การวิเคราะห์การเพิ่มค่า

ชิดชนก เชิงเชาว์

บทคัดย่อ

งานวิจัยเชิงทดลองทางการศึกษาที่ใช้การเปรียบเทียบคะแนนก่อนการทดลองกับคะแนนหลังการทดลอง มักจะเกิดความลำเอียงอันเนื่องจากวุฒิภาวะเพิ่มขึ้นของกลุ่มตัวอย่างในการทดสอบครั้งหลัง วิธีการแก้ไขนอกจากการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมที่นักวิจัยคุ้นเคยแล้ว การวิเคราะห์การเพิ่มค่าเป็นวิธีการทางสถิติอีกวิธีหนึ่งที่สามารถช่วยกำจัดตัวแปรร่วมซึ่งเป็นผลมาจากวุฒิภาวะได้

การวิเคราะห์การเพิ่มค่า (value – added analysis) เป็นวิธีการทางสถิติวิธีหนึ่งที่พยายามจะกำจัดความลำเอียง (bias) ที่เกิดขึ้นจากการที่กลุ่มตัวอย่างมีวุฒิภาวะเพิ่มขึ้นในการทดสอบครั้งหลัง (posttest) กระทำได้โดยเอาค่าที่ได้จากการสังเกต (observed value) ลบออกจากค่าที่ได้จากการประมาณ (estimated value) ผลลัพธ์ที่ได้ คือ อิทธิพลที่เกิดจากการกระทำ (treatment) ที่ให้แก่ตัวอย่างระหว่างการทดสอบครั้งแรกและครั้งหลังนั่นเอง

ค่าสังเกตนั้นเราสามารถวัดได้โดยตรงจากคะแนนที่กลุ่มตัวอย่างทำได้ในการทดสอบครั้งหลัง แต่ค่าที่เราประมาณนั้น เป็นการประมาณโดยยึดหลักการที่ว่า คะแนนที่ได้จากการสอบเป็นสมการถดถอยเชิงเส้นตรง (linear regression line) ขึ้นกับอายุ (คือ มีคะแนนเป็นตัวแปรตามโดยมีอายุเป็นตัวแปรอิสระ) ดังนั้น ความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนกับอายุ จะต้องสามารถแสดงได้ด้วยสมการถดถอยเชิงเส้นตรง ซึ่งคำนวณจากวิธีการยกกำลังสองน้อยที่สุด (least squares method)

แต่ถ้าความสัมพันธ์ดังกล่าวไม่เป็นเชิงเส้นตรง ก็จำเป็นต้องหาทางเปลี่ยนรูป (transform) ให้เป็นเชิงเส้นตรงให้ได้เสียก่อน ก่อนที่จะนำมาคำนวณในขั้นต่อไป

ค่าที่ได้จากการประมาณเป็นค่าที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติโดยยึดหลักการที่ว่า วุฒิภาวะที่เพิ่มขึ้นตามอายุเป็นองค์ประกอบสำคัญที่จะทำให้กลุ่มตัวอย่างสามารถทำคะแนนได้ดีขึ้นในการสอบครั้งหลัง วิธีการคำนวณค่าสมการถดถอยของคะแนนที่เกิดจากอายุใช้วิธีการคำนวณจากคะแนนที่ได้ในการสอบครั้งแรก (pretest) ว่ามีความสัมพันธ์กับอายุอย่างไร จากสมการถดถอยที่ได้นำมาคำนวณหาค่าประมาณของการสอบครั้งหลังที่เกิดจากวุฒิภาวะที่เพิ่มขึ้นได้ กล่าวได้ง่าย ๆ ว่าเป็นการนำผลจากการศึกษาภาคตัดขวาง (cross-sectional study) มาใช้ทำนายผลที่คาดว่าจะได้ในการศึกษาระยะยาว (longitudinal study) นั่นเอง

ก. **รูปแบบทางคณิตศาสตร์** (Mathematical Model)

กำหนดให้ Y_i = คะแนนที่ได้จากการสอบของตัวอย่างที่ i

a_i = อายุของตัวอย่างที่ i (อาจเป็นเดือน, ปี)

หรือระยะเวลาที่ได้รับผลของการจัดกระทำ

β = อัตราการเจริญเติบโต (growth rate)

ซึ่งมีผลจากวุฒิภาวะที่เพิ่มขึ้นและเชื่อว่า β มีค่าคงที่

D_i = ตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อคะแนนของตัวอย่างที่ i ซึ่งเชื่อว่ามีค่าคงที่ในการสอบทุก ๆ ครั้ง

E_i = ตัวแปรอื่น ๆ ที่มีผลต่อคะแนนของตัวอย่างที่ i ซึ่งกำหนดว่า มีค่าเปลี่ยนแปลงเรื่อย ๆ ในการสอบแต่ละครั้ง

ดังนั้น เราจะได้ว่า

$$Y_i = \beta a_i + D_i + E_i \quad \text{..... (1)}$$

โดยมีข้อตกลงว่า

$$E\left(E_i \middle| a_i, D_i\right) = 0 \quad \text{..... (2)}$$

$$\text{Var}\left(E_i \middle| a_i, D_i\right) = \sigma^2_E \quad \text{..... (3)}$$

กำหนดให้

a_{1i} = อายุของตัวอย่างที่ i ขณะทำการทดสอบครั้งแรก

a_{2i} = อายุของตัวอย่างที่ i ขณะทำการทดสอบครั้งหลัง

Y_{1i} = คะแนนของตัวอย่างที่ i ในการทดสอบครั้งแรก

Y_{2i} = คะแนนของตัวอย่างที่ i ในการทดสอบครั้งหลัง

ดังนั้น ในกรณีที่ตัวอย่างไม่ได้รับอิทธิพลจากการจัดกระทำใด ๆ (เช่น การสอนซ่อมเสริม) ระหว่างการสอบครั้งแรกและการสอบครั้งหลัง จะได้ว่า

$$Y_{1i} = \beta a_{1i} + D_i + E_{1i} \quad \text{.....} \quad (4)$$

$$Y_{2i} = \beta a_{2i} + D_i + E_{2i} \quad \text{.....} \quad (5)$$

สมมติว่า ตัวอย่างได้รับการสอนเพิ่มเติมระหว่างการสอบครั้งแรกและการสอบครั้งหลัง และการสอนดังกล่าวมีอิทธิพลโดยเพิ่มค่าคะแนนในการสอบครั้งหลังขึ้นอีก = V ดังนั้น

$$Y_{2i} = \beta a_{2i} + D_i + E_{2i} + V \quad \text{.....} \quad (6)$$

ค่า V ที่เพิ่มขึ้นนี้ เรียกว่า เป็นค่าที่เพิ่มขึ้น (value-added) จากการสอนซ่อมเสริมนั่นเอง

ข. การประมาณค่าที่เพิ่มขึ้น (Estimating the value-added)

จากสมการที่ 4, 5 และ 6 จะได้

$$Y_{2i} - Y_{1i} - \beta (a_{2i} - a_{1i}) = V + E_{2i} - E_{1i} \quad \text{.....} \quad (7)$$

สมมติว่า การทดลองใช้วิธีสุ่มตัวอย่างจากประชากร ดังนั้น เราจึงได้ค่า v ซึ่งเป็นตัวประมาณค่า (estimator) ของ V โดยที่

$$v = \bar{Y}_{2.} - \bar{Y}_{1.} - \beta (\bar{a}_{2.} - \bar{a}_{1.})$$

$$= V + \bar{E}_{2.} - \bar{E}_{1.} \quad \text{.....} \quad (8)$$

เนื่องจาก v เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่ลำเอียงของค่า v ดังนั้น

$$E(v) = E\left[\bar{Y}_{2.} - \bar{Y}_{1.} - \beta (\bar{a}_{2.} - \bar{a}_{1.})\right] \quad \text{.....} \quad (9)$$

$$= V$$

และ $\text{Var}(v) = 2\sigma^2 E/n \quad \text{.....} \quad (10)$

กำหนดให้ $\triangle i$ เป็นค่าคะแนนที่เพิ่มขึ้นเนื่องมาจากวุฒิภาวะของตัวอย่างที่ i เพิ่มขึ้นระหว่างการสอบครั้งแรกและการสอบครั้งหลัง ดังนั้น

$$\triangle i = \beta (a_{2i} - a_{1i}) \quad \ldots\ldots\ldots (11)$$

$\triangle i$ โดยเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง จึงถูกกำหนดโดย

$$\overline{\triangle} = \beta (\bar{a}_{2.} - \bar{a}_{1.}) \quad \ldots\ldots\ldots (12)$$

ค่าเฉลี่ยที่คาดหวังที่จะเป็นในการสอบครั้งหลัง จึงเป็น $\bar{Y}_{1.} + \overline{\triangle}$ (ในกรณีที่ไม่ได้รับผลจากการจัดกระทำใด ๆ)

ดังนั้น การประมาณค่าที่เพิ่มขึ้นจากการจัดกระทำ คือ

$$v = Y_{2.} - (\bar{Y}_{1.} + \overline{\triangle}) \quad \ldots\ldots\ldots (13)$$

v ก็คือ ค่าประมาณของความแตกต่างระหว่างค่าที่ได้จริงจากการสอบครั้งหลังกับค่าที่คาดหวังซึ่งมีผลกระทบมาจากวุฒิภาวะที่เพิ่มขึ้นโดยธรรมชาตินั่นเอง

สมการที่ 13 ถือว่า เป็นวิธีการที่ 1 ในการคำนวณค่าเพิ่มขึ้นจากการจัดกระทำ

สมมติว่า เราทราบว่ามีตัวแปรอื่น ๆ ที่มีอิทธิพลต่อคะแนนการสอบ (คือ D_i) มากขึ้น ดังนั้นคะแนนจากการสอบ (Y_i) จึงอาจถูกกำหนดได้จากสมการ

$$Y_i = \mu + \beta a_i + \sum_{k=1}^{k} \beta_k M_{ik} + U_i + E_i \quad \ldots\ldots\ldots (14)$$

โดยที่ M_{ik} คือ เวคเตอร์ของตัวแปรร่วมที่สามารถวัดค่าได้ (measured covariates) ($M = M_{i1}, M_{i2}, M_{i3}, \ldots M_{ik}$) ซึ่งมีอิทธิพลต่อคะแนนการสอบของตัวอย่างที่ i

U_i คือ ตัวแปรที่ไม่สามารถวัดค่าได้ (unmeasured variables) และไม่มีความสัมพันธ์ (uncorrelated) กับอายุและ M_{ik} แต่มีอิทธิพลคงที่ต่อคะแนนการสอบทุก ๆ ครั้งของตัวอย่างที่ i

E_i คือ ตัวแปรที่ไม่สามารถวัดค่าได้ และมีค่าเปลี่ยนแปลงไปเรื่อย ๆ สำหรับการสอบแต่ละครั้ง

จึงอาจกล่าวสรุปได้ว่า

$E(M_k) = 0$

$E(U) = 0$ และ $\text{Var}(U) = \sigma_u^2$

ดังนั้น ในกรณีที่ไม่มีอิทธิพลจากการจัดกระทำใด ๆ ให้แก่ตัวอย่าง

$$Y_{1i} = \mu + \beta a_{1i} + \sum_{k=1}^{k} \beta_k M_{ik} + U_i + E_{1i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

$$Y_{2i} = \mu + \beta a_{2i} + \sum_{k=1}^{k} \beta_k M_{ik} + U_i + E_{2i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

ในกรณีที่การจัดกระทำมีอิทธิพลต่อกลุ่มตัวอย่าง Y_{1i} จะยังคงไม่เปลี่ยนแปลงแต่คะแนนในการสอบครั้งหลัง (Y_{2i}) จะเปลี่ยนไปจากเดิมอันเนื่องมากจากค่าที่เพิ่มขึ้นจากการจัดกระทำนั้น ดังนั้น

$$Y_{2i} = \mu + \beta a_{2i} + \sum_{k=1}^{k} \beta_k M_{ik} + U_i + E_{2i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

ถ้ากำหนดให้ ค่าประมาณสำหรับการสอบครั้งหลัง $(\hat{Y}_{2i})$ คือ

$$\hat{Y}_{2i} = \mu + \beta a_{2i} + \sum_{k=1}^{k} \beta_k M_{ik} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

จากที่กล่าวมาก่อนแล้วว่า ค่าประมาณของ V โดยวิธีแรกกระทำโดยการหาความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยในการสอบครั้งหลัง $(\bar{Y}_{2.})$ ซึ่งเป็นค่าจริง กับ ค่าคาดหวังซึ่งเกิดขึ้นจากวุฒิภาวะ $(\bar{Y}_{1.} + \bar{\Delta})$ อย่างไรก็ดีเราสามารถประมาณค่า V ได้อีกวิธีหนึ่งคือ แทนค่าสมการที่ 18 ลงไปในวิธีเดิม โดยกำหนดว่า

$$V' = \bar{Y}_{2.} - \bar{\hat{Y}}_{2.}$$

$$= \bar{Y}_{2.} - \mu - \beta\bar{a}_{2.} - \sum_{k=1}^{k} \beta_k \bar{M}_{.k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

สมการที่ 19 เป็นวิธีการที่ 2 ในการคำนวณค่าประมาณของค่าที่เพิ่มขึ้นจากการจัดกระทำ

ค. ความมีนัยสำคัญของค่าที่เพิ่มขึ้นจากการจัดกระทำ

ในโมเดลรูปแบบที่ง่ายที่สุดของการประมาณค่าที่เพิ่มนั้น อาจกล่าวได้ว่า คะแนนในการสอบครั้งหลังสามารถนำมาใช้เป็นตัวแปรตามอันเนื่องมาจากอัตราการเจริญเติบโตของกลุ่มตัวอย่างได้โดยวิธีการวิเคราะห์การถดถอย ดังนั้น ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย (β) จะเป็นตัวประมาณค่าที่ไม่ลำเอียงของอัตราการเจริญเติบโตนั่นเอง โดยค่าที่เพิ่มขึ้นได้จากสมการ

$$V = \bar{Y}_2 - \bar{Y}_1 \beta (a_2 - a_1)$$

(King et. al., 1981)

เมื่อ Y_2 และ Y_1 เป็นคะแนนเฉลี่ยในการสอบครั้งแรกและครั้งหลังตามลำดับ โดย a_1 และ a_2 คือ อายุของกลุ่มตัวอย่างในการสอบครั้งแรกและครั้งหลังตามลำดับ

ในการทดสอบความมีนัยสำคัญของค่าที่เพิ่มขึ้นนี้ ไบรค์ สเตรนิโอ และ ไวส์เบิร์ก (Bryke, Strenio, and Weisberg, 1980) แนะนำว่าน่าจะทำได้โดยวิธีที่เรียกว่าแจ็คไนฟ์เทคนิค (Jack-knife technique) (Mosteller and Tukey, 1977) โดยวิธีดังกล่าวจะมีการคำนวณค่าที่เรียกว่า ค่าเทียม (pseudo-value) V^*_i สำหรับตัวอย่างที่ i โดยคำนวณค่าเทียมดังกล่าวสำหรับตัวอย่างทุก ๆ คน นำค่า V^*_i ทั้งหมดมาคำนวณค่าเฉลี่ยและความบ่ายเบนมาตรฐาน ดังนั้น ค่าเฉลี่ยของ V^*_i คือค่าประมาณที่ไม่ลำเอียงของ V สำหรับค่าความบ่ายเบนมาตรฐานของ V^*_i ใช้ในการคำนวณอัตราส่วนค่าที (t-ratio) เพื่อนำมาทดสอบความมีนัยสำคัญของค่าที่เพิ่มขึ้นนั่นเอง อาจสรุปขั้นตอนได้ดังนี้

1. นำข้อมูลทั้งหมดมาคำนวณค่า β

2. ตัดตัวอย่างที่ i ($i = 1,2,\ldots.n$) ออกจากกลุ่ม แล้วคำนวณค่า β_i สำหรับตัวอย่างที่เหลือทั้งหมด ดังนั้นจะได้ค่า β_i ทั้งหมด n ตัว

3. คำนวณค่าเทียม (V^*_i) สำหรับตัวอย่างแต่ละตัว

$$V^*_i = y_i (t2) - y_i (t1) - \beta^*_i [a_i (t2) - a_i (t1)]$$

เมื่อ

y_i (t2) และ y_i (t1) เป็นค่าคะแนนในการสอบหลังและสอบก่อนของตัวอย่างที่ i

a_i (t2) และ a_i (t1) เป็นอายุของตัวอย่างที่ i ในการสอบหลังและสอบก่อน

สำหรับค่า β^*_i คำนวณจาก

$$\beta^*_i = n\beta - (n-1)\beta_i$$

4. นำค่า V^*_i ทั้งหมดมาคำนวณค่าเฉลี่ยและความบ่ายเบนมาตรฐาน แล้วนำมาคำนวณค่าอัตราส่วนที โดยนำค่าเฉลี่ยมาหารด้วยความบ่ายเบนมาตรฐาน แล้วนำไปเปรียบเทียบกับค่าทีจากตารางโดย df = n−1

ง. ตัวอย่างการวิจัยซึ่งใช้วิธีการของการวิเคราะห์การเพิ่มค่า

ในปี ค.ศ. 1969 สมิธ และ บิสเซล (Smith และ Bissell) ได้ทดลองในโครงการเฮดสตาร์ท โปรแกรม (Head Start Program) โดยได้ทดลองสอนตามหลักสูตรใหม่ 10 แบบ กลุ่มตัวอย่างได้แก่ นักเรียนซึ่งเข้าเรียนในปีการศึกษา 1969–1970, 1970–1971 และ 1971–1972 แต่เนื่องจากการทดลองไม่ใช่การทดลองที่แท้จริง แต่เป็นวิธีการที่เรียกว่ากึ่งการทดลอง (Quasi–Experimental) เพราะกลุ่มตัวอย่างไม่ได้มาจากการสุ่มตัวอย่าง ดังนั้น จำเป็นต้องมีการกำจัดความแตกต่างซึ่งมีมาแต่เดิมเสียก่อนโดยใช้วิธีการของการเพิ่มค่า (ผู้วิจัยตัดสินใจเลือกวิธีการนี้ แทนที่จะใช้วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม)

สำหรับแบบทดสอบที่ใช้วัด คือ แบบวัดความรู้ก่อนเข้าเรียน (Preschool Inventory) ได้รับการพัฒนาในปี 1965 โดย คาร์ลด์เวลล์ (Caldwell) เพื่อวัดความรู้ของเด็กวัยก่อนเข้าเรียน โดยมีจุดประสงค์เพื่อใช้สำหรับเด็กวัย 3–6 ขวบ ซึ่งกำลังอยู่ในโรงเรียนอนุบาล

สำหรับการวิเคราะห์โดยใช้วิธีของการเพิ่มค่า กำหนดว่า คะแนนในการสอบครั้งแรกหรือครั้งหลังสามารถกำหนดได้จากฟังค์ชั่นของอายุ ดังนั้น ค่าที่เพิ่มขึ้นโดยหลักสูตรใหม่จึงกำหนดโดย

$$V = (\bar{Y}_{2.} - \bar{Y}_{1.}) - \beta(\bar{a}_{2.} - \bar{a}_{1.})$$

การทดลองครั้งนี้มีหลักสูตรใหม่ 10 แบบ และหลักสูตรธรรมดาอีก 1 แบบ ดังนั้น ค่าที่เพิ่มขึ้นจากโปรแกรมที่ j (V_j) ซึ่งนอกเหนือจากผลวุฒิภาวะที่เพิ่มขึ้นโดยปกติแล้ว จะกำหนดโดย

$$V_j = (\bar{Y}_{2.j} - \bar{Y}_{1.j}) - \beta(\bar{a}_{2.j} - \bar{a}_{1.j}) \quad \text{.....(21)}$$

เรากำหนดให้อัตราการเจริญเติบโต (β) มีค่าคงที่ และสามารถคำนวณได้จากข้อมูลที่มีอยู่

สมมติว่า คะแนนในการสอบครั้งแรกขึ้นกับอายุและตัวแปรอื่น ๆ ถ้าเราสามารถควบคุมตัวแปรอื่น ๆ ให้มีค่าคงที่ได้แล้วความแตกต่างของคะแนนที่ได้ย่อมมีผลมาจากความแตกต่างของอายุเพียงอย่างเดียว (อายุสำหรับการศึกษาการเพิ่มค่านี้ ไม่จำเป็นจะต้องหมายถึงอายุจริงเพียงอย่างเดียว อาจหมายถึง ระยะเวลาที่ได้รับผลจากการจัดกระทำใด ๆ เช่น ระยะเวลาที่เรียนหนังสือในโรงเรียนก็ได้)

จากข้อมูลดังกล่าว เราสามารถสร้างสมการถดถอยที่มีอายุเป็นตัวแปรอิสระโดยมีคะแนนเป็นตัวแปรตาม จากค่าที่ได้ เราจะสามารถทราบความสัมพันธ์ของคะแนนกับอายุที่เปลี่ยนไป ก็จะสามารถทำนายคะแนนที่คาดว่าจะได้รับในการสอบครั้งหลังได้

เนื่องจากการทดลองไม่ได้ใช้วิธีสุ่มตัวอย่าง ดังนั้น ถ้าคำนวณสมการการถดถอยของคะแนนขึ้นกับอายุเพียงอย่างเดียว อาจเกิดความลำเอียงขึ้นได้ จึงต้องใช้วิธีสร้างสมการที่คะแนนเป็นฟังก์ชั่นเชิงเส้นตรงของอายุและตัวแปรอื่น ๆ ถ้าเราสร้างสมการขึ้นมาอย่างถูกต้อง ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่ได้ก็สามารถใช้เป็นค่าประมาณที่ไม่ลำเอียงของอัตราการเจริญเติบโต (β) ได้นั่นเอง

การทดลองครั้งนี้อยู่บนข้อตกลงที่ว่า ตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อคะแนนการสอบได้แก่ การศึกษาของมารดา เพศ อายุ และเชื้อชาติของเด็ก และ อิทธิพลร่วม (interaction) ระหว่างเชื้อชาติและการศึกษาของมารดา รูปแบบของข้อตกลงดังกล่าวได้มาจากการทดลองโดยใช้ตัวแปรอื่น ๆ อีกหลายตัวเข้าร่วมด้วย แต่เมื่อทดสอบสมมติฐานแล้ว สรุปได้ว่า ตัวแปรอื่น ๆ ไม่มีผลกระทบอย่างมีนัยสำคัญต่อคะแนนที่ได้รับ ดังนั้นตัวแปรอื่น ๆ จึงถูกตัดออกไปหมด จนเหลือแต่ตัวแปรดังกล่าว จากการวิเคราะห์ขั้นต่อไป ได้ว่า

$$\hat{Y}_{ij} = -13.32 + 0.38\, a_{ij} + 3.04\, M_{ij1} + 0.67\, M_{ij2} + 0.81\, M_{ij3} - 0.58\, M_{ji4}$$

$$n = 985$$

R^2 = 0.362

i = 1,2,3, ... n_j (จำนวนตัวอย่างที่ทดลองในโปรแกรมที่ j)

j = 1,2,3, ... 11 (หลักสูตรใหม่ 10 แบบ และหลักสูตรธรรมดา 1 แบบ รวมเป็น 11 แบบ)

Y_{ij} = คะแนนที่ได้จากการสอบครั้งแรก

a_{ij} = อายุ (เดือน)

M_{ij1} = เชื้อชาติ (ตัวแปรหุ่น โดยกำหนดให้ 0 = ผิวขาว 1 = ผิวดำ)

M_{ij2} = การศึกษาของมารดา (จำนวนปีที่มารดาได้รับการศึกษาในสถาบันการศึกษา)

M_{ij3} = เพศ (ตัวแปรหุ่น โดยกำหนดให้ 0 = ชาย 1 = หญิง)

M_{ij4} = อิทธิพลร่วม (interaction) ระหว่างเชื้อชาติและการศึกษาของมารดา

= $M_{ij1} \cdot M_{ij2}$

สมการดังกล่าว จึงกำหนดค่าของคะแนนที่ได้จากการสอบครั้งแรกเป็นฟังก์ชั่นเชิงเส้นตรงของอายุและตัวแปรร่วมอื่น ๆ ที่วัดค่าได้ จากค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของคะแนนที่ขึ้นกับอายุก็จะสามารถประมาณค่าที่เกิดจากวุฒิภาวะที่เพิ่มขึ้นของตัวอย่างที่ i ได้ จากข้อมูลในการทดลองดังกล่าวพบว่า

$\triangle i = 0.38 (a_{2i} - a_{1i})$

ในทำนองเดียวกัน เราสามารถประมาณค่าเฉลี่ยของคะแนนที่เกิดจากวุฒิภาวะที่เพิ่มขึ้นสำหรับตัวอย่างในโปรแกรมที่ j ดังนั้น

$\overline{\triangle}j = 0.38 (\bar{a}_{2.j} - \bar{a}_{1.j})$

จากสมการที่ 13 เราสามารถคำนวณค่าประมาณของ V_j โดยวิธีการที่ 1 ดังนี้

$V_j = (\bar{Y}_{2.j} - \bar{Y}_{1.j}) - 0.38 (\bar{a}_{2.j} - \bar{a}_{1.j})$

เพื่อเป็นการชี้ให้เห็นชัดขึ้น จะยกตัวอย่างดังนี้

กำหนดให้

Y_{1ij} = 18

Y_{2ij} = 23

a_{1ij} = 56

a_{2ij} = 63

M_{ij1} = 0 (ผิวขาว)

M_{ij2} = 12 (การศึกษาของมารดา = 12 ปี)

M_{ij3} = 1 (เพศหญิง)

M_{ij4} = $M_{ij1} \cdot M_{ij2}$ = 0

จากข้อมูลดังกล่าว นำไปแทนค่าในสมการที่ 21 ได้ว่า

V_j = 23 − 18 − 0.38 (63 − 56)

= 2.34

จากวิธีการที่ 1 สรุปได้ว่าหลักสูตรที่ j ทำให้เด็กทำข้อสอบครั้งหลังได้มากขึ้น 2.34 คะแนน จากคะแนนที่คาดว่าจะได้รับอันเนื่องมาจากวุฒิภาวะที่เพิ่มขึ้นโดยธรรมชาติอยู่แล้ว

อาจคำนวณค่าดังกล่าวได้ตามวิธีที่ 2 หรือ จากสมการที่ 19 ได้ดังนี้

V'_j = $Y_{2ij} - \hat{Y}_{2ij}$

จากข้อมูลของตัวอย่างเดิม จะได้ว่า

V'_j = 23 − [− 13.23 + 0.38 (63) + 3.04 (0) + 0.67 (12) + 0.81 (1) − 0.58 (0)]

= 3.53

จากวิธีที่ 2 ได้ว่า อิทธิพลของหลักสูตรที่ j ทำให้เด็กได้คะแนนสูงขึ้น 3.53 คะแนน จากคะแนนที่คาดว่า เด็กควรจะได้รับอันเนื่องมาจากวุฒิภาวะที่เพิ่มขึ้นและตัวแปรอื่น ๆ

โดยทั่วไปแล้ว สำหรับกลุ่มควบคุมที่ไม่ได้รับผลจากโปรแกรมใด ค่าที่เพิ่มขึ้นควรจะเป็น 0 หรือ ถ้าไม่ใช่ 0 ก็ไม่ควรมีนัยสำคัญ แต่ถ้าค่าที่เพิ่มขึ้นของกลุ่มควบคุมมีนัยสำคัญ แสดงว่ารูปแบบของสมการ (ในตัวอย่างนี้คือ สมการที่ 19) ยังไม่ถูกต้อง จะต้องมีการแก้ไขอีกครั้ง หรือกลุ่มควบคุมได้รับผลทางอ้อมจากโปรแกรม โดยที่ผู้วิจัยยังไม่สามารถวัดอิทธิพลโดยอ้อมนี้ได้)

จ. เปรียบเทียบการวิเคราะห์การเพิ่มค่านับการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม

เมื่อเปรียบเทียบวิธีการกำจัดตัวแปรเกินโดยวิธีการวิเคราะห์การเพิ่มค่า และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ซึ่งเป็นวิธีการทางสถิติเป็นที่นิยมกันมากวิธีหนึ่ง) ไบรค์และไวส์เบิร์ก (Bryke and Weisberg, 1976) เชื่อว่าวิธีการวิเคราะห์การเพิ่มค่ามีข้อดีกว่าการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมอยู่ 2 ประการด้วยกัน คือ

ข้อแรก ในกรณีที่ใช้วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมแล้ว ปัญหาที่จะเกิดขึ้น คือ ถ้าแบบสอบที่ใช้ในการสอบครั้งแรกมีค่าความเที่ยง (reliability) ต่ำ จะทำให้การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยต่ำกว่าที่เป็นจริง (underestimate) ซึ่งจะมีผลให้การประมาณค่าความแตกต่างระหว่างกลุ่มตัวอย่างที่มีมาก่อนต่ำกว่าความเป็นจริงด้วย ดังนั้น จึงต้องมีการแก้ไขหาค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยใหม่ โดยใช้สูตรดังต่อไปนี้

$$\beta_f = \beta_t / \rho_y$$

เมื่อ

β_t = ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่แท้จริง

β_f = ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่ได้จากข้อมูลเดิม คือ คะแนนซึ่งมาจากแบบทดสอบที่มีความเที่ยงต่ำ

ρ_y = ค่าความเที่ยงของแบบสอบที่ใช้ในการทดสอบครั้งแรกซึ่งคำนวณโดยวิธีสอบซ้ำ (test–retest)

สูตรการแก้ไขค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยดังกล่าวใช้ในกรณีที่มีตัวแปรร่วมเพียงตัวเดียว ในกรณีที่มีตัวแปรร่วมหลายตัว ค่าความเที่ยงตรงที่ต่ำของแบบสอบที่วัดตัวแปรร่วมตัวนั้นจะทำให้ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวมันเองต่ำกว่าความเป็นจริง แต่จะทำให้สัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแปรอื่นสูงกว่าความเป็นจริง (Cochran, 1968)

ประการที่สอง การใช้วิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมนั้น ไม่ได้มีการพิจารณาว่าระยะเวลาระหว่างการสอบครั้งแรกและครั้งหลังห่างกันเพียงไร ระยะเวลาดังกล่าวจะทำให้ตัวอย่างมีวุฒิภาวะมากขึ้นเพียงไร วุฒิภาวะที่เพิ่มขึ้นนั้นจะมีผลต่อการสอบครั้งหลังอย่างไร การละเลยวุฒิภาวะที่เพิ่มขึ้นนี้ ในกรณีที่ระยะเวลาระหว่างการสอบครั้งแรกและครั้งหลังห่างกันมาก อาจทำให้ค่าที่ประมาณได้ผิดไปจากความจริงอย่างมากก็ได้

สรุป

ในการใช้วิธีการทางสถิติกำจัดตัวแปรเกิน เช่น วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมนั้น ปัญหาอันหนึ่งที่เกิดขึ้น คือ ความคลาดเคลื่อนในการวัดตัวแปรร่วมอันเนื่องมาจากความเที่ยงตรงของเครื่องมือที่ใช้วัด แต่ถ้าใช้วิธีการของการเพิ่มค่าแล้ว ความคลาดเคลื่อนในการวัดของการสอบครั้งแรกไม่ได้ก่อปัญหาร้ายแรงนัก เพราะคะแนนที่ได้จากการสอบครั้งแรกเป็นตัวแปรตาม ไม่ใช่ตัวแปรอิสระดังเช่นวิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม เนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการวัดตัวแปรอิสระเท่านั้นที่เป็นสาเหตุสำคัญที่ทำให้เกิดความลำเอียงในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยได้ (Cochran, 1968) ยิ่งกว่านั้น ค่าที่ได้จากวิธีการวิเคราะห์การเพิ่มค่ายังให้ความหมายที่ชัดเจนอีกด้วยว่า ค่าที่เพิ่มขึ้นอันเนื่องมาจากอิทธิพลของแต่ละโปรแกรมนั้นเป็นเท่าใด โดยที่กลุ่มควบคุมจะมีหรือไม่มีก็ได้ (จุดประสงค์หลักของกลุ่มควบคุมของการวิเคราะห์การเพิ่มค่า คือ มีไว้เพื่อตรวจสอบรูปแบบทางคณิตศาสตร์ว่าถูกต้องหรือไม่เท่านั้น)

จากการทดลองในโครงการเฮดสตาร์ทโปรแกรม โดยการใช้อายุจริงของตัวอย่างในการคำนวณอัตราการเจริญเติบโต แต่ในการทดลองอื่น ๆ ไม่จำเป็นต้องใช้อายุจริงเป็นหลักเสมอไป เช่น ต้องการเปรียบเทียบผลการสอนภาษาต่างประเทศโดยใช้การสอนแบบโปรแกรมและแบบธรรมดา อายุในกรณีนี้อาจใช้ระยะเวลาที่เรียนแทนก็น่าจะเหมาะสมกว่าการใช้อายุจริง

ข้อดีที่เห็นได้ชัดเจนอีกอย่างหนึ่งของการวิเคราะห์การเพิ่มค่าก็คือ รูปแบบของการเจริญเติบโต (growth model) สามารถใช้ได้กับทฤษฎีที่ซับซ้อน เช่น มีตัวแปรหลาย ๆ ตัวที่มีอิทธิพลต่อการเจริญเติบโตนั้นได้ หรืออาจเรียกว่า เป็นรูปแบบที่ใช้ทำนายอัตราการเจริญเติบโตก็ได้ ถ้าจะมีการวิเคราะห์หรือกลั่นกรองทฤษฎีต่าง ๆ ที่จะนำไปสู่การเข้าใจอิทธิพลของการจัดกระทำที่มีต่อตัวอย่างในแง่มุมต่าง ๆ ได้มากขึ้นหรือชัดเจนขึ้น เช่น ต้องการศึกษารูปแบบของการ

กระจายของอิทธิพลการจัดกระทำที่มีต่อกลุ่มตัวอย่าง ฯลฯ จะต้องมีการใช้วิธีการอื่น ๆ เพิ่มเติม เช่น พยายามใช้เครื่องมือใหม่ ๆ หรือปรับปรุงเครื่องมือเก่าให้มีความแม่นยำและเที่ยงตรงในการวัดตัวแปรต่าง ๆ สูงขึ้น ฯลฯ เพราะการศึกษาภาคตัดขวางเพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอที่จะทำให้ทราบรายละเอียดเช่นนั้นได้

การวิเคราะห์การเพิ่มค่านี้อาจมีปัญหาอยู่บ้างคือ คะแนนที่ได้จากการสอบควรเป็นคะแนนสมบูรณ์ (absolute score) เพราะถ้าคะแนนที่ได้เป็นคะแนนสัมพันธ์ (relative score) เช่น คะแนนมาตรฐาน (Z-score) แล้วก็จะไม่เหมาะสมกับวิธีการของการเพิ่มค่า

ปัญหาอีกอย่างหนึ่งก็คือ ในกรณีที่ใช้ระยะเวลาในการเรียนแทนอายุจริง ถ้าระยะเวลาที่เรียนยาวนานรวมระยะเวลาปิดเทอมด้วยนั้น อัตราการเจริญเติบโตจะไม่ใช้ลักษณะที่เรียกว่าเป็น (monotone function) ที่แท้จริงของระยะเวลาที่เรียนในโรงเรียน ดังนั้น รูปแบบของอัตราการเจริญเติบโตดังกล่าวจึงถือว่าไม่เหมาะสมเช่นกัน

ที่กล่าวมาทั้งหมดเป็นเพียงการอธิบายหลักการของการวิเคราะห์การเพิ่มค่าโดยกว้าง ๆ เท่านั้น ผู้ที่สนใจอาจค้นคว้าเพิ่มเติมจากเอกสารอ้างอิงท้ายบทความนี้

บรรณานุกรม

Bryke, A.S., Strenio, J.F. and Weisberg, H.I. (1980). "A Method for estimating treatment effects when individuals are growing". *Journal of Educational Statistics, 5*, 5-34.

Bryke, A.S., and Weisberg, H.I. (1976). "Value-added analysis: A dynamic approach to the estimation of treatment effects". *Journal of Educational Statistics, 1*, 127-155.

Cochran, W.G. (1968). "Errors of measurement in statistics". *Technometrics, 10*, 637-660.

King, F.J., Wongbandhit, Y., Bigos, Y.V., and Foster, B.F. (1981). "How practical is value-added analysis for estimating treatment effects in school settings". *Florida journal of Educational Research, 23*, 51-64.

Mosteller, F. and Tukey, J.W. (1977). *Data analysis and regression.* Reading, Mass. : Addison-Wesley.