บทที่ 2

ทฤษฎีและสถิติที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

การประมาณค่าแบบช่วงที่เหมาะสมนั้น ช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณได้จะต้องครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่สนใจด้วยสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณได้นั้นควรเป็นช่วงที่แคบ ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงมีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ส่วนเกณฑ์ในการพิจารณานั้นจะพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น และค่าเฉลี่ยความยาวของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย เกณฑ์ในการตัดสินใจและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องซึ่งมีรายละเอียดต่างๆดังนี้

2.1 การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล[1] (Log-normal distribution)

ให้ $X = e^Y$ โดยที่ Y มีการแจกแจงปกติ $N(\mu, \sigma^2)$ เพราะฉะนั้น X มีปริภูมิ $R_X = \{x : 0 < x < \infty\}$ และ X มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม

$$
\begin{aligned}
F_X(x) &= P(X \le x) = P(e^Y \le x) \\
&= P(Y \le \ln x) \\
&= \int_{-\infty}^{\ln x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2} dy \quad \text{สำหรับ } x > 0 \\
&= 0 \quad \text{สำหรับ } x \le 0
\end{aligned}
$$

และดังนั้น X มีฟังก์ชันความหนาแน่น

$$
\begin{aligned}
f_X(x) &= \frac{d}{dx} F_X(x) \\
&= \begin{cases} \dfrac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x-\mu}{\sigma}\right)^2} & x > 0 \\ 0 & x \le 0 \end{cases}
\end{aligned} \tag{2.1.1}
$$

1 มานพ วราภักดิ์, ทฤษฎีความน่าจะเป็น (กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548) , หน้า 525

ซึ่งมีพารามิเตอร์ $\mu \in (-\infty,\infty)$ และ $\sigma \in (0,\infty)$

เราเรียกตัวแปรสุ่ม X ที่มีฟังก์ชันความหนาแน่น (2.1.1) ว่า ตัวแปรสุ่มล็อกนอร์มอล (lognormal random variable) หรือกล่าวว่า X มีการแจกแจงล็อกนอร์มอล (lognormal distribution) และจะเขียนแทนด้วย $X \sim LN(\mu,\sigma)$

ในทางกลับกัน ถ้า X มีการแจกแจงล็อกนอร์มอลที่มี μ และ σ เป็นพารามิเตอร์ พิสูจน์ได้ว่า $Y = \ln X$ มีการแจกแจงปกติ $N(\mu,\sigma^2)$

ถ้า X มีการแจกแจงล็อกนอร์มอล โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่น (2.1.1) ดังนั้น

$$E(X) = e^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}}$$

$$Var(X) = e^{2(\mu+\sigma^2)} - e^{2\mu+\sigma^2} = e^{2\mu+\sigma^2}\left(e^{\sigma^2}-1\right)$$

และได้ว่า โดยการแก้สมการข้างต้น

$$\mu = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\mu_X^4}{\mu_X^2+\sigma_X^2}\right) = E(\ln X)$$

$$\sigma^2 = \ln\left(1+\frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2}\right) = Var(\ln X)$$

นอกจากนี้แสดงได้ว่า การแจกแจงล็อกนอร์มอล ไม่มีฟังก์ชันก่อกำเนิดโมเมนต์

2.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้วิธีการประมาณแบบจุด ซึ่งเป็นวิธีการที่ใช้ค่าประมาณเพียงค่าเดียวที่คำนวณได้จากตัวอย่างสุ่ม เป็นค่าประมาณสำหรับพารามิเตอร์ของประชากร เราไม่สามารถบอกได้ว่าค่าประมาณแบบจุดนั้น มีค่าเท่ากับค่าพารามิเตอร์หรือแตกต่างจากค่าพารามิเตอร์อย่างไร จึงได้มีแนวคิดที่จะนำเอาความแปรปรวนของตัวประมาณแบบจุด การแจกแจงตัวอย่างของตัวประมาณ และค่าประมาณแบบจุดมาประกอบเข้าด้วยกันเพื่อสร้างช่วงความเชื่อมั่นขึ้นมา และอาศัยการแจกแจงของตัวประมาณเป็นตัวกำหนดความมั่นใจได้ว่าช่วงความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้นจะคลอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงด้วยความน่าจะเป็นเท่าใด

ให้ $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากการแจงแจงซึ่งมี θ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า

สมมติสามารถหาตัวสถิติ $L(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ และ $U(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ ซึ่งสำหรับค่าจริง θ ใดๆ

$$P\left(L\left(X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n\right) < \theta < U\left(X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n\right)\right) \qquad = 1-\alpha$$

โดยที่ความน่าจะเป็น $1-\alpha$ เป็นค่าคงที่ $(0 < \alpha < 1)$

จากนี้เมื่อทราบค่าของ $X_i = x_i (i = 1, \ldots\ldots, n)$ และค่าของ $L(X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n)$ และ $U(X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n)$ สมมติให้เป็น l และ u ตามลำดับ ดังนั้นจะได้ช่วง (l, u) และเรียกช่วง (l, u) ว่า ช่วงความเชื่อมั่น $100(1-\alpha)$ เปอร์เซ็นต์สำหรับ θ (100(1-α)% Confidence Interval for θ) และเรียกค่า l ว่า ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง (Low Confidence Limit) เรียกค่า u ว่า ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน (Upper Confidence Limit) และเรียกค่า $(1-\alpha)$ ว่า สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence Coefficient)

2.3 วิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่ใช้ในการวิจัย

การประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล โดยวิธีการทั้ง 3 ได้แก่ วิธีการประมาณของคอกซ์ วิธีการประมาณแบบคอนเซอเวทีฟ และวิธีการประมาณแบบบูทสแทร็พ ซึ่งแต่ละวิธีประมาณมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.3.1 วิธีการประมาณของคอกซ์ (Cox's method)

จากตัวสถิติ $\bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i$ และ $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \bar{Y}\right)^2$ เป็นตัวประมาณสำหรับ μ และ σ^2 ตามลำดับ ซึ่งเราสามารถหาตัวประมาณสำหรับ $\ln\theta$ ได้จาก $\left(\bar{Y}, S^2\right)$ พบว่า ตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำสุดอย่างเอกรูป (Uniformly Minimum Variance Unbiased : UMVU) สำหรับ $\ln\theta$ คือ $\bar{Y} + \frac{S^2}{2}$ และ ตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำสุดอย่างเอกรูปของความแปรปรวนของ $\ln\theta$ คือ $\left(\frac{S^2}{n} + \frac{S^4}{2(n-1)}\right)$ โดยทฤษฎีลิมิตเข้าสู่ส่วนกลาง (Central Limit Theorem)

จะได้ $$Z = \frac{\left(\bar{Y} + \frac{S^2}{2}\right) - (\ln\theta)}{\sqrt{\left\{\frac{S^2}{n} + \frac{S^4}{2(n-1)}\right\}}} \sim N(0,1)$$

จาก $$P\left[-Z_{\alpha/2} < Z < Z_{\alpha/2}\right] \qquad = 1-\alpha$$

$$P\left[-Z_{\alpha/2} < \frac{\left(\bar{Y}+\frac{S^2}{n}\right)-(\ln\theta)}{\sqrt{\left\{\frac{S^2}{n}+\frac{S^4}{2(n-1)}\right\}}} < Z_{\alpha/2}\right] = 1-\alpha$$

$$P\left[-Z_{\alpha/2}\sqrt{\left\{\frac{S^2}{n}+\frac{S^4}{2(n-1)}\right\}} < \left(\bar{Y}+\frac{S^2}{2}\right)-(\ln\theta) < Z_{\alpha/2}\sqrt{\left\{\frac{S^2}{n}+\frac{S^4}{2(n-1)}\right\}}\right] = 1-\alpha$$

$$P\left[\left(\bar{Y}+\frac{S^2}{2}\right)-Z_{\alpha/2}\sqrt{\left\{\frac{S^2}{n}+\frac{S^4}{2(n-1)}\right\}} < \ln\theta < \left(\bar{Y}+\frac{S^2}{2}\right)+Z_{\alpha/2}\sqrt{\left\{\frac{S^2}{n}+\frac{S^4}{2(n-1)}\right\}}\right] =$$

