การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

นางสาวซูรายา สัสดีวงศ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2555

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository(CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

DEVELOPMENT OF LEARNING PROCESSES BY INTEGRATING STRATEGIES FOR ADVANCING CHILDREN'S MATHEMATICAL THINKING AND PROBLEM – BASED LEARNING APPROACH TO ENHANCE ANALYTICAL THINKING AND MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS

Miss Suraya Sasdeewong

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum and Instruction
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2012
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2
โดย	นางสาวซูรายา สัสดีวงศ์
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.ชนิตา รักษ์พลเมือง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน)

ซูรายา สัสดีวงศ์ : การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 (DEVELOPMENT OF LEARNING PROCESSES BY INTEGRATING STRATEGIES FOR ADVANCING CHILDREN'S MATHEMATICAL THINKING AND PROBLEM – BASED LEARNING APPROACH TO ENHANCE ANALYTICAL THINKING AND MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รศ.ดร.อัมพร ม้าคนอง, 278 หน้า

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1)พัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 2)ศึกษาคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น โดย 2.1)เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 2.2)เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม 2.3)ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 และ 2.4)ศึกษาพัฒนาการการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ดำเนินการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยการวิเคราะห์และสังเคราะห์ทฤษฎีและแนวคิดที่เกี่ยวข้อง นำข้อมูลที่ได้จากการศึกษามาสร้างกระบวนการจัดการเรียนรู้ แล้วนำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล จังหวัดปัตตานี จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 82 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 43 คน และกลุ่มควบคุม 39 คน ระยะเวลาในการทดลอง 5 สัปดาห์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าสถิติที ผลการวิจัยสรุปได้ ดังนี้

1. กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1)การแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา 2)การขยายความคิดเพื่อวิเคราะห์ปัญหา 3)การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด 4)การหาข้อสรุปและสะท้อนความคิด

2. ผลการทดลองใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น มีดังนี้

2.1 ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.2 ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.3 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ

2.4 นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการการคิดวิเคราะห์ในทางที่ดีขึ้น สามารถคิดวิเคราะห์และนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก .....

ปีการศึกษา 2555

5483332827 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORDS : ADVANCING CHILDREN'S MATHEMATICAL THINKING/ PROBLEM – BASED LEARNING/ ANALYTICAL THINKING ABILITY/ MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY

SURAYA SASDEEWONG : DEVELOPMENT OF LEARNING PROCESSES BY INTEGRATING STRATEGIES FOR ADVANCING CHILDREN'S MATHEMATICAL THINKING AND PROBLEM – BASED LEARNING APPROACH TO ENHANCE ANALYTICAL THINKING AND MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS. ADVISOR : ASSOC. PROF. AUMPORN MAKANONG, Ph.D., 278 pp.

The purposes of this research were 1)to develop a learning process by integrating strategies for advancing children's mathematical thinking and problem – based learning approach to enhance analytical thinking and mathematical problem solving abilities of eight grade students, and 2)to study the quality of the developed learning process by 2.1)to compare analytical thinking and mathematical problem solving abilities of students in an experimental group before and after learning 2.2)to compare analytical thinking and mathematical problem solving abilities of student between an experimental group and a control group 2.3)to study mathematical problem solving ability of student in an experimental group compared with criteria of 50 percent, and 2.4)to study the development of analytical thinking ability of student in an experimental group. The learning process was developed by analyzing and synthesizing related theories and approach. The result of the study were used to develop learning process. The process was undertaken with eighth grade students at Dechapattanayanukul School, Pattani Province. The sample comprised 82 students which were divided into two group with 43 students in an experimental group and 39 students in a control group. The duration of the experiment was 5 weeks. The research instruments were an analytical thinking test and a mathematical problem solving abilities test. Arithmetic means, standard deviations, and t – test were used for the data analysis. The findings were as follows:

1. The developed learning process consisted of 4 steps, namely 1)expressing ideas about the problem or issue 2)extending the ideas from the problem analysis 3)discussing and exchanging ideas, and 4)concluding and reflecting on the ideas

2. The results of implementing the developed learning process were:

2.1 analytical thinking and mathematical problem solving abilities of students in the experimental group after using the developed learning process were significantly higher than before at .05 level of significance.

2.2 analytical thinking and mathematical problem solving abilities of students in the experimental group were higher than those of students in the control group at the .05 level of significance.

2.3 mathematical problem solving abilities of students in the experimental group were higher than the minimum criteria of 50 percent.

2.4 students in the experimental group were more higher developed. They have developed analytical thinking and can apply it to solve mathematical problems.

Department : Curriculum and Instruction Student's Signature .....
Field of Study : Mathematics Education Advisor's Signature .....
Academic Year : 2012

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณาอย่างยิ่งจากรองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่กรุณาดูแลเอาใจใส่ ให้คำปรึกษา คำแนะนำที่เป็นประโยชน์และมีคุณค่า และได้ตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ จนงานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น พร้อมทั้งให้โอกาสในการเรียนรู้ทุกด้านแก่ผู้วิจัย ตลอดระยะเวลาที่ผ่านมา ผู้วิจัยกราบขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้เป็นอย่างสูง

ผู้วิจัยขอกราบของพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และรองศาสตราจารย์พร้อมพรรณ อุดมสิน กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่าน ที่ให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่องานวิจัย ทำให้งานวิจัยมีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ได้เสียสละเวลาให้ความช่วยเหลือและคำแนะนำในการแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยจนถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ขอกราบขอบพระคุณคณะครูและนักเรียนโรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล จ.ปัตตานี ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี

ท้ายนี้ขอขอบพระคุณ คุณแม่ที่ให้การสนับสนุนการศึกษาในระดับปริญญามหาบัณฑิต คอยเป็นกำลังใจที่สำคัญยิ่งตลอดมา และขอขอบคุณพี่ เพื่อน น้อง ๆ ทุกคนที่ให้กำลังใจให้คำปรึกษา คอยช่วยเหลือและให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยด้วยดีเสมอมา

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ
กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ
สารบัญ ..... ช
สารบัญตาราง ..... ฎ
สารบัญภาพ ..... ฑ
บทที่ 1 บทนำ 1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1
คำถามวิจัย 7
วัตถุประสงค์ของการวิจัย 7
สมมติฐานของการวิจัย 8
ขอบเขตของการวิจัย 10
คำจำกัดความในการวิจัย 10
ประโยชน์ที่ได้รับ 13
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 14
1. กระบวนการจัดการเรียนรู้ 15
1.1 ความหมายของกระบวนการจัดการเรียนรู้ 15
1.2 องค์ประกอบของกระบวนการจัดการเรียนรู้ 16
1.3 การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ 16
1.4 การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 17
2. การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ 24
2.1 ความหมายของความคิด 24
2.2 ความหมายของความคิดทางคณิตศาสตร์ 26
2.3 ความสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์ 27
2.4 รูปแบบและแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ 28
2.5 กระบวนการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ 32

หน้า

3. การใช้ปัญหาเป็นหลัก 35
3.1 ความหมายของการใช้ปัญหาเป็นหลัก 36
3.2 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาเป็นหลัก 38
3.3 ลักษณะของการใช้ปัญหาเป็นหลัก 42
3.4 กระบวนการและขั้นตอนการใช้ปัญหาเป็นหลัก 47
3.5 บทบาทของผู้สอนและผู้เรียนในการใช้ปัญหาเป็นหลัก 53
3.6 ข้อแตกต่างระหว่างการใช้ปัญหาเป็นหลักและการเรียนแบบอื่น ๆ 58
3.7 ข้อดีและข้อจำกัดของการใช้ปัญหาเป็นหลัก 61
4. การคิดวิเคราะห์ 64
4.1 ความหมายการคิดวิเคราะห์ 64
4.2 ลักษณะของการคิดวิเคราะห์ 65
4.3 องค์ประกอบของการคิดวิเคราะห์ 69
4.4 การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถการคิดวิเคราะห์ 70
5. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 74
5.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ 74
5.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 75
5.3 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ 78
5.4 ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี 80
5.5 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 83
5.6 กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 88
5.7 ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 94
5.8 การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 97
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 100
6.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ 100
6.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาเป็นหลัก 104
6.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดวิเคราะห์ 107
6.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 108
กรอบแนวคิดการวิจัย 113

หน้า

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิธีวิจัย 114
การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ 116
การศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 117
ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก 118
พัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ 123
ตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้ 127
แก้ไขปรับปรุกระบวนการจัดการเรียนรู้ 128
การทดลองใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ได้พัฒนาขึ้น 129
การออกแบบการวิจัย 129
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 130
การพัฒนาเครื่องที่ใช้ในการวิจัย 131
การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล 150
การวิเคราะห์ข้อมูล 151
สถิติที่ใช้ในการวิจัย 152
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 153
ผลการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 154
ผลการศึกษาคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 159
วิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ 159
วิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ 163

หน้า

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 175
สรุปผลการวิจัย 179
อภิปรายผลการวิจัย 182
ข้อเสนอแนะ 190
รายการอ้างอิง 192
ภาคผนวก 209
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย 210
ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย 212
ภาคผนวก ค เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวมรวมข้อมูล 220
ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 251
ภาคผนวก จ ผลการเปรียบเทียบคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ของกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง และผลการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง 276
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 278

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

1 เปรียบเทียบการสอนโดยใช้ครูเป็นหลัก ตำราเป็นหลัก กับการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก 59
2 เปรียบเทียบการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักกับการเรียนแบบบรรยาย 60
3 ผลการศึกษาวิเคราะห์หลักการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ 119
4 ผลการศึกษาวิเคราะห์หลักการแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก 120
5 บทบาทของครูและนักเรียนในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการจัดการเรียนรู้ 126
6 แสดงแบบแผนการทดลอง 129
7 แสดงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 134
8 การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม 134
9 จำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ฉบับก่อนเรียน จากการทดลองใช้ครั้งที่ 1 จำแนกเป็นรายด้าน 144
10 จำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ฉบับหลังเรียน จากการทดลองใช้ครั้งที่ 1 จำแนกเป็นรายด้าน 144
11 จำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ฉบับก่อนเรียน จากการทดลองใช้ครั้งที่ 2 จำแนกเป็นรายด้าน 145
12 จำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ฉบับหลังเรียน จากการทดลองใช้ครั้งที่ 2 จำแนกเป็นรายด้าน 146
13 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 147
14 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) ของคะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 159
15 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 160

ตารางที่ หน้า

16 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) ของคะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์หลังเรียนระหว่างกลุ่มที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ 161
17 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างกลุ่มที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ 162
18 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นร้อยละ ($\bar{x}_{\text{ร้อยละ}}$) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก 163
19 แสดงโครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ (ก่อนเรียน) เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 221
20 แสดงค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ (ก่อนเรียน) เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 222
21 แสดงโครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ (หลังเรียน) เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 229
22 แสดงค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ (หลังเรียน) เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 230
23 แสดงโครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 237
24 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 238
25 แสดงค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 239

ตารางที่ หน้า

26 แสดงโครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน) เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 244
27 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน) เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 245
28 แสดงค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน) เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 246
29 แสดงผลการเปรียบเทียบคะแนนรายวิชารายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง 277
30 แสดงผลการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง 277
31 แสดงผลการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง 277

สารบัญภาพ

ภาพที่ หน้า

1 ความสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนและผลการเรียนรู้ 23
2 ระดับความคิดทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของครูลิคและรุดนิค 24
3 แนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน วิธีการสอนและความสัมพันธ์ระหว่างแต่ละองค์ประกอบตามแนวคิดของฟรายวิลลิก 30
4 แสดงเกณฑ์บ่งชี้ เพื่อเป็นแนวทางในการบันทึกการคิดที่เกิดขึ้น 34
5 การเปรียบเทียบการใช้ปัญหาเป็นหลักกับการเรียนแบบอื่น ๆ โดยพิจารณาที่หลักสูตรการเรียน 59
6 แสดงการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของวิลสันและคณะ 86
7 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 87
8 กรอบแนวคิดในการวิจัย 113
9 สรุปขั้นตอนและแผนดำเนินการวิจัย 115
10 แนวทางในการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ 116
11 การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก 124
12 แนวทางพัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 155
13 แสดงวิธีการแยกองค์ประกอบของปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางในการตัดสินใจแก้ปัญหา ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 167
14 แสดงการเขียนตอบใบงาน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 168
15 แสดงการเขียนตอบใบงาน เรื่อง อัตราเร็ว ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 168
16 แสดงการค้นพบความสัมพันธ์ของข้อมูล เรื่อง อัตราเร็ว ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 170
17 แสดงขั้นตอนของการหาคำตอบโดยใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วน เปอร์เซ็นต์ และสูตรพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 171
18 แสดงขั้นตอนของการหาคำตอบโดยใช้สูตรอัตราเร็ว เรื่อง อัตราเร็ว ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 172
19 แสดงการตรวจสอบคำตอบว่ามีข้อผิดพลาดในขั้นตอนใด ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 173

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ความเจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วของโลกยุคปัจจุบัน ทำให้ต้องเผชิญกับภาวะความท้าทายต่อการเร่งรัดพัฒนาประเทศให้สอดคล้องกับทิศทางความก้าวหน้าของโลก กับสภาพความเปลี่ยนแปลงในทุก ๆ ด้าน ทั้งเศรษฐกิจ สังคม การเมือง เทคโนโลยี ซึ่งล้วนส่งผลถึงวิถีชีวิตและความเป็นอยู่ของทุกคนในสังคม จึงตระหนักดีว่า การศึกษาคือรากฐานสำคัญในการพัฒนาประเทศ ยุคปัจจุบันเป็นยุคที่ "ความรู้ คือ อำนาจ" ผู้ที่จะสามารถใช้ข้อมูลข่าวสารต่าง ๆ ให้เกิดอำนาจได้นั้น จำเป็นต้องมีความสามารถ ในการใช้ ปรับข้อมูลข่าวสารให้อยู่ในรูปขององค์ความรู้ และนำมาใช้ประกอบการดำเนินชีวิตด้านต่าง ๆ ได้อย่างเกิดประโยชน์สูงสุด ซึ่งผู้ที่จะสามารถเป็นเช่นนั้นได้จะต้องมีคุณสมบัติประการหนึ่งในชีวิต นั่นคือ "คิดเป็น" (เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์, 2545: Online)

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานความเชื่อว่าทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้เต็มศักยภาพและกำหนดสมรรถนะสำคัญของผู้เรียนไว้ 5 ด้าน โดยด้านหนึ่งกล่าวถึง ความสามารถในการคิด ได้แก่ คิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีวิจารณญาณ คิดอย่างเป็นระบบ (วิชัย วงษ์ใหญ่, 2552: 24 – 27) ซึ่งคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวง ศึกษาธิการ, 2551: 1)

เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์มีความเป็นนามธรรมสูง ซึ่งเกี่ยวข้องกับการคิด การใช้สัญลักษณ์ (Kidd, 1973: 2) ดังนั้นในการสอนคณิตศาสตร์ให้นักเรียนคิดเป็น ทำเป็นและแก้ปัญหาเป็นควรให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมหลายรูปแบบ เพื่อให้นักเรียนได้พยายามสรุปผลด้วยตนเอง ดังมาตรฐานครูคณิตศาสตร์ ได้ระบุไว้ข้อหนึ่ง ในการนำวิธีการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมมาใช้พัฒนากระบวนการคิดและการเรียนรู้ของผู้เรียน คือ เข้าใจหลักการเรียนรู้และใช้วิธีการเรียนรู้อย่างหลากหลายเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนากระบวนการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ การแก้ปัญหาและพัฒนาทักษะปฏิบัติ (วาสนา กีรติจำเริญ, 2555: 50 – 53) ครูเป็นหัวใจสำคัญในการปฏิรูปการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาการคิด โดยการเปลี่ยนกระบวนทัศน์จากการเป็นผู้บอก มาเป็นผู้อำนวยความสะดวกจัดเตรียมประสบการณ์เรียนรู้ และเป็นผู้ใช้คำถาม (พิมพันธ์ เดชะคุปต์, 2544: 82) ดังนั้นการสอนให้

นักเรียนรู้จักคิด คิดเป็น การพัฒนาคุณภาพด้านกระบวนการคิดจึงเป็นสิ่งจำเป็นและสำคัญยิ่ง (สิริพร ทิพย์คง, 2547: 7)

สภาพปัจจุบันนี้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร สอดคล้องกับการประเมินผลของหลายหน่วยงานที่พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ขาดทักษะกระบวนการในการคิดวิเคราะห์ ทั้งที่คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์หนึ่งที่ผู้สอนสามารถใช้เป็นสื่อในการสอนให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ได้ดี แต่การจัดกิจกรรมการสอนไม่นำไปสู่การพัฒนาการคิดวิเคราะห์ และการแก้ปัญหาของนักเรียน ดังจะเห็นได้จากสถิติของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (สทศ.) ได้สรุปผลการจัดการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O – NET) ทั้งระดับชั้น ป.6 ม.3 และ ม.6 พบว่าส่วนใหญ่จะมีปัญหาในวิชาหลักโดยเฉพาะวิชาภาษาอังกฤษ และคณิตศาสตร์ ค่าเฉลี่ยโดยรวมไม่ถึง 50% โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์มีผลการสอบต่ำที่สุดและต่ำลงทุกปี (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2554: online) ซึ่งจากผลประเมินวิชาคณิตศาสตร์นานาชาติ โครงการ TIMSS (Third International Mathematics and Science Student) ที่พบว่า นักเรียนไทยทำข้อสอบที่ต้องใช้ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และยกเหตุผลประกอบ หรือเขียนข้อความยาว ๆ ไม่ได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551) และการประเมินผลนักเรียนในระดับนานาชาติ PISA (Program for International Student Assessment) ก็เป็นอีกตัวอย่างหนึ่งที่มีรูปแบบการถามให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ ได้เขียนคำตอบ ได้แสดงเหตุแสดงผล แสดงวิธีคิด แสดงวิธีทำ (ธงชัย ชิวปรีชา, 2555: 12 – 13) โครงการ PISA 2009 ได้รายงานว่า พบว่า นักเรียนไทยแสดงผลการประเมินที่อ่อนด้อยกว่าประเทศอื่นส่วนใหญ่ และเทียบไม่ได้กับนักเรียนในเอเชียตะวันออก ในจำนวน 65 ประเทศในโครงการ นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ (419) อันดับที่ประมาณ 52 (กลุ่มเดียวกับบัลแกเรีย ชิลี เม็กซิโก ตรินิแดดและโตเบโก) ผลการประเมินนี้ชี้ชัดว่าระบบการศึกษาของไทยยังไม่เข้าใกล้ระบบที่ประสบความสำเร็จ (โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554: 1 – 43)

การที่ผลการทดสอบของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำนั้น อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูยังไม่เอื้อต่อการพัฒนากระบวนการคิดและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และไม่แสดงความสอดคล้องกับชีวิตประจำวันให้นักเรียนเห็น ยึดครูเป็นศูนย์กลาง ครูเป็นผู้สอนหรือบอกคำตอบเป็นส่วนใหญ่โดยไม่ได้ให้โอกาส ส่งเสริมสนับสนุนให้นักเรียนคิด พิจารณาหาข้อมูล ดังนั้นนักเรียนจึงมองไม่เห็นความสำคัญและไม่เกิดการเรียนรู้ตามที่ครูต้องการ ดังที่ บรรพต สุวรรณประเสริฐ (2544: 97) ได้กล่าวไว้ว่า ผู้เรียนแต่ละคนจะเกิดการเรียนรู้เมื่อผู้เรียนคิดว่าสิ่งนั้นมีความหมายต่อผู้เรียน สามารถนำไปใช้ได้ ควรให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ได้สัมผัสสื่อจริง ได้แก้ปัญหาหลายรูปแบบอันจะทำให้นักเรียนคิด พูด และเขียนออกมาให้ผู้อื่นเข้าใจ ซึ่งการที่นักเรียนจะแก้ปัญหาให้ได้ผลดีนั้นนักเรียนต้องปรับตัวให้เข้ากับสถานการณ์และการคิดอย่างคล่องแคล่ว ใช้

ความรู้ที่มีอยู่อย่างมั่นใจ (Rigelman, 2007: 308 – 314) ความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นการนิยามข้อมูลให้กระจ่าง ส่งผลให้เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพของแต่ละบุคคล (Sternberg, 1987: 303) ดังนั้นครูผู้สอนควรตระหนักและให้ความสำคัญในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนไปพร้อม ๆ กับการให้ความรู้เนื้อหา โดยให้โอกาสผู้เรียนได้พูด อธิบายแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความคิดของตนเองและได้ลงมือปฏิบัติตามความคิดของตนเพื่อหาประสบการณ์ เพื่อให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างรอบคอบและตัดสินปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

ฟรายวิลลิก (Fraivillig, 2001: 454 – 459) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน มีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง ซึ่งมีลักษณะที่ให้โอกาสผู้เรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนส่งเสริมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และช่วยให้เกิดความท้าทายในความคิดของนักเรียน โดยได้เสนอกลยุทธ์เพื่อการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อเป็นแนวทางให้ครูออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีความหมายสำหรับนักเรียน และได้กำหนดแนวทางในการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Advancing Children’s Mathematical Thinking: ACT) โดยมีส่วนประกอบ 3 ประการดังนี้

- ล้วงความคิด (Elciting) ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงวิธีคิด อธิบายวิธีแก้ปัญหาและวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวของนักเรียนเอง ดังนั้นจึงเน้นที่การเอาคำตอบที่หลากหลาย จากปัญหาหนึ่ง ๆ
- สนับสนุนความคิด (Supporting) ครูส่งเสริมสนับสนุนความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียน ทั้งของคนที่ออกมารายงานแสดงความคิดเห็น คนที่ไม่ได้ออกมารายงานแสดงความคิดเห็นและนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษ
- ขยายความคิด (Extending) ครูขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน และรักษามาตรฐานสิ่งที่คาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน โดยการขยาย/ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา

การที่นักเรียนจะพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ดี สถานการณ์ปัญหาที่ครูนำมาจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ก็เป็นสิ่งสำคัญ การเรียนการสอนต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดและแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยอิสระ ซึ่งผู้สอนมีส่วนช่วยในการจัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล และผู้สอนควรทำหน้าที่เป็นที่ปรึกษา ให้คำแนะนำและชี้แนะในข้อบกพร่องของผู้เรียน นอกจากนั้นการจัดการเรียนการสอนโดยให้ผู้เรียนเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่ม มีการร่วมกันคิด ร่วมกันแก้ปัญหา ปรึกษาหารือ อภิปราย และแสดงความคิดเห็นด้วยเหตุผลซึ่งกันและกัน จะช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทั้งความรู้ ทักษะ/กระบวนการคิด และมีประสบการณ์มากขึ้น (สถาบันส่งเสริมการสอน

วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2545: 187 – 188) ซึ่งแนวการเรียนดังกล่าวสอดคล้องกับแนวการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก

การเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก (Problem Based Learning: PBL) มุ่งให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่จากการใช้ปัญหาที่เกิดขึ้นในโลกแห่งความเป็นจริงเป็นบริบทของการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะในการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหารวมทั้งได้ความรู้ตามศาสตร์ในสาขาที่ศึกษาด้วย การเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักจึงเป็นผลมาจากกระบวนการทำงานที่ต้องอาศัยความเข้าใจและทักษะการแก้ปัญหาเป็นหลัก (มัณฑรา ธรรมบุศย์, 2545: 1 – 17) นักเรียนได้เรียนรู้จากการที่ได้สัมผัสและมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาและส่งเสริมทักษะการคิดระดับสูง การบูรณาการการเรียนรู้ การเรียนรู้อย่างอิสระ ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการจัดการข้อมูล การเรียนรู้ด้วยตนเอง การทำงานเป็นทีม และทักษะการสื่อสาร โดยนักเรียนสร้างความรู้จากกระบวนการทำงานกลุ่มเพื่อค้นหาวิธีการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่สนใจเกี่ยวกับชีวิตประจำวันและมีความสัมพันธ์กับนักเรียน โดยตัวปัญหาจะเป็นจุดตั้งต้นของกระบวนการเรียนรู้และเป็นตัวกระตุ้นต่อไปในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาบนพื้นฐานของเหตุและผล และในการสืบค้นข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ นักเรียนจะได้รับมอบหมายเป็นรายบุคคลหรือกลุ่มให้ดำเนินการสืบค้น กล่าวคือ กลุ่มจะเป็นผู้กำหนดทิศทางการเรียนรู้ของกลุ่มเอง (ชานนท์ จันทรา, 2549: 29 – 37)

แทน (Tan, 2002: 27 – 37) ได้เสนอแนวคิดการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก เป็นการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนได้เรียนรู้จากการได้สัมผัสและมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา ผู้สอนนำเสนอปัญหาที่แปลกใหม่ ท้าทาย และสอดคล้องกับชีวิตประจำวันของผู้เรียน โดยผู้สอนเป็นผู้แนะนำให้การสนับสนุน ตัวปัญหาจะเป็นจุดตั้งต้นของกระบวนการเรียนรู้และเป็นตัวกระตุ้นต่อไปในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาบนพื้นฐานของเหตุและผล โดยมีกระบวนการใช้ปัญหาเป็นหลัก ดังนี้

1. การพบปัญหา (Meeting the Problem) ในขั้นตอนนี้สถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นทำหน้าที่เป็นตัวกระตุ้นและขยายบริบทของนักเรียนที่เหมือนจริง นักเรียนร่วมกันระดมสมองและตกแต่งรายละเอียดของประเด็นปัญหาที่น่าจะเกิดขึ้น รับฟังความคิดเห็นของคนส่วนใหญ่ที่ตั้งอยู่บนพื้นฐานของปัญหา และมุ่งมั่นที่จะพิจารณาเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและการวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดขึ้น

2. การวิเคราะห์ปัญหาและการเรียนรู้ประเด็นปัญหา (Problem Analysis and Learning Issue) ในขั้นตอนนี้ความรู้เดิมของนักเรียนจะมีการเปิดใช้งานและสร้างความคิดสำหรับการเรียนรู้ต่อไป นักเรียนระดมสมองและวิเคราะห์ปัญหาที่พบ ระบุประเด็นการเรียนรู้และกำหนดวัตถุประสงค์ในการเรียนรู้ และการมอบหมายงานที่ส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยตนเองและการสอนโดยเพื่อนร่วมชั้น

3. การค้นพบและการรายงานผล (Discovery and Reporting) นักเรียนแต่ละคนรายงานข้อค้นพบที่ได้จากการไปศึกษาค้นคว้า แบ่งปันข้อมูลหรือสารสนเทศใหม่ ๆ ที่แต่ละคนได้ไปศึกษามา และวิเคราะห์ สังเคราะห์ ทบทวนและประเมินคำตอบหรือข้อค้นพบที่ได้

4. การนำเสนอคำตอบของปัญหาและสะท้อนผล (Solution Presentation and Reflection) นำเสนอข้อค้นพบหรือคำตอบของปัญหาและการเรียนรู้ร่วมกันผ่านการอภิปรายสะท้อนผลและประเมินผล

5. การอธิบายสรุป การบูรณาการ และการประเมินผล (Overview, Integration and Evaluation) ครูผู้สอนและนักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น สรุปผลหรือตกแต่งรายละเอียดของการแก้ปัญหาที่ได้นำเสนอ และช่วยกันประเมินผลสิ่งที่ได้ร่วมกันทำหลังจากได้นำเสนอปัญหาและผลการแก้ปัญหาที่ผ่านการสะท้อนผลหรือผ่านการพิจารณาแล้ว

กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์จะเกิดผลดีนั้นผู้เรียนได้เรียนรู้ตรงกับความต้องการ ความสนใจ ความถนัดของตนเอง มีโอกาสคิดอย่างสร้างสรรค์ แสดงออกได้อย่างอิสระ ได้เรียนรู้จากสภาพที่แท้จริง ได้รับประสบการณ์ตรง ได้ใช้สื่อต่าง ๆ เพื่อการเรียนรู้ ได้แลกเปลี่ยนการเรียนรู้ร่วมกับผู้อื่น และสามารถเรียนรู้ได้อย่างมีความสุข (สุวิทย์ มูลคำ, 2542: 139) ใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ในการเรียนรู้ การแก้ปัญหา จึงเป็นการเรียนรู้ในสิ่งที่ตนเองอยากรู้ อยากเรียน เป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมอย่างจริงจัง ในกระบวนการเรียนรู้ของตนเองด้วยวิธีที่ผู้เรียนเลือกเอง (พวงรัตน์ บุญญานุรักษ์, 2544: 43)

การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานของการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่ผ่านมา การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังไม่ได้เน้นเรื่องการคิดมากพอ ผู้เรียนจึงไม่คุ้นเคยกับการคิด ไม่ชอบคิด ผู้สอนอาจต้องใช้ความพยายามเป็นอย่างมากในการทำให้ผู้เรียนได้คิดอยู่เสมอ ด้วยการใช้กิจกรรมและคำถามที่หลากหลาย เพื่อจะให้ผู้เรียนได้ใช้การคิดที่หลากหลายร่วมกัน อันจะทำให้ผู้เรียนคุ้นเคยกับการคิด รักการคิด และมีทักษะการคิดที่ดี (อัมพร ม้าคนอง, 2553: 31) ตามแนวคิดของครูลิค และรุดนิค (Krulik & Rudnick, 1993: 3) ได้จัดลำดับการคิดของมนุษย์เป็น 4 ระดับ การคิดระดับต่ำสู่การคิดระดับสูง คือ การคิดจากการจำหรือระลึก การคิดระดับพื้นฐาน การคิดวิเคราะห์ การคิดสร้างสรรค์ ซึ่งการคิดวิเคราะห์จัดเป็นความคิดระดับสูงที่มีความสำคัญต่อการเรียนรู้ การให้นักเรียนแสดงความคิดหรือการพูดคุยดัง ๆ ในห้องเรียน ทำให้นักเรียนมีทักษะการคิดวิเคราะห์ดีขึ้น (Robbins, 2011: 40 – 47) ครูจึงมีความจำเป็นจะต้องให้ความสนใจในการฝึกฝนให้นักเรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ (เสงี่ยม โตรัตน์, 2546: 26 – 32)

สำหรับความสามารถในการคิดวิเคราะห์นั้น เป็นพื้นฐานหรือขั้นตอนหนึ่งของกระบวนการคิดระดับสูง จึงได้มีนักการศึกษา นักคิด และนักจิตวิทยาหลายท่านได้ศึกษาความสามารถทางสมอง ด้านการคิดวิเคราะห์ เช่น ในปี ค.ศ.1956 บลูม (Bloom) ได้เสนอทฤษฎีการคิด

วิเคราะห์โดย แบ่งแยกย่อยออกเป็น 3 แบบ คือ วิเคราะห์ความสำคัญ วิเคราะห์ความสัมพันธ์ และวิเคราะห์หลักการ (Bloom, 1956: 144 – 148) และในปี ค.ศ.1971 วิลสัน (Wilson, 1971: 645 – 696) ได้เสนอพฤติกรรมการคิดวิเคราะห์ แบ่งแยกย่อยออกเป็น 5 แบบ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Ability to solve nonroutine problems) ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to construct proofs) ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to formulate and validate generalization) ซึ่งความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนนั้นสามารถพัฒนาได้จากการจัดประสบการณ์ที่หลากหลาย และจากบรรยากาศของการเรียนรู้ร่วมกัน เช่น การแลกเปลี่ยนความคิด การแสดงเหตุผล การแก้ปัญหา รวมถึงวิธีการสอนของครูที่จะส่งผลต่อความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ของนักเรียน

ดังนั้นการที่จะทำให้ผู้เรียนมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์นั้น ครูจึงต้องพยายามฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดวิเคราะห์และมีทักษะกระบวนการคิด เรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งเป็นวัยที่ควรแก่การปลูกฝังให้ผู้เรียนฝึกกระบวนการคิดวิเคราะห์ เพื่อให้ผู้เรียนนำทักษะเหล่านี้ไปใช้ในการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง สามารถคิดในสิ่งที่ซับซ้อนอย่างเป็นนามธรรมได้มากขึ้น (ทิศนา แขมมณี และคณะ, 2544) นั่นคือ การฝึกทักษะกระบวนการคิดเป็นการเตรียมผู้เรียนให้เผชิญกับเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม ซึ่งอาจพบในชีวิตจริง รู้จักมองอนาคต มองทิศทางที่ควรเลือกได้อย่างเหมาะสม (สุรศักดิ์ หลาบมาลา, 2533)

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีคุณภาพนั้นจะต้องให้มีความสมดุลระหว่างสาระด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมอันพึงประสงค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 3) โดยที่ผู้สอนจะต้องบูรณาการเนื้อหาและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน สำหรับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้น เป็นความสามารถของบุคคลในการที่จะนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์จึงเป็นของคู่กันและเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาในชีวิตจริง (อัมพร ม้าคนอง, 2547: 10) ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทักษะและกระบวนการที่เป็นหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ ทักษะการแก้ปัญหา เพราะการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นการเรียนรู้จากการแก้ปัญหา (NCTM, 1980: 1 – 3) ดังที่เคนเนดี้ และทิป (Kennedy and Tipps, 1994: 135) ได้กล่าวว่า ทักษะและกระบวนการที่เป็นเป้าหมายพื้นฐานในการสอนคณิตศาสตร์ คือ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่

ทำให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์เรียนรู้ เข้าใจ สามารถคิดเป็นและแก้ปัญหาได้ การที่ผู้เรียนจะสามารถแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้น การเรียนคณิตศาสตร์ก็มีส่วนช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้ระดับหนึ่ง ทั้งนี้เนื่องจากการแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องอาศัยความคิดรวบยอด ทักษะการคำนวณ หลักการ กฎ และสูตรต่าง ๆ นำไปใช้แก้ปัญหา โดยเฉพาะทักษะในการแก้ปัญหามีความสำคัญต่อชีวิตและความสามารถให้เกิดขึ้นได้ (กรมวิชาการ, 2544: 4) ดังนั้น การส่งเสริมและพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาจึงเป็นสิ่งที่ครูควรให้ความสำคัญ

ด้วยเหตุผลและความสำคัญดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไป

คำถามการวิจัย

1. กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้อย่างไร

2. กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก สามารถส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้หรือไม่

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. พัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. ศึกษาคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดย

2.1 เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

2.2 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

2.3 เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

2.4 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

2.5 ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ

2.6 ศึกษาพัฒนาการการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก

สมมติฐานของการวิจัย

การจัดการเรียนการสอนที่เน้นการพัฒนาความคิด ให้นักเรียนใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนสามารถจัดการสิ่งที่ซับซ้อนและสามารถขยายความเข้าใจของนักเรียนได้ จากการศึกษาการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิก ลอเรนน์ และคาเรนน์ (Frivillig, Lauren and Karen 1999: 148 – 170) ได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งมีส่วน ประกอบ 3 ประการ คือ ล้วงความคิด (Eliciting) สนับสนุนความคิด (Supporting) และขยายความคิด (Extending) ด้วยการจัดกิจกรรมและคำถามที่หลากหลาย ผลการศึกษาพบว่า การจัดกิจกรรมดังกล่าวสามารถดึง/ล้วงความคิดของนักเรียน ขยายความคิดของนักเรียนและสนับสนุนให้นักเรียนเกิดความคิดทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาของรอบบิน (Robbins, 2011: 40 – 47) ที่ศึกษาการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการคิดวิเคราะห์ ในสภาพแวดล้อมของห้องเรียน โดยการใช้คำถามที่หลากหลาย และบ่อยครั้ง ที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนผ่านลำดับการแก้ปัญหาและการให้

เหตุผล เก็บข้อมูลโดยการอัดวีดีโอให้นักเรียนแสดงความคิดหรือการพูดคุยดัง ๆ ในห้องเรียน พบว่าทำให้นักเรียนมีทักษะการคิดวิเคราะห์ดีขึ้น และจากการศึกษาของสุภาภรณ์ ระสิตานนท์ (2550: บทคัดย่อ) ศึกษาผลการใช้วิธีการสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาความสามารถการคิดวิเคราะห์ในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น และจากงานวิจัยของเบญจมาศ ฉิมมาลี (2550: บทคัดย่อ) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนด ร้อยละ 50 และนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

แนวคิดการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก เป็นการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนได้เรียนรู้จากการได้สัมผัสและมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา ผู้สอนนำเสนอปัญหาที่แปลกใหม่ ท้าทาย และสอดคล้องกับชีวิตประจำวันของผู้เรียน โดยครูเป็นผู้แนะนำให้การสนับสนุน ตัวปัญหาจะเป็นจุดตั้งต้นของกระบวนการเรียนรู้และเป็นตัวกระตุ้นต่อไปในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาบนพื้นฐานของเหตุและผล (Tan, 2002: 27 – 37) ดังแสดงให้เห็นจากงานวิจัยของราตรี เกตบุตตา (2546: บทคัดย่อ) ศึกษาผลของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือ ร้อยละ 50 ที่กำหนดไว้ และนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ แต่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักผู้วิจัยจึงได้ตั้งสมมติฐานของการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

2. นักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

3. นักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

4. นักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 15 จังหวัดปัตตานี สำนักคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. ตัวแปรที่ศึกษามีดังนี้

3.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1 ความสามารถในการคิดวิเคราะห์

3.2.2 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความในการวิจัย

1. กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก เป็นการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ครูผู้สอนใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันเป็นเครื่องมือให้นักเรียนสร้างความรู้ โดยให้นักเรียนคิดและแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา หาวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยครูล้วงความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิด ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนวิเคราะห์และสะท้อนความคิดของวิธีแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน อันนำไปสู่การเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 1 การแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา กำหนดปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ครูต้องเชื่อมโยงปัญหากับความรู้หรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญและคุณค่าของปัญหานั้น โดยครูล้วงความคิดของนักเรียนจากปัญหา พร้อมทั้งสนับสนุนความคิดความเข้าใจของนักเรียน

ขั้นที่ 2 การขยายความคิดเพื่อวิเคราะห์ปัญหา ล้วงความคิดด้วยการกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและเหมาะสม วางแผนค้นหาคำตอบ เก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด พร้อมทั้งครูสนับสนุนความคิดเพื่อหาวิธีการที่ได้คำตอบ และสนับสนุนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน

ขั้นที่ 3 การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด ให้นักเรียนนำเสนอความคิดจากวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ รวมถึงข้อค้นพบ และสิ่งที่เรียนรู้ พร้อมทั้งครูเพิ่มเติมรายละเอียดในบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง โดยครูจะต้องสนับสนุนความคิดและขยายความคิดจากข้อค้นพบและสิ่งที่นักเรียนร่วมกันอภิปราย

ขั้นที่ 4 การหาข้อสรุปและสะท้อนความคิด กระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันประเมินวิธีการที่ได้คำตอบ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนสามารถสะท้อนความคิดในวิธีการแก้ปัญหา จากนั้นขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา และนำไปสู่การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ

3. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการคิดแยกแยะตีความสิ่งที่สำคัญและไม่สำคัญ แล้วนำมาเชื่อมโยงหาความสัมพันธ์ให้เข้ากับทฤษฎีหรือหลักการที่ได้เรียนรู้มาก่อน เพื่อเขียนพิสูจน์และหาข้อสรุปที่จะสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมีแนวทางในการสร้างแบบวัดตามแนวคิดของวิลสัน (Wilson, 1971: 645 – 696) ซึ่งมี 5 ด้าน ดังนี้

1) ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Ability to solve nonroutine problems) เป็นความสามารถแสดงการถ่ายโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาไปสู่เนื้อหาใหม่ ซึ่งนักเรียนต้องแยกปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ และสำรวจสิ่งที่สามารถเรียนรู้เกี่ยวกับ

แต่ละส่วน เป็นการจัดระบบองค์ประกอบของปัญหา เพื่อที่กำหนดแนวทางใหม่ในการตัดสินใจแก้ปัญหา

2) ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) เป็นความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ใหม่ มากกว่าการตระหนักใช้ความสัมพันธ์ที่คุ้นเคยในข้อมูลปัญหาใหม่

3) ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to construct proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์ด้วยตนเอง โดยจะต้องอาศัยบทนิยามและทฤษฎีต่าง ๆ เข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา

4) ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) เป็นความสามารถวิพากษ์วิจารณ์ พิสูจน์ เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่เป็นความสามารถที่ยุ่งยากซับซ้อนกว่าการเขียนพิสูจน์ เพราะจะต้องใช้เหตุผลว่าการพิสูจน์นั้นถูกต้องหรือไม่ มีขั้นตอนใดผิดพลาดบ้าง

5) ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to formulate and validate generalization) เป็นความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์และเขียนพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่ค้นพบ

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากการแสดงความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา (Polya, 1957: 5 – 40) ดังนี้

1) ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นความสามารถในการสรุปปัญหา บอกประเด็นสำคัญของปัญหา ระบุได้ว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง โจทย์ถามอะไร และเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถาม

2) วางแผนแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการใช้ข้อมูลที่ได้วิเคราะห์ไปแล้วในขั้นที่ 1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อพิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ แล้วเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม

3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เป็นความสามารถในการดำเนินการตามวิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคำนวณ ขั้นนี้เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์จนได้คำตอบ

4) ตรวจสอบคำตอบ เป็นความสามารถในการตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ ความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ ความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

2. ครูสามารถนำการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น

3. ข้อมูลจากการวิจัยครั้งนี้ จะเป็นแนวทางและเป็นประโยชน์ต่อการนำไปปรับปรุงการเรียนการสอนของครูให้มีความชัดเจนและสมบูรณ์ในการสอนคณิตศาสตร์มากขึ้น

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. กระบวนการจัดการเรียนรู้
    - 1.1 ความหมายของกระบวนการจัดการเรียนรู้
    - 1.2 องค์ประกอบของกระบวนการจัดการเรียนรู้
    - 1.3 การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้
    - 1.4 การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์
    - 2.1 ความหมายของความคิด
    - 2.2 ความหมายของความคิดทางคณิตศาสตร์
    - 2.3 ความสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์
    - 2.4 รูปแบบและแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์
    - 2.5 กระบวนการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์
3. การใช้ปัญหาเป็นหลัก
    - 3.1 ความหมายของการใช้ปัญหาเป็นหลัก
    - 3.2 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาเป็นหลัก
    - 3.3 ลักษณะของการใช้ปัญหาเป็นหลัก
    - 3.4 กระบวนการและขั้นตอนการใช้ปัญหาเป็นหลัก
    - 3.5 บทบาทของผู้สอนและผู้เรียนในการใช้ปัญหาเป็นหลัก
    - 3.6 ข้อแตกต่างระหว่างการใช้ปัญหาเป็นหลักและการเรียนแบบอื่น ๆ
    - 3.7 ข้อดีและข้อจำกัดของการใช้ปัญหาเป็นหลัก
4. การคิดวิเคราะห์
    - 4.1 ความหมายการคิดวิเคราะห์
    - 4.2 ลักษณะของการคิดวิเคราะห์
    - 4.3 องค์ประกอบของการคิดวิเคราะห์
    - 4.4 การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถการคิดวิเคราะห์

5. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.3 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

5.4 ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี

5.5 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.6 กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

5.7 ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.8 การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

6.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

6.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาเป็นหลัก

6.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดวิเคราะห์

6.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. กระบวนการจัดการเรียนรู้

1.1 ความหมายของกระบวนการจัดการเรียนรู้

ลักษณะของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานที่ต่อเนื่องกันในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผู้สอนควรให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนรู้จากการปฏิบัติทำกิจกรรม มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของกระบวนการจัดการเรียนรู้ไว้ดังนี้

กู๊ด (Good, 1973) ให้คำนิยามว่ากระบวนการเรียนการสอน คือ วิธีการเรียนการสอนที่ใช้นำไปสู่การเปลี่ยนแปลงหรือการเรียนรู้ที่ต้องการ

จอยส์ และวีล (Joyce and Weil, 2000) ให้ความหมายของรูปแบบการเรียนการสอนว่าเป็นแผนในการจัดการเรียนการสอนที่บรรยายให้เห็นถึงสิ่งแวดล้อมทางการเรียนที่เป็นแนวทางในการออกแบบการเรียนการสอนที่มีเป้าหมายให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ที่แตกต่างกัน

ทิศนา แขมมณี (2545: 475) ได้กล่าวถึงรูปแบบการเรียนการสอนไว้ว่าเป็นแบบแผนการดำเนินการสอนที่ได้รับการจัดเป็นระบบอย่างสัมพันธ์ สอดคล้องกับทฤษฎี หลักการเรียนรู้หรือการสอนที่รูปแบบนั้นยึดถือ และได้รับการพิสูจน์ ทดสอบว่ามีประสิทธิภาพ สามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดมุ่งหมายเฉพาะของรูปแบบนั้น ๆ โดยทั่วไปแบบแผนการดำเนินการสอนดังกล่าวมักประกอบด้วยทฤษฎี หลักการที่รูปแบบนั้นยึดถือ และกระบวนการสอน ที่มีลักษณะเฉพาะ

อันจะนำผู้เรียนไปสู่จุดมุ่งหมายเฉพาะที่รูปแบบนั้นกำหนด ซึ่งผู้สอนนั้นสามารถนำไปใช้เป็นแบบแผนหรือแบบอย่างในการจัดและดำเนินการสอนอื่น ๆ ที่มีจุดมุ่งหมายเฉพาะเช่นเดียวกันได้

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่ากระบวนการจัดการเรียนรู้เป็นขั้นตอนการเรียนการสอน รวมทั้งแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่จัดทำขึ้นตามหลักการของแนวคิดหรือทฤษฎีโดยอาศัยวิธีสอนและเทคนิคการสอนต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนบรรลุผลสำเร็จตามวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอน

1.2 องค์ประกอบของกระบวนการจัดการเรียนรู้

กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ มีหลายองค์ประกอบที่จะส่งผลให้เกิดความสำเร็จได้ โดยเริ่มตั้งแต่ระดับห้องเรียน นอกห้องเรียนในระดับโรงเรียน ระดับชุมชนสังคม และระดับประเทศ ซึ่งทุกองค์ประกอบมีความสำคัญและมีความสัมพันธ์กันในการจัดการเรียนการสอน แนวคิดที่สำคัญต้องคำนึงถึงเป้าหมาย คือ การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ในการศึกษาองค์ประกอบของกระบวนการจัดการเรียนรู้ นักการศึกษาได้ให้แนวคิดขององค์ประกอบของกระบวนการจัดการเรียนรู้ ไว้ดังนี้

เอเดรน (Adren, 1994) กล่าวว่า กระบวนการเรียนการสอน ประกอบไปด้วย ครู จุดประสงค์ นักเรียน สิ่งแวดล้อม การเรียนการสอน วิธีการเรียน และการประเมินผล

ทิศนา แขมมณี (2545) ได้นำเสนอองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอนไว้ดังนี้

1) มีปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิด ความเชื่อที่เป็นพื้นฐานการสอนที่สอดคล้องกับหลักการที่ยึดถือ

2) มีการบรรยายและอธิบายสภาพ หรือลักษณะของการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับหลักการที่ยึดถือ

3) มีการจัดระบบ คือ มีการจัดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของระบบให้สามารถนำผู้เรียนไปสู่เป้าหมายของระบบ หรือกระบวนการนั้น ๆ

4) มีการอธิบายหรือให้ข้อมูลเกี่ยวกับวิธีสอนและเทคนิคการสอนต่าง ๆ อันจะช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนนั้น ๆ เกิดประสิทธิภาพสูงสุด

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า กระบวนการเรียนการสอนประกอบด้วยขั้นตอนการเรียนการสอนโดยมีที่มาจากแนวคิดหรือทฤษฎีต่าง ๆ และวัตถุประสงค์ที่ใช้ในการเรียนการสอน

1.3 การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้

ในการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ยังไม่พบว่ามีนักการศึกษาได้กล่าวไว้อย่างชัดเจน แต่จะกล่าวไว้เพียงการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน ซึ่งสามารถนำมาใช้ในการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

ทิศนา แขมมณี (2545: 199-201) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนไว้ว่ามีขั้นตอนสำคัญดังต่อไปนี้

1) การกำหนดจุดมุ่งหมายในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนให้ชัดเจน

2) การศึกษาหลักการหรือทฤษฎีที่เกี่ยวข้องเพื่อกำหนดองค์ประกอบ และแนวทางในการจัดความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน

3) การศึกษาสภาพการณ์ และปัญหาที่เกี่ยวข้องเพื่อให้ค้นพบองค์ประกอบสำคัญที่จะช่วยให้รูปแบบการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพเมื่อนำไปใช้จริงและช่วยป้องกันปัญหาที่จะทำให้รูปแบบการเรียนการสอนขาดประสิทธิภาพ

4) การกำหนดองค์ประกอบสำคัญของรูปแบบ เพื่อพิจารณาว่ามีสิ่งใดที่ช่วยให้เป้าหมายหรือจุดมุ่งหมายบรรลุผลสำเร็จ

5) การจัดกลุ่มองค์ประกอบเพื่อนำองค์ประกอบที่กำหนดไว้มาจัดหมวดหมู่ เพื่อความสะดวกในการดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

6) การจัดความสัมพันธ์กับองค์ประกอบเพื่อพิจารณาองค์ประกอบใดเป็นเหตุ และเป็นผลขึ้นต่อกันในลักษณะใด สิ่งใดควรมาก่อนมาหลัง สิ่งใดสามารถดำเนินการ คู่ขนานกันไปได้

7) การจัดผังรูปแบบโดยแสดงลำดับขั้นตอนของรูปแบบการสอน และแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน

8) การทดลองใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อศึกษาผลที่เกิดขึ้น

9) การประเมินผลรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อประเมินว่าบรรลุผลตามเป้าหมายหรือใกล้เคียงกับเป้าหมายมากน้อยเพียงใด

10) การปรับปรุงรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อนำผลจากการทดลองใช้ไปปรับปรุงให้รูปแบบการเรียนการสอนนั้นดียิ่งขึ้น

1.4 การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนมีความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ และมีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ให้บรรลุตามมาตรฐานที่กำหนดไว้ ซึ่งการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นควรพิจารณาในสิ่งดังต่อไปนี้

2.4.1 หลักการสอนคณิตศาสตร์

การเรียนรู้หลักการสอนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งหนึ่งที่จำเป็นอย่างยิ่งต่อครูผู้สอนคณิตศาสตร์ เพราะหลักการสอนคณิตศาสตร์จะเป็นข้อมูลความรู้ที่ครูสามารถนำไปประยุกต์จัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้ ซึ่งจะช่วยให้การสอนนั้นมีประสิทธิภาพและบรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ยุพิน พิพิธกุล (2539: 39 – 41) ได้ให้หลักการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1) ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่ยาก และจากนามธรรมไปสู่รูปธรรม

2) สอนให้สัมพันธ์ความคิด เมื่อครูทบทวนเรื่องใดควรจะทบทวนให้หมด การรวบรวมเรื่องที่เหมือนกันเข้าเป็นหมวดหมู่ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจและจำได้แม่นยำขึ้น

3) ควรคำนึงถึงประสบการณ์เดิมและทักษะเดิมที่นักเรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรต่อเนื่องกับกิจกรรมเดิม

4) สอนให้นักเรียนเห็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่องที่สัมพันธ์กันควรสอนไปพร้อมกัน

5) สอนให้นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเอง

6) ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้น

7) ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้ และให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนและคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง

8) สอนผ่านประสาทสัมผัสหลายอย่าง ทั้งการดู การฟัง การเขียน การพูด และการปฏิบัติ

2.4.2 ทักษะการสอนคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สิ่งที่มีอิทธิพลต่อการประสบผลสำเร็จในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากการมีความรู้เกี่ยวกับหลักการสอนและเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ การใช้ทักษะการสอนต่าง ๆ ยังมีความสำคัญและจำเป็นอย่างมากสำหรับครู เพราะจะช่วยให้ครูสอนสามารถปฏิบัติการสอนได้อย่างชำนาญ ทักษะที่ครูควรจะฝึกมีดังนี้ (ยุพิน พิพิธกุล, 2539: 104 – 121; อัมพร ม้าคนอง, 2544: 40 – 44)

1) ทักษะการนำเข้าสู่บทเรียน

การนำเข้าสู่บทเรียน เป็นการเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียนสำหรับการเรียนเนื้อหาใหม่ การนำเข้าสู่บทเรียนนั้นอาจมีวิธีการต่าง ๆ เช่น วิธีสนทนาซักถาม การทบทวนบทเรียนให้สัมพันธ์กับบทเรียนใหม่ การเล่าเรื่อง การตั้งปัญหาโดยการอภิปราย และการตั้งปัญหาโดยการทดลอง เป็นต้น

การนำเข้าสู่บทเรียน ควรมีลักษณะดังนี้

1.1) ทำก่อนการสอนเนื้อหาใหม่

1.2) ไม่ควรใช้เวลานานเกินไปหรือนำยืดยาวเกินไป

1.3) ครูไม่จำเป็นต้องเป็นผู้ทบทวน หรือผู้บอกนักเรียนเสมอไป แต่อาจใช้คำถามให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของสิ่งที่นักเรียนเรียนรู้แล้วกับสิ่งใหม่ที่จะเรียน

1.4) ให้นักเรียนช่วยกันคิดอธิบายความรู้ที่เป็นพื้นฐานของเนื้อหาที่จะเรียน ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนเองในการทบทวนความรู้เก่า และครูได้ประเมินว่านักเรียนมีความรู้เพียงพอต่อการเรียนเนื้อหาใหม่หรือไม่

1.5) ครูสร้างประเด็นปัญหาให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย เพื่อหาวิธีแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาใหม่

2) ทักษะการสรุปบทเรียน

การสรุปบทเรียนเป็นสิ่งที่จำเป็นอย่างยิ่งในการสอน เพราะทำให้ครูทราบว่านักเรียนสามารถรวมความคิด ความเข้าใจถูกต้องหรือไม่ การสรุปบทเรียนควรมีลักษณะดังนี้

2.1) การสรุปควรสรุปเป็นตอน ๆ จากเนื้อหาย่อย ๆ ในขณะที่สอน เมื่อนักเรียนเกิดมโนทัศน์จากเรื่องที่สอนไปแล้ว จะได้ใช้ข้อมูลนั้นสำหรับการสอนเนื้อหาย่อยในลำดับที่สูงขึ้น

2.2) การสรุปบทเรียนควรให้นักเรียนเป็นผู้สรุป โดยครูเป็นผู้แนะแนวทางในการสรุปเพื่อที่นักเรียนจะได้ทราบว่าสิ่งที่ตนเข้าใจนั้นถูกต้องหรือไม่ และครูจะได้ทราบว่านักเรียนมีความเข้าใจสิ่งที่สอนมากน้อยเพียงใด

2.3) การสรุปบทเรียนเมื่อจบบทเรียนแล้ว เป็นการทบทวนรวบยอดอีกครั้งหนึ่งว่าในคาบนั้นนักเรียนได้เรียนอะไรไปบ้าง มีกฎเกณฑ์อะไรที่ควรจะเข้าใจ และมีความเข้าใจถูกต้องหรือไม่ มีความเข้าใจมากน้อยเพียงใด ครูควรให้นักเรียนได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของบทสรุปย่อย ๆ เอง ก่อนที่ครูจะสรุปรวมให้ภายหลัง หากเป็นกฎ สูตร นิยาม ครูไม่ควรสนับสนุนสิ่งเหล่านั้นทันที แต่ควรรอให้นักเรียนใช้ภาษาของตนเองสรุปก่อน ครูจึงสรุปในภายหลัง

2.4) การสรุปบทเรียนไม่ควรทำเฉพาะกับการสอนเนื้อหาเท่านั้น การสอนโจทย์ปัญหา ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ ก็อาจมีการสรุปบทเรียนได้

3) ทักษะการตั้งคำถาม

การใช้คำถามเป็นเรื่องสำคัญมากในวิชาคณิตศาสตร์ เพราะการสอนจะต้องใช้คำถามอยู่ตลอดเวลาไม่ว่าจะสอนโดยวิธีใด ซึ่งการตั้งคำถามควรมีลักษณะดังนี้

3.1) ครูต้องคิดคำถามล่วงหน้า พร้อมทั้งประมาณการคำตอบที่นักเรียนน่าจะตอบ เพื่อเตรียมตัวอธิบายหรือแก้ไขหากนักเรียนเข้าใจไม่ถูกต้อง

3.2) ควรตั้งคำถามให้นักเรียนได้คิด มีการอภิปราย อธิบายคำตอบ หรือแสดงเหตุผลมากกว่าตั้งคำถามที่ต้องการเฉพาะคำตอบเพียงคำตอบเดียว

3.3) เมื่อถามนักเรียนไปแล้วครูควรสนใจฟังคำตอบของนักเรียน ให้ความสำคัญกับคำตอบของนักเรียน หากนักเรียนตอบไม่ถูกครูควรใช้คำถามช่วยให้เกิดข้อคิด

3.4) ครูควรพยายามถามครั้งเดียว และหลีกเลี่ยงการซ้ำคำถามของครูและคำตอบซ้ำของนักเรียน เพื่อเป็นการฝึกวินัยการฟังที่ดี ในขณะเดียวกันถ้าครูถามซ้ำอาจไปก่อกวนการคิดของนักเรียน

4) ทักษะการยกตัวอย่าง

การยกตัวอย่างเป็นอีกทักษะหนึ่งที่มีความสำคัญมาก เพราะจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจในสิ่งที่ครูอธิบายได้ชัดเจนมมากขึ้น และสามารถตรวจสอบความคิดที่ถูกต้องของนักเรียนด้วย ในการยกตัวอย่างครูควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

4.1) ควรยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ใกล้ตัวนักเรียน หรือเกิดขึ้นกับนักเรียนและมีความสัมพันธ์กับเนื้อหาที่สอน

4.2) การยกตัวอย่างควรมีจุดหมายชัดเจน

4.3) เปิดโอกาสให้นักเรียนยกตัวอย่างเอง

4.4) จำนวนตัวอย่างที่ยกควรมีจำนวนมากพอที่จะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจชัดเจน โดยเฉพาะอย่างยิ่งการยกตัวอย่างให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ในตัวอย่างและสรุปออกมาเป็นทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม

4.5) การยกตัวอย่างเปรียบเทียบ เมื่อเรื่องที่สอนมีลักษณะเป็นคู่และต้องการให้เห็นความแตกต่าง เมื่อสอนอย่างหนึ่งแล้วก็ควรสอนอีกอย่างหนึ่งด้วย เช่น สอนการหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. โดยการแยกแฟกเตอร์ก็ควรสอนไปพร้อม ๆ กัน

4.6) ยกตัