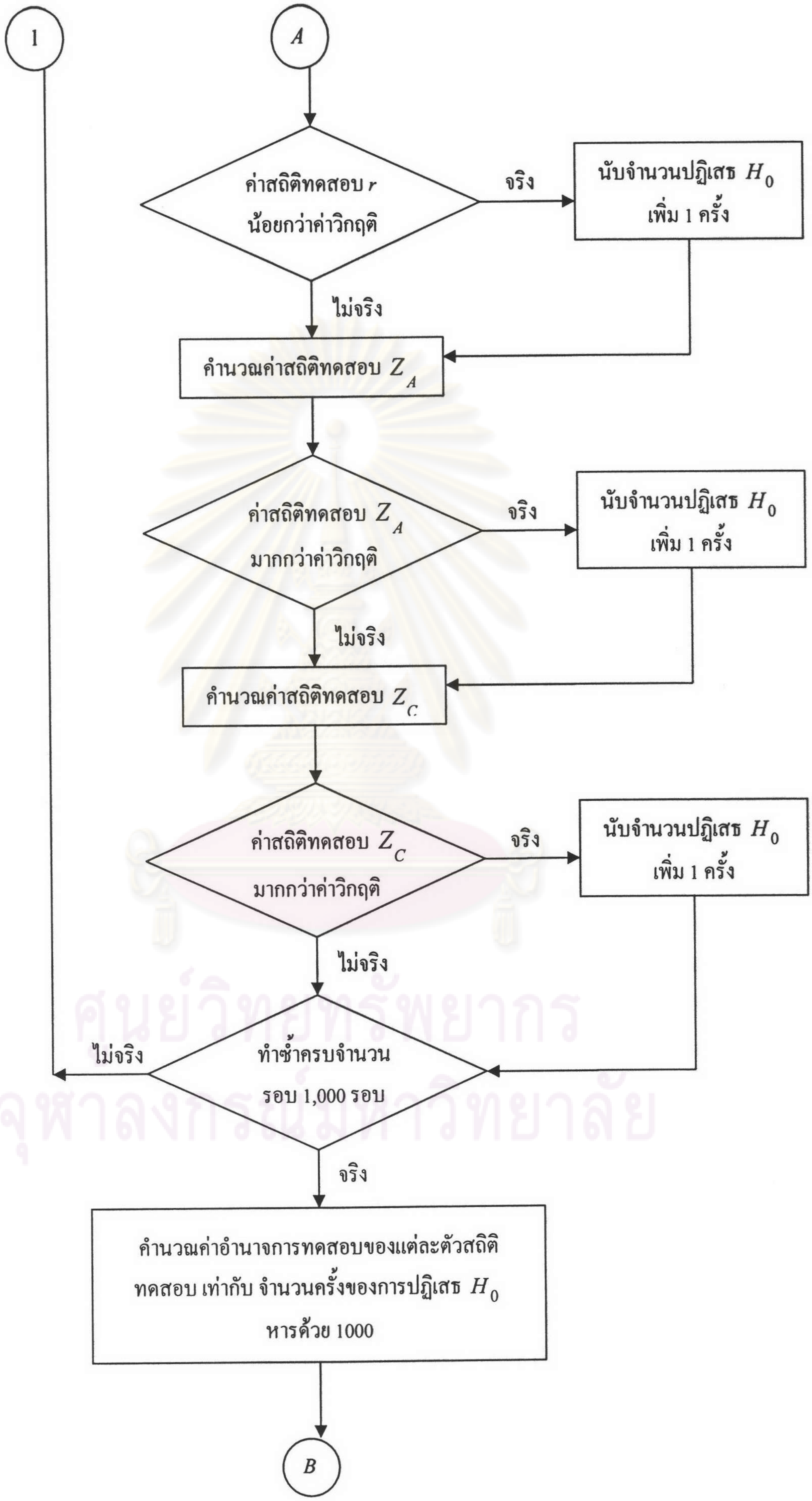


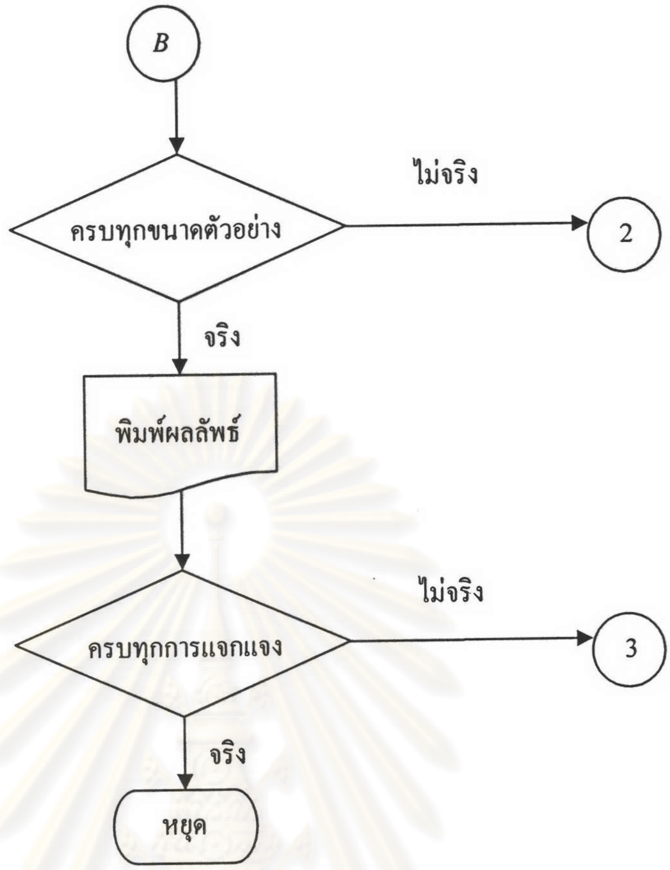


รูปที่ 3.1 แผนผังการหาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

<u>ส่วนที่ 2</u> การคำนวณค่าอำนาจการทดสอบ




1
A
ค่าสถิติทดสอบ r น้อยกว่าค่าวิกฤติ
จริง
นับจำนวนปฏิเสธ H_0 เพิ่ม 1 ครั้ง
ไม่จริง
คำนวณค่าสถิติทดสอบ Z_A
ค่าสถิติทดสอบ Z_A มากกว่าค่าวิกฤติ
จริง
นับจำนวนปฏิเสธ H_0 เพิ่ม 1 ครั้ง
ไม่จริง
คำนวณค่าสถิติทดสอบ Z_C
ค่าสถิติทดสอบ Z_C มากกว่าค่าวิกฤติ
จริง
นับจำนวนปฏิเสธ H_0 เพิ่ม 1 ครั้ง
ไม่จริง
ทำซ้ำครบจำนวนรอบ 1,000 รอบ
ไม่จริง
จริง
คำนวณค่าอำนาจการทดสอบของแต่ละตัวสถิติทดสอบ เท่ากับ จำนวนครั้งของการปฏิเสธ H_0 หารด้วย 1000
B



<u>รูปที่ 3.2</u> แผนผังการหาค่าอำนาจการทดสอบ