

การวัดมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไขของพอร์ตโฟลิโอดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาลโดยใช้
การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์

นางสาวนักรัก กীরติบำรุงพงศ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาการประกันภัย ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2554

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository(CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

MEASURING CVaR OF SET50 INDEX AND GOVERNMENT BOND PORTFOLIO USING
TRUNCATED LÉVY FLIGHT

Miss Neukrak Keeratibumrunpong

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science Program in Insurance

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2011

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การวัดมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไขของพอร์ตโฟลิโอดัชนี
เซท50 และพันธบัตรรัฐบาล โดยใช้การแจกแจงแบบทังเคต
เลวี-ไฟลท์

โดย

นางสาวนันทิกร กิรติบำรุงพงศ์

สาขาวิชา

การประกันภัย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

รองศาสตราจารย์ ดร. จูติวดี ชัยวัฒน์

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัย
ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารธุรกิจ

..... คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี
(รองศาสตราจารย์ ดร. พสุ เดชะรินทร์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ เสาวรส ใหญ่สว่าง)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร. จูติวดี ชัยวัฒน์)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ วัลภา ประกอบผล)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(อาจารย์ ดร. นริรัตน์ เตชพิรุณทอง)

5281837926: MAJOR INSURANCE

KEYWORDS; TRUNCATED LÉVY FLIGHT /CVaR /DOWNSIDE RISK /LEPTOKURTIC /FAT TAIL

NEUKRAK KEERATIBUMRUNGPONG: MEASURING CVaR OF SET50 INDEX AND GOVERNMENT BOND PORTFOLIO USING TRUNCATED LÉVY FLIGHT.

ADVISOR: ASSOC.THITIVADEE CHAIYAWAT, Ph.D., 79 pp.

This research aims to study the suitable distribution for rate of return of SET50 and government bond by using the normal distribution compared with the Truncated Lévy Flight. This study forecasts rate of return of portfolio between SET50 index and government bond, measures CVaR of portfolio, and calculates risk adjusted return. Data used in this research are daily and weekly rate of return of SET50 and government bond in 2002-2010.

The result shows that the Truncated Lévy Flight distribution is more appropriate to fit SET50 and government bond rate of return. In addition, this research uses Monte Carlo approach to simulate data to construct investment portfolio. The results indicate that portfolio has Truncated Lévy Flight. Daily rate of return of 60% invested in SET50 and 40% invested in government bond has maximum risk adjusted return with medium CVaR value. However, weekly rate of return invested only in government bond has maximum rate of return on average but with a minimum CVaR ,and the maximum risk adjusted return . In addition, the result of this paper shows that the longer investment time horizontal assets shows no difference of portfolio risk, even though the proportion of invested asset of each portfolio is not the same. Therefore, investor should select appropriate investment portfolio that fit his risk appetite.

Department :Statistics..... Student's Signature

Field of Study :Insurance..... Advisor's Signature

Academic Year :2011.....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีจากรองศาสตราจารย์ ดร. จีตติวดี ชัยวัฒน์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้เสียสละเวลาให้คำปรึกษา คำแนะนำ และประสบการณ์ต่างๆ แก่ผู้วิจัย ตลอดจนคอยติดตามการทำวิทยานิพนธ์ด้วยความปรารถนาดี จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณท่านอาจารย์มา ณ ที่นี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ เสาวรส ใหญ่สว่าง รองศาสตราจารย์ วัลภา ประกอบผล และ อาจารย์ ดร. นริรัตน์ เตชพิรุณทอง ที่กรุณาสละเวลาอันมีค่ามาเป็นกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และกรุณาตรวจแก้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอขอบคุณ เพื่อนๆ สาขาการประกันภัยทุกท่านและเพื่อนๆ ที่คอยให้กำลังใจและคำปรึกษาต่างๆ ในการทำวิทยานิพนธ์ รวมถึงผู้ให้การสนับสนุนการทำวิทยานิพนธ์ทุกท่านทั้งที่ได้เอ่ยนามและไม่ได้เอ่ยนาม

ท้ายที่สุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา คุณยาย และน้องสาวที่ได้ให้การสนับสนุนและคอยช่วยเหลือผู้วิจัยในทุกๆ ด้านด้วยดีเสมอมา ตลอดจนสมาชิกในครอบครัวทุกท่านที่คอยเป็นกำลังใจให้การทำวิทยานิพนธ์ครั้งนี้สำเร็จลุล่วง

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฎ
สารบัญภาพ.....	ฏ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
ขอบเขตของการวิจัย	2
ข้อตกลงเบื้องต้น.....	2
ข้อจำกัดของการวิจัย.....	3
คำจำกัดความที่ใช้ในงานวิจัย.....	3
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	3
วิธีการดำเนินการวิจัยโดยย่อ.....	3
ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิจัย.....	4
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	5
การแจกแจงสเตเบิล.....	5
การแจกแจงสเตเบิลทั่วไป.....	8
การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์	10

มูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข.....	11
การคำนวณอัตราผลตอบแทนจากการลงทุน.....	15
วิธีการจำลองมอนติคาร์โล.....	17
เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	25
บทที่ 3 วิธีดำเนินการ วิจัย.....	28
เตรียมข้อมูล.....	28
การปรับข้อมูล.....	29
การทดสอบสถิติเบื้องต้น.....	29
ทดสอบสมมติฐานการแจกแจงปกติ และการแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์.....	32
การประมาณค่าพารามิเตอร์.....	34
การจำลองอัตราผลตอบแทน.....	36
การจำลองการจัดสัดส่วนของการลงทุน.....	38
การประมาณพารามิเตอร์ของแต่ละสัดส่วนการลงทุน.....	38
การวัดความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงที่มีเงื่อนไข.....	39
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	40
ผลการทดสอบทางสถิติเบื้องต้น.....	40
ทดสอบสมมติฐานการแจกแจงปกติ และการแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์.....	42
การประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์.....	55
การจำลองการจัดสัดส่วนของการลงทุน และการประมาณพารามิเตอร์ของแต่ละ สัดส่วนการลงทุน พร้อมทั้งวัดความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงที่มีเงื่อนไข.....	56
ตรวจสอบความเสี่ยงของแต่ละสัดส่วนการลงทุนพร้อมด้วย การวัดมูลค่าความเสี่ยงที่มีเงื่อนไข.....	70
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	72

สรุปผลการวิจัย.....	72
อภิปรายผล.....	73
ข้อเสนอแนะ	75
รายการอ้างอิง.....	76
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	79

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 3.1	แสดงอัตราส่วนที่ใช้ในการจำลองสัดส่วนการลงทุนที่ประกอบไปด้วยอัตราผลตอบแทนจากดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล.....	38
ตารางที่ 4.1	แสดงลักษณะรูปร่างของข้อมูลในอดีตทั้งข้อมูลรายวันและรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล.....	42
ตารางที่ 4.2	แสดงค่า p-value ของการแจกแจงปกติและการแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์ ข้อมูลอัตราผลตอบแทนรายวันและรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล.....	55
ตารางที่ 4.3	การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี MLE ของการแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์...	56
ตารางที่ 4.4	แสดงการประมาณค่าพารามิเตอร์อัตราผลตอบแทนรายวันของแต่ละสัดส่วนการลงทุน.....	64
ตารางที่ 4.5	แสดงลักษณะรูปร่างอัตราผลตอบแทนรายวันของแต่ละสัดส่วนการลงทุน.....	65
ตารางที่ 4.6	แสดงค่าสถิติและค่าพารามิเตอร์การจำลองอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50.....	66
ตารางที่ 4.7	แสดงค่าสถิติและค่าพารามิเตอร์การจำลองอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาล.....	66
ตารางที่ 4.8	แสดงการประมาณค่าพารามิเตอร์อัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของแต่ละสัดส่วนการลงทุน.....	67
ตารางที่ 4.9	แสดงลักษณะรูปร่างอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของแต่ละสัดส่วนการลงทุน.....	68
ตารางที่ 4.10	แสดงค่าสถิติและค่าพารามิเตอร์การจำลองอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50.....	69
ตารางที่ 4.11	แสดงค่าสถิติและค่าพารามิเตอร์การจำลองอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาล.....	69

สารบัญภาพ

หน้า

ภาพที่ 2.1 กราฟการแจกแจงปกติ $N(0,1)$, โคชี $Cauchy(1,0)$ และเลวี $Lévy(1,0)$	6
ภาพที่ 2.2 แสดงลักษณะของการแจกแจงเลวี ($\beta = \delta = 0$) โดยมี $\alpha = 0.7, 1.0$ (โคชี) (การแจกแจงปกติ) 1.3, 1.7, 2.0.....	9
ภาพที่ 2.3 แสดงการแจกแจงสะสมของความเสียหายและแสดงการแจกแจงส่วนหาง ณ ค่า α .	12
ภาพที่ 2.4 แสดง $VaR, CVaR$	13
ภาพที่ 2.5 แสดง ความเป็นฟังก์ชันคอนเวกซ์ (convex function) ของ $CVaR$	14
ภาพที่ 2.6 แสดงขอบเขตของ $f_X(x)$ อยู่ภายใต้การอบสี่เหลี่ยมมุมฉาก.....	22
ภาพที่ 3.1 แสดงกระบวนการในการประมาณค่า.....	35
ภาพที่ 4.1 แสดงลักษณะการแจกแจงข้อมูลในอดีตของอัตราผลตอบแทนรายวัน.....	40
ภาพที่ 4.2 แสดงลักษณะการแจกแจงข้อมูลในอดีตของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์.....	41
ภาพที่ 4.3 ฮิสโตแกรมของอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 เปรียบเทียบกับโค้งปกติและ การแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 เปรียบเทียบกับการ แจกแจงสะสมของการแจกแจงปกติ.....	43
ภาพที่ 4.4 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงปกติของอัตราผลตอบแทนรายวันของ ดัชนีเซท50	44
ภาพที่ 4.5 ฮิสโตแกรมของอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 เปรียบเทียบกับโค้งของการ แจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ และการแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายวัน ของดัชนีเซท50 เปรียบเทียบกับการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์.....	45
ภาพที่ 4.6 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตราผลตอบแทน รายวันของดัชนีเซท50	45
ภาพที่ 4.7 ฮิสโตแกรมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 เปรียบเทียบกับโค้งปกติ และการแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 เปรียบเทียบ กับการแจกแจงสะสมของการแจกแจงปกติ.....	46
ภาพที่ 4.8 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงปกติของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของ ดัชนีเซท50	47

ภาพที่ 4.9 ฮิสโตแกรมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 เปรียบเทียบกับโค้งของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ และการแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 เปรียบเทียบกับการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์..... 48

ภาพที่ 4.10 กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 48

ภาพที่ 4.11 ฮิสโตแกรมของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลเปรียบเทียบกับโค้งปกติ และการแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาล เปรียบเทียบกับการแจกแจงสะสมของการแจกแจงปกติ..... 49

ภาพที่ 4.12 กราฟ QQ-plot และPP-plot การแจกแจงปกติของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาล..... 50

ภาพที่ 4.13 ฮิสโตแกรมของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลเปรียบเทียบกับโค้งของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ และการแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลเปรียบเทียบกับการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์..... 51

ภาพที่ 4.14 กราฟ QQ-plot และPP-plot การแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาล..... 51

ภาพที่ 4.15 ฮิสโตแกรมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาลเปรียบเทียบกับโค้งปกติ และการแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาล เปรียบเทียบกับการแจกแจงสะสมของการแจกแจงปกติ..... 52

ภาพที่ 4.16 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงปกติของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาล..... 53

ภาพที่ 4.17 ฮิสโตแกรมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาลเปรียบเทียบกับโค้งของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ และการแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาลเปรียบเทียบกับการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์..... 54

ภาพที่ 4.18 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาล..... 54

ภาพที่ 4.19 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตรา ผลตอบแทนรายวันของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาล เท่ากับ 100:0.....	57
ภาพที่ 4.20 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตรา ผลตอบแทนรายวันของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาล เท่ากับ 80:20.....	58
ภาพที่ 4.21 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตรา ผลตอบแทนรายวันของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาล เท่ากับ 60:40.....	58
ภาพที่ 4.22 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตรา ผลตอบแทนรายวันของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาล เท่ากับ 50:50.....	59
ภาพที่ 4.23 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตรา ผลตอบแทนรายวันของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาล เท่ากับ 40:60.....	59
ภาพที่ 4.24 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตรา ผลตอบแทนรายวันของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาล เท่ากับ 20:80.....	60
ภาพที่ 4.25 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตรา ผลตอบแทนรายวันของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาล เท่ากับ 0:100.....	60
ภาพที่ 4.26 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตรา ผลตอบแทนรายสัปดาห์ของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาล เท่ากับ 100:0.....	61
ภาพที่ 4.27 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตรา ผลตอบแทนรายสัปดาห์ของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาล เท่ากับ 80:20.....	61

ภาพที่ 4.28 กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตรา ผลตอบแทนรายสัปดาห์ของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาล เท่ากับ 60:40.....	62
ภาพที่ 4.29 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตรา ผลตอบแทนรายสัปดาห์ของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาล เท่ากับ 50:50.....	62
ภาพที่ 4.30 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตรา ผลตอบแทนรายสัปดาห์ของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาล เท่ากับ 40:60.....	63
ภาพที่ 4.31 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตรา ผลตอบแทนรายสัปดาห์ของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาล เท่ากับ 20:80.....	63
ภาพที่ 4.32 กราฟ QQ-plot และ PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตรา ผลตอบแทนรายสัปดาห์ของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาล เท่ากับ 0:100.....	64

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันเศรษฐกิจมีความผันผวนส่งผลกระทบต่อนักลงทุนรายย่อย และนักลงทุนสถาบันที่ลงทุนในตลาดหุ้น และตลาดตราสารหนี้ เนื่องจากการลงทุนในหลักทรัพย์มีความเสี่ยงทั้งทางด้านบวก (Upside Risk) และความเสี่ยงทางด้านลบ (Downside Risk) โดยส่วนมากจะสนใจความเสี่ยงทางด้านลบซึ่งส่งผลให้เกิดความสูญเสียเงินลงทุนแก่นักลงทุน อัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในตลาดโดยทั่วไปจะสมมติว่าอัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในหลักทรัพย์มีการแจกแจงแบบปกติหรือเกาส์เซียน (Normal or Gaussian Distribution) แต่จากข้อมูลที่ได้จากประสบการณ์พบว่าอัตราผลตอบแทนจากหลักทรัพย์มีลักษณะเป็นการแจกแจงแบบสูงโด่ง (Leptokurtic) หรือหางหนา (Fat Tail) มากกว่าที่จะมีการแจกแจงแบบปกติหรือเกาส์เซียน (Normal or Gaussian Distribution) ด้วยเหตุนี้เองทำให้การคาดการณ์ล่วงหน้าของผลตอบแทนของหลักทรัพย์ไม่ใกล้เคียงความเป็นจริง

แม้ว่าจะมีการใช้การแจกแจงแบบอื่นซึ่งมีลักษณะข้อมูลใกล้เคียงกับข้อมูลจริงมากกว่า แต่ก็ยังพบปัญหาในเรื่องการแจกแจงไม่เป็นหางหนา (Fat Tail) หรือมีความแปรปรวนอนันต์ (Infinite Variance) ทำให้ยากต่อการวัดความเสี่ยงที่จะเกิดขึ้น ซึ่งโดยทั่วไปเครื่องมือที่ใช้วัดค่าความเสี่ยงทางด้านลบคือมูลค่าความเสี่ยง (Value at Risk :VaR) แต่หากเป็นความเสี่ยงที่รุนแรง (extreme risk) มูลค่าความเสี่ยง (VaR) จะยังไม่เหมาะสมเท่ากับการใช้มูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข (Conditional Value at Risk ;CVaR) ซึ่งสะท้อนความเป็นจริงมากกว่า เนื่องจากเป็นการเฉลี่ยความเสี่ยงในส่วนหาง

การคาดการณ์ล่วงหน้าของผลตอบแทนของหลักทรัพย์และความเสี่ยงที่จะเกิดขึ้นในการลงทุนในหลักทรัพย์นั้นๆ จึงเป็นสิ่งที่มีความสำคัญและมีประโยชน์ต่อนักลงทุน เพื่อให้สามารถแก้ไขสถานการณ์และประเมินความสูญเสียที่จะเกิดขึ้นได้ รวมถึงสามารถสร้างแผนรองรับความเสียหายที่จะเกิดขึ้นไว้ล่วงหน้าอีกด้วย

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. ศึกษาารูปแบบการแจกแจงที่เหมาะสมกับอัตราผลตอบแทนรายวัน และรายสัปดาห์จากการลงทุนในดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาลด้วยการใช้การแจกแจงแบบปกติเปรียบเทียบกับการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ฟิลท์ (TLF)

2. คาดการณ์อัตราผลตอบแทนรายวัน และรายสัปดาห์จากการลงทุนของสัดส่วนการลงทุนในพอร์ตโฟลิโอระหว่างดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาลจากรูปแบบการแจกแจงที่เหมาะสมในข้อ 1

3. ศึกษาและวัดมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข (CVaR) ของสัดส่วนการลงทุนในพอร์ตโฟลิโอระหว่างดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาลทั้งรายวันและรายสัปดาห์ โดยใช้รูปแบบการแจกแจงที่เหมาะสมจากในข้อ 1 เพื่อให้ได้ความเสี่ยงและอัตราผลตอบแทนที่เหมาะสมที่องค์กรรับได้

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

ศึกษาอัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในดัชนีเซท 50 และพันธบัตรรัฐบาลอายุ 15 ปี ย้อนหลังเป็นเวลา 9 ปี ตั้งแต่พ.ศ.2545 ถึงพ.ศ.2553 เป็นรายวัน และรายสัปดาห์

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ข้อมูลอัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในหลักทรัพย์มีการเปรียบเทียบระหว่างการแจกแจงแบบปกติกับการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ฟิลท์(TLF) เท่านั้น โดยพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของอัตราผลตอบแทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) ,ความเบ้ (Skewness) ,ความโด่ง (Kurtosis) และมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข (CVaR)

2. ในการพยากรณ์จะประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood ;MLE)

3. การจัดสัดส่วนของพอร์ตโฟลิโอที่เหมาะสมระหว่าง พันธบัตรรัฐบาลอายุ 15 ปี และดัชนีเซท50 ทั้งรายวัน และรายสัปดาห์เท่านั้น โดยพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของอัตราผลตอบแทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข (CVaR)

1.5 ข้อจำกัดของการวิจัย

อัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในดัชนีเซท 50 และพันธบัตรรัฐบาลอายุ 15 ปี ย้อนหลังเป็นเวลา 9 ปี ตั้งแต่พ.ศ.2545 ถึงพ.ศ.2553 เป็นรายวัน รายสัปดาห์ ซึ่งมีแหล่งข้อมูลมาจากรอยเตอร์ (Reuter)

1.6 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

การแจกแจงแบบหางหนา (Fat Tailed Distribution) เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นที่เมื่อเปรียบเทียบกับ การแจกแจงปกติแล้วมีสมบัติความเบ้ (Skewness) หรือความโด่ง (Kurtosis) ที่รุนแรง

การแจกแจงแบบสูงโด่ง (Leptokurtic Distribution) เป็นการแจกแจงที่มีความโด่งเป็นบวก ลักษณะของการแจกแจงแบบนี้จะมียอดของการแจกแจงสูงมากกว่าการแจกแจงปกติ

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ทราบถึงการแจกแจงที่เหมาะสมกับข้อมูลของอัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในดัชนีเซท 50 และพันธบัตรรัฐบาลอายุ 15 ปี มากกว่าการแจกแจงที่นิยมใช้ในอดีตที่ผ่านมา จะทำให้การคาดการณ์ล่วงหน้าของอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากยิ่งขึ้น
2. ทราบถึงมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไขในการลงทุนในหลักทรัพย์ระหว่างดัชนีเซท 50 และพันธบัตรรัฐบาลอายุ 15 ปี จะทำให้นักลงทุนสามารถวิเคราะห์ผลตอบแทนที่ได้รับจากการลงทุนและความเสี่ยงที่เกิดขึ้นที่นักลงทุนต้องรับความเสี่ยงนั้นไว้เอง

1.8 วิธีดำเนินการวิจัยอย่างย่อ

1. เก็บรวบรวมข้อมูล
2. ปรับข้อมูลให้อยู่ในรูปอัตราส่วนผลตอบแทน

3. ทดสอบค่าทางสถิติเบื้องต้นของอัตราผลตอบแทนดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล ทั้งรายวันและรายสัปดาห์
4. ทดสอบสมมติฐานการแจกแจงของอัตราผลตอบแทนดัชนีเซท 50 และพันธบัตรรัฐบาล เมื่อกำหนดสมมติฐานเป็นการแจกแจงปกติและการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์
5. ประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ของอัตราผลตอบแทนจากดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล ทั้งรายวันและรายสัปดาห์
6. จำลองอัตราผลตอบแทนจากดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาลโดยใช้พารามิเตอร์การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์
7. จำลองการจัดสัดส่วนของการลงทุนที่ประกอบไปด้วยผลตอบแทนจากดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล ทั้งรายวัน และรายสัปดาห์
8. ประมาณพารามิเตอร์ของแต่ละสัดส่วนการลงทุนที่ประกอบไปด้วยผลตอบแทนจากดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล
9. วัดความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข

1.9 ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิจัย

วิทยานิพนธ์ในเล่มนี้ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 บท โดยที่บทที่ 1 จะกล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา รวมทั้งวัตถุประสงค์ของงานวิจัยและข้อจำกัดต่างๆ ในบทที่ 2 จะกล่าวถึง ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ในบทที่ 3 จะกล่าวถึงวิธีการในการดำเนินงานวิจัยซึ่งประกอบด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย การเก็บรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล ส่วนในบทที่ 4 จะกล่าวถึงผลการวิเคราะห์ และผลการเปรียบเทียบ ที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้ บทที่ 5 จะกล่าวถึงการสรุปผลการวิจัย การอภิปรายผลการวิจัย และข้อเสนอแนะต่างๆ สำหรับงานวิจัยชิ้นนี้

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 แนวคิดและทฤษฎี

2.1.1 การแจกแจงสเตเบิล (Stable Distribution) (Nolan, 2009)

การแจกแจงสเตเบิลเป็นการแจกแจงที่มีความเบ้และมีลักษณะหางของข้อมูลหนา (Fat Tail) และมีสมบัติทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจหลายประการ Paul Lévy ได้ทำการศึกษาคลาสการแจกแจงนี้ ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นที่คล้ายการแจกแจงสเตเบิล เช่น เกาส์เซียน (Gaussian) โคชี (Cauchy) และเลวี (Lévy) ซึ่งมีต้นกำเนิดจากการแจกแจงสเตเบิล

การแจกแจงสเตเบิลถูกใช้เป็นโมเดลทางฟิสิกส์ และระบบเศรษฐกิจด้วย มีเหตุผลหลายประการในการเลือกใช้โมเดลนี้ ข้อแรกคือ คาดว่าโมเดลไม่เป็นเกาส์เซียน ข้อสองคือ มีสมบัติทั่วไปเป็นทฤษฎีลิมิตสู่ส่วนกลาง (Central Limit Theorem) ซึ่งในกรณีการปรับข้อมูลผลรวมของเทอมการแจกแจงเหมือนกันอย่างอิสระเป็นการแจกแจงสเตเบิล และข้อที่สามคือ ข้อพิสูจน์การแจกแจงสเตเบิล โดยข้อมูลจากประสบการณ์ที่เป็นข้อมูลขนาดใหญ่ๆ หลายๆ ชุด มีลักษณะข้อมูลเป็นหางหนาและมีความเบ้

คำจำกัดความของสเตเบิล

สมบัติที่สำคัญของตัวแปรสุ่มปกติ คือการรวมของสองตัวแปรสุ่มที่เป็นตัวแปรสุ่มปกติ ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มปกติ แล้ว X_1 และ X_2 เป็นตัวแปรสุ่มปกติเหมือน X มีค่าคงที่เป็นค่าบวก คือ a และ b

$$aX_1 + bX_2 \stackrel{d}{=} cX + d \quad (2.1)$$

สำหรับค่า c ที่เป็นบวกและ $d \in \mathbb{R}$ (สัญลักษณ์ $\stackrel{d}{=}$ หมายความว่ามีการแจกแจงเดียวกัน) ในสมการที่ (2.1) หมายความว่ารูปร่างของ X จะยังคงรูปไว้

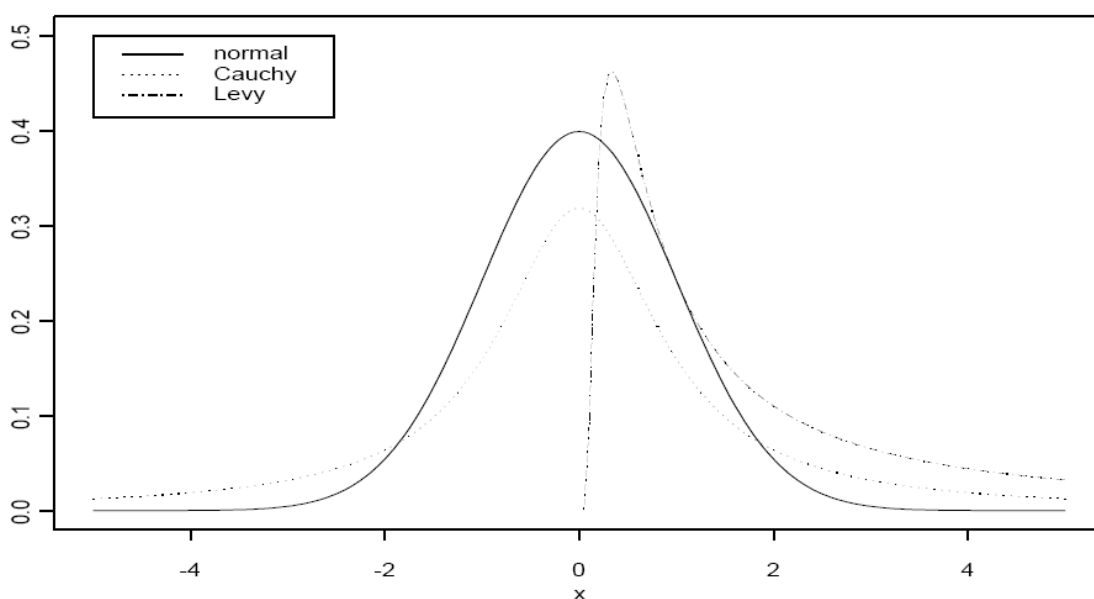
นิยาม 2.1 ตัวแปรสุ่ม X เป็นสเตเบิล ถ้า X_1 และ X_2 เป็นอิสระจากกัน มีการแจกแจงเดียวกันกับ X ค่าคงที่เป็นค่าบวก a และ b จาก (2.1) c เป็นค่าบวกและ $d \in \mathbb{R}$ ตัวแปรสุ่มเป็นสเตเบิลอย่างแท้จริง เมื่อให้ $d = 0$

สำหรับทุกค่า a และ b ตัวแปรสุ่มจะเป็นสเตเบิลที่สมมาตร ถ้ามันเป็นสเตเบิล และเป็นกาแจกแจงที่สมมาตรที่ศูนย์ เช่น $X \stackrel{d}{=} -X$

กฎที่เพิ่มขึ้นสำหรับตัวแปรสุ่มปกติที่เป็นอิสระคือ ค่าเฉลี่ยของผลรวมเท่ากับผลรวมของค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของผลรวมเท่ากับผลรวมของความแปรปรวน สมมติ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ แล้ว เทอมด้านซ้าย คือ $N(a\mu + d, (a\sigma)^2)$ และ $N(b\mu, (b\sigma)^2)$ ตามลำดับ ในขณะที่เทอมขวามือเป็น $N(c\mu + d, (c\sigma)^2)$ กฎเพิ่มเติม $c^2 = a^2 + b^2$ และ $d = (a + b - c)\mu$

คำว่าสเตเบิลจะใช้เมื่อรูปร่างไม่เปลี่ยนแปลงภายใต้ผลรวมของ (2.1)

ตัวแปรสุ่มสองตัว X และ Y เป็นชนิดเดียวกัน ถ้าค่าคงที่ $A > 0$ และ $B \in \mathbb{R}$ แล้ว $X \stackrel{d}{=} AY + B$ คำนิยามสามารถกล่าวซ้ำได้ว่า $aX_1 + bX_2$ เป็นชนิดเดียวกับ X สามกรณีที่มีรูปแบบการแจกแจงอยู่ในรูปสเตเบิล คือ การแจกแจงปกติ โคชี และเลวี



ภาพที่ 2.1 กราฟการแจกแจงปกติ $N(0,1)$ โคชี $Cauchy(1,0)$ และเลวี $Lévy(1,0)$ แสดงการพล็อตของสามการแจกแจง การแจกแจงปกติ และโคชี เป็นการแจกแจงที่สมมาตร มีรูปร่างเป็นโค้งระฆัง (Bell-Shape Curve)

ที่มา : Nolan, 2009

จากภาพที่ 2.1 สิ่งที่แตกต่างกันของทั้งสองการแจกแจงคือ การแจกแจงโคชีจะมีหางหนากว่าการแจกแจงปกติ โดยเฉพาะค่าความน่าจะเป็นของการแจกแจงปกติบริเวณที่มากกว่า 3 จะน้อยมาก

แต่ที่บริเวณมากกว่า 3 ของการแจกแจงโคชีความน่าจะเป็นจะมีนัยสำคัญ ในข้อมูลตัวอย่างจากทั้งสองการแจกแจงโดยมากบริเวณที่มากกว่า 3 การแจกแจงโคชีจะมีข้อมูลมากกว่า 100 ครั้งจะมีค่าความน่าจะเป็นบริเวณที่มากกว่า 3 มากกว่าการแจกแจงปกติ นี่เป็นเหตุที่ทำให้การแจกแจงสเตเบิลถูกเรียกว่ามีหางหนา ในทางกลับกันจากการแจกแจงปกติ และการแจกแจงโคชี การแจกแจงเลวิก็กลับมีความเบ้สูงและมีหางหนากว่าการแจกแจงโคชี

นิยาม 2.2 X เป็นสเตเบิลก็ต่อเมื่อทุกค่าของ $n > 1$ มีค่าคงที่ $c_n > 0$ และ $d_n \in \mathbb{R}$

$$X_1 + \dots + X_n \stackrel{d}{=} c_n X + d_n, \quad (2.2)$$

โดยที่ X_1, \dots, X_n เหมือนกันอย่างอิสระ แล้ว X เป็นสเตเบิลอย่างแท้จริงก็ต่อเมื่อ $d_n = 0$ ทุกค่าของ n

ค่าคงที่ $c_n = n^{1/\alpha}$ สำหรับ $\alpha \in (0, 2]$ การหาพารามิเตอร์ของแจกแจงสเตเบิลสามารถอธิบายได้เป็นรูปธรรมได้โดยใช้ฟังก์ชันลักษณะเฉพาะ (Characteristic Function) หรือการแปลงฟูเรียร์ (Fourier Transform) สำหรับตัวแปรสุ่ม X ที่มีฟังก์ชันการแจกแจง $F(x)$ และฟังก์ชันลักษณะเฉพาะถูกกำหนดโดย

$\mathcal{O}(u) = E \exp(iuX) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(iux) dF(x)$ ฟังก์ชัน $\mathcal{O}(u)$ ทั้งหมดกำหนดด้วยการแจกแจงของ X และสมบัติทางคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยชน์ต่างๆ สัญลักษณ์ฟังก์ชันที่ถูกใช้ข้างล่างนี้ให้นิยามว่า

$$\text{sign } u = \begin{cases} -1 & u < 0 \\ 0 & u = 0 \\ 1 & u > 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

นิยาม 2.3 ตัวแปรสุ่ม X เป็นสเตเบิลก็ต่อเมื่อ $X \stackrel{d}{=} aZ + b$ โดยที่ $0 < \alpha \leq 2$, $-1 \leq \beta \leq 1$, $a > 0, b \in \mathbb{R}$ และ Z เป็นตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันลักษณะเฉพาะดังนี้

$$E \exp(iuZ) = \begin{cases} \exp\left(-|u|^\alpha \left[1 - i\beta \tan \frac{\pi\alpha}{2} (\text{sign } u)\right]\right) & \alpha \neq 1 \\ \exp\left(-|u| \left[1 + i\beta \frac{2}{\pi} (\text{sign } u) \log |u|\right]\right) & \alpha = 1 \end{cases} \quad (2.4)$$

การแจกแจงเหล่านี้เป็นการแจกแจงที่สมมาตรรอบศูนย์ เมื่อ $\beta = 0$ และ $b = 0$ ในกรณีนี้ฟังก์ชันลักษณะเฉพาะของ aZ เขียนในรูปอย่างง่ายได้ดังนี้

$$\mathcal{O}(u) = e^{-\alpha|u|^\alpha} \quad (2.5)$$

2.1.2 การแจกแจงสเตเบิลทั่วไป (General Stable Distribution) (Töyli, 2002)

Mandelbrot (1963) และ Fama (1965) เป็นคนรายงานว่ามีผลตอบแทนของหลักทรัพย์แตกต่างไปจากปกติ การแจกแจงจากประสบการณ์ของผลตอบแทนของหลักทรัพย์มีลักษณะสูงโด่ง (leptokurtic) และมีหางยาวมากกว่าการแจกแจงปกติ การแจกแจงของผลตอบแทนจากประสบการณ์มีความโด่งสูงกว่าที่พยากรณ์ไว้โดยการแจกแจงปกติ Mandelbrot (1963) เสนอการแจกแจงสเตเบิลทั่วไป (General Stable Distribution) ใช้เป็นตัวแทนของผลตอบแทนของหลักทรัพย์ นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยของ Fama (1965) มาสนับสนุนอีกด้วย ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability Density Function) ของการแจกแจงสเตเบิลทั่วไปไม่สามารถเขียนในรูปที่ใกล้เคียงกันได้แต่ฟังก์ชันลักษณะเฉพาะเป็นดังต่อไปนี้

$$F_{gsd}(q) = \exp\left\{-\Delta t \gamma \left(i\delta + |q|^\alpha \left(1 + i\beta \tan\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right) \frac{q}{|q|} \right) \right)\right\} \quad (2.6)$$

โดยที่ Δt เป็นช่วงต่างของเวลาระหว่างราคาหลักทรัพย์ ณ เวลาที่ต่างกัน β เป็นพารามิเตอร์แสดงความเบ้ δ เป็นพารามิเตอร์บอกตำแหน่ง (Location Parameter) $\gamma > 0$ เป็นสเกลพารามิเตอร์ (Scale Parameter) และ $0 < \alpha \leq 2$ เป็นพารามิเตอร์ที่กำหนดความโด่ง ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นสามารถพิสูจน์ได้โดยใช้ การแปลงฟูเรียร์ผกผัน (Inverse Fourier Transformation)

$$f_{gsd}(x) = F^{-1}\{F_{gsd}(q)\}(x) \quad (2.7)$$

การแจกแจงสเตเบิลทั่วไปมีสมบัติดังต่อไปนี้

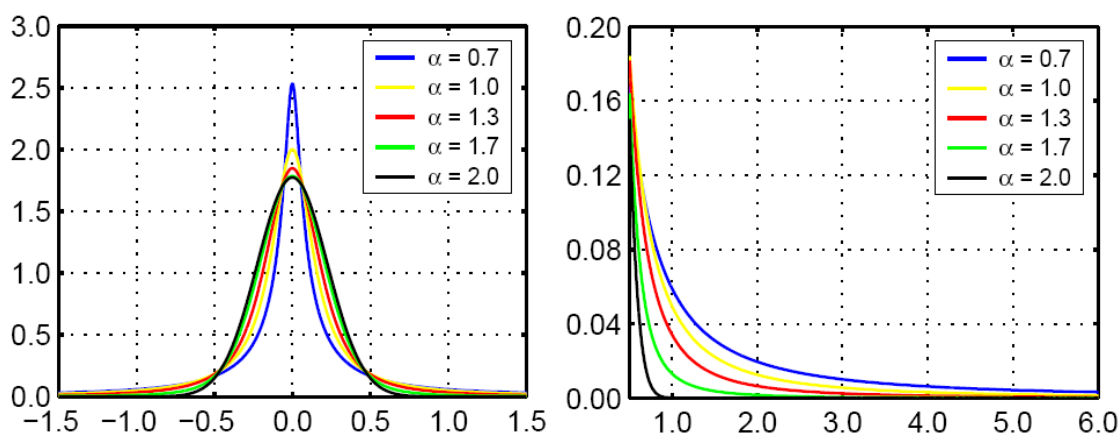
1. มันจะเป็นการแจกแจงโคชี ถ้า $\alpha = 1$ และ $\beta = 0$
2. มันเป็นการแจกแจงปกติ ถ้า $\alpha = 2$ และ $\beta = 0$
3. มันจะเป็นการแจกแจงเลวี ถ้า $\beta = \delta = 0$
4. โมเมนต์ของลำดับ $r < \alpha$ มีขอบเขต
5. ยกเว้น $\alpha = 2$ ซึ่งโมเมนต์ของทุกลำดับมีขอบเขต

6. ถ้าผลรวมของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกันอย่างอิสระมีการแจกแจงแบบจำกัด (Limiting Distribution) จึงเป็นการแจกแจงสเตเบิล

7. ผลรวมของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกันอย่างอิสระจะเป็นการแจกแจงสเตเบิลที่มีพารามิเตอร์ α เมื่อผลรวมของแต่ละตัวแปรสุ่มยังแจกแจงด้วย α

เนื่องมาจากการพิสูจน์ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงเลวี การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ฟูฟท์ และการแจกแจง สเตเบิลทั่วไป จากฟังก์ชันลักษณะเฉพาะของแต่ละการแจกแจงสามารถประยุกต์ได้ดังนี้

1. ตัดสินใจเลือกจุด q_i เพื่อกำหนดค่าของฟังก์ชันลักษณะ $F(q)$ เช่น $F_j = F(q_j)$
2. การแปลงฟูเรียร์ผกผันแบบเร็ว (Inverse Fast Fourier Transformation) ใช้คำนวณค่าฟังก์ชันความน่าจะเป็นของความหนาแน่น $f(x_j)$
3. ใช้การประมาณค่าในช่วงเส้นมือนพหุนาม (Spline Interpolation) ประมาณค่าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นได้เลยสำหรับจุดที่อยู่ตรงกลาง



ภาพที่ 2.2 แสดงลักษณะของการแจกแจงเลวี ($\beta = \delta = 0$) โดยมี $\alpha = 0.7, 1.0$ (โคชี), $1.3, 1.7, 2.0$ (การแจกแจงปกติ)

ที่มา : Töyli, 2002

จากภาพที่ 2.2 จะเห็นว่า α มีค่าน้อย จะมีรูปร่างของการแจกแจงแหลมกว่า ไตงกว่า และมีหางที่หนากว่าด้วย

การแจกแจงสเตเบิลที่สมมาตร $\beta = 0$ ได้รับอิทธิพลมากจากการแจกแจงปกติที่ความแปรปรวนถูกสร้างจากการแจกแจงสเตเบิลเชิงบวก ดังนั้นตัวแบบหมายถึงการสร้างผลตอบแทนจะเป็นกระบวนการสโตแคสติก (Stochastic Process) ที่มีความแปรปรวนเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกันอย่างอิสระ

2.1.3 การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ฟไลท์ (Truncated Lévy Flight) (Töyli, 2002)

จากการแจกแจงสเตเบิลทั่วไปจะมีความแปรปรวนเป็นอนันต์ (ยกเว้นที่ $\alpha = 2$) แต่มันจะไม่ง่ายในการวิเคราะห์ การแจกแจงที่สามารถหาค่าความแปรปรวนได้ (Finite Variance) จะสามารถวิเคราะห์ได้ง่ายกว่า นอกไปจากนั้น Mantegna และ Stanley (1995) กล่าวว่าส่วนหลักของการแจกแจงของผลตอบแทนราคาหุ้นเหมาะสมกับการแจกแจงเลวี แต่ส่วนหางจะลดลงอย่างเอกซ์โพเนนเชียล เพื่อศึกษาสมบัติของกระบวนการในการสร้างผลตอบแทนจึงต้องมีการตัดบางส่วนของหางออกเพื่อให้ดูใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากขึ้น ด้วยเหตุนี้ทำให้สามารถอธิบายการแจกแจงของผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่มีความแปรปรวนแบบมีขอบเขตจำกัดได้ ตัวแบบนี้เรียกว่า ทริงเคต เลวี ฟไลท์ ต่อมามีการพัฒนาเป็น ทริงเคต เลวี ฟไลท์แบบเรียบ (Smooth Truncated Lévy Flight) โดยที่การแจกแจงนี้มีสมมติว่าเป็นเลวี $\beta = \delta = 0$ ในช่วงกลางๆ แต่ในส่วนหางที่มีการตัดออกทำให้มีฟังก์ชันลักษณะเฉพาะของการแจกแจง สามารถเขียนได้ดังสมการนี้

$$F_{tlf} = \exp \left\{ -\Delta t y \frac{(q^2 + l^2)^{\frac{\alpha}{2}} \cos(\alpha \cdot \arctan(\frac{q}{l})) - l^\alpha}{\cos(\frac{\pi\alpha}{2})} \right\} \quad (2.8)$$

โดยที่ $l \geq 0$ เป็นพารามิเตอร์ส่วนตัด (Cut-off Parameter) และค่าจำกัดความของพารามิเตอร์อื่นๆจะเหมือนกับการแจกแจงสเตเบิลทั่วไป ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของทั้ง 3 พารามิเตอร์พิสูจน์โดยใช้การแปลงฟูเรียร์ผกผัน $f_{gsd}(x) = F^{-1}\{F_{gsd}(q)\}(x)$ และการประมาณค่าด้วยวิธีการเชิงตัวเลข (Numerical Method) จะเหมือนกับการแจกแจงสเตเบิลทั่วไป และเมื่อพารามิเตอร์ส่วนตัด $l \neq 0$ การแจกแจงจะไม่เป็นสเตเบิล

การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ฟไลท์ (TLF) จะเข้าสู่กระบวนการปกติ (Normal Process) เมื่อมีเหตุการณ์หรือช่วงเวลา (Time Intervals) ที่อิสระจากกันเป็นจำนวนมหาศาล

($n \approx 10^4$) ดังนั้นในระบบที่สามารถหาค่าความแปรปรวนได้ (Finite Variance) ตัวแปรอิสระที่มีจำนวนมหาศาลจะเข้าสู่กระบวนการสโตแคสติก

พฤติกรรมแบบเกาส์เซียนเกิดขึ้นจากทฤษฎีลิมิตสู่ส่วนกลาง (Central Limit Theorem, CLT) ซึ่งเป็นพื้นฐานทางสถิติ โดย

$$z_n \equiv \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.9)$$

โดยที่ x_i เป็นกระบวนการทริงเคต เลวี ฟิลท์ (Truncated Lévy Process) ตัวแปรสุ่ม $\{x_i\}$ จำนวน n ตัว เป็นอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน และสามารถหาค่าความแปรปรวนได้ จะเข้าสู่กระบวนการสโตแคสติกปกติหรือเกาส์เซียน (Normal or Gaussian Stochastic Process) เมื่อ $n \rightarrow \infty$

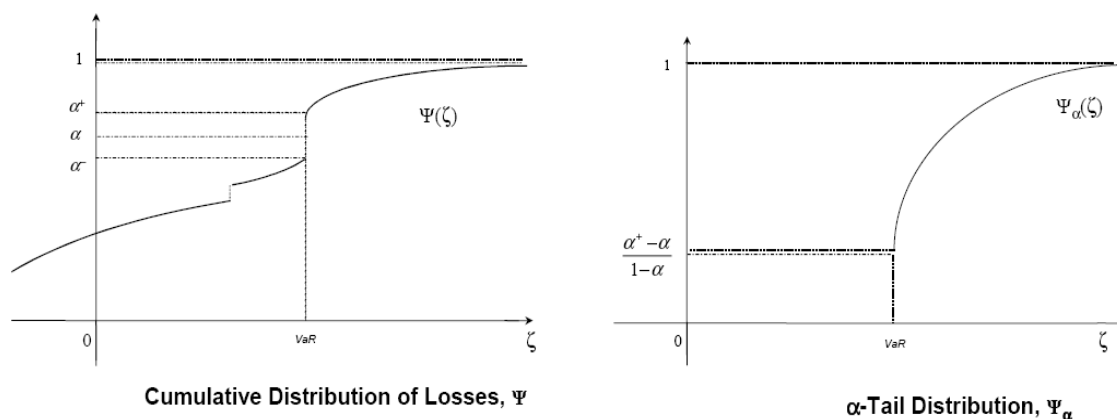
2.1.4 มูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข (Conditional Value-at-risk ,CVaR) (Uryasev, 2010.)

เครื่องมือที่ใช้วัดความเสี่ยงที่ทำให้นักลงทุนสนใจมากกว่ามูลค่าความเสี่ยง (Value-at-risk ,VaR) ก็คือ ค่าเฉลี่ยของความเสียหายส่วนเกิน (Expected Shortfall) หรือบางครั้งเรียกว่ามูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข (Conditional Value-at-Risk ,CVaR) หรือ Tail-value-at-risk ซึ่งเป็นตัววัดความเสี่ยงที่มีคุณสมบัติทางคณิตศาสตร์ที่ดีตามแบบของตัววัดความเสี่ยงแบบสหพันธ์ (Coherent Risk Measure) โดย CVaR จะเหมือนกับ VaR ตรงที่เป็นฟังก์ชันที่มีพารามิเตอร์ 2 ตัว นั่นคือ N (ระยะเวลาเป็นจำนวนวัน หรือ Time Horizon in Days) และ X (เปอร์เซ็นต์ความเชื่อมั่น หรือ Percent Confidence Level) พารามิเตอร์ 2 ตัวนี้จะหมายความว่า จำนวนวัน N วัน ที่เกิดความเสียหายมากกว่า X th Percentile ของการแจกแจงความเสียหาย แต่มูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข (CVaR) จะมีสมบัติที่ดีกว่ามูลค่าความเสี่ยง (VaR) ในเรื่องของการกระจายความเสี่ยง

นิยาม CVaR คือ ค่าเฉลี่ยของส่วนที่เกิน VaR ออกไป หรือ ค่าเฉลี่ยของ α -Tail Distribution ψ_α โดย $\psi =$ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของความสูญเสีย

$\psi_\alpha = \alpha$ -Tail Distribution เท่ากับศูนย์สำหรับความสูญเสียที่น้อยกว่า VaR และ

เท่ากับ $\frac{(\psi - \alpha)}{(1 - \alpha)}$ สำหรับความสูญเสียที่มากกว่าหรือเท่ากับ VaR



ก. ข.

ภาพที่ 2.3 ก.แสดงการแจกแจงสะสมของความเสียหาย ข.แสดงการแจกแจงส่วนหาง ณ ค่า α
ที่มา: Uryasev, 2010

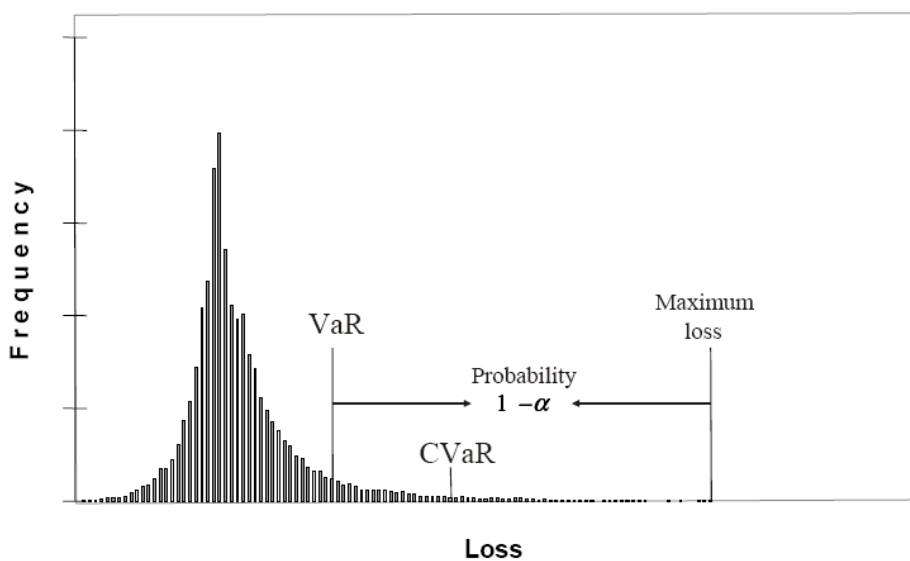
$CVaR$ คือ การเฉลี่ยถ่วงน้ำหนัก (Weighted Average) ของ VaR และ $CVaR^+$

$$CVaR = \lambda VaR + (1 - \lambda) CVaR^+ \quad (2.10)$$

โดยที่

- $VaR = \alpha$ -Percentile ของการแจกแจงความเสียหาย (Loss Distribution) (ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสูญเสียมากกว่าหรือเท่ากับ α)
- $CVaR^+$ (upper $CVaR$) = ค่าคาดหวังที่จะเกิดความเสียหายมากเกินกว่า VaR
- $\psi(VaR) =$ ความน่าจะเป็นที่ความสูญเสียไม่เกิน VaR หรือเท่ากับ VaR

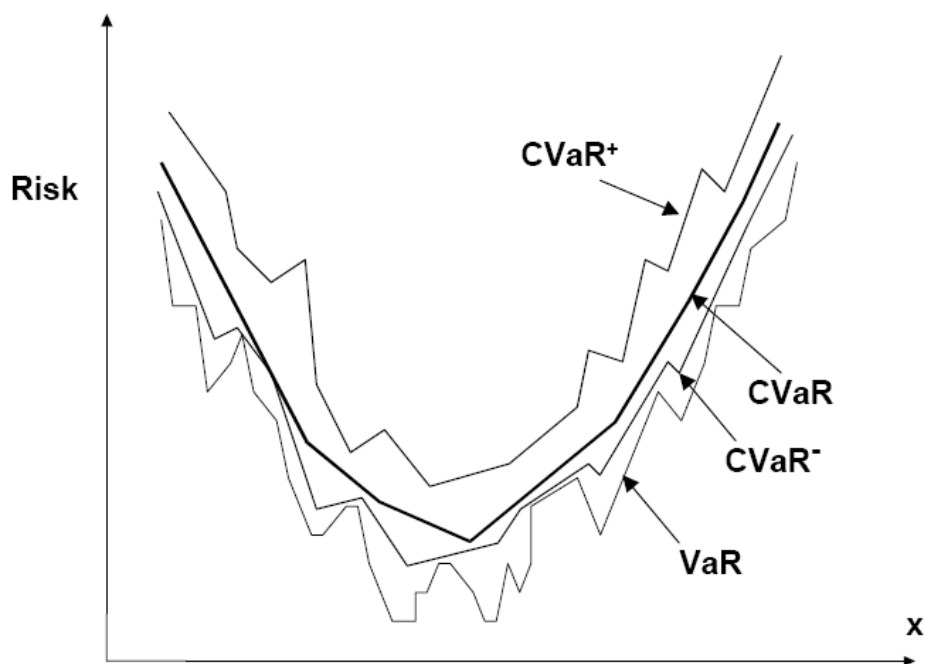
$$\lambda = \frac{(\psi(VaR) - \alpha)}{(1 - \alpha)}$$



ภาพที่ 2.4 แสดง VaR , $CVaR$

ที่มา: Uryasev, 2010

$CVaR$ เป็นฟังก์ชันคอนเวกซ์ (Convex Function) แต่ VaR , $CVaR^-$, $CVaR^+$ อาจจะไม่เป็นฟังก์ชันคอนเวกซ์ (Convex Function) โดยแต่ละค่านี้ไม่เท่ากัน มีลำดับดังนี้ $VaR \leq CVaR^- \leq CVaR \leq CVaR^+$ ดังแสดงให้เห็นดังภาพที่ 2.5



ภาพที่ 2.5 แสดง ความเป็นฟังก์ชันคอนเวกซ์ (Convex Function) ของ $CVaR$
ที่มา: Uryasev, 2010.

จุดเด่นของมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข ($CVaR$) มีดังต่อไปนี้ คือ

- ง่ายและสะดวกต่อการเป็นเครื่องมือในการวัดความเสี่ยง
- สามารถวัดความเสี่ยงที่เป็นความเสี่ยงทางด้านลบ
- สามารถทำไปปรับใช้กับการแจกแจงความเสียหาย (Loss Distribution) ที่ไม่สมมาตรได้
- การใช้ $CVaR$ เป็นเครื่องมือที่ใช้วัดความเสี่ยงซึ่งสามารถป้องกันความเสี่ยงได้ดีกว่า VaR
- $CVaR$ เป็นฟังก์ชันคอนเวกซ์ (Convex Function) ตามตำแหน่งของกลุ่มหลักทรัพย์
- การประมาณค่าทางสถิติสามารถประมาณได้อย่างแม่นยำกว่า VaR
- $CVaR$ ต่อเนื่องที่ช่วงความเชื่อมั่น $1 - \alpha$
- มีความสอดคล้องกับวิธีที่วัดด้วยค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน (Mean-Variance) (ในกรณีที่มีการแจกแจงปกติกลุ่มหลักทรัพย์ที่เหมาะสมจะมี Variance และ $CVaR$ เท่ากัน)
- ง่ายต่อการควบคุมและเหมาะสำหรับการแจกแจงที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ โดยใช้ Linear Programming

- การแจกแจงความเสียหาย (Loss Distribution) สามารถหารูปแบบการแจกแจงได้โดยใช้ข้อจำกัดของ CVaR

2.1.5 การคำนวณอัตราผลตอบแทนจากการลงทุน

2.1.5.1 การคำนวณอัตราผลตอบแทนจากดัชนีเซท50 (ศูนย์ส่งเสริมการพัฒนาความรู้ตลาดทุน สถาบันกองทุนเพื่อพัฒนาความรู้ตลาดทุน, 2553)

สำหรับประเทศไทยเรานั้น จะจัดตั้ง Exchange-Traded-Funds (ETF) ซึ่งเป็นกองทุนเปิดดัชนีหุ้นกองทุนแรกมีชื่อว่า ThaiDEX SET50 ETF (TDEX) โดย TDEX จะลงทุนตามดัชนี SET50 ที่ใช้อ้างอิง กล่าวคือ กองทุนจะซื้อหุ้นใน SET50 รวมกันไว้ใน ETF เพียงตัวเดียว กล่าวคือ ภายใน ETF จะมีหุ้นหลักๆ เช่น PTT, PTTEP, SCC, BBL, ADVANC และหุ้นอื่นๆ ใน SET50 รวมกัน 50 ตัว ซึ่งผู้ที่ลงทุนซื้อ ETF เพียงตัวเดียวจะมีสถานะเทียบเท่ากับการถือครองหุ้นหลายตัวใน SET50 พร้อมกันในคราวเดียว TDEX เป็นเหมือนหุ้นสามัญตัวหนึ่ง และซื้อขาย Realtime ได้

ราคาของ TDEX จะคำนวณมาจากการนำตัวคูณดัชนี = 0.01 ไปคูณดัชนี SET50 ณ ขณะหนึ่งๆ สมมติว่า SET50 Index ตอนนี้อยู่ที่ 580 จุด ดังนั้น SET50 ETF 1 หน่วยจะมีราคาประมาณ $580/100 = 5.80$ บาท การเคลื่อนไหวของราคา (Tick Size) จะขยับขึ้นลงอย่างน้อย 0.01 บาท โดยผลตอบแทนจากการลงทุนใน TDEX จะมาจาก 2 ทาง คือ กำไรส่วนต่างราคาซื้อขาย (Capital Gain) และ เงินปันผล (Dividend) การคำนวณอัตราผลตอบแทนจากดัชนีเซท50 สามารถคำนวณได้ดังต่อไปนี้

$$R_i \text{ 1 ปี} = \frac{Div_T + (P_T - P_{T-1})}{P_{T-1}} \quad (2.11)$$

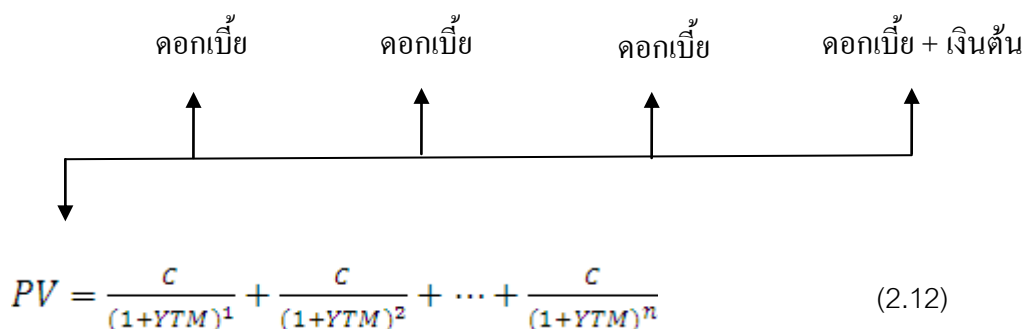
โดยที่

$$\begin{aligned} R_i &= \text{อัตราผลตอบแทนจากการลงทุน} \\ Div_T &= \text{เงินปันผลที่ได้รับในช่วงเวลา } T \\ P_T &= \text{ราคา TDEX ปลายปี} \\ P_{T-1} &= \text{ราคา TDEX ต้นปี} \end{aligned}$$

2.1.5.2 การคำนวณอัตราผลตอบแทนจากพันธบัตรรัฐบาล (สมาคมตราสารหนี้ไทย, 2550)

พันธบัตรรัฐบาลเป็นตราสารหนี้ที่ออกโดยกระทรวงการคลังเพื่อระดมเงินทุนจากนักลงทุนและประชาชนทั่วไป มาใช้จ่ายในกิจการของรัฐบาล ตราสารหนี้ชนิดนี้ถือว่าไม่มีความเสี่ยงเรื่องการผิดนัดชำระดอกเบี้ยและเงินต้น (Default Free) แต่มีความเสี่ยงด้านการเปลี่ยนแปลงของราคาเนื่องจากอัตราดอกเบี้ยในท้องตลาด การคำนวณหาอัตราผลตอบแทนจากการลงทุนมีหลายวิธี วิธีที่นิยมใช้โดยทั่วไปคือ

1. อัตราผลตอบแทนถึงวันครบกำหนดอายุ หรือวันครบกำหนดไถ่ถอน (Yield to Maturity) เป็นอัตราผลตอบแทนที่ใช้คำนวณมูลค่าของตราสารหนี้ตามวิธีการหามูลค่าปัจจุบัน อัตราผลตอบแทนนี้แสดงให้เห็นถึงผลตอบแทนทั้งหมดที่จะได้รับเมื่อถือตราสารหนี้ดังกล่าวไปจนครบกำหนดอายุไถ่ถอน หรือจนถึงวันใช้สิทธิไถ่ถอนก่อนกำหนด



อัตราผลตอบแทนคำนวณจนถึงวันครบกำหนดอายุ เป็นที่นิยมในการวัดอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้ แต่มีข้อจำกัดบางประการที่นักลงทุนควรพิจารณาด้วยคือ การลงทุนที่เกิดขึ้นจริงอาจไม่ได้เป็นไปตามข้อสมมติฐานของการคำนวณอัตราผลตอบแทนถึงวันครบกำหนดอายุ กล่าวคือนักลงทุนไม่ได้ถือตราสารหนี้ไปจนถึงวันครบกำหนดอายุ หรือกรณีที่น่าห่วงไปลงทุนต่อแล้วไม่ได้รับอัตราผลตอบแทนเท่าก็จะทำให้การคำนวณอาจไม่เท่ากับอัตราผลตอบแทนที่ผู้ลงทุนได้รับจริง

2. อัตราผลตอบแทนปัจจุบัน (Current Yield) เป็นการคำนวณอัตราผลตอบแทนอย่างง่ายโดยนำคูปองที่จะได้รับจากตราสารหนี้หารด้วยราคาของตราสารหนี้ ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\text{Current Yield} = \frac{\text{Coupon}}{\text{Market Price}} = \frac{\text{ดอกเบี้ยหน้าตัว}}{\text{ราคาของพันธบัตร}}$$

2.1.6 การจำลองด้วยวิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation)

การจำลองด้วยวิธีมอนติคาร์โลเป็นพื้นฐานของกระบวนการสุ่มตัวอย่างจากฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น ตัวอย่างที่ได้จากการสุ่มได้นั้นจะมีรูปแบบที่เหมาะสม เช่น $[0, 1]$ เป็นต้น และมีการสะสมค่าให้ตรงกันโดยจะใช้พีชคณิตในการจัดการผลที่ได้จากการสุ่ม ซึ่งตัวอย่างที่ได้จากการสุ่มนี้สามารถนำไปใช้ในการจำลองการทำงานในโปรแกรมการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ ค่าที่ได้จากหลักการของมอนติคาร์โลมาจากการนำค่าทั้งหมดที่เกิดขึ้นมาเฉลี่ย ซึ่งค่านี้สามารถใช้ทำนายการเกิดค่าความผิดพลาดถ้าเราใส่ตัวแปรสุ่มเข้าไปในขั้นตอนการจำลองแล้วผลลัพธ์ที่ออกมาจะเป็นลำดับของตัวแปรสุ่ม ในการประมาณค่าต้องมีการกำหนดช่วงความเชื่อมั่นเพื่อควบคุมค่าความผิดพลาดจากผลการทดลอง นอกจากนี้แล้วสามารถนำตัวอย่างที่ได้จากการสุ่มนี้ไปใช้ในจำลองการทำงานของกระบวนการสโตแคสติก หรือนำไปคาดคะเนถึงผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นได้

2.1.6.1 การอินทิเกรตด้วยมอนติคาร์โล (Monte Carlo Integration)

ในการอินทิเกรตหลายมิติจะใช้สูตรมาตรฐานควอดราเจอร์ (Quadrature Formulas) ซึ่งเป็นการคำนวณที่ค่อนข้างมีราคาสูง จึงใช้ การสุ่มตัวอย่างที่มีพื้นฐานมาจากวิธีการจำลองมอนติคาร์โลแทน

$$I = \int_A \phi(x) dx \quad (2.13)$$

โดยที่ $A \subset \mathbb{R}^n$ จะประมาณค่า I โดยตัวแปรสุ่มที่เป็นลำดับของจุด $x^i \in A, i = 1, \dots, m$ และสร้างตัวประมาณขึ้นมา

$$\hat{I}_m = \frac{\text{vol}(A)}{m} \sum_{i=1}^m \phi(x^i) \quad (2.14)$$

โดยที่ $\text{vol}(A)$ หมายถึง ปริมาตรของ A

$$A = [0,1] \times [0,1] \times \dots \times [0,1], \quad (2.15)$$

ดังนั้น $vol(A) = 1$ จะสมมติว่าภายใน บริเวณ A มีความหมายว่าการประมาณค่าเฉลี่ยของ ฟังก์ชัน ϕ ซึ่งคูณด้วย Volume ของบริเวณนั้นถูกแทนที่ด้วยค่าของการอินทิเกรต กฎจำนวนมาก (Law of Large Number) จะประมาณค่า I ได้เป็น 1

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \hat{I}_m = 1 \quad (2.16)$$

จะเห็นว่ากลไกของการสุ่มตัวอย่างจะสร้างตัวประมาณได้ ถ้าหากมีเวกเตอร์สุ่ม

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

โดยที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นร่วม (Joint Density Function) $f(x_1, \dots, x_n)$ เราจะใช้การอินทิเกรตด้วยมอนติคาร์โล เพื่อประมาณค่าคาดหวังของฟังก์ชันของ x

$$E[g(x)] = \iint \dots \int g(x_1, \dots, x_n) f(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (2.18)$$

แต่การสุ่มตัวอย่างจะสำเร็จได้สามารถพิจารณาได้จากตัวอย่างง่ายๆ

$$I = \int_0^1 g(x) dx \quad (2.19)$$

จะคิดว่าการอินทิเกรตนี้เป็นค่าคาดหวัง $E[g(U)]$ โดยที่ U เป็นตัวแปรสุ่มยูนิฟอรม (Uniform Random Variable) ในช่วง $(0,1)$ $U \sim (0,1)$ ดังนั้นสิ่งที่ต้องทำคือสร้างลำดับของ $\{U_i\}$ ของตัวแปรสุ่มอิสระจากการแจกแจงแบบยูนิฟอรม (Uniform Distribution) และประเมินผลค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง

$$\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m g(U_i) \quad (2.20)$$

2.1.6.2 การสร้างตัวแปรสุ่มเทียม (Pseudorandom Variates)

โดยทั่วไปการสร้างตัวแปรสุ่มเทียม (Pseudorandom Variates) จากการแจกแจงความน่าจะเป็นที่กำหนดจะเริ่มจากการสร้างเลขสุ่มเทียม (Pseudorandom Number) ซึ่งจะมาจากการแจกแจงยูนิฟอร์มในช่วง $(0,1)$ จากนั้นค่อยเปลี่ยนรูปเป็นการแจกแจงที่ต้องการ การเปลี่ยนรูป (transformation) ที่ใช้โดยทั่วไป เช่น วิธีการแปลงผกผัน (Inverse Transform Method), วิธีรับ-ปฏิเสธ และกลยุทธ์เฉพาะ

2.1.6.2.1 การสร้างตัวเลขสุ่มเทียม

สร้างตัวแปร $U(0,1)$ ซึ่งเป็นวิธีมาตรฐานที่อยู่บนพื้นฐานของการสร้างความสอดคล้องแบบเชิงเส้น (Linear Congruential Generators ; LCG) LCG สร้างอันดับของจำนวนเต็มบวกและเต็มศูนย์ Z_i, Z_{i-1} เป็นจำนวนเต็ม การสร้างอันดับตัวถัดไปมีการคำนวณดังนี้

$$Z_i = (aZ_{i-1} + c) \pmod{m} \quad (2.21)$$

โดยที่ a, c และ m เป็นพารามิเตอร์ที่เหมาะสม และ \pmod{m} เป็นเศษจากการหาร จากนั้นสร้างตัวแปรสุ่ม $U(0,1)$ โดยไม่มีการสุ่มอันดับ เริ่มจากค่าตั้งต้น Z_0 ซึ่งถือเป็นจุดเริ่มต้นของอันดับ (seed of sequence) อันดับ que เริ่มจากค่าตั้งต้นเดียวกันจะให้ผลเป็นอันดับเดียวกัน

ในความเป็นจริงอาจจะสร้างจำนวนที่แตกต่างกันที่เป็นไปได้มากที่สุด Z_i ก่อนสร้างจำนวนนั้น อันดับจะทำซ้ำด้วยตัวมันเอง (ซึ่งไม่ได้เกิดจากการสุ่ม) โดยมีช่วงเวลาที่กว้างที่สุด (Maximum Period) เป็น m ซึ่งควรจะทำให้มีขนาดใหญ่ อันดับที่ได้จากการสุ่มจะเป็นดังนี้

$$U_i = \frac{i}{m} \quad i = 0, 1, \dots, m$$

ซึ่งมีระยะเวลาที่นานที่สุด และเป็นยูนิฟอร์มในช่วง $(0,1)$ แต่ก็ยังไม่เป็นที่พึงพอใจเพื่อความแม่นยำที่มากขึ้นตัวอย่างสุ่มควรจะเป็นอิสระด้วย จึงควรมีการตรวจสอบด้วยกระบวนการทางสถิติเพื่อให้เกิดความเชื่อว่าตัวอย่างสุ่มเป็นอิสระจากการแจกแจงยูนิฟอร์ม

2.1.6.2.2 วิธีการแปลงผกผัน (Inverse Transform method)

สมมติว่ากำหนดฟังก์ชันการแจกแจง $F(x) = P\{X \leq x\}$ และต้อง ตัวแปรสุ่มที่กำหนด โดย F การอินเวอร์ส F สามารถใช้วิธีการแปลงผกผันได้

1. สร้างตัวเลขสุ่ม $U \sim U(0,1)$

2. จะเปลี่ยนเป็น $X = F^{-1}(U)$

มันง่ายกว่าถ้าตัวแปรสุ่ม X เกิดจากวิธีนี้ ซึ่งมีลักษณะฟังก์ชันการแจกแจงเป็นดังนี้

$$P\{X \leq x\} = P\{F^{-1}(U) \leq x\} = P\{U \leq F(x)\} = F(x) \quad (2.22)$$

วิธีการแปลงผกผันค่อนข้างทำได้ง่ายและสามารถประยุกต์เวลาที่ไม่มีตัวแบบทฤษฎีการแจกแจง ทางหนึ่งที่จะสร้างฟังก์ชันการแจกแจงในกรณีนี้คือการทำการประมาณค่าในช่วงเชิงเส้น (Linear Interpolation) อย่างไรก็ตาม เราจะไม่ใช่ วิธีการแปลงผกผันเมื่อ F ไม่สามารถทำอินเวอร์สได้

$$P\{X = x_j\} = p_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

เมื่อสร้างตัวแปรสุ่มที่เป็นยูนิฟอร์ม U และเปลี่ยน X เป็น

$$X = \begin{cases} x_1 & \text{ถ้า } U < p_1 \\ x_2 & \text{ถ้า } p_1 \leq U < p_1 + p_2 \\ \vdots & \\ x_j & \text{ถ้า } \sum_{k=1}^{j-1} p_k \leq U < \sum_{k=1}^j p_k \end{cases}$$

การแจกแจงบางการแจกแจงทำอินเวอร์สได้แต่สำเร็จค่อนข้างยาก บางครั้งจึงหันไปใช้ วิธีรับ-ปฏิเสธ (Acceptance-Rejection Method)

2.1.6.2.3 วิธีผลประกอบ (Composition Method)

วิธีผลประกอบเป็นวิธีที่ใช้จำลองตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันของการแจกแจงอยู่ในรูปแบบผสม (Mixture Distribution) หรือแบบเชิงประกอบ (Compound Distribution) ของการแจกแจงอื่นๆ

โดยมีตัวแบบจำลองที่ไม่ยาก หรือมีประสิทธิภาพในการจำลอง สำหรับการแจกแจงที่มาผสม
เหล่านั้น

ถ้า X มีฟังก์ชันการแจกแจงด้วย k การแจกแจงประกอบกัน โดยที่การแจกแจงที่ i มีฟังก์ชันความ
หนาแน่น หรือฟังก์ชันความน่าจะเป็น f_i และมีความน่าจะเป็น $\alpha_i > 0$ ที่ X จะมีการแจกแจงที่ i
และ $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$ ดังนั้น เขียนฟังก์ชันความหนาแน่น หรือฟังก์ชันความน่าจะเป็น f_x ของ X ได้
เป็น

$$f_x(x) = \sum_{i=1}^k \alpha_i f_i(x), \alpha_i > 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1 \quad (2.23)$$

และเรียกว่า “ฟังก์ชันความหนาแน่นเชิงประกอบ” สำหรับการแจกแจงแบบต่อเนื่อง หรือ “ฟังก์ชัน
ความน่าจะเป็นเชิงประกอบ” สำหรับการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง และเรียกผลรวมว่า “ผลรวมแบบ
นูน” (Convex Combination) ในทำนองเดียวกัน สำหรับฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจก
แจงเชิงประกอบ เขียนได้เป็นผลรวมแบบนูนของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม F_i ดังนี้

$$F_x(x) = \sum_{i=1}^k \alpha_i F_i(x), \alpha_i > 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1 \quad (2.24)$$

เมื่อ X มีโครงสร้างฟังก์ชันของการแจกแจงแบบ (2.23) หรือ (2.24) การจำลองจะเริ่มด้วย
การสุ่มว่า X จะมาจากการแจกแจงใด โดยสุ่มหรือจำลองตัวแปรสุ่มจำนวนเต็ม I ซึ่งมีค่าเป็นไป
ได้ $1, 2, \dots, k$ ด้วยความน่าจะเป็น $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ (การจำลอง I สามารถใช้วิธีแปลงผกผันได้) สมมติ
ได้ $I = i$ ดังนั้น จะจำลอง X จาก F_i หรือ f_i สรุปลงได้เป็นขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นตอนวิธีผลประกอบ

1. ให้ $i = 1, CP = \alpha_1$
2. จำลองเลขสุ่ม R
3. ถ้า $R \leq CP$ จำลอง X จาก F_i หรือ f_i จบขั้นตอน

มิฉะนั้น ให้

$$i = i + 1$$

$$CP = CP + \alpha_i$$

และกลับไปขั้นตอนที่ 3

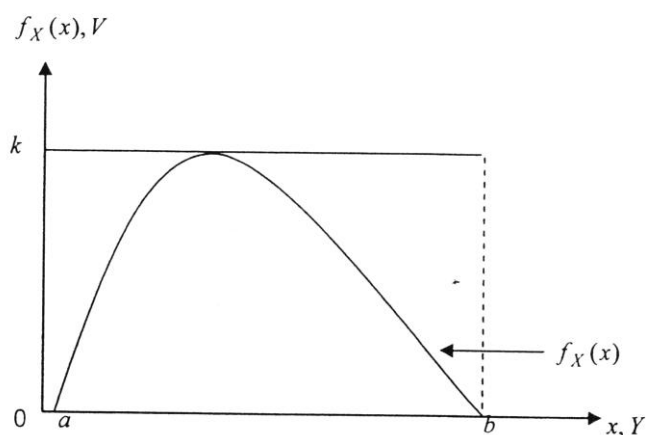
พิสูจน์ได้ว่า X ที่ได้จากขั้นตอนวิธีข้างต้นจะมีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม F_X หรือมี f_X ตามต้องการ เช่นกรณี F_X ได้ว่า

$$\begin{aligned} P(X \leq x) &= \sum_{i=1}^k P(X \leq x | I = i) P(I = i) \\ &= \sum_{i=1}^k F_i(x) \alpha_i = F_X(x) \end{aligned}$$

สำหรับตัวแปรสุ่มใดที่มีฟังก์ชัน f หรือ F ไม่อยู่ในรูปแบบผลรวม (2.23) หรือ (2.24) เมื่อใช้วิธีผลประกอบในการจำลอง X แทนการจำลอง X จาก f หรือ F โดยตรงซึ่งอาจจะมีประสิทธิภาพหรือยากมาก จะเริ่มด้วยการกระจาย f หรือ F ให้อยู่ในรูปแบบผลรวม (2.23) หรือ (2.24) โดยมีตัวแบบจำลองที่มีประสิทธิภาพหรือง่ายในการจำลอง) จาก f_i หรือ F_i ($i = 1, 2, \dots, k$)

2.1.6.2.4 วิธีรับ-ปฏิเสธ (Acceptance-Rejection Method)

ให้ X มีฟังก์ชันความหนาแน่น $f_X(x)$ และ X มีปริภูมิ (Space) คือ เซตของค่าเป็นไปได้ มีขอบเขตจำกัด สมมติเป็น $-\infty < a \leq x \leq b < \infty$ และ $f_X(x)$ มีขนาดความสูงจำกัด ($< \infty$) ให้ $k = \max_x \{f_X(x)\}$ สำหรับ $a \leq x \leq b$ ภาพที่ 2.6 แสดงขอบเขตของ $f_X(x)$ อยู่ภายใต้กรอบสี่เหลี่ยมมุมฉาก



ภาพที่ 2.6 แสดงขอบเขตของ $f_X(x)$ อยู่ภายใต้กรอบสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ความสามารถจำลอง X ได้ด้วยวิธีการดังนี้ จำลอง Y จาก $U(a,b)$ ได้ $Y = a + (b - a)R_1$, $R_1 \sim U(0,1)$ และจำลอง V จาก $U(0,k)$ อีตระจาก Y ได้ $V = kR_2$, $R_2 \sim U(0,1)$ ดังนั้น ถ้าจุด (Y, V) หรือจุด (Y, kR_2) อยู่ภายใต้เส้นโค้ง $f_X(x)$ ให้ $X = Y$ (รับค่าของ Y)

เป็นค่าของ X) หรือนั่นคือ ถ้า $V = kR_2 \leq f_X(Y)$ หรือ $R_2 \leq \frac{1}{k}f_X(Y)$ ให้ $X = Y$ สรุปเป็นขั้นตอนวิธีได้ดังนี้

- (1) จำลอง $Y \sim U(a, b)$
- (2) จำลอง $R \sim U(0,1)$
- (3) ถ้า $R \leq \frac{1}{k}f_X(Y)$ ให้ $X = Y$ จบขั้นตอนวิธี มิฉะนั้น กลับไปขั้นตอน (1)

ลักษณะวิธีการจำลอง X มีการรับ-ปฏิเสธตามเงื่อนไข ดังนั้นจึงเรียกวิธีการจำลองลักษณะนี้ว่า “วิธีรับ-ปฏิเสธ” (Acceptance-Rejection Method) หรือเรียกสั้นๆว่า “วิธีปฏิเสธ” (Rejection Method) จะเห็นได้ว่า วิธีนี้จะมีประสิทธิภาพมากขึ้น ถ้าอัตราส่วนระหว่างพื้นที่ใต้เส้นโค้ง $f_X(x)$ และพื้นที่สี่เหลี่ยมมุมฉากมีค่ามากขึ้น หรืออัตราส่วน $\frac{1}{k}f_X(Y)$ มีค่ามากขึ้น (เข้าใกล้ 1)

ด้วยวิธีรับ-ปฏิเสธ กล่าวได้ว่า ให้ค่า Y เป็นค่าของ X ด้วยความน่าจะเป็น เป็นสัดส่วนกับอัตราส่วน $\frac{f_X(Y)}{f_Y(Y)}$ หรือด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ $\frac{f_X(Y)}{mf_Y(Y)}$ โดยเลือก m เป็นค่าคงที่ที่ให้ความน่าจะเป็น $\frac{f_X(Y)}{mf_Y(Y)} \leq 1$ หรือ $\frac{f_X(Y)}{mf_Y(Y)} \leq m$ สำหรับทุกค่าของ Y เพราะฉะนั้นให้

$$m = \max_y \left\{ \frac{f_X(y)}{f_Y(y)} \right\} \\ = (b - a) \max_y \{f_X(y)\} = (b - a)k \quad [\text{กรณี } Y \sim U(a, b)]$$

ดังนั้นด้วยวิธีรับ-ปฏิเสธ รับค่า Y เป็นค่า X ด้วยความน่าจะเป็น

$$\frac{f_X(Y)}{mf_Y(Y)} = \frac{1}{k}f_X(Y)$$

เพราะฉะนั้น ในการจำลอง จะจำลอง $R \sim U(0,1)$ และให้ Y เป็นค่าของ X (ให้ $X = Y$) ถ้า $R \leq \frac{1}{k}f_X(Y)$

การจำลอง X ด้วยวิธีรับ-ปฏิเสธ ไม่จำเป็นต้องจำกัด f_X อยู่ในกรอบสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งอาจจะมีประสิทธิภาพมากกว่า ถ้าจะตีกรอบอยู่ในฟังก์ชันความหนาแน่น สมมติเป็น f_Y ของ Y ที่

มีปริภูมิหรือเซตของค่าเป็นไปได้เหมือนกับของ X และมีอัตราส่วน $f_X(y)/f_Y(y)$ เป็นค่าจำกัด ($< \infty$) สำหรับทุกค่า y ในเซตของค่าเป็นไปได้ ซึ่งวิธีการจุ่มมีประสิทธิภาพมากขึ้น เมื่อ $f_X(y)$ มาก (จะได้อัตราส่วนมีค่าใกล้ 1) และจำลอง Y (มีฉะนั้นไม่ควรใช้วิธีรับ-ปฏิเสธ)

ให้ $X \sim f_X$ และ $Y \sim f_Y$ ซึ่ง X และ Y มีเซตของค่าเป็นไปได้เหมือนกัน จำลอง Y และให้ เป็นค่าของ X ด้วยความน่าจะเป็น $\frac{f_X(Y)}{mf_Y(Y)}$ โดยให้

$$m = \max_y \left\{ \frac{f_X(y)}{f_Y(y)} \right\} < \infty$$

เพราะฉะนั้น การจำลอง X ด้วยวิธีรับ-ปฏิเสธ มีขั้นตอนวิธีดังนี้
ขั้นตอนวิธีรับ -ปฏิเสธสำหรับการจำลองตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง

(1) จำลอง $Y \sim f_Y$

(2) จำลอง $R \sim U(0,1)$

(3) ถ้า $R \leq \frac{f_X(Y)}{mf_Y(Y)}$ ให้ $X = Y$ จบขั้นตอน

มีฉะนั้นกลับไปขั้นตอน (1)

2.1.4.2.4 การสร้างตัวแปรสุ่มโดยใช้วิธีพิกัดเชิงขั้ว (The Polar Approach)

วิธีแปลงผกผันและวิธีรับ-ปฏิเสธ จะถูกนำมาใช้ในกรณีทั่วไป แต่ 2 วิธีนี้ไม่สามารถนำไปปรับใช้ได้ตลอด ในกรณีของ ตัวแปรสุ่มที่ไม่สามารถทำอินเวอร์สการแจกแจงได้ เนื่องจากไม่มีรูปแบบที่จะนำมาใช้ในการวิเคราะห์ และมันไม่่ง่ายที่จะหาฟังก์ชันหลักสำหรับ ความหนาแน่นของการแจกแจงปกติ ถ้า $X \sim N(0,1)$ แล้ว $\mu + \sigma X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ดังนั้นจึงใช้วิธีสำหรับการสร้างตัวแปรสุ่มปกติมาตรฐาน

แต่ก่อนมีการใช้ทฤษฎีลิมิตสู่ส่วนกลาง และสร้างจำนวนตัวแปรที่เป็น ยูนิฟอร์ม แม้ว่าวิธีนี้จะมีข้อจำกัดในการใช้แต่การคำนวณที่มีประสิทธิภาพจะจำกัดตัวแปรสุ่มจากยูนิฟอร์ม ผลลัพธ์จะได้ตัวแปรที่มีคุณภาพเพียงพอ โดยการจำลองนี้ไม่ได้อยู่ในสภาวะวิกฤตแต่

2.2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.2.1 งานวิจัยในต่างประเทศ

Mandelbrot (1963) เสนอตัวแบบใหม่สำหรับพฤติกรรมของราคาตลาดสินค้า (commodity) ที่เปลี่ยนแปลงในภาวะตลาดที่ผันผวนมาแทนการแจกแจงแบบเกาส์เซียน หรือการแจกแจงปกติ (Gaussian or Normal distribution) ซึ่งข้อมูลมีค่าผิดปกติ (Outliers) เกิดขึ้นมาก จึงใช้กฎความน่าจะเป็นในตระกูลอื่นๆ ซึ่งตัวแบบใหม่นั้นคือสเตเบิลพาราเซเนียน (Stable Paretian) จากการวิเคราะห์ข้อมูลในอดีตพบว่าผลตอบแทนจากการลงทุนในตลาดสินค้า (commodity) ไม่ได้มีการแจกแจงแบบเกาส์เซียน หรือแบบปกติ (Gaussian or Normal distribution) แต่มีลักษณะเป็นการเดินแบบสุ่ม (Random Walks) และเป็นการกระจายแบบสูงโด่ง (leptokurtic) ข้อมูลมีลักษณะเป็นหางหนา (Fat Tail) ตลาดอยู่ในภาวะเปลี่ยนแปลงรุนแรงมากกว่าที่จะใช้การแจกแจงแบบปกติมาพยากรณ์ผลตอบแทนจากการลงทุน ต่อมา Clark (1973) Blarrberg และ Gonesdes (1974) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการแจกแจงในตระกูลอื่นๆ Clark ทดสอบการแจกแจงสำหรับการเปลี่ยนแปลงของราคาฝ่ายด้วยการทดสอบเบย์ส์ (Bayes') และคอลโมโกรอฟ-สเมอ์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov) ได้ผลว่าการแจกแจงที่สามารถหาค่าความแปรปรวนได้ (finite variance) เหมาะสมกับการประเมินราคาฝ่ายในอนาคตมากกว่าการใช้การแจกแจงในตระกูลสเตเบิล (Stable) Blarrberg และ Gonesdes ศึกษาจนสามารถอธิบายได้ว่าผลตอบแทนของหุ้นสามัญมีการแจกแจงเป็นหางหนา (Fat Tail) โดยเขาได้เสนอการแจกแจงสตีวเด้นท์ หรือ ที (Student หรือ t) ซึ่งการแจกแจงนี้มีความสัมพันธ์กับการแจกแจงสเตเบิลที่สมมาตร (Symmetric-stable Distribution) โดยเขาได้นำการแจกแจงนี้ไปใช้ในการประเมินค่าของผลตอบแทนรายวันของหุ้นสามัญ เมื่อทำการทดสอบพบว่า การแจกแจงสตีวเด้นท์ (Student Distribution) สามารถอธิบายและประเมินค่าผลตอบแทนของหุ้นสามัญรายวันได้ดีกว่าการแจกแจงสเตเบิลที่สมมาตร (Symmetric-stable distribution) นอกจากนี้ Akgiray และ Booth (1988) ยังมีข้อโต้แย้งเกี่ยวกับการใช้การแจกแจงสเตเบิล (Stable distribution) โดยได้ศึกษาลักษณะหาง (tail) ของการแจกแจงจากประสบการณ์ของผลตอบแทนจากการลงทุนในหุ้นสามัญ พบว่าการแจกแจงของการลงทุนในหุ้นสามัญมีหาง (Tail) ที่บางกว่าการแจกแจงสเตเบิลที่มีความแปรปรวนอนันต์ (Infinite Variance) แม้ว่าโดยทั่วไปจะใช้กฎสเตเบิล (Stable-Law) ในการประมาณพารามิเตอร์จากผลตอบแทนจากการลงทุนในหุ้นแต่กลับเป็นการเข้าใจที่ผิดเพราะการแจกแจงของผลตอบแทนจากการลงทุนในหุ้นมีความกำกวมระหว่างการแจกแจงจากประสบการณ์กับการ

แจกแจงสเตเบิล หลังจากนั้น Kaplan (2009) ได้เปรียบเทียบการใช้การแจกแจงล็อกสเตเบิล (Log Stable Distribution) กับการแจกแจงล็อกปกติ (Lognormal Distribution) พบว่าการแจกแจงล็อกสเตเบิล (Log Stable Distribution) เหมาะสมกับผลตอบแทนจากการลงทุนใน S&P500 มากกว่า เนื่องจากเมื่อพิจารณาผลตอบแทนจากการลงทุนใน S&P500 มีลักษณะเป็นหางหนา (fat tail) มากกว่า จึงเหมาะกับการใช้การแจกแจงล็อกสเตเบิล (Log Stable Distribution) ในการพยากรณ์ อย่างไรก็ตามก็ยังคงพบว่าการแจกแจงล็อกสเตเบิล (Log Stable Distribution) ยังมีปัญหาอยู่ที่การมีความแปรปรวนอนันต์ (Infinite Variance)

Fama (1965) ได้ศึกษาตัวแบบการเดินแบบสุ่ม (Random Walks) และทดสอบความเที่ยงตรงของตัวแบบที่อ้างอิงข้อมูลจากประสบการณ์ของพฤติกรรมของราคาหุ้นในตลาดพบว่า พฤติกรรมของราคาหุ้นในตลาดไม่สามารถพยากรณ์ได้ตามทฤษฎีการเดินแบบสุ่ม เนื่องจากราคาหุ้นในตลาดเกี่ยวข้องกับปัจจัยทางเศรษฐกิจและการเมือง

Mantegna และ Stanley (1994) เสนอกระบวนการสโตแคสติก (Stochastic Process) ที่เรียกว่า ทรงแค เลวี ฟไลท์ (TLF) ซึ่งขั้นตอนที่สำคัญของเลวี ฟไลท์ (Lévy Flight) คือการตัดข้อมูล ในการศึกษาพบว่าผลรวมของข้อมูลซึ่งมีการแจกแจงแบบ TLF จำนวน n ตัว จะเข้าสู่กระบวนการเกาส์เซียน (Gaussian Process) เมื่อมีข้อมูล $n \approx 10^4$ ซึ่งจะสวนทางกับการแจกแจงโดยทั่วไปที่มีจำนวนข้อมูล $n \approx 10$ และยังคงศึกษาจุดที่อยู่ระหว่างความเป็นการแจกแจงแบบเลวี (Lévy distribution) และการแจกแจงเกาส์เซียน (Gaussian Distribution) ซึ่งจุดที่อยู่ระหว่างสองระบบนี้มีข้อมูลเกี่ยวกับพารามิเตอร์ที่สำคัญของกระบวนการสโตแคสติก (Stochastic Process) หลายปีถัดมา Palczewski และ Rudzka (2004) รวมถึง Mariani และ Liu (2006) ได้นำทรงแค เลวี ฟไลท์ ไปใช้เป็นตัวแบบในการศึกษาลักษณะดัชนีของหลักทรัพย์ ซึ่งได้ผลไปในทางเดียวกัน คือ ลักษณะของดัชนีตลาดหลักทรัพย์แห่งวอร์ซอ (Warsaw stock exchange) ที่ Palczewski และ Rudzka (2004) ศึกษา นั้น เมื่อใช้ข้อมูลจากประสบการณ์ในการวิเคราะห์พบว่าพฤติกรรมค่อนข้างเหมาะสมกับการแจกแจงแบบทรงแค เลวี ฟไลท์ (Truncated Lévy Flight) นอกจากนี้ดัชนีตลาดหลักทรัพย์หลายตลาดไม่ว่าจะเป็น S&P500, MXB, BOVESPA MERVAL หรือ HSI ที่ Mariani และ Liu (2006) พบว่าไม่ว่าตลาดจะเป็นตลาดหลักทรัพย์ที่เกิดขึ้นใหม่หรือเป็นตลาดที่ได้พัฒนาแล้วการใช้การแจกแจงแบบทรงแค เลวี ฟไลท์ (TLF) ก็มีความเหมาะสมทั้งนั้น ต่อมา Xiong (2010) ได้ใช้ทรงแค เลวี ฟไลท์ (TLF) ซึ่งเป็นตัวแบบการแจกแจงที่ดีกว่าการแจกแจงเลวี (Lévy Distribution) ที่ถึงแม้ว่าจะมีลักษณะเป็นหางหนา (Fat Tail) แต่มีความแปรปรวนอนันต์ (Infinite Variance) จึงทำการประมาณความเสี่ยงที่เกิดขึ้นทำได้ยาก โดยเครื่องมือที่ใช้วัดความ

เสี่ยงทางด้านลบคือ มูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข (CVaR) ในการศึกษาครั้งนี้แสดงให้เห็นว่าการใช้ตัวแบบการแจกแจงแบบล็อกปกติ (Lognormal Distribution) สามารถประมาณผลตอบแทนจากการลงทุนจาก S&P500 และพันธบัตรรัฐบาล ได้ต่ำกว่าความเป็นจริง

Gupta และ Campanha (2002) ศึกษาการแจกแจงของ S&P500 ด้วยสถิติที่ซัลลิส (Tsallis Statistics) เปรียบเทียบกับ ทริงเคต เลวี ฟลท์ โดยใช้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานในการพิจารณา พบว่าทั้งสองให้การแจกแจงที่มีลักษณะเหมือนกัน ทริงเคต เลวี ฟลท์จะอาศัยการพิจารณาทางกายภาพและตัวแบบนี้ยังทำให้ภาพรวมของระบบเกิดการเคลื่อนที่ที่ดีขึ้น ส่วนสถิติซัลลิส สามารถใช้เป็นทฤษฎีสันับสนุนได้ สถิติทั้งสองสามารถนำมาใช้ประโยชน์ในการพัฒนาทฤษฎีในการจัดพอร์ตโฟลิโอได้แม่นยำมากขึ้น และยังช่วยให้เข้าใจพฤติกรรมทางการเงินที่ซับซ้อนได้ง่ายขึ้นด้วย นอกจากนี้ผลการทดลองที่ได้สถิติทั้งสองยังมีความเหมาะสมแม้ว่าจะมีการเปลี่ยนแปลงของช่วงเวลาที่ถือครอง

2.2.2 งานวิจัยในประเทศไทย

อิสมาอิล อาลี เชียด (2544) ทดสอบอัตราผลตอบแทนของราคาหุ้นในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยว่ามีพฤติกรรมเคลื่อนไหวแบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear Dynamic Behavior) ผลจากการทดสอบพบว่าอัตราผลตอบแทนของหุ้นรายวันมีการแจกแจงที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ แต่มีการแจกแจงแบบสูงโด่ง (Leptokurtic)

โกเมน จิรัญกุล (2550) ทดสอบพฤติกรรมของราคาหุ้นในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย โดยมีสมมติฐานว่าตัวแบบการเดินแบบสุ่ม (Random Walk) สามารถอธิบายราคาหุ้นในตลาดได้ และทำการทดสอบแบบเอฟ (F-test) ผลปรากฏว่าพฤติกรรมของราคาหุ้นในตลาดเป็นไปตามสมมติฐาน ดังนั้นราคาหุ้นในตลาดจึงไม่สามารถพยากรณ์ได้ จากการทำ ARMA(2,1)-GARCH(1,1) ให้ผลว่าอัตราผลตอบแทนในตลาดหุ้นมีความผันผวนมากจึงไม่สามารถพยากรณ์อัตราผลตอบแทนได้ จากการทดสอบทั้งสองพบว่าตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยค่อนข้างมีประสิทธิภาพแต่ก็ขึ้นกับข้อมูลที่นักลงทุนได้รับด้วย

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษารูปแบบการแจกแจงที่เหมาะสมกับอัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล และการคาดการณ์อัตราผลตอบแทนจากการลงทุนล่วงหน้าของสัดส่วนการลงทุนในพอร์ตโพลีโอระหว่างดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล พร้อมทั้งศึกษาวัดมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข ในบทนี้ได้นำเสนอวิธีการดำเนินการวิจัยซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. เก็บรวบรวมข้อมูล
2. ปรับข้อมูลให้อยู่ในรูปอัตราส่วนผลตอบแทน
3. ทดสอบค่าทางสถิติเบื้องต้นของอัตราผลตอบแทนดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล ทั้งรายวันและรายสัปดาห์
4. ทดสอบสมมติฐานการแจกแจงของอัตราผลตอบแทนดัชนีเซท 50 และพันธบัตรรัฐบาล เมื่อกำหนดสมมติฐานเป็นการแจกแจงปกติและการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์
5. ประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ของอัตราผลตอบแทนจากดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล ทั้งรายวันและรายสัปดาห์
6. จำลองอัตราผลตอบแทนจากดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาลโดยใช้พารามิเตอร์การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์
7. จำลองการจัดสัดส่วนของการลงทุนที่ประกอบไปด้วยผลตอบแทนจากดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล ทั้งรายวัน และรายสัปดาห์
8. ประมาณพารามิเตอร์ของแต่ละสัดส่วนการลงทุนที่ประกอบไปด้วยผลตอบแทนจากดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล
9. วัดความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงที่มีเงื่อนไข

3.1 การเตรียมข้อมูล

ข้อมูลที่ใช้สำหรับงานวิจัยนี้เป็นข้อมูลทุติยภูมิ (Secondary Data) ของราคาดัชนีเซท 50 และพันธบัตรรัฐบาลย้อนหลังซึ่งได้มาจาก Reuters ตั้งแต่เดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ. 2546 ถึงเดือนมิถุนายน พ.ศ. 2554

3.2 การปรับข้อมูล

ก่อนทำการวิเคราะห์ข้อมูลจำเป็นต้องมีการปรับข้อมูลให้อยู่ในรูปอัตราผลตอบแทน โดยมีขั้นตอนในการปรับข้อมูลดังต่อไปนี้

$$R_i = \frac{Div_T + (P_T - P_{T-1})}{P_{T-1}}$$

โดยที่

R_i = อัตราผลตอบแทนจากการลงทุน

Div_T = เงินปันผลที่ได้รับในช่วงเวลา T

P_T = ราคา ณ ปลายช่วงเวลา T

P_{T-1} = ราคา ณ ต้นปีช่วงเวลา T

3.3 การทดสอบทางสถิติเบื้องต้น

3.3.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic Mean)

ค่าเฉลี่ยหรือค่ามัชฌิมเลขคณิต ใช้สัญลักษณ์ \bar{X} สำหรับค่าเฉลี่ยที่ได้มาจากกลุ่มตัวอย่าง และใช้สัญลักษณ์ μ สำหรับค่าเฉลี่ยที่ได้มาจากประชากรทั้งหมด การคำนวณหาค่าเฉลี่ยมีสูตรดังนี้

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

โดยที่

\bar{X} คือ ค่าเฉลี่ย

$\sum_{i=1}^N X_i$ คือ ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด

N คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด

3.3.2 ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต (Geometric mean)

เป็นค่ากลางที่ใช้กับข้อมูลที่มีการเพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างรวดเร็ว การคำนวณหาค่าเฉลี่ยเรขาคณิตมีสูตรดังนี้

$$G.M. = \sqrt[N]{X_1 X_2 \dots X_N}$$

โดยที่ X_i คือ ข้อมูลแต่ละจำนวน

3.3.3 ค่ามัธยฐาน (Median)

ค่ามัธยฐาน คือ ค่าของข้อมูลที่อยู่ตรงกลางของข้อมูลทั้งหมดที่ได้นำมาเรียงลำดับจากน้อยไปหามากแล้ว มีสูตรดังนี้

$$Mdn = \frac{N + 1}{2}$$

โดยที่ Mdn คือ ค่ามัธยฐาน
 N คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด

3.3.4 ค่าฐานนิยม (Mode)

ค่าฐานนิยม คือ ค่าของข้อมูลตัวที่มีค่าซ้ำกันมากที่สุดในชุดข้อมูลนั้นๆ

3.3.5 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation , S.D.)

ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) คือ ค่ารากที่สองของผลรวมของความแตกต่างระหว่างข้อมูลดิบกับค่าเฉลี่ยยกกำลังสองหารด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด

สัญลักษณ์ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจะมี 2 ลักษณะ ดังนี้

σ ใช้กับข้อมูลที่เก็บมาจากประชากรทั้งหมด

S ใช้กับข้อมูลที่เก็บมาจากกลุ่มตัวอย่าง

สูตรคำนวณหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(X-\mu)^2}{N}} \quad (\text{สำหรับข้อมูลที่ได้จากประชากร})$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum(X-\bar{X})^2}{N-1}} \quad (\text{สำหรับข้อมูลที่ได้จากกลุ่มตัวอย่าง})$$

σ หรือ S คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

X คือ ข้อมูลแต่ละจำนวน

μ หรือ \bar{X} คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลชุดนั้น

N คือ จำนวนข้อมูลจากประชากรทั้งหมด

n คือ จำนวนข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง

3.3.6 ความแปรปรวน (Variance)

ความแปรปรวน คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานยกกำลังสอง ซึ่งจะทำให้ความแปรปรวนมีหน่วยเป็นข้อมูลยกกำลังสอง ซึ่งจะมีวิธีการดังนี้

$$\sigma^2 = \frac{\sum(X-\mu)^2}{N} \quad (\text{สำหรับข้อมูลที่ได้จากประชากร})$$

$$S^2 = \frac{\sum(X-\bar{X})^2}{N-1} \quad (\text{สำหรับข้อมูลที่ได้จากกลุ่มตัวอย่าง})$$

σ^2 หรือ S^2 คือ ค่าความแปรปรวน

X คือ ข้อมูลแต่ละจำนวน

μ หรือ \bar{X} คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลชุดนั้น

N คือ จำนวนข้อมูลจากประชากรทั้งหมด

n คือ จำนวนข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง

3.3.7 ความเบ้ (Skewness)

การวัดความเบ้ด้วยวิธีโมเมนต์ (Moment) จะเป็นวิธีที่มีการใช้ชุดข้อมูลทุกค่าสูตรใช้คือ

$$\text{skewness} = \frac{\sum(X - \bar{X})^3}{\sigma^3} \left(\frac{n}{(n-1)(n-2)} \right)$$

σ คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

X คือ ข้อมูลแต่ละจำนวน

\bar{X} คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลชุดนั้น

n คือ จำนวนข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง

3.3.8 ความโด่ง (Kurtosis)

การวัดค่าความโด่ง ใช้วิธีโมเมนต์ที่สี่ สามารถคำนวณค่าความโด่งโดยใช้สูตรดังต่อไปนี้

$$kurtosis = \frac{\sum(X - \bar{X})^4(n)(n + 1) - (\sum(X - \bar{X})^2)^2(3)(n - 1)}{\sigma^4(n - 1)(n - 2)(n - 3)}$$

σ คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

X คือ ข้อมูลแต่ละจำนวน

\bar{X} คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลชุดนั้น

n คือ จำนวนข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง

3.4 ทดสอบสมมติฐานการแจกแจงปกติ และการแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์

ทดสอบสมมติฐานการแจกแจงโดยใช้การทดสอบไคสแควร์ (Chi Square Test), P-P Plot และ Q-Q Plot

3.4.1 การทดสอบไคสแควร์ (Chi Square Test)

การทดสอบไคสแควร์ (Chi Square Test) เป็นวิธีการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบข้อมูลที่อยู่ในรูปของความถี่ หรือสัดส่วน ซึ่งไม่สามารถวัดค่าออกมาเป็นตัวเลขที่แน่นอน แต่สามารถจำแนกออกเป็นหมวดหมู่ได้ ซึ่งเป็นข้อมูลที่เก็บรวบรวมจากตัวแปรที่เกี่ยวข้องแล้วจำแนกเป็นความถี่หรือสัดส่วน ถ้า หากต้องการศึกษาว่า การแจกแจงความถี่ ของข้อมูลที่ได้จากตัวแปรหนึ่งไปเป็นลักษณะใด หรือถ้าหากต้องการเปรียบเทียบตัวแปร 2 กลุ่ม หรือมากกว่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่ การทดสอบไคสแควร์จะเหมาะสมกว่าการทดสอบด้วย z เนื่องจากการทดสอบด้วย z เหมาะสมสำหรับการทดสอบสัดส่วนของประชากรเพียงกลุ่มเดียว หรือการทดสอบความแตกต่างของ

สัดส่วนของสิ่งที่สนใจในประชากร 2 กลุ่มเท่านั้น การทดสอบไคสแควร์จึงเป็นวิธีทางสถิติที่นิยมใช้มากในการเปรียบเทียบหรือทดสอบข้อมูลที่เป็นความถี่หรือข้อมูลที่อยู่ในรูปสัดส่วน

การทดสอบความกลมกลืน (Goodness of Fit Test) เป็นการทดสอบไคสแควร์เพื่อศึกษาว่าการแจกแจงความถี่ของตัวแปรเป็นไปตามรูปแบบที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยศึกษาจากตัวแปรเพียงตัวเดียว โดยการเปรียบเทียบระหว่างข้อมูลจากตัวแปรกับข้อมูลที่ได้จากความคาดหมายหรือจากทฤษฎีใดๆ ว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่

$$x^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

$$df = k - 1$$

O = ความถี่ที่สังเกต

E = ความถี่ที่คาดหวัง

k = จำนวนกลุ่ม

การทดสอบสมมติฐานทางสถิติ มีการตัดสินใจ 2 แบบคือ

1. ปฏิเสธ H_0 ซึ่งกล่าวกันโดยทั่วไปคือ มีนัยสำคัญทางสถิติ (Statistics Significant) หมายถึง ข้อมูลจากตัวอย่างมีหลักฐานเพียงพอที่จะบอกว่สมมติฐาน ว่า H_0 ไม่เป็นจริง

การตัดสินใจปฏิเสธ H_0 พิจารณาดังนี้

เมื่อเป็นการทดสอบ 2 ทาง ปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ ค่า p-value ที่ได้จากการคำนวณจากขนาดตัวอย่าง มีค่าน้อยกว่าค่า $\alpha/2$

เมื่อเป็นการทดสอบทางเดียว ปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ ค่า p-value ที่ได้จากการคำนวณจากขนาดตัวอย่าง มีค่าน้อยกว่าค่า α

2. ไม่ปฏิเสธ H_0 (Non Statistics Significant) หมายถึงข้อมูลจากตัวอย่างมีหลักฐานไม่เพียงพอที่จะบอกว่สมมติฐาน H_0 ว่าไม่เป็นจริง

การตัดสินใจไม่ปฏิเสธ H_0 พิจารณาดังนี้

เมื่อเป็นการทดสอบ 2 ทาง ปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ ค่า p-value ที่ได้จากการคำนวณจากขนาดตัวอย่าง มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับว่าค่า $\alpha/2$

เมื่อเป็นการทดสอบทางเดียว ปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ ค่า p-value ที่ได้จาก

การคำนวณจากขนาดตัวอย่าง มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า α โดยในงานวิจัยนี้จะใช้ $\alpha = 0.05$

3.4.2 Probability-Probability (P-P Plot)

Probability-Probability (PP plot) ถูกใช้เพื่อพิจารณาชุดของข้อมูลที่สนใจว่าเหมาะสมกับการแจกแจงที่กำหนดหรือไม่ หากข้อมูลอยู่ตามแนวเส้นตรงแสดงว่าการแจกแจงที่กำหนดมีความเหมาะสมกับชุดข้อมูลนั้น

PP-plot สร้างมาเพื่อใช้กับฟังก์ชันการแจกแจงสะสม $F(x)$ ของการแจกแจงที่กำหนด ค่าในข้อมูลจะถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมาก $x(1), x(2), \dots, x(n)$ สำหรับ $i = 1, 2, \dots, n$ โดยที่พล็อตระหว่าง $F(x(i))$ และ $[(i - \frac{1}{2})/n]$

3.4.3 Quantile-Quantile (Q-Q Plot)

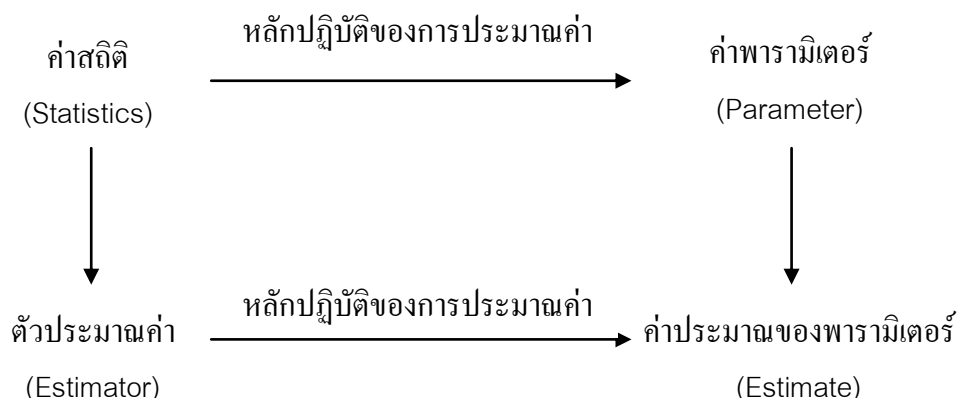
ควอไทล์-ควอไทล์พล็อต(Q-Q plot) เป็นวิธีการที่ใช้ในการเปรียบเทียบระหว่างการแจกแจงกับชุดข้อมูล หากข้อมูลอยู่ในแนวเส้นตรงหมายความว่า การแจกแจงนั้นเป็นการแจกแจงที่เหมาะสมกับข้อมูลชุดนั้น