$1-\alpha$

และจะได้ ช่วงความเชื่อมั่น 100(1 − α)% สำหรับ ค่าเฉลี่ย(θ) คือ

$$\left[\exp\left(\left\{\bar{Y}+\frac{S^2}{2}\right\}-Z_{\alpha/2}\sqrt{\left\{\frac{S^2}{n}+\frac{S^4}{2(n-1)}\right\}}\right),\exp\left(\left\{\bar{Y}+\frac{S^2}{2}\right\}+Z_{\alpha/2}\sqrt{\left\{\frac{S^2}{n}+\frac{S^4}{2(n-1)}\right\}}\right)\right]$$

2.3.2 วิธีการประมาณแบบคอนเซอเวทีฟ (Conservative method)

Angus(1988) ได้เสนอวิธีการสร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ lnθ จาก Approximate pivotal statistics คือ

$$P(\theta)=\frac{\left(\bar{Y}+\frac{S^2}{2}-\ln\theta\right)\sqrt{n}}{\sqrt{S^2\left(1+\frac{S^2}{2}\right)}}$$

จะเห็นได้ว่า $P(\theta)$ จะมีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (standard normal) เมื่อ $n \to \infty$ เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) มีจำนวนจำกัด (finite sample) $P(\theta)$ จะมีการแจกแจงเหมือนกับ

$$T(\sigma)=\frac{N+\sigma\frac{\sqrt{n}}{2}\left(\frac{\chi^2_{n-1}}{n-1}-1\right)}{\sqrt{\left\{\frac{\chi^2_{n-1}}{n-1}\left(1+\frac{\sigma^2}{2}\frac{\chi^2_{n-1}}{n-1}\right)\right\}}}$$

โดยที่ N และ χ^2_{n-1} เป็นอิสระกัน N คือตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน และ χ^2_{n-1} คือตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไคกำลังสอง ที่มีองศาแห่งความเป็นอิสระเท่ากับ $n-1$

ให้ $F(z;\sigma)$ เป็นการแจกแจงแบบสะสมของ $T(\sigma)$

$$F(z;\sigma) = P(T(\sigma) \le z)$$

จากนั้น เมื่อกำหนดค่า z และ กำหนด $n > 2$ จะได้ว่าตัวแปรสุ่ม $T(\sigma)$ จะเข้าใกล้

$$t = \frac{N}{\sqrt{\dfrac{\chi^2_{n-1}}{(n-1)}}}$$

ซึ่งก็คือการแจกแจงแบบที ที่มีองศาแห่งความเป็นอิสระเท่ากับ $n-1$ เมื่อ σ^2 เข้าใกล้ 0

และ ตัวแปรสุ่ม $T(\sigma)$ จะเข้าใกล้ $\sqrt{\left(\dfrac{n}{2}\right)\left(1-\dfrac{(n-1)}{\chi^2_{n-1}}\right)}$ เมื่อ σ^2 เข้าใกล้ ∞

ดังนั้น จะได้ $\quad \inf\limits_{\sigma>0} F(z;\sigma) = P(t_{n-1} \le z)$

และ $\quad \sup\limits_{\sigma>0} F(z;\sigma) = P\left(\sqrt{\left(\dfrac{n}{2}\right)\left(1-\dfrac{(n-1)}{\chi^2_{n-1}}\right)} \le z\right)$

ให้ $t_{(1-\alpha),(n-1)}$ เป็นเปอร์เซนไทล์ที่ $1-\alpha$ ของการแจกแจงแบบที ที่มีองศาแห่งความเป็นอิสระเท่ากับ $n-1$ และให้

$$q_{\alpha,(n-1)} = \sqrt{\left(\frac{n}{2}\right)\left(\frac{(n-1)}{\chi^2_{\alpha,(n-1)}}-1\right)}$$

โดยที่ $\chi^2_{\alpha,(n-1)}$ เป็นเปอร์เซนไทล์ที่ α ของการแจกแจงแบบไคกำลังสอง ที่มีองศาแห่งความเป็นอิสระเท่ากับ $n-1$

ดังนั้นจะได้ ช่วงความเชื่อมั่นล่าง สำหรับ $\ln\theta$ คือ

$$L_{1-\alpha}(\bar{Y},S^2) = \bar{Y} + \frac{S^2}{2} - \frac{t_{(1-\alpha/2),(n-1)}}{\sqrt{n}}\sqrt{S^2\left(1+\frac{S^2}{2}\right)}$$

และ ช่วงความเชื่อมั่นบน สำหรับ $\ln\theta$ คือ

$$U_{1-\alpha}(\bar{Y},S^2) = \bar{Y} + \frac{S^2}{2} + \frac{q_{\alpha/2,(n-1)}}{\sqrt{n}}\sqrt{S^2\left(1+\frac{S^2}{2}\right)}$$

นั่นคือ จะได้ช่วงความเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ สำหรับ ค่าเฉลี่ย (θ) คือ

$$\left[\exp\left(\left\{\bar{Y}+\frac{S^2}{2}-\frac{t_{(1-\alpha/2),(n-1)}}{\sqrt{n}}\sqrt{S^2\left(1+\frac{S^2}{2}\right)}\right\}\right),\exp\left(\left\{\bar{Y}+\frac{S^2}{2}+\frac{q_{\alpha/2,(n-1)}}{\sqrt{n}}\sqrt{S^2\left(1+\frac{S^2}{2}\right)}\right\}\right)\right]$$

2.3.3 วิธีการประมาณแบบพาราเมตริกบูทสแทร็พ (Parametric bootstrap method)

Angus (1994) ได้นำวิธีการบูทสแทร็พ (bootstrap) มาสร้างช่วงความเชื่อมั่น โดยใช้วิธี พาราเมตริก ทีเปอร์เซนไทล์ บูทสแทร็พ (parametric t-percentile bootstrap method) มาประยุกต์กับ Approximate pivotal statistics

$$P(\theta)=\frac{\left(\bar{Y}+\frac{S^2}{2}-\ln\theta\right)\sqrt{n}}{\sqrt{S^2\left(1+\frac{S^2}{2}\right)}}$$

และให้ t_0 และ t_1 เป็นเปอร์เซนไทล์ที่ $\alpha/2$ และ เปอร์เซนไทล์ที่ $1-\alpha/2$ ของ $V(\theta)$
ดังนั้น จะได้ช่วงความเชื่อมั่น สำหรับ $\ln\theta$ โดยทฤษฎี คือ

$$\left[\bar{Y}+\frac{S^2}{2}+t_1\sqrt{\left\{\frac{S^2\left(1+S^2/2\right)}{n}\right\}},\bar{Y}+\frac{S^2}{2}+t_0\sqrt{\left\{\frac{S^2\left(1+S^2/2\right)}{n}\right\}}\right]$$

จะเห็นว่าเราไม่ทราบค่า t_0 และ t_1 ซึ่งเราจะใช้ตัวอย่างจากวิธีบูทสแทร็พในการประมาณ t_0 และ t_1

ให้

$$T(\sigma)=\frac{N+\sigma\frac{\sqrt{n}}{2}\left(\frac{\chi^2_{n-1}}{n-1}-1\right)}{\sqrt{\left\{\frac{\chi^2_{n-1}}{n-1}\left(1+\frac{\sigma^2}{2}\frac{\chi^2_{n-1}}{n-1}\right)\right\}}} \qquad (1)$$

โดยที่ N คือตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน และ χ^2_{n-1} คือตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไคกำลังสอง ที่มีองศาแห่งความเป็นอิสระเท่ากับ $n-1$ ซึ่งตัวแปรสุ่มทั้ง 2 มีการแจกแจงที่เป็นอิสระกัน และจะสังเกตได้ว่า $P(\theta)$ และ $T(\sigma)$ มีการแจกแจงอย่างเดียวกัน

ดังนั้นเราจะใช้กระบวนการทางบูทสแทร็พในการประมาณค่า t_0 และ t_1 ดังนี้

1. สร้างตัวแปรสุ่ม $N_i^* \sim N(0,1)$ และ $\chi_i^{2*} \sim \chi_{n-1}^2, i = 1,\ldots,B,\ N_i^*$ และ χ_i^{2*} เป็นอิสระกัน
2. คำนวณ T_i^* จากสมการที่ (1) โดยแทนค่า σ, N, χ_{n-1}^2 ด้วย S, N_i^*, χ_i^{2*} ตามลำดับ
3. เรียงค่า T_i^* ตามลำดับ นั่นคือ $T_{(1)}^* < T_{(2)}^* < \ldots < T_{(B)}^*$
4. ประมาณค่า t_1 ด้วย $t_1^* = T_{[(1-\alpha/2)B]}$ และ ประมาณค่า t_0 ด้วย $t_0^* = T_{[(\alpha/2)B]}$ โดยที่ $[d]$ แสดงถึงจำนวนเต็มที่มากที่สุดซึ่งมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ d

โดย $B = 2{,}000$

จะได้ ช่วงความเชื่อมั่นล่าง สำหรับ $\ln\theta$ คือ

$$\bar{Y} + \frac{S^2}{2} + t_1^* \sqrt{\frac{S^2\left(1 + \frac{S^2}{2}\right)}{n}}$$

และ ช่วงความเชื่อมั่นบน สำหรับ $\ln\theta$ คือ

$$\bar{Y} + \frac{S^2}{2} + t_0^* \sqrt{\frac{S^2\left(1 + \frac{S^2}{2}\right)}{n}}$$

นั่นคือ จะได้ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ ค่าเฉลี่ย (θ) คือ

$$\left[\exp\left(\bar{Y} + \frac{S^2}{2} + t_1^* \sqrt{\frac{S^2\left(1 + \frac{S^2}{2}\right)}{n}}\right), \exp\left(\bar{Y} + \frac{S^2}{2} + t_0^* \sqrt{\frac{S^2\left(1 + \frac{S^2}{2}\right)}{n}}\right)\right]$$

2.4 เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ

การตรวจสอบวิธีการประมาณแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากรที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ทั้ง 3 วิธีนั้น มีรายละเอียดดังนี้

2.4.1 จะทำการตรวจสอบว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากทั้ง 3 วิธีนั้นให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองเท่ากับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดหรือไม่ โดยอาศัยการทดสอบสมมติฐานด้วยตัวสถิติ Z กำหนดให้ X เป็นจำนวนครั้งทั้งหมดที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณได้

ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ในการทดลองแบบ $Ber(p)$ จำนวน n ครั้งซึ่งเป็นอิสระซึ่งกันและกัน โดยที่ p เป็นความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณได้จะครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ เมื่อจำนวนครั้งของการทดลองมีค่ามาก X จะมีการแจกแจงโดยประมาณเป็น $N(np, npq)$ และกำหนด $\hat{p} = X/n$ เป็นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง โดยที่ $\hat{p}$ จะมีการแจกแจงโดยประมาณเป็น $N\left(p, \frac{pq}{n}\right)$ และ $(0 \le p \le 1)$

สมมติฐานในการทดสอบคือ

$$H_0 : p \ge p_0$$

$$H_1 : p < p_0$$

ตัวสถิติทดสอบ คือ

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

ดังนั้นเราจะยอมรับสมมติฐานหลัก เมื่อ $Z \ge -Z_\alpha$

จะได้ $$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \ge -Z_\alpha$$

$$\hat{p} \ge p_0 - Z_\alpha \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{1000}}$$

- กรณีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

$$H_0 : p \ge 0.90$$

$$H_1 : p < 0.90$$

เราจะยอมรับสมมติฐานหลัก เมื่อ $\hat{p} \ge 0.90 - 1.282\sqrt{(0.90x0.10)/1000}$

$$\hat{p} \ge 0.8878$$

- กรณีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

$$H_0 : p \ge 0.95$$

$$H_1 : p < 0.95$$

เราจะยอมรับสมมติฐานหลัก เมื่อ $\hat{p} \ge 0.95 - 1.645\sqrt{(0.95x0.05)/1000}$

$$\hat{p} \ge 0.9387$$

- กรณีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

$H_0 : p \geq 0.99$

$H_1 : p < 0.99$

เราจะยอมรับสมมติฐานหลัก เมื่อ $\hat{p} \geq 0.99 - 2.326\sqrt{(0.99x0.01)/1000}$

$$\hat{p} \geq 0.9827$$

2.4.2 เมื่อทำการทดลองและตรวจสอบแล้วว่า วิธีการประมาณที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองไม่ต่ำกว่าที่กำหนด จากนั้นทำการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่อไป โดยจะทำการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้ ว่าวิธีการประมาณใดสามารถให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด จะสรุปว่าวิธีการประมาณนั้นได้ช่วงการประมาณที่เหมาะสมที่สุดสำหรับสถานการณ์นั้นๆ