ควอไทล์ -ควอไทล์พล็อตสร้างมาเพื่อใช้กับฟังก์ชันการแจกแจงสะสม $F(x)$ ของการแจกแจงที่กำหนด ค่าในข้อมูลจะถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมาก $x(1), x(2), \dots, x(n)$ สำหรับ $i = 1, 2, \dots, n$ โดยที่พล็อตระหว่าง $x(i)$ และ $[F^{-1}[(i - \frac{1}{2})/n]]$

3.5 การประมาณค่าพารามิเตอร์ (Parameter Estimation)

ศิริชัย กาญจนวาสี (2550) การประมาณค่าเชิงสถิติ เป็นวิธีการที่ใช้ค่าสถิติที่คำนวณได้จากข้อมูลของกลุ่มตัวอย่างแล้วใช้เป็นตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรเพื่ออธิบายลักษณะของประชากร

ค่าสถิติที่ใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ เรียกว่า “ตัวประมาณค่า” (Estimator) หลังจากใช้ตัวประมาณค่าเพื่อประมาณพารามิเตอร์แล้ว ค่าที่ได้เรียกว่า “ค่าประมาณ” (Estimate) สามารถเขียนเป็นกระบวนการได้ดังนี้



ภาพที่ 3.1 แสดงกระบวนการในการประมาณค่า

3.5.1 การประมาณด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด(Maximum likelihood)

การประมาณด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเป็นการกำหนดค่าพารามิเตอร์ที่มีโอกาสเป็นไปได้สูงสุดสำหรับตัวอย่างสุ่ม ในทางสถิติวิธีนี้มีสมบัติที่ดีในเชิงสถิติ คือ เป็นตัวสถิติที่มีความเพียงพอ (Sufficient) และมีความแปรปรวนต่ำสุด (Invariant Property) (สุเมธ สมภักดี ,2542)

การประมาณด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดในการคัดเลือกตัวประมาณจะวิเคราะห์จากสภาพความเป็นจริง วิธีการนี้ประมาณวิธีนี้ใช้ได้ต่อเมื่อตัวอย่างสุ่มมีการแจกแจงแบบมีพารามิเตอร์ (Parametric Distribution) วิธีนี้ยังสามารถประยุกต์ได้กับหลากหลายโมเดลและใช้ได้กับข้อมูลหลากหลายประเภท (ธีระพร วีระถาวร ,2536)

ตัวประมาณที่มีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ θ คือตัวประมาณของ θ ในปริภูมิของพารามิเตอร์ที่ทำให้ $L(\underline{x}; \theta)$ มีค่าสูงสุด โดยที่ $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ เป็นค่าสังเกตของตัวอย่างสุ่มขนาด n

ให้ x เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงต่อเนื่อง มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (pdf) ดังนี้

$$f(x; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$$

โดยที่ $\underline{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$ เป็นพารามิเตอร์ไม่ทราบค่าที่ต้องการประมาณค่าพารามิเตอร์

ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) คือฟังก์ชันที่แสดงการแจกแจงของลำดับของตัวอย่างสุ่มว่าลำดับแรก ลำดับที่สอง เรื่อยๆจนถึงลำดับที่ n มีค่าเป็นอย่างไร และเป็นฟังก์ชัน

ที่จะนำมาหาอนุพันธ์เทียบกับพารามิเตอร์ ค่าประมาณของพารามิเตอร์หาได้จากการให้สมการอนุพันธ์เท่ากับศูนย์

สามารถเขียนฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นได้ดังสมการ

$$L(x_1, x_2, \dots, x_N | \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) = L = \prod_{i=1}^N f(x_i; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$$

เมื่อใส่ฟังก์ชัน Log ให้แก่ Likelihood Function ได้เป็น

$$\Lambda = \ln L = \sum_{i=1}^N \ln f(x_i; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$$

ถ้า $L(\underline{x}; \underline{\theta})$ สอดคล้องกับเงื่อนไข ดังต่อไปนี้จะสามารถหาตัวประมาณที่มีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดได้

1. สามารถหาอนุพันธ์ได้ $\frac{\partial}{\partial \theta_i} \ln L(\underline{x}; \underline{\theta}) = 0$
2. พิสัยของ $L(\underline{x}; \underline{\theta})$ จะต้องไม่ใช่ฟังก์ชันของ $\underline{\theta}$

3.6 การจำลองอัตราผลตอบแทน

การจำลองอัตราผลตอบแทนโดยใช้วิธีมอนติคาร์โลเป็นวิธีที่นิยมอย่างแพร่หลายในปัจจุบันซึ่งหลักการของการจำลองโดยใช้วิธีนี้จะใช้เลขสุ่ม (Random Number) มาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษา ขั้นตอนของวิธีการจำลองด้วยมอนติคาร์โลแบ่งเป็น 3 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

3.6.1 การสร้างเลขสุ่ม การใช้ตัวเลขสุ่มเป็นสิ่งสำคัญมากในเทคนิคนี้ ทั้งนี้เป็นเพราะว่าหลักการจำลองด้วยวิธีมอนติคาร์โลนั้นจะใช้เลขสุ่มมาช่วยในการหาคำตอบของปัญหา โดยลักษณะของตัวเลขสุ่มนำมาใช้จะมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอในช่วง (0,1) สำหรับวิธีการสร้างเลขสุ่มมีหลายวิธี แต่วิธีที่ดีนั้นลักษณะของเลขสุ่มที่ถูกสร้างขึ้นมาจะต้องมีการแจกแจงแบบ

สม่ำเสมอในช่วง $(0,1)$ ตัวเลขสุ่มแต่ละตัวเป็นอิสระต่อกันและมีช่วงยาวก่อนจะเกิดเลขสุ่มซ้ำ หรือ มีวัฏจักรที่ยาวนั่นเอง

3.6.2 การนำเลขสุ่มมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่ต้องการศึกษา ขั้นตอนนี้ขึ้นกับลักษณะของปัญหา บางปัญหาอาจไม่ได้ใช้เลขสุ่มโดยตรงแต่ใช้การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบอื่นต่อไป

3.6.3 การทดลองกระทำซ้ำ เมื่อนำตัวเลขสุ่มมาประยุกต์ให้เข้ากับปัญหาที่ต้องการศึกษาได้แล้ว ขั้นตอนต่อไปคือการทดลองโดยใช้กระบวนการของการสุ่ม (Random Process) มากระทำซ้ำๆกันหลายๆครั้ง เพื่อหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการ การสร้างตัวเลขสุ่มและการจำลองตัวแปรสุ่ม

1. การสร้างตัวเลขสุ่มโดยใช้ตัวแบบจำลองสมภาคการคูณ (Multiplicative Congruential Simulation)

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการสร้างเลขสุ่มโดยใช้ตัวแบบจำลองสมภาคการคูณ ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$X_i = (aX_i) \bmod m \quad ; i = 1, 2, \dots, n \quad (3.1)$$

โดย a และ m เป็นค่าคงที่ซึ่งเป็นจำนวนเต็มบวก คำว่า *mod* หรือ *modulus* หมายถึงการหารเอาเศษ และ X_i เป็นค่าจำนวนเต็มที่เกิดจากการหารเอาเศษด้วย m ทำให้ X_i มีค่าไม่เกิน m เมื่อคำนวณค่า X_i ได้ก็จำนวนมาหาเลขสุ่มเทียม (Pseudo-Random Number: R_i) ซึ่ง R_i จะมีค่าอยู่ในช่วง $(0,1)$ ดังนี้

$$R_i = \frac{X_i}{m} \quad ; i = 1, 2, \dots,$$

ในการสร้างเลขสุ่มนั้นต้องทำการกำหนดค่าให้กับ a และ m และ X_0 เป็นค่าเริ่มต้นเสียก่อน โดยเรียก X_0 ว่าตัวเลขซิด (Seed Number) มีค่าไม่เกิน m ซึ่งค่า X_0 นี้เป็นเลขจำนวนเต็มบวกใดๆ ที่ต้องกำหนดเองให้มีค่าไม่เกิน m เมื่อทำการกำหนดค่าเริ่มต้นแล้วค่า X_i ตัวต่อไปก็

จะเป็นไปตามสมการ (3.1) และทุกครั้งที่เริ่มต้นด้วย X_0 ค่าเดิม (โดยที่ a และ m ไม่เปลี่ยนแปลง) จะได้ X_i เป็นเลขชุดเดิม

3.7 การจำลองการจัดสัดส่วนของการลงทุน

กำหนดสัดส่วนการลงทุนที่ประกอบด้วยอัตราผลตอบแทนจากดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาลทั้งรายวันและรายสัปดาห์ กำหนดเป็น 7 สัดส่วน ดังนี้ตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 แสดงอัตราส่วนที่ใช้ในการจำลองสัดส่วนการลงทุนที่ประกอบไปด้วยอัตราผลตอบแทนจากดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล

อัตราผลตอบแทนดัชนีเซท50	อัตราผลตอบแทนพันธบัตรรัฐบาล
100	0
80	20
60	40
50	50
40	60
20	80
0	100

การจำลองสัดส่วนการลงทุนจะสร้างเลขสุ่มตามสัดส่วนจากตารางที่ 3.1 ใช้วิธีมอนติคาร์โลในการจำลองเช่นเดียวกับการจำลองอัตราผลตอบแทนในหัวข้อ 3.6

3.8 การประมาณพารามิเตอร์ของแต่ละสัดส่วนการลงทุน

การประมาณพารามิเตอร์ของแต่ละสัดส่วนการลงทุนนั้นจะใช้การประมาณด้วยวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุดเช่นเดียวกับหัวข้อ 3.5

3.9 การวัดความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข

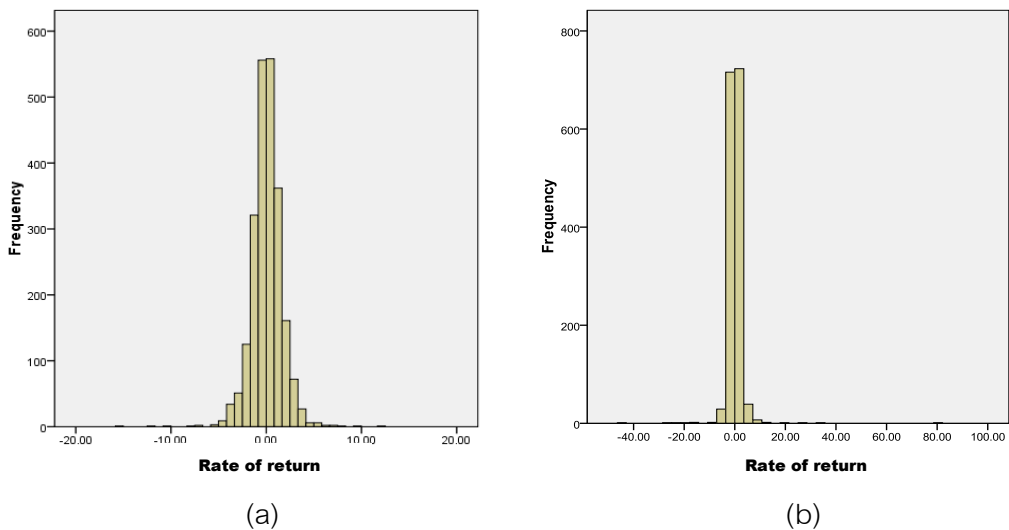
มูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข หรือ $CVaR$ ใช้เพื่อลดความเสี่ยงที่จะเกิดการเกิดความเสียหาย สามารถวัดความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไขโดยการเฉลี่ยถ่วงน้ำหนัก ระหว่างมูลค่าความเสี่ยง หรือ VaR และส่วนที่เกิน VaR ออกไป

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

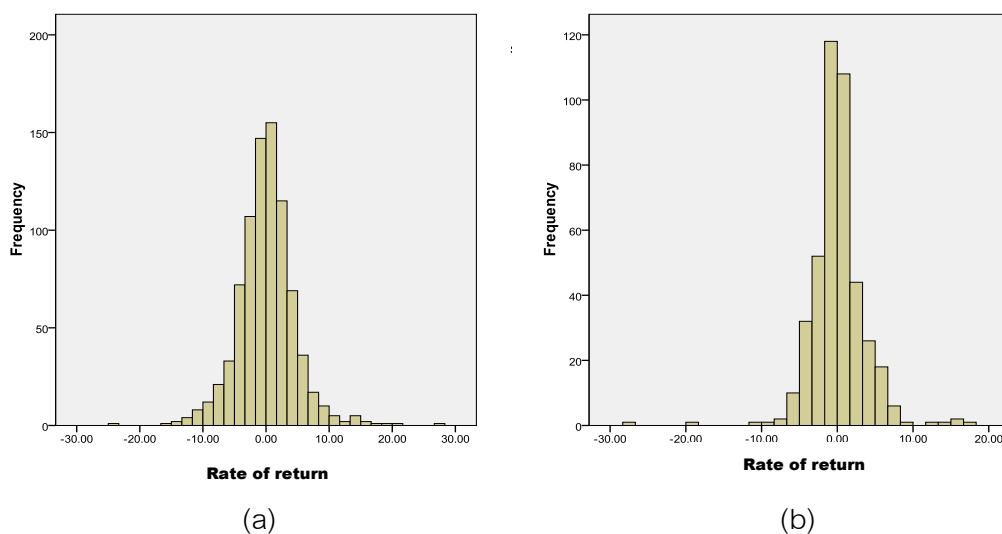
4.1 ผลการทดสอบทางสถิติเบื้องต้น

ข้อมูลของอัตราผลตอบแทนดัชนีเซท 50 และพันธบัตรรัฐบาลเป็นข้อมูลที่มีลักษณะเบ้เพียงเล็กน้อย แต่มีความโด่งผิดปกติไปจากการแจกแจงปกติค่อนข้างสูง อัตราผลตอบแทนพันธบัตรรัฐบาลมีลักษณะโด่งมากกว่าอัตราผลตอบแทนดัชนีเซท 50 เนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงราคารายวันของพันธบัตรรัฐบาลในบางวันราคาพันธบัตรไม่มีความเคลื่อนไหวติดต่อกันหลายวัน จึงทำให้มีการกระจุกตัวของข้อมูลมาก ซึ่งสามารถพิจารณาได้จากฮิสโตแกรมดังภาพที่ 4.1



ภาพที่ 4.1 แสดงลักษณะการแจกแจงข้อมูลในอดีต (a) คือ อัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท 50 และ (b) คือ อัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาล

สำหรับข้อมูลอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท 50 และพันธบัตรรัฐบาลมีลักษณะโด่งเช่นกันแต่ไม่มากดังเช่นอัตราผลตอบแทนรายวันเพราะช่วงเวลาของการเก็บข้อมูลของราคามีระยะเวลาสั้นกว่าราคารายวันทำให้ราคาที่ไม่เปลี่ยนแปลงมีความถี่ของข้อมูลไม่มากเท่าราคารายวัน พิจารณาจากภาพที่ 4.2



ภาพที่ 4.2 ลักษณะการแจกแจงข้อมูลในอดีต (a) คือ อัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท 50 และ (b) คือ อัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาล

เมื่อคำนวณหาค่าที่แสดงถึงลักษณะรูปร่างของข้อมูลได้ดังตารางที่ 4.1 พบว่าค่าเฉลี่ยของข้อมูลทั้ง 4 ชุดมีค่าค่อนข้างใกล้เคียงกันทางบวก แสดงถึงภาวะของตลาดโดยส่วนมากมีการเปลี่ยนแปลงของราคาเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท 50 ต่ำกว่าอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาล ซึ่งน่าจะมีสาเหตุมาจากที่ในดัชนีเซท 50 มีการกระจายความเสี่ยง (risk diversification) ของหลักทรัพย์ 50 ตัวที่มีสภาพคล่องสูง แต่เมื่อเป็นข้อมูลรายสัปดาห์ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของอัตราผลตอบแทนของพันธบัตรรัฐบาลกลับมีค่าน้อยกว่าอัตราผลตอบแทนดัชนีเซท 50 ทั้งนี้เนื่องจากดัชนีเซท 50 มีสภาพคล่องที่ดีกว่าพันธบัตรรัฐบาล เมื่อพิจารณาอัตราผลตอบแทนเป็นรายสัปดาห์ซึ่งมีช่วงระยะเวลาถือครองที่ยาวกว่ารายวัน ดัชนีเซท 50 มีโอกาสในการเปลี่ยนผู้ถือครองมากกว่าซึ่งส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของราคามากกว่าพันธบัตรรัฐบาล ข้อมูลมีความเบ้เพียงเล็กน้อย ยกเว้นอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลที่เบ้ขวา (Negatives Skewness) อย่างชัดเจน ข้อมูลทั้ง 4 ชุดเป็นการแจกแจงแบบสูงโด่ง (Leptokurtic) รอบค่าศูนย์

ตารางที่ 4.1 แสดงลักษณะรูปร่างของข้อมูลในอดีตทั้งข้อมูลรายวันและรายสัปดาห์ของดัชนีเซท 50 และพันธบัตรรัฐบาล

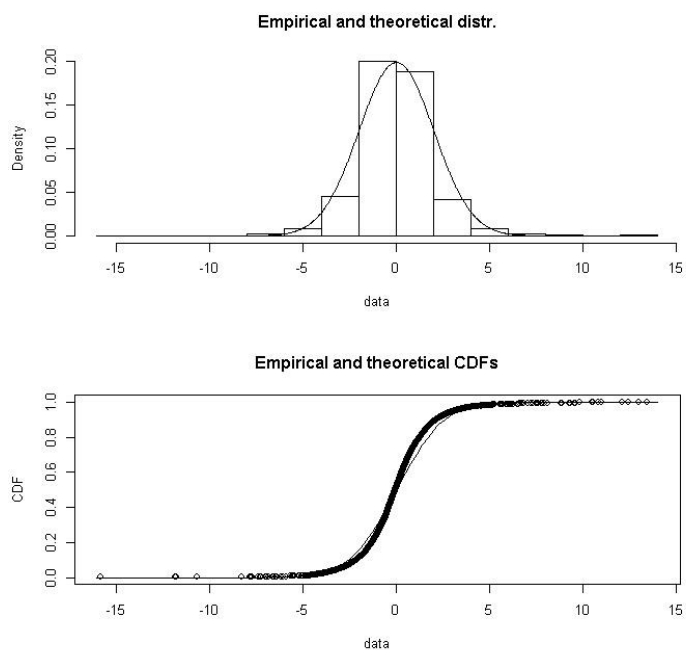
Data	Geo- metric Mean	Arith- metic Mean	Median	Mode	SD	Skewness	Kurtosis
SET50 Daily	0	0.0119	-0.046	0	2.0039	0.4729	6.3153
SET50 Weekly	1.9692	0.06	0.0681	#N/A	4.5637	0.3803	4.3393
GovBond Daily	0	0.0541	0	0	3.3877	7.8501	249.715
GovBond Weekly	0	0.0809	-0.1313	0	3.6328	-0.4023	11.4883

4.2 ทดสอบสมมติฐานการแจกแจงปกติ และการแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์

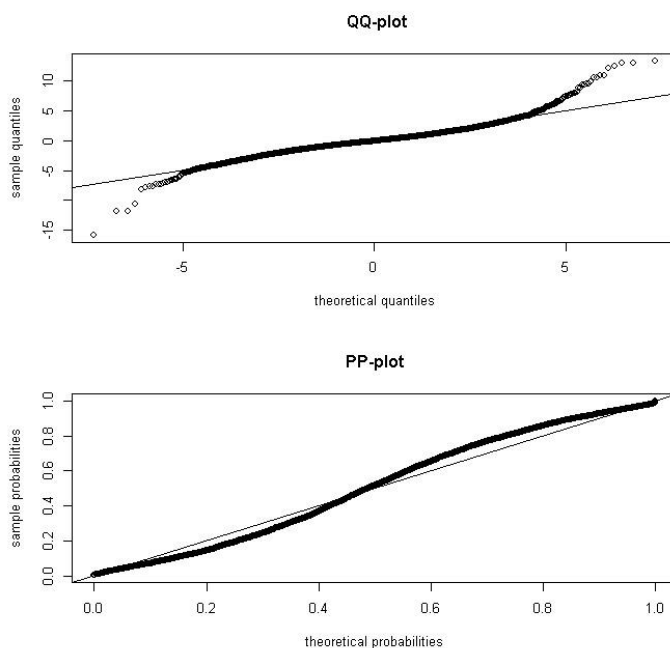
4.2.1 อัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50

เมื่อทดสอบข้อมูลอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 ด้วยการแจกแจงแบบปกติ จะได้ผลดังภาพที่ 4.3 พบว่าข้อมูลยังไม่เป็นไปตามทฤษฎี พิสูจน์ได้จากกราฟกระจายตัวของอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 ยังไม่ได้อยู่ในแนวโค้งปกติเท่าที่ควร และการแจกแจงสะสม (Cumulative distribution function) ของอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 ยังไม่เหมาะสมและไม่เป็นไปตามทฤษฎีเท่าใดนัก พิสูจน์ได้จากกราฟเรียงตัวของอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 ที่มีบางส่วนไม่ได้เรียงตัวตามแนวเส้นการแจกแจงสะสมของการแจกแจงปกติ นอกจากนี้เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 4.4 ซึ่งเป็นกราฟ QQ-plot และ PP-plot ของการแจกแจงปกติ

ยังพบว่าข้อมูลไม่ได้เรียงตัวเกาะเส้นตรงเท่าใดนัก อัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท 50 จึงยังไม่เหมาะสมกับการแจกแจงปกติ

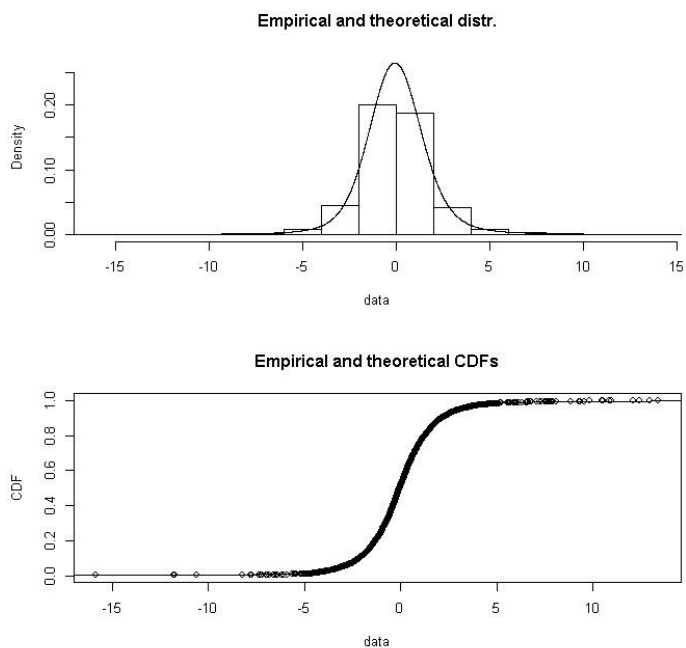


ภาพที่ 4.3 (บน) ฮิสโตแกรมของอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท 50 เปรียบเทียบกับโค้งปกติ (ล่าง) การแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท 50 เปรียบเทียบกับการแจกแจงสะสมของการแจกแจงปกติ

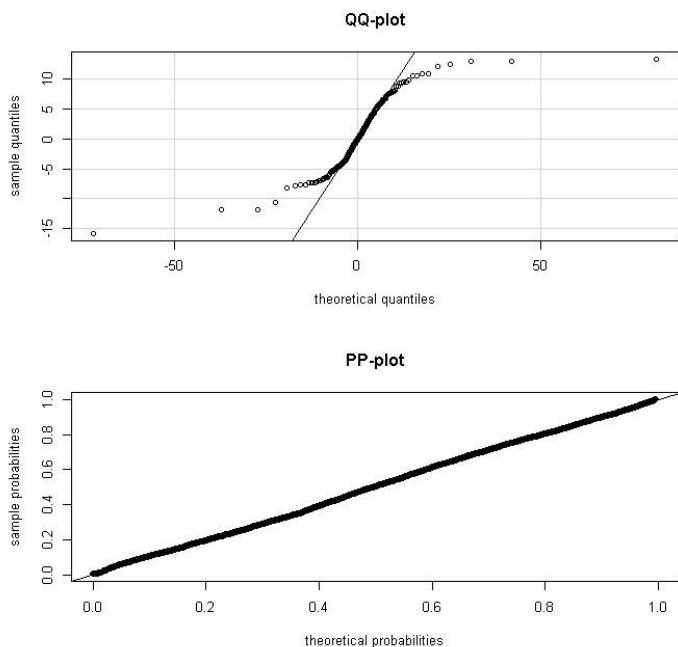


ภาพที่ 4.4 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงปกติของอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50

แต่เมื่อใช้การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ในการพิจารณาการแจกแจงที่เหมาะสมกับอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 พบว่าการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ มีความเหมาะสมกับข้อมูลอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 พิจารณาได้จากภาพที่ 4.5 พบว่าข้อมูลยังเป็นไปตามทฤษฎีมากกว่าการแจกแจงปกติ การแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 เหมาะสมและเป็นไปตามทฤษฎีเนื่องจากการเรียงตัวของอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 มีการเรียงตัวตามแนวเส้นการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ นอกจากนี้เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 4.6 ซึ่งเป็นกราฟ QQ-plot และ PP-plot ของการแจกแจงแบบ ทริงเคต เลวี ไฟลท์ ยังพบว่าข้อมูลอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท 50 เรียงตัวเกาะตามแนวเส้นตรงเป็นอย่างดี อัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 จึงมีความเหมาะสมกับการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ มากกว่าการแจกแจงปกติ



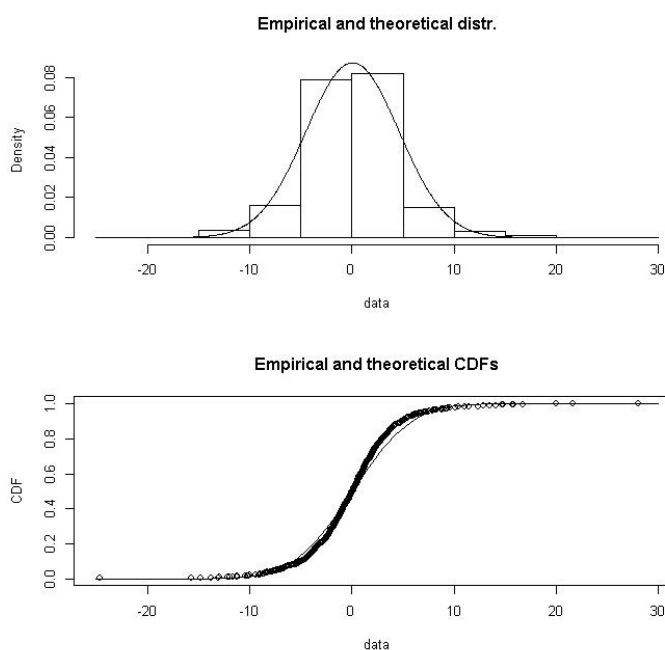
ภาพที่ 4.5 (บน) ฮิสโตแกรมของอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท 50 เปรียบเทียบกับโค้งของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ (ล่าง) การแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 เปรียบเทียบกับการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์



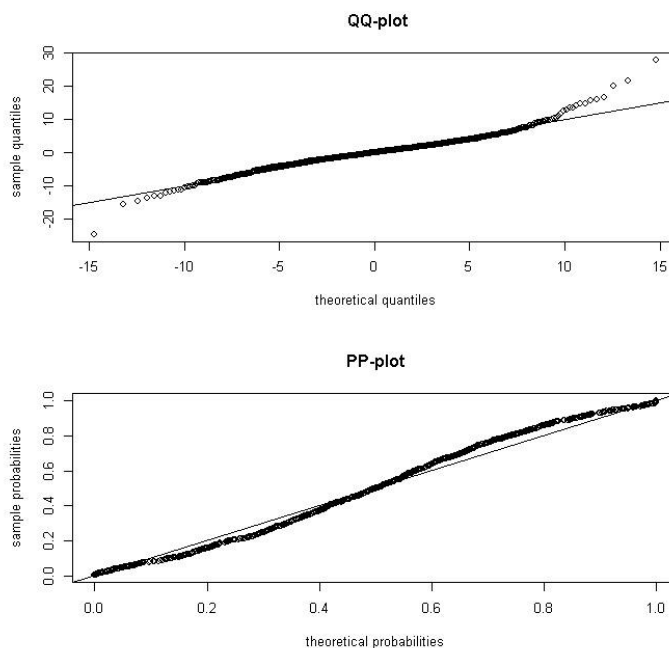
ภาพที่ 4.6 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50

4.2.2 อัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50

เมื่อทดสอบข้อมูลอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 ด้วยการแจกแจงแบบปกติ จะได้ผลดังภาพที่ 4.7 พบว่าข้อมูลยังไม่เป็นไปตามทฤษฎี พิสูจน์ได้จากกราฟกระจายตัวของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 ยังไม่ได้อยู่ในแนวโค้งปกติเท่าที่ควร และการแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 ยังไม่เหมาะสมและไม่เป็นไปตามทฤษฎีเท่าใดนัก พิสูจน์ได้จากการเรียงตัวของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 ที่มีส่วนไม่ได้เรียงตัวตามแนวเส้นการแจกแจงสะสมของการแจกแจงปกติ นอกจากนี้เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 4.8 ซึ่งเป็นกราฟ QQ-plot และ PP-plot ของการแจกแจงปกติยังพบว่าข้อมูลไม่ได้เรียงตัวเกาะเส้นตรงเท่าใดนัก อัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท 50 จึงยังไม่เหมาะสมกับการแจกแจงปกติ

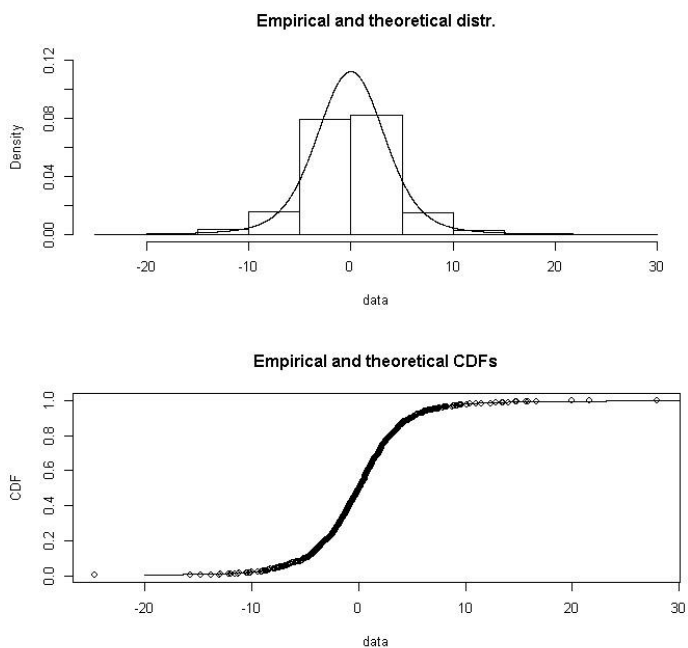


ภาพที่ 4.7 (บน) ฮิสโตแกรมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 เปรียบเทียบกับโค้งปกติ (ล่าง) การแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 เปรียบเทียบกับเส้นการแจกแจงสะสมของการแจกแจงปกติ

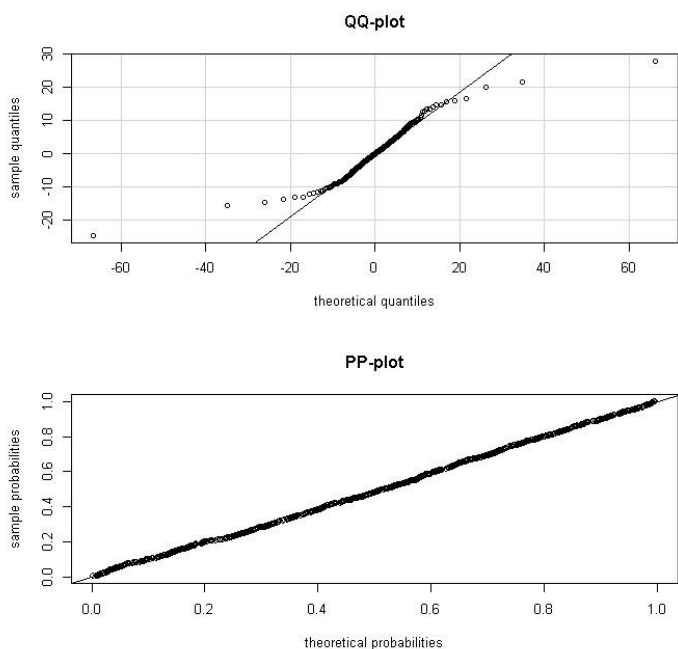


ภาพที่ 4.8 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงปกติของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50

แต่เมื่อใช้การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ในการพิจารณาการแจกแจงที่เหมาะสมกับอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 พบว่าการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ มีความเหมาะสมกับข้อมูลอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 พิจารณาได้จากภาพที่ 4.9 พบว่าข้อมูลยังเป็นไปตามทฤษฎีมากกว่าการแจกแจงปกติ การแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 เหมาะสมและเป็นไปตามทฤษฎีเนื่องจากการเรียงตัวของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 มีการเรียงตัวตามแนวเส้นการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบ ทริงเคต เลวี ไฟลท์ นอกจากนี้เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 4.10 ซึ่งเป็นกราฟ QQ-plot และ PP-plot ของการแจกแจงแบบ ทริงเคต เลวี ไฟลท์ ยังพบว่าข้อมูลอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 เรียงตัวเกาะตามแนวเส้นตรงเป็นอย่างดี อัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 จึงมีความเหมาะสมกับการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ มากกว่าการแจกแจงปกติ



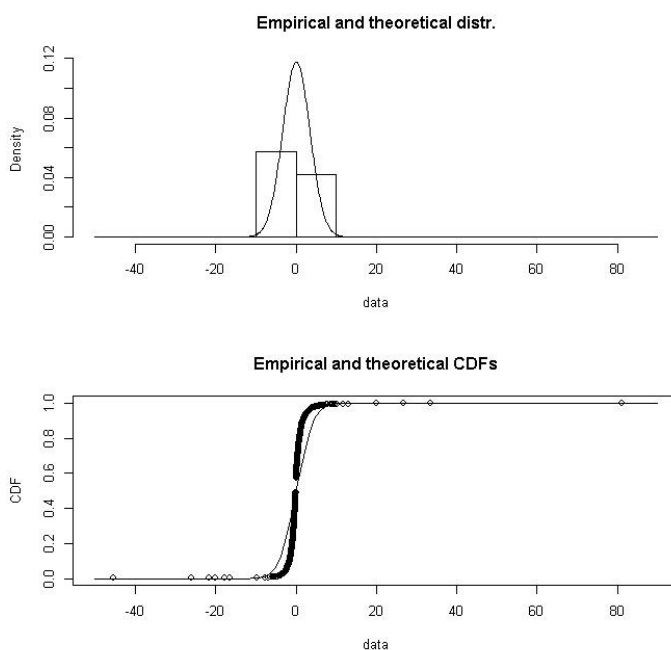
ภาพที่ 4.9 (บน) ฮิสโตแกรมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท 50 เปรียบเทียบกับโค้งของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ (ล่าง) การแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท 50 เปรียบเทียบกับการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์



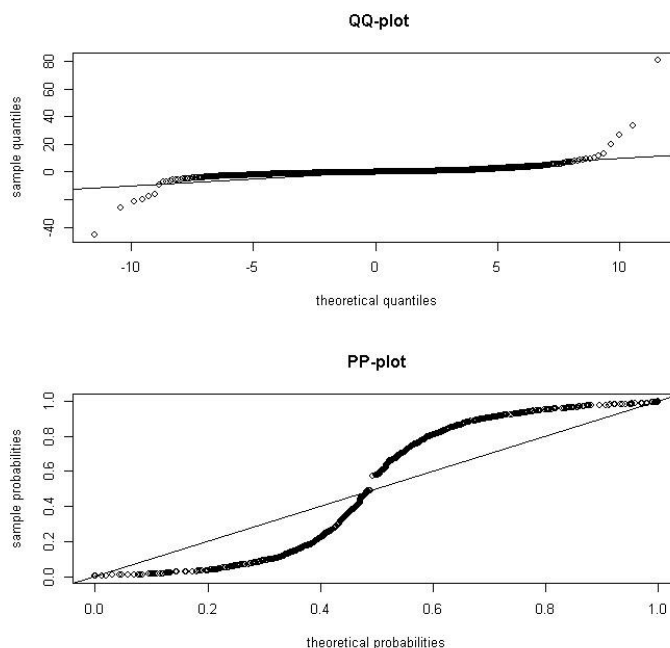
ภาพที่ 4.10 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท 50

4.2.3 อัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาล

เมื่อทดสอบข้อมูลอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลด้วยการแจกแจงแบบปกติ จะได้ผลดังภาพที่ 4.11 พบว่าข้อมูลยังไม่เป็นไปตามทฤษฎี พิเคราะห์ได้จากการกระจายตัวของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาล ยังไม่ได้อยู่ในแนวโค้งปกติเท่าที่ควร และการแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลยังไม่เหมาะสมและไม่เป็นไปตามทฤษฎีเท่าใดนัก พิเคราะห์ได้จากการเรียงตัวของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลที่มีบางส่วนไม่ได้เรียงตัวตามแนวเส้นการแจกแจงสะสมของการแจกแจงปกตินอกจากนี้เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 4.12 ซึ่งเป็นกราฟ QQ-plot ของการแจกแจงปกติยังพบว่าข้อมูลค่อนข้างเรียงตัวเกาะเส้นตรงพอสมควรแต่ ถ้าพิจารณา PP-plot ของการแจกแจงปกติพบว่าข้อมูลของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลไม่ได้เกาะตามแนวเส้นตรงเลย อัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลจึงยังไม่เหมาะสมกับการแจกแจงปกติ

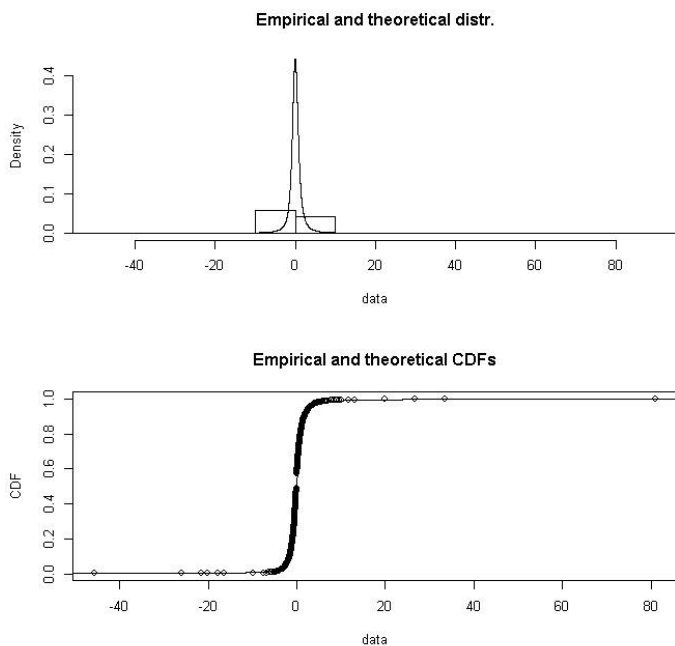


ภาพที่ 4.11 (บน) ฮิสโตแกรมของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลเปรียบเทียบกับโค้งปกติ (ล่าง) การแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลเปรียบเทียบกับเส้นการแจกแจงสะสมของการแจกแจงปกติ

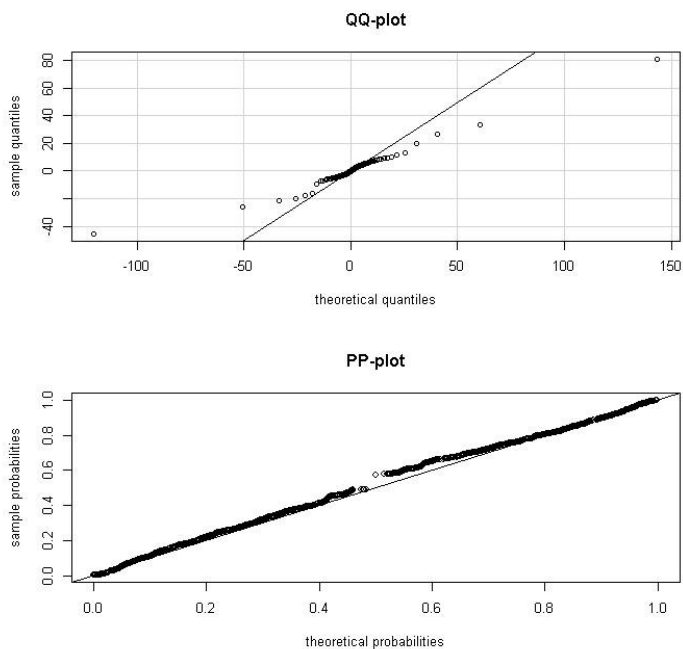


ภาพที่ 4.12 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงปกติของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาล

แต่เมื่อใช้การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ในการพิจารณาการแจกแจงที่เหมาะสมกับอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาล พบว่าการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ มีความเหมาะสมกับข้อมูลอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาล พิจารณาได้จากภาพที่ 4.13 พบว่าข้อมูลยังเป็นไปตามทฤษฎีมากกว่าการแจกแจงปกติ การแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลมีความเหมาะสมและเป็นไปตามทฤษฎีเนื่องจากการเรียงตัวของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลเรียงตัวกันตามแนวเส้นการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ นอกจากนี้เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 4.14 ซึ่งเป็นกราฟ QQ-plot จะเห็นว่าช่วงปลายทั้งสองของกราฟจะไม่เกาะตามแนวเส้นตรงเนื่องจากอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลมีข้อมูลช่วงหางมากทั้งด้านบวกและลบ ส่วน PP-plot ของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ พบว่าข้อมูลอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลเรียงตัวเกาะตามแนวเส้นตรงเป็นอย่างดีแต่ช่วงกลางของกราฟกลับมีช่วงที่ขาดไปน่าจะผลมาจากการที่อัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลไม่มีการเคลื่อนไหวมากนักทำให้มีค่าความถี่บริเวณค่าศูนย์มาก ข้อมูลจึงมีความโด่งมากเป็นพิเศษ อย่างไรก็ตามอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลจึงมีความเหมาะสมกับการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ มากกว่าการแจกแจงปกติแม้ว่าจะมีช่วงหางหนา



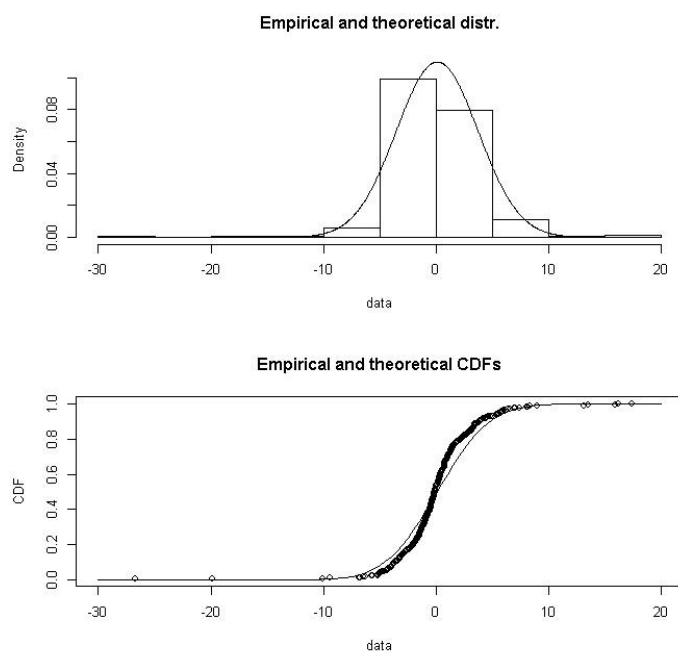
ภาพที่ 4.13 (บน) ฮิสโตแกรมของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลเปรียบเทียบกับโค้งของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ (ล่าง) การแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลเปรียบเทียบกับ การแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์



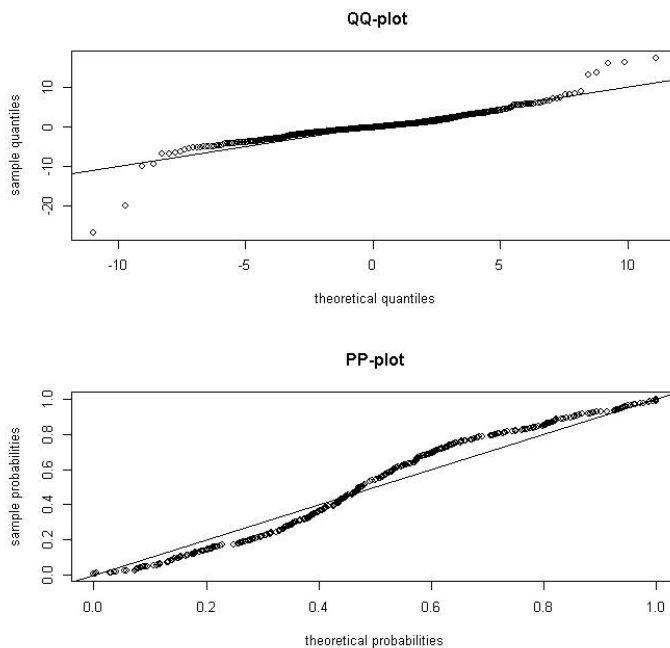
ภาพที่ 4.14 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาล

4.2.4 อัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาล

เมื่อทดสอบข้อมูลอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาลด้วยการแจกแจงแบบปกติ จะได้ผลดังภาพที่ 4.15 พบว่าข้อมูลยังไม่เป็นไปตามทฤษฎี พิเคราะห์ได้จากการกระจายตัวของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาลที่ยังไม่ได้อยู่ในแนวโค้งปกติเท่าที่ควร และการแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาลยังไม่เหมาะสมและไม่เป็นไปตามทฤษฎีเท่าใดนัก พิเคราะห์ได้จากการเรียงตัวของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาลที่มีบางส่วนไม่ได้เรียงตัวตามแนวเส้นการแจกแจงสะสมของการแจกแจงปกติ นอกจากนี้เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 4.16 ซึ่งเป็นกราฟ QQ-plot และ PP-plot ของการแจกแจงปกติ ยังพบว่าข้อมูลไม่ได้เรียงตัวเกาะเส้นตรงเท่าใดนัก อัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาลจึงยังไม่เหมาะสมกับการแจกแจงปกติ

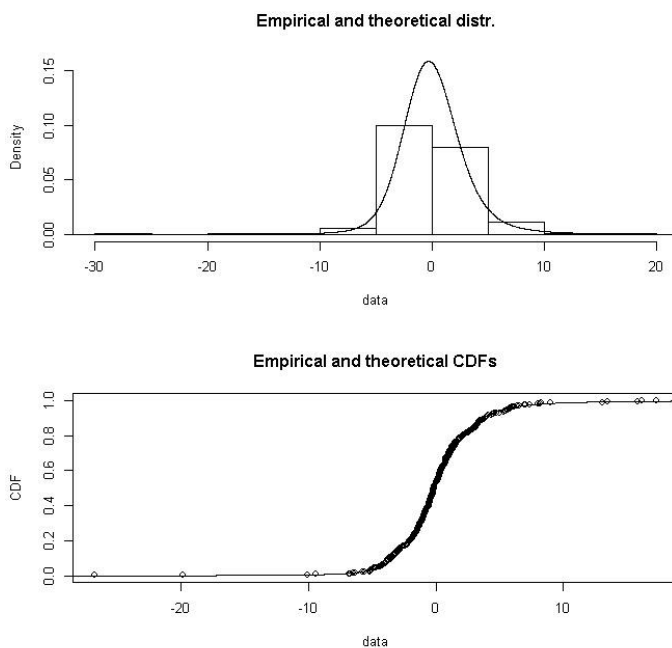


ภาพที่ 4.15 (บน) ฮิสโตแกรมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาลเปรียบเทียบกับโค้งปกติ (ล่าง) การแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาลเปรียบเทียบกับเส้นการแจกแจงสะสมของการแจกแจงปกติ

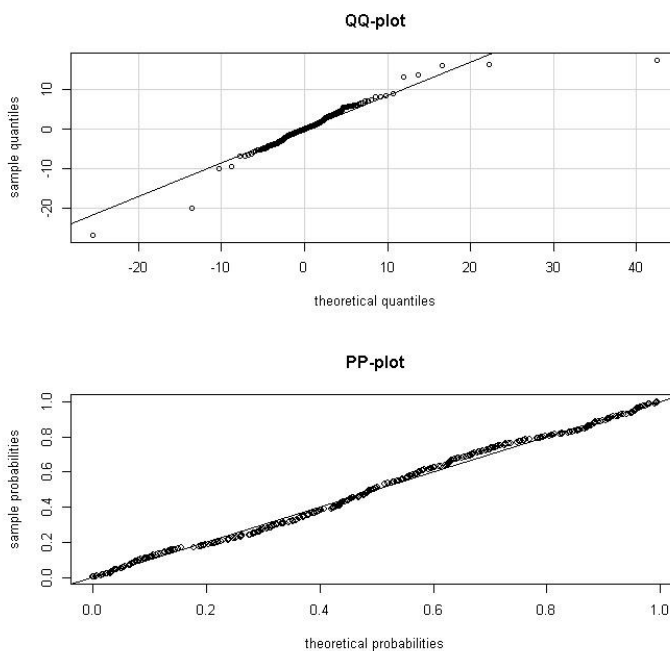


ภาพที่ 4.16 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงปกติของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาล

แต่เมื่อใช้การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ในการพิจารณาการแจกแจงที่เหมาะสมกับอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาล พบว่าการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ มีความเหมาะสมกับข้อมูลอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาล พิจารณาได้จากภาพที่ 4.17 พบว่าข้อมูลยังเป็นไปตามทฤษฎีมากกว่าการแจกแจงปกติ การแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาลเหมาะสมและเป็นไปตามทฤษฎีเนื่องจากการเรียงตัวของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาลมีการเรียงตัวตามแนวเส้นการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ นอกจากนี้เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 4.18 ซึ่งเป็นกราฟ QQ-plot และ PP-plot ของการแจกแจงแบบ ทริงเคต เลวี ไฟลท์ ยังพบว่าข้อมูลอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาลเรียงตัวเกาะตามแนวเส้นตรงเป็นอย่างดี อัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาลจึงมีความเหมาะสมกับการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ มากกว่าการแจกแจงปกติ



ภาพที่ 4.17 (บน) ฮิสโตแกรมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาลเปรียบเทียบกับโค้งของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ (ล่าง) การแจกแจงสะสมของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาลเปรียบเทียบกับ การแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์



ภาพที่ 4.18 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาล

4.2.5 การทดสอบไคสแควร์ (Chi square test)

ตารางที่ 4.2 แสดงค่า p-value ของการแจกแจงปกติและการแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์ข้อมูล อัตราผลตอบแทนรายวันและรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล

Data	p-value
SET50 Daily	
Normal	< 2.2e-16
Truncated Lévy Flight	0.07299
SET50 Weekly	
Normal	7.54E-07
Truncated Lévy Flight	0.9618
Government bond Daily	
Normal	< 2.2e-16
Truncated Lévy Flight	0.06404
Government bond Weekly	
Normal	3.42E-11
Truncated Lévy Flight	0.3061

เมื่อทำการทดสอบการแจกแจงด้วยการทดสอบไคสแควร์ได้ค่า p-value ดังตารางที่ 4.2 จะเห็นว่า การแจกแจงปกติมีค่า p-value น้อยมาก ซึ่งน้อยกว่า α มาก ไม่ว่าจะ เป็นข้อมูลของอัตราผลตอบแทนดัชนีเซท50 หรือพันธบัตรรัฐบาล ทั้งรายวันและรายสัปดาห์ แต่เมื่อพิจารณาค่า p-value ของการแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์ พบว่ามีค่ามากกว่าค่า p-value ของการแจกแจงปกติ และมีค่ามากกว่า α ด้วย แสดงให้เห็นว่าการแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์ มีความเหมาะสมกับ ข้อมูลรายวันและรายสัปดาห์ของอัตราผลตอบแทนดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล

4.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์

จากหัวข้อ 4.2 ที่ได้ทำการทดสอบสมมติและเปรียบเทียบระหว่างการแจกแจงปกติและการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ แล้ว หัวข้อนี้จะประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมกับการ

แจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของข้อมูลอัตราผลตอบแทนดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล ทั้งรายวันและรายสัปดาห์ โดยค่าพารามิเตอร์จะเป็นไปดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี MLE ของการแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์

	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\delta}$	Cutoff
SET50 Daily	1.650937	0.102885	1.072625	-0.063672	7.90455
SET50 Weekly	1.674758	-0.003006	2.542899	-0.003994	5.41556
GovBond daily	1.290392	0.131421	0.678492	-0.100560	13.46321
GovBond Weekly	1.646303	0.401395	1.790848	-0.239169	7.388753

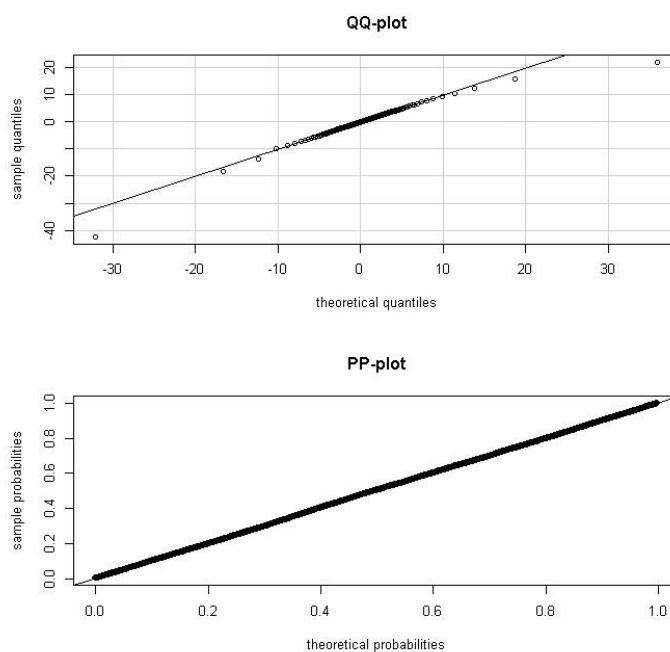
4.4 การจำลองการจัดสัดส่วนของการลงทุน และการประมาณพารามิเตอร์ของแต่ละสัดส่วนการลงทุน พร้อมทั้งวัดความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงที่มีเงื่อนไข

เมื่อทำการจำลองการจัดสัดส่วนการลงทุนที่ประกอบไปด้วยผลตอบแทนจากดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล โดยจะพิจารณาในแต่ละอัตราส่วนที่แตกต่างกัน 7 อัตราส่วน ทั้งรายวันและรายสัปดาห์ คือ

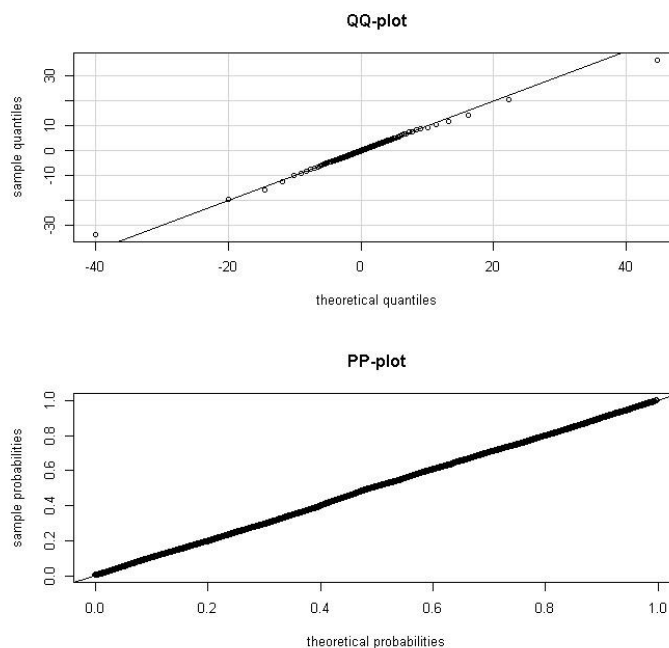
1. อัตราผลตอบแทนดัชนีเซท50
2. 80% อัตราผลตอบแทนดัชนีเซท50 ต่อ 20% อัตราผลตอบแทนพันธบัตรรัฐบาล
3. 60% อัตราผลตอบแทนดัชนีเซท50 ต่อ 40% อัตราผลตอบแทนพันธบัตรรัฐบาล
4. 50% อัตราผลตอบแทนดัชนีเซท50 ต่อ 50% อัตราผลตอบแทนพันธบัตรรัฐบาล
5. 40% อัตราผลตอบแทนดัชนีเซท50 ต่อ 60% อัตราผลตอบแทนพันธบัตรรัฐบาล
6. 20% อัตราผลตอบแทนดัชนีเซท50 ต่อ 80% อัตราผลตอบแทนพันธบัตรรัฐบาล
7. อัตราผลตอบแทนพันธบัตรรัฐบาล

จากภาพที่ 4.19, 4.20, 4.21, 4.22, 4.23, 4.24 และ 4.25 เป็นสัดส่วนการลงทุนของอัตราผลตอบแทนรายวัน ภาพที่ 4.26, 4.27, 4.28, 4.29, 4.30, 4.31 และ 4.32 เป็นสัดส่วนการลงทุนของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ พบว่าทุกสัดส่วนการลงทุนที่ประกอบไปด้วยผลตอบแทนดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาลให้อัตราผลตอบแทนที่มีความเหมาะสมกับการแจกแจงทริงเคต เลวี ไฟลท์ ทั้งอัตราผลตอบแทนรายวันและรายสัปดาห์ พิจารณาการกราฟ QQ-plot และ PP-plot ที่อัตราผลตอบแทนของแต่ละสัดส่วนการลงทุนเกาะอยู่ตามแนวเส้นตรงซึ่งแสดงให้เห็นว่าการแจก

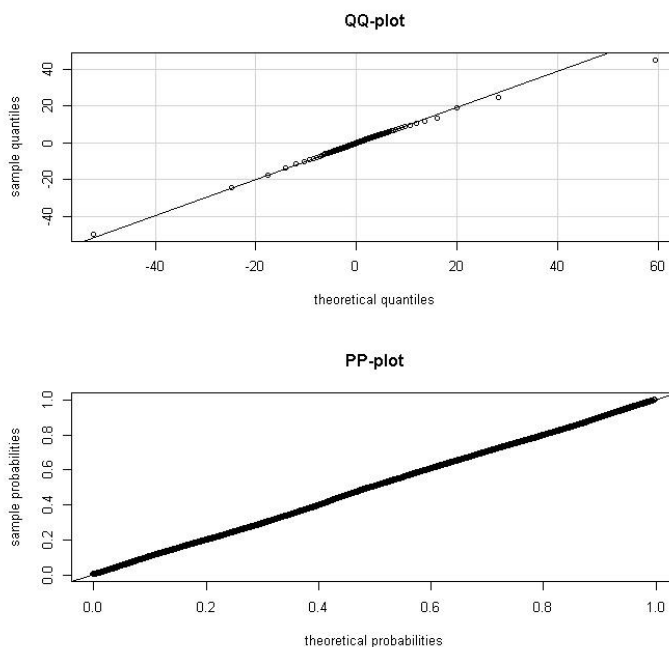
แจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์มีความเหมาะสมกับข้อมูลที่นำมาผสมกันของหลักทรัพย์ทั้งสองตัว และการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ยังเหมาะสมแม้มีระยะเวลาการถือครองหลักทรัพย์ไม่เท่ากันอีกด้วย



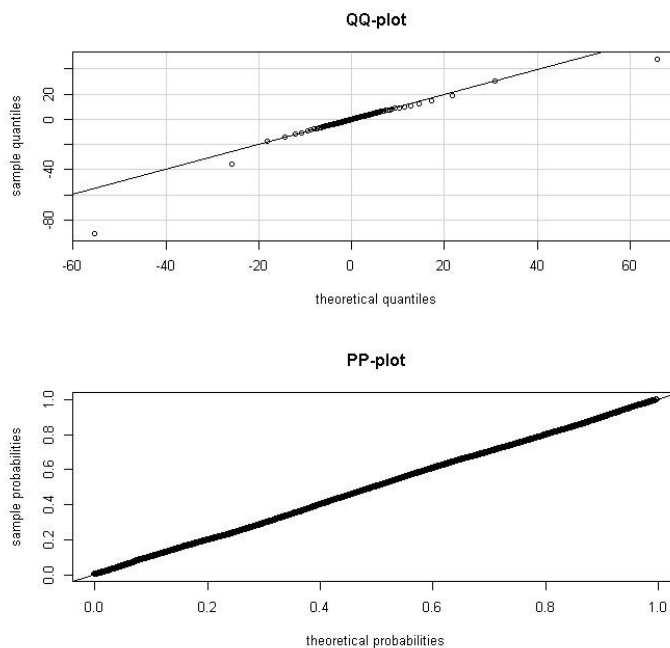
ภาพที่ 4.19 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของ อัตราผลตอบแทนรายวันของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาลเท่ากับ 100:0



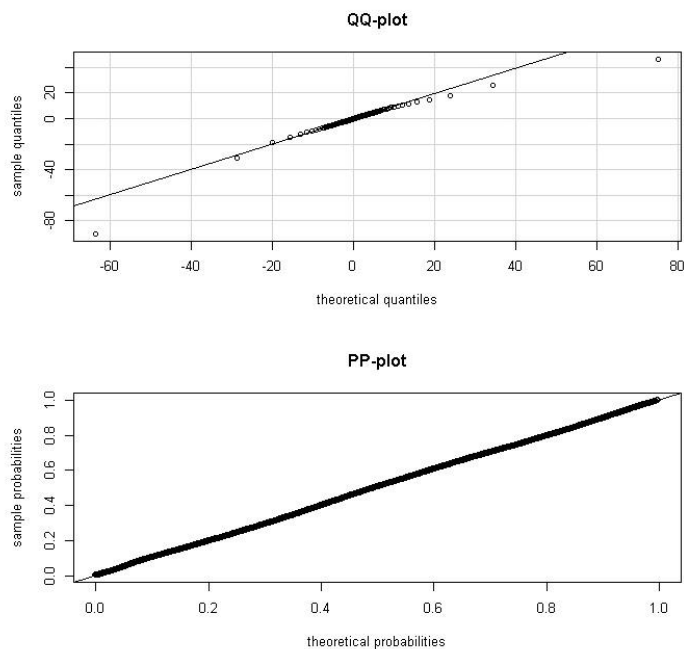
ภาพที่ 4.20 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของ อัตราผลตอบแทนรายวันของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาลเท่ากับ 80:20



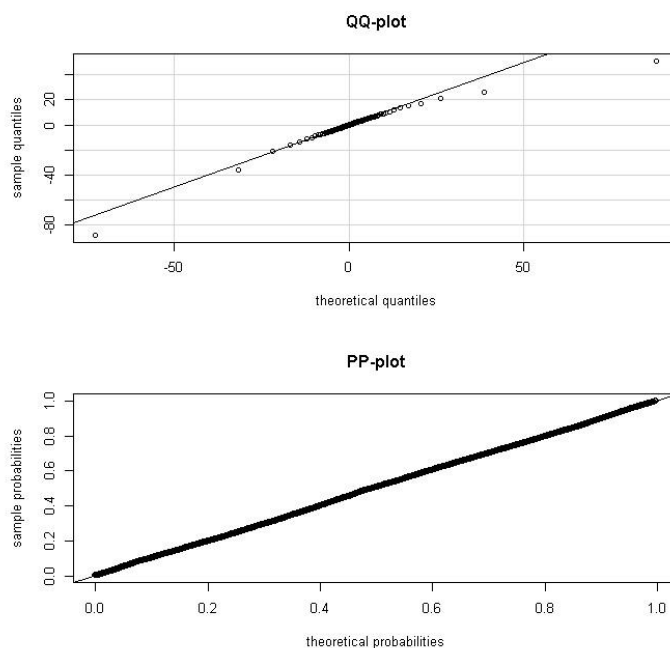
ภาพที่ 4.21 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของ อัตราผลตอบแทนรายวันของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาลเท่ากับ 60:40



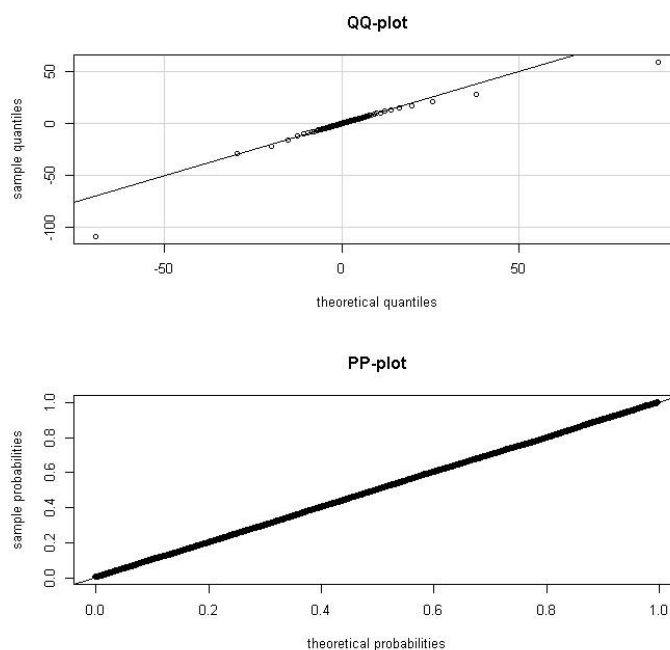
ภาพที่ 4.22 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของ อัตราผลตอบแทนรายวันของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาลเท่ากับ 50:50



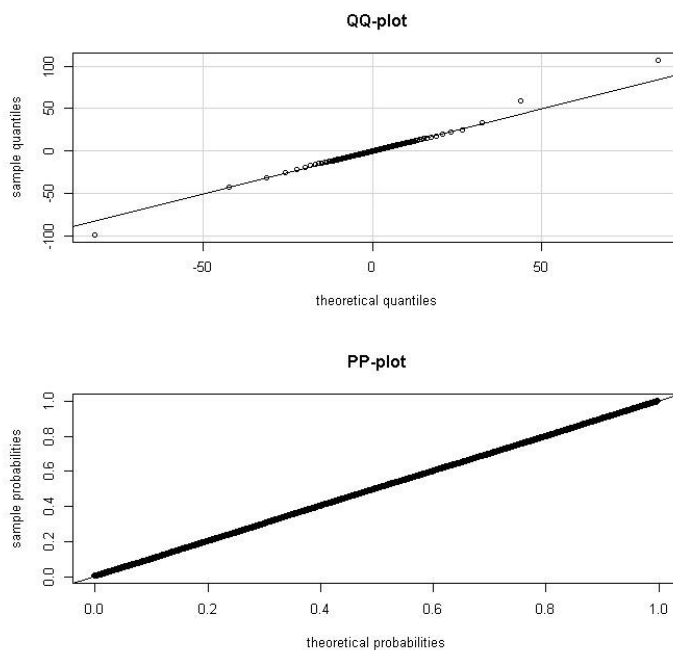
ภาพที่ 4.23 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของ อัตราผลตอบแทนรายวันของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาลเท่ากับ 40:60



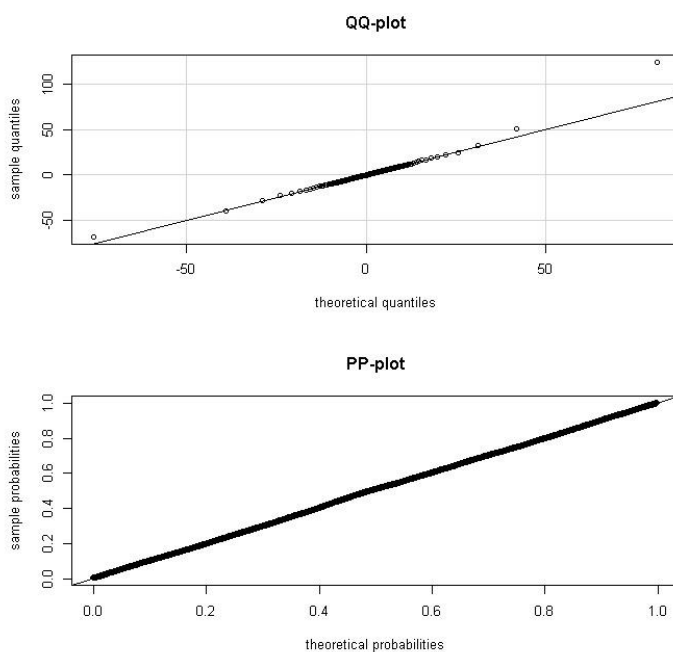
ภาพที่ 4.24 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี่ ไฟลท์ ของ อัตราผลตอบแทนรายวันของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาลเท่ากับ 20:80



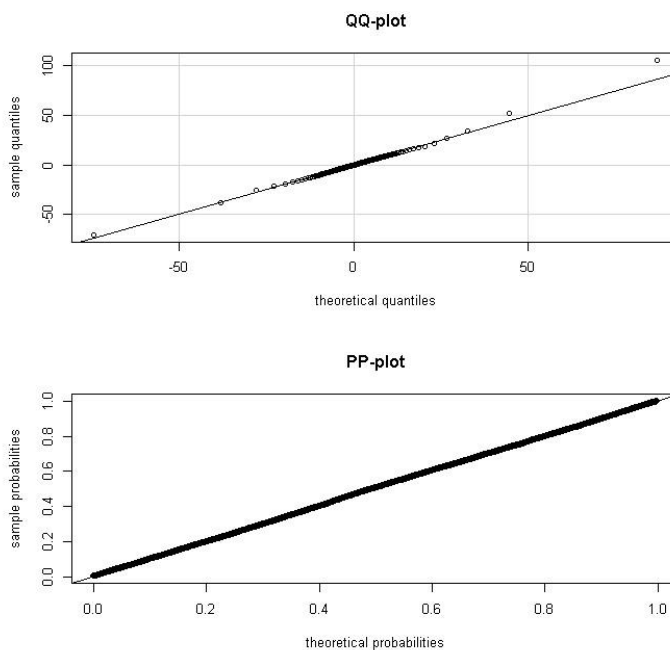
ภาพที่ 4.25 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี่ ไฟลท์ ของ อัตราผลตอบแทนรายวันของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาลเท่ากับ 0:100



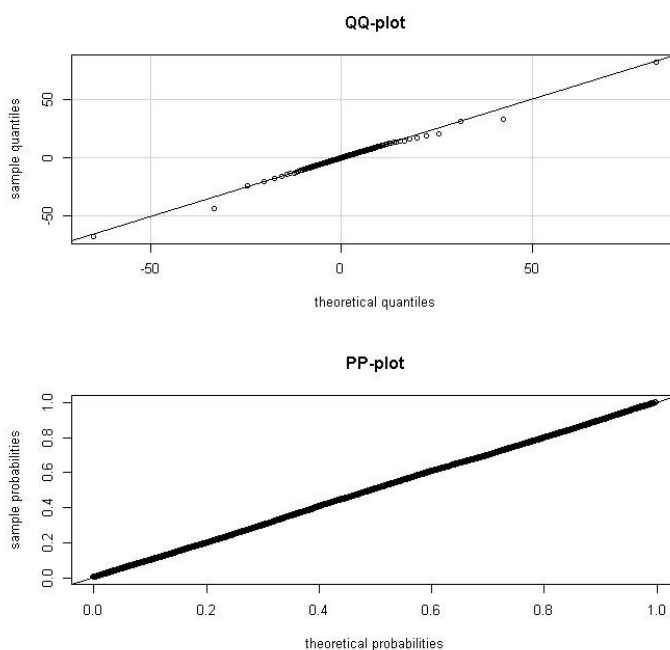
ภาพที่ 4.26 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของ อัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาลเท่ากับ 100:0



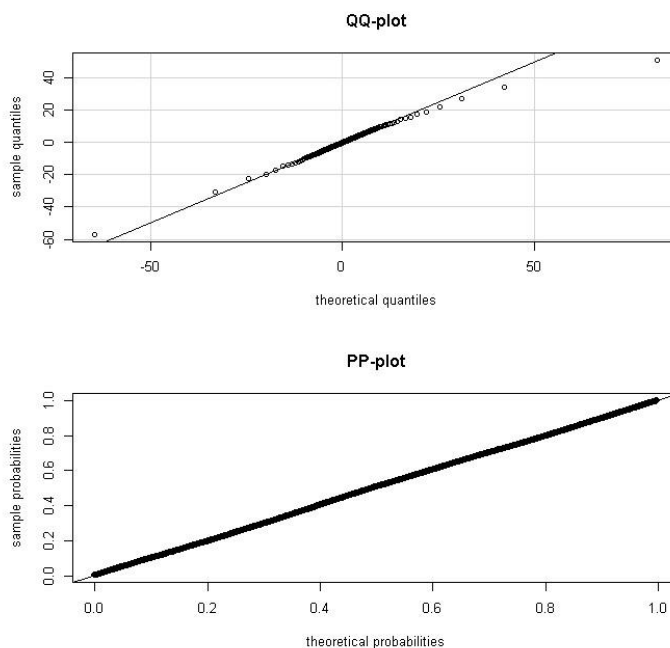
ภาพที่ 4.27 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของ อัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาลเท่ากับ 80:20



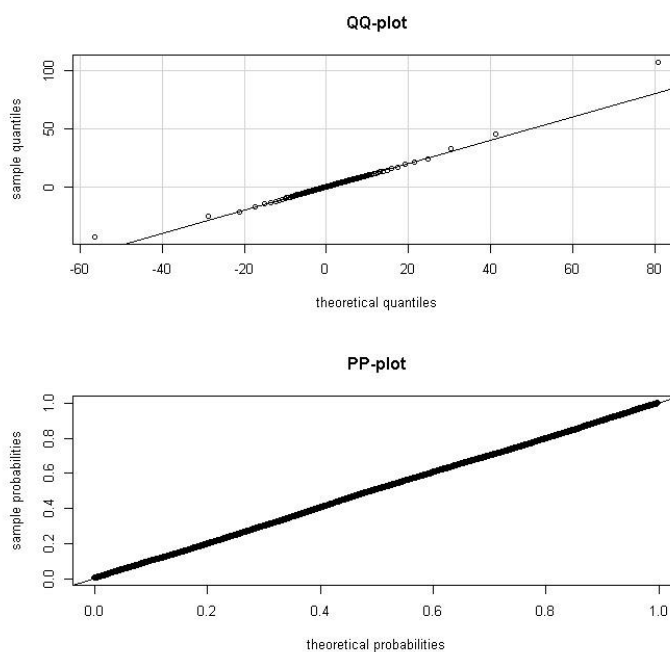
ภาพที่ 4.28 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของ อัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาลเท่ากับ 60:40



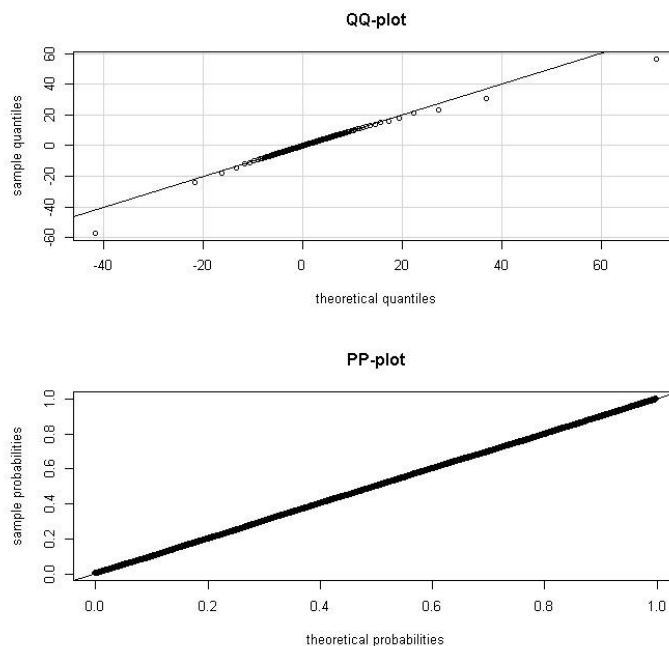
ภาพที่ 4.29 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของ อัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาลเท่ากับ 50:50



ภาพที่ 4.30 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของ อัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาลเท่ากับ 40:60



ภาพที่ 4.31 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของ อัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาลเท่ากับ 20:80



ภาพที่ 4.32 (บน) กราฟ QQ-plot และ (ล่าง) PP-plot การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ ของ อัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของสัดส่วนการลงทุนดัชนีเซท50 ต่อพันธบัตรรัฐบาลเท่ากับ 0:100

เมื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ของแต่ละการจำลองในสัดส่วนการลงทุนทั้ง 7 สัดส่วนแล้ว จะได้ค่าพารามิเตอร์ของอัตราผลตอบแทนรายวันที่จำลองแต่ละสัดส่วนการลงทุนดังตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 แสดงการประมาณค่าพารามิเตอร์อัตราผลตอบแทนรายวันของแต่ละสัดส่วนการลงทุน

อัตราส่วนการลงทุน SET50 : GovBond	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\delta}$	Cutoff
100 : 0	1.65023	0.09564	1.07161	-0.06148	13.97393
80 : 20	1.57046	0.08961	1.00658	-0.06496	8.74724
60 : 40	1.46948	0.09556	0.91891	-0.07767	10.40895
50 : 50	1.43733	0.12618	0.88339	-0.09011	15.74390
40 : 60	1.38886	0.11516	0.83567	-0.08726	15.55008
20 : 80	1.32892	0.12859	0.75557	-0.09388	2.24114
0 : 100	1.28048	0.16078	0.60217	-0.10743	17.13045

เมื่อหาอัตราผลตอบแทนเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความเบ้ ความโด่ง มูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข (CVaR) และ ผลตอบแทนการลงทุนเมื่อปรับด้วยค่าความเสี่ยง (Risk adjusted return) ของอัตราผลตอบแทนรายวันของแต่ละสัดส่วนการลงทุน ได้ดังตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.5 แสดงลักษณะรูปร่างอัตราผลตอบแทนรายวันของแต่ละสัดส่วนการลงทุน

อัตราส่วนการลงทุน SET50 : GovBond	Geo- metric Mean	SD	Skewness	Kurtosis	CVaR	Risk adjusted return
100 : 0	0.8637	3.0371	1.8256	110.835	-12.682	0.00356
80 : 20	0.8510	3.8410	10.9981	253.850	-12.969	0.01995
60 : 40	0.7827	4.7802	12.263	310.908	-15.911	0.02043
50 : 50	0.7552	5.7665	6.8550	290.152	-21.272	0.01389
40 : 60	0.7408	5.8127	7.7250	308.423	-21.311	0.01396
20 : 80	0.6890	6.4920	11.7981	371.965	-21.934	0.01886
0 : 100	0.5581	6.3696	5.7370	307.500	-23.011	0.01613

จากตารางที่ 4.4 และ 4.5 เมื่อนำค่าพารามิเตอร์และค่าสถิติของอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาลมาพิจารณาความสัมพันธ์ พบว่าการที่พารามิเตอร์ของแต่ละสัดส่วนการลงทุนจะไม่มีความสัมพันธ์กับค่าสถิติที่บอกรูปร่างการแจกแจง แต่เมื่อนำอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 หรืออัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลเพียงอย่างเดียวอย่างหนึ่งมาพิจารณาความสัมพันธ์ของค่าสถิติและค่าพารามิเตอร์แล้ว จะได้ดังตารางที่ 4.6 และ 4.7 ซึ่งเป็นการจำลองอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 และอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาล ที่มีค่าพารามิเตอร์แตกต่างกัน

ตารางที่ 4.6 แสดงค่าสถิติและค่าพารามิเตอร์การจำลองอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50

	SET50 Daily			parameter	SET50 Daily		
	1	2	3		1	2	3
Mean	0.20191	0.0108	-0.0376	$\hat{\alpha}$	1.6245	1.6502	1.6780
SD	4.2859	3.0371	2.2009	$\hat{\beta}$	0.1365	0.0956	0.0919
Var	18.3690	9.2241	4.8442	$\hat{\gamma}$	1.0808	1.0716	1.0972
Skewness	13.0936	1.8256	0.0825	$\hat{\delta}$	-0.0642	-0.0615	-0.0742
Kurtosis	240.358	110.833	25.0832	cutoff	3.5416	13.9739	10.2664

ตารางที่ 4.7 แสดงค่าสถิติและค่าพารามิเตอร์การจำลองอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาล

	GovBond Daily			parameter	GovBond Daily		
	1	2	3		1	2	3
Mean	0.5056	0.7433	0.1027	$\hat{\alpha}$	1.2145	1.2343	1.2805
SD	12.0670	11.571	6.3696	$\hat{\beta}$	0.2264	0.2103	0.1608
Var	145.612	133.897	40.571	$\hat{\gamma}$	0.7116	0.6863	0.6022
Skewness	22.8470	20.140	5.7370	$\hat{\delta}$	-0.1100	-0.1181	-0.1074
Kurtosis	640.464	460.943	307.50	cutoff	5.5772	2.8619	17.1305

จากตารางที่ 4.6 และ 4.7 พบว่ามีพารามิเตอร์ $\hat{\alpha}$ มีความสัมพันธ์กับค่าสถิติ โดยที่ $\hat{\alpha}$ เป็นพารามิเตอร์ที่แสดงถึงความโด่ง มีความสัมพันธ์ในลักษณะผกผันกับความโด่ง คือ เมื่อค่า $\hat{\alpha}$ เพิ่มขึ้นลักษณะรูปร่างของการแจกแจงจะมีความโด่งที่ลดลง ดังที่ Töyli (2002) ได้กล่าวไว้

ค่าประมาณพารามิเตอร์ของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ที่จำลองแต่ละสัดส่วนการลงทุนดัง
ตารางที่ 4.8

ตารางที่ 4.8 แสดงการประมาณค่าพารามิเตอร์อัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของแต่ละสัดส่วน
การลงทุน

อัตราส่วนการลงทุน	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\delta}$	Cutoff
SET50 : GovBond					
100 : 0	1.666242	0.025953	2.546755	-0.03192	14.176
80 : 20	1.642158	0.055722	2.39889	-0.0391	10.23356
60 : 40	1.613306	0.124924	2.233607	-0.097	11.30035
50 : 50	1.629593	0.195054	2.165475	-0.13624	10.94592
40 : 60	1.620913	0.192299	2.088939	-0.13919	9.739682
20 : 80	1.617389	0.283782	1.939965	-0.18166	7.870301
0 : 100	1.647688	0.414996	1.796095	-0.25411	10.45128

อัตราผลตอบแทนเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความเบ้ ความโด่ง มูลค่าความเสี่ยงแบบมี
เงื่อนไข (CVaR) และ ผลตอบแทนการลงทุนเมื่อปรับด้วยค่าความเสี่ยง (Risk adjusted return)
ของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของแต่ละสัดส่วนการลงทุน ได้ดังตารางที่ 4.9

ตารางที่ 4.9 แสดงลักษณะรูปร่างอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของแต่ละสัดส่วนการลงทุน

อัตราส่วนการ ลงทุน SET50 : GovBond	Geo- metric Mean	SD	Skewness	Kurtosis	CVaR	Risk adjusted return
100 : 0	2.0641	6.9798	1.2134	102.926	-29.997	0.00376
80 : 20	1.9792	6.6927	5.7300	136.388	-25.727	0.01574
60 : 40	1.8464	6.2563	3.9491	105.130	-24.848	0.01712
50 : 50	1.7982	6.1626	3.5500	83.933	-24.041	0.02609
40 : 60	1.7462	5.8753	5.5884	117.702	-21.305	0.02909
20 : 80	1.6613	5.5271	7.6276	151.740	-18.136	0.03912
0 : 100	1.5084	5.4744	7.0496	152.321	-17.142	0.04275

จากตารางที่ 4.8 และ 4.9 เมื่อนำค่าพารามิเตอร์และค่าสถิติของอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาลมาพิจารณาความสัมพันธ์ พบว่าการที่พารามิเตอร์ของแต่ละสัดส่วนการลงทุนจะก็ไม่ได้มีความสัมพันธ์กับค่าสถิติที่บอกรูปร่างการแจกแจง เช่นเดียวกันกับอัตราผลตอบแทนรายวัน แต่เมื่อนำอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท 50 หรืออัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาลเพียงอย่างเดียวมาพิจารณาความสัมพันธ์ของค่าสถิติและค่าพารามิเตอร์แล้ว จะได้ดังตารางที่ 4.10 และ 4.11 ซึ่งเป็นการจำลองอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์แทนของดัชนีเซท50 และอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาล ที่มีค่าพารามิเตอร์แตกต่างกัน

ตารางที่ 4.10 แสดงค่าสถิติและค่าพารามิเตอร์การจำลองอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50

	SET50 Weekly			parameter	SET50 Weekly		
	1	2	3		1	2	3
Mean	-0.7807	0.0262	-0.1064	$\hat{\alpha}$	1.6115	1.6662	1.6989
SD	15.2607	6.9798	5.7803	$\hat{\beta}$	-0.2042	0.0260	-0.0115
Var	232.888	48.7175	33.4123	$\hat{\gamma}$	2.5325	2.5468	2.7360
Skewness	-24.4864	1.2134	-3.5170	$\hat{\delta}$	0.0222	-0.0319	0.0708
Kurtosis	703.042	102.926	48.4713	cutoff	28.9169	14.176	13.6128

ตารางที่ 4.11 แสดงค่าสถิติและค่าพารามิเตอร์การจำลองอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพันธบัตรรัฐบาล

	GovBond Weekly			parameter	GovBond Weekly		
	1	2	3		1	2	3
Mean	0.6766	0.3599	0.2340	$\hat{\alpha}$	1.5933	1.6218	1.6477
SD	7.3306	5.8325	5.4744	$\hat{\beta}$	0.5808	0.3685	0.4150
Var	53.7372	34.0184	29.9694	$\hat{\gamma}$	1.8308	1.7645	1.7961
Skewness	12.5050	3.6276	7.0496	$\hat{\delta}$	-0.3335	-0.1636	-0.2541
Kurtosis	227.908	129.229	152.321	cutoff	2.5693	14.2788	10.4513

จากตารางที่ 4.10 และ 4.11 พบว่ามีพารามิเตอร์ $\hat{\alpha}$ มีความสัมพันธ์กับค่าสถิติ โดยที่ $\hat{\alpha}$ เป็นพารามิเตอร์ที่แสดงถึงความโด่ง มีความสัมพันธ์ในลักษณะผกผันกับความโด่ง ดังที่ Töyli (2002) กล่าวไว้ คือ เมื่อค่า $\hat{\alpha}$ เพิ่มขึ้นลักษณะรูปร่างของการแจกแจงจะมีความโด่งที่ลดลง เช่นเดียวกันกับอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 และอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาล

4.5 ตรวจสอบความเสี่ยงของแต่ละสัดส่วนการลงทุนพร้อมด้วยการวัดมูลค่าความเสี่ยงที่มีเงื่อนไข

เมื่อตรวจสอบความเสี่ยงที่เกิดขึ้นกับแต่ละสัดส่วนการลงทุนของผลตอบแทนรายวันจากตารางที่ 4.5 พบว่าเมื่อพิจารณาจากมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไขของหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยงมากที่สุดจะเป็นการลงทุนในพันธบัตรรัฐบาลเพียงอย่างเดียว ถึงแม้จะมี มูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไขมากที่สุดแต่กลับไม่ได้ให้ค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของอัตราผลตอบแทนรายวันมากที่สุด ส่วนหลักทรัพย์ที่ให้ค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของอัตราผลตอบแทนมากที่สุดคือ การลงทุนในดัชนีเซท50 เพียงอย่างเดียว เมื่อเริ่มมีสัดส่วนการลงทุนในพันธบัตรรัฐบาลเพิ่มมากขึ้นค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของพอร์ตโฟลิโอจะลดลง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานก็มีแนวโน้มเดียวกับมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข ยิ่งส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามากเพียงใดก็ทำให้มูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไขที่วัดได้มีค่ามากขึ้นเช่นกัน แต่เมื่อพิจารณาอัตราผลตอบแทนที่ได้ต่อหนึ่งหน่วยความเสี่ยงพบว่า อัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่ปรับด้วยค่าความเสี่ยง (Risk Adjusted Return) แล้ว หลักทรัพย์ที่มีสัดส่วนอัตราผลตอบแทนของดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล เป็นสัดส่วน 60 ต่อ 40 เป็นหลักทรัพย์ที่มีอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่ปรับด้วยค่าความเสี่ยงมีค่ามากที่สุด หมายถึง ต่อหนึ่งหน่วยความเสี่ยงพอร์ตโฟลิโอนี้เป็นสัดส่วนที่ให้อัตราผลตอบแทนมากที่สุดจากทั้งหมด 7 สัดส่วน

เมื่อตรวจสอบความเสี่ยงที่เกิดขึ้นกับแต่ละสัดส่วนพอร์ตโฟลิโอการลงทุนของผลตอบแทนรายสัปดาห์จากตารางที่ 4.9 เป็นที่น่าสังเกตว่าพอร์ตโฟลิโอที่ลงทุนในอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท50 เพียงอย่างเดียวมีค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของอัตราผลตอบแทนสูงที่สุด แต่กลับไม่ได้มีมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไขมากที่สุด แสดงให้เห็นว่าการเปลี่ยนแปลงระยะเวลาในการถือครองหลักทรัพย์มีผลต่อค่าเฉลี่ยของอัตราผลตอบแทนพันธบัตรรัฐบาล เมื่อมีระยะเวลาในการถือครองนานขึ้นกลับให้ค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของอัตราผลตอบแทนมากขึ้น ความเสี่ยงของสัดส่วนการลงทุนที่วัดได้ด้วยมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไขที่มีค่าสูงที่สุดคือ การลงทุนในอัตราผลตอบแทนของดัชนีเซท50 เพียงอย่างเดียว ทั้งนี้เนื่องมาจากดัชนีเซท50 มีสภาพคล่องสูงทำให้มีการเปลี่ยนแปลงรวดเร็ว จึงมีความผันผวนของอัตราผลตอบแทนมาก จึงทำให้เป็นหลักทรัพย์ที่มีมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไขสูงที่สุดในบรรดาสัดส่วนการลงทุนในอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ซึ่งก็มีแนวโน้มเดียวกันกับอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่ปรับด้วยค่าความเสี่ยง (Risk Adjusted Return) นั่น คือ อัตราผลตอบแทนของดัชนีเซท50 เพียงอย่างเดียว มีค่าอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่ปรับด้วยค่าความเสี่ยงน้อยที่สุด ซึ่งหมายความว่าต่อหนึ่งหน่วย

ความเสี่ยงการลงทุนในหลักทรัพย์นี้ให้อัตราผลตอบแทนน้อยที่สุดจากทั้งหมด 7 สัดส่วน
หลักทรัพย์ที่ประกอบด้วยอัตราผลตอบแทนของพันธบัตรรัฐบาลเพียงอย่างเดียวเป็นหลักทรัพย์ที่มี
อัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่ปรับด้วยค่าความเสี่ยง มีค่ามากที่สุด หมายถึง ต่อหนึ่งหน่วย
ความเสี่ยงหลักทรัพย์ที่สัดส่วนนี้เป็นสัดส่วนที่ให้อัตราผลตอบแทนมากที่สุดจากทั้งหมด 7 สัดส่วน
และหลักทรัพย์ยังวัดค่ามูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไขได้ต่ำสุดด้วย

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้ได้ศึกษารูปแบบการแจกแจงที่เหมาะสมกับอัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาลด้วยการใช้การแจกแจงแบบปกติเปรียบเทียบกับแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ (TLF) พร้อมทั้งคาดการณ์อัตราผลตอบแทนจากการลงทุนล่วงหน้าของสัดส่วนการลงทุนในพอร์ตโพลิโอระหว่างดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล และศึกษาการวัดมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข ($CVaR$) ของสัดส่วนการลงทุนในพอร์ตโพลิโอระหว่างดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล ข้อมูลที่นำมาใช้ คือ ศึกษาอัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในพันธบัตรรัฐบาลอายุ 15 ปี และดัชนีเซท50 ย้อนหลังเป็นเวลา 9 ปี ตั้งแต่พ.ศ.2545 ถึงพ.ศ.2553 เป็นรายวัน รายสัปดาห์

5.1.1 ผลของอัตราผลตอบแทน

รูปแบบการแจกแจงที่เหมาะสมกับอัตราผลตอบแทนของดัชนีเซท 50 และพันธบัตรรัฐบาลทั้งรายวันและรายสัปดาห์เป็นไปตามสมมติฐาน คือ การแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์ที่มีความเหมาะสมกับอัตราผลตอบแทนของดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาลมากกว่าการแจกแจงปกติ เนื่องจากข้อมูลอัตราผลตอบแทนของดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาลทั้งรายวันและรายสัปดาห์เป็นข้อมูลที่มีความสูงโด่งมากกว่าปกติ (leptokurtic)

5.1.2 ผลของการจัดสัดส่วนอัตราผลตอบแทน

เมื่อจัดสัดส่วนอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ 7 อัตราส่วนแล้ว สัดส่วนการลงทุนของผลตอบแทนรายวัน พบว่ามูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไขของพอร์ตโพลิโอที่มีความเสี่ยงมากที่สุดจะเป็นการลงทุนในพันธบัตรรัฐบาลเพียงอย่างเดียว ส่วนพอร์ตโพลิโอที่ให้ค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของอัตราผลตอบแทนรายวันมากที่สุดคือ การลงทุนในดัชนีเซท50 เพียงอย่างเดียว แต่เมื่อพิจารณาอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่ปรับด้วยค่าความเสี่ยง (Risk adjusted return) แล้ว พอร์ตโพลิ

โอทีที่มีสัดส่วนอัตราผลตอบแทนของดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล เป็นสัดส่วน 60 ต่อ 40 เป็นหลักทรัพย์ที่มีอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่ปรับด้วยค่าความเสี่ยงมีค่ามากที่สุด

สัดส่วนการลงทุนของผลตอบแทนรายสัปดาห์ พบว่าการลงทุนในดัชนีเซท 50 เพียงอย่างเดียวมีค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของอัตราผลตอบแทนสูงที่สุด ความเสี่ยงของแต่ละพอร์ตโฟลิโอที่วัดด้วยมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไขที่มีค่าสูงที่สุดคือ อัตราผลตอบแทนของดัชนีเซท50 เพียงอย่างเดียว ซึ่งก็มีแนวโน้มเดียวกันกับอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่ปรับด้วยค่าความเสี่ยง (Risk adjusted return) นั่นคือ พอร์ตโฟลิโอที่ลงทุนใน ดัชนีเซท50 เพียงอย่างเดียว มีค่าอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่ปรับด้วยค่าความเสี่ยงน้อยที่สุด

5.2 อภิปรายผลการวิจัย

การพิจารณาการแจกแจงของอัตราผลตอบแทนดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาลไม่ว่าจะเป็นรายวันหรือรายสัปดาห์ก็เหมาะสมกับการแจกแจงแบบทริงเคต เลวี ไฟลท์มากกว่าทั้งนี้เนื่องจากค่าเฉลี่ยเรขาคณิต และค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลอยู่บริเวณรอบค่าศูนย์ทำให้การแจกแจงของข้อมูลทั้งสองมีความโด่งกว่าปกติ นั่นคืออัตราผลตอบแทนของดัชนีเซท 50 และพันธบัตรรัฐบาลโดยส่วนมากไม่ได้มีการเปลี่ยนแปลงมากนัก แต่ก็มีบางค่าที่ผันผวนมากกว่าการแจกแจงปกติทำให้ส่วนหางของการแจกแจงหนากว่าการแจกแจงปกติซึ่งเป็นไปตามที่ Mariani ,Liu (2006) และ Xiong (2010) ได้กล่าวไว้

เมื่อจำลองการจัดสัดส่วนพอร์ตโฟลิโอระหว่างอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 และพันธบัตรรัฐบาล สัดส่วนที่น่าสนใจคือ 60 ต่อ 40 เนื่องจากมีอัตราผลตอบแทนต่อหนึ่งหน่วยความเสี่ยงสูงที่สุด แม้ว่ามูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไขที่วัดได้อยู่ในระดับกลางๆจากทั้งหมด 7 สัดส่วนก็ตาม แต่มูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไขของพอร์ตโฟลิโอที่เสี่ยงน้อยที่สุดก็ไม่ได้แตกต่างจากพอร์ตโฟลิโอที่สัดส่วน 60 ต่อ 40 เท่าใดนัก การที่สัดส่วนของดัชนีเซท50 ในอัตราผลตอบแทนรายวันของพอร์ตโฟลิโอมีสัดส่วนของดัชนีเซท50 น้อยลงเรื่อยๆ ส่งผลให้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เนื่องจากดัชนีเซท50 มีการกระจายความเสี่ยงของหลักทรัพย์ 50 ตัวที่มีสภาพคล่องดี แต่อัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลกลับไม่ค่อยมีการเปลี่ยนแปลง แต่เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงจะมีการเปลี่ยนแปลงค่อนข้างมากกว่าอัตราผลตอบแทนรายวันของดัชนีเซท50 จึงทำให้เมื่อสัดส่วนของดัชนีเซท50 ลดลงส่งผลให้ความผันผวนจากผลของอัตราผลตอบแทนรายวันของพันธบัตรรัฐบาลเด่นชัดขึ้น

เมื่อจำลองการจัดสัดส่วนพอร์ตโฟลิโอระหว่างอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของดัชนีเซท 50 และพันธบัตรรัฐบาล การลงทุนในพันธบัตรรัฐบาลเพียงอย่างเดียวให้ค่าเฉลี่ยเรขาคณิตสูงที่สุด มูลค่าความเสี่ยงที่วัดได้มีค่าความเสี่ยงน้อยที่สุด และนอกจากนี้ยังมี อัตราผลตอบแทนต่อหนึ่งหน่วยความเสี่ยงสูงที่สุดอีกด้วย ซึ่งค่าเหล่านี้มีแนวโน้มไปในทางเดียวกันอย่างชัดเจน ในอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพอร์ตโฟลิโอ มีสัดส่วนของดัชนีเซท 50 น้อยลงเรื่อยๆ ส่งผลให้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานลดลง แสดงว่าการที่หลักทรัพย์มีดัชนีเซท 50 ผสมอยู่ดัชนีเซท 50 มีอัตราผลตอบแทนผันผวน การที่มีสัดส่วนดัชนีเซท 50 ลดลงทำให้ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนลดลงด้วย

ในงานวิจัยนี้สนใจเฉพาะความเสี่ยงทางด้านลบ (Downside risk) ที่จะทำให้เกิดความเสียหายมากกว่าจึงพิจารณาความเสี่ยงจากมูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไข ($CVaR$) การพิจารณาความเสี่ยงที่จะรับได้หรือไม่ขึ้นกับระดับความเสี่ยงที่ยอมรับได้ (Risk appetite) ของแต่ละบุคคลหรือองค์กร การพิจารณาความเสี่ยงถึงแม้ว่าหลักทรัพย์จะมีอัตราผลตอบแทนต่อหนึ่งหน่วยความเสี่ยงมีค่าสูงมากเพียงใดก็ควรพิจารณามูลค่าความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไขประกอบไปด้วย เนื่องจากนักลงทุนมีการยอมรับความเสียหายที่จะเกิดขึ้นได้ไม่เท่ากัน นักลงทุนอาจจะยอมรับความเสียหายได้ที่ระดับหนึ่ง ซึ่งสัดส่วนของพอร์ตโฟลิโอที่นักลงทุนเลือกสามารถยอมรับความเสียหายได้แต่อาจไม่ใช่พอร์ตโฟลิโอที่มีอัตราผลตอบแทนต่อหนึ่งหน่วยความเสี่ยงสูงที่สุด แต่หากนักลงทุนไม่ได้สนใจเรื่องความเสียหายที่เกิดขึ้น แต่เน้นสนใจเรื่องอัตราผลตอบแทนก็ควรเลือกพอร์ตโฟลิโอที่มีอัตราผลตอบแทนต่อหนึ่งหน่วยความเสี่ยงสูงที่สุด

ระยะเวลาในการถือครองหลักทรัพย์ที่นานขึ้นความเสี่ยงของแต่ละพอร์ตโฟลิโอที่มีสัดส่วนแตกต่างกันมีความเสี่ยงไม่ค่อยแตกต่างกัน ซึ่งสามารถพิจารณาได้จากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จะเห็นว่าอัตราผลตอบแทนรายวันของพอร์ตโฟลิโอมีความแตกต่างกันของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมากกว่าอัตราผลตอบแทนรายสัปดาห์ของพอร์ตโฟลิโอที่มีการเปลี่ยนแปลงของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานน้อยมาก

5.3 ข้อเสนอแนะ

1. ในการคาดการณ์อัตราผลตอบแทนในอนาคตควรพิจารณาการแจกแจงทริงเคต เลวีไฟล์ท์ ในช่วงที่มีการเกิดวิกฤติ
2. ในการคาดการณ์อัตราผลตอบแทนครั้งต่อไปผู้วิจัยแนะนำให้ นำการแจกแจงทริงเคต เลวีไฟล์ท์ มาใช้กับหลักทรัพย์ชนิดอื่นๆ รวมทั้งปรับระยะเวลาในการถือครองหลักทรัพย์เพื่อพิจารณาความแตกต่าง

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ตลาดตราสารหนี้ไทย, ส.ค.ค. 2550. ก้าวสู่การลงทุนในตราสารหนี้. กรุงเทพฯ: ไซ-ควอน
มัลติมีเดีย.

ธีระพร วีระถาวร. การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง : โครงสร้างและความหมาย. พิมพ์ครั้งที่
ที่ 2. กรุงเทพมหานคร : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536

มานพ วราภักดิ์. การจำลอง (simulation). พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์
ประกายพริก, 2550

รัชกมล กบิลจิตต์. สถิติอนุมาน : ทฤษฎีและการประยุกต์. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร :
สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548

ศิริชัย กาญจนวาสี. สถิติประยุกต์สำหรับการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพมหานคร : ภาควิชา
วิจัยและจิตวิทยาการการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2550

ส่งเสริมการพัฒนาความรู้ตลาดทุนสถาบันกองทุนเพื่อพัฒนาตลาดทุน, ศูนย์. 2553. ตลาด
การเงินและการลงทุนในหลักทรัพย์. พิมพ์ครั้งที่ 10. กรุงเทพฯ : อมรินทร์พริ้นติ้งแอนด์
พัชลิซซิ่ง.

สุเมธ สมภักดิ์. สถิติคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : ประกายพริก, 2542

ภาษาอังกฤษ

Akgiray, V., and Booth, G. The Stable-Law Model of Stock Returns. Journal of
Business & Economic 6: No.1, 1988.

Blattberg, R., and Gonedes, N. A Comparison of the Stable and Student
Distributions as Statistical Models. Journal of Business (1974) : 244-280.

Choudhry, M. An introduction to value-at-risk. 4ed. John Wiley & Son, 2006.

Clark, P. A Subordinated Stochastic Process Model with Finite Variance for
Speculative Prices. Econometrica 41(1973) : No.1.

Fama, E. The Behavior of Stock-Market Prices. Journal of Business 38 (1965) : No.1.

- Jiranyakul, K. Behavior of Stock Market Index in the Stock Exchange of Thailand. Nida Economic Review 2 (2007) : No.2
- Joseph, L.. Dynamics of Markets The New Financial Economics. 2Ed. Cambridge : McCauley, 2009.
- Kaplan, P. Déjà Vu All Over Again. Morningstar. (2009).
- Mandelbrot, B. The variation of Certain Speculative Prices. Journal of Business. (1963) : 394-419.
- Mariani, M., and Liu, Y. Normalized truncated Lévy walks applied to study of financial indices. Physicaa. (2006) : 590-598.
- Mantegna, R., and Stanley, H. Stochastic Process with Ultraslow Convergence to a Gaussian: The Truncated Lévy Flight. Physical Review Letter 73 (1994) : No.22.
- Mantegna, R., and Stanley, H. An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance. Cambridge, 1999.
- Palczewski, A., and Rudzka, E. Truncated Lévy Flights on Warsaw Stock Exchange. Warsaw University, 2004.
- Nolan, J. Stable distribution models for heavy tailed data. Math/Stat Department. American University, 2009.
- Rockafeller, R., and Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk. Journal of Risk 2 (2000) : No.3.
- Siad, I. Testing for Nonlinear Dynamics in The Stock Exchange of Thailand. ABAC Journal 21 (2001) : No.1
- Saunders, A., and Cornett, M. Financial institutions management : a risk management approach. McGraw-Hill; Boston, 2008.
- Töyli, J. Essay on asset return distributions. Finland : Helsinki University of Technology Laboratory of Computational Engineering Publications, 2002.

Uryasev, S. Conditional Value-at-Risk Algorithms and Applications. Financial

Engineering News (2010) : No.14.

Xiong, J. Using Truncated Lévy Flight to estimate downside risk. Ibbotson

Associates. 2010.

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาว นีกรัก กীরติบำรุงพงศ์ เกิดเมื่อวันที่ 15 พฤษภาคม 2529 ที่ จังหวัดกรุงเทพฯ สำเร็จการศึกษาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาปิโตรเคมีและวัสดุพอลิเมอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร เมื่อปีการศึกษา 2550 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการประกันภัย ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2552

การติดต่อ Email: kee_majestic@hotmail.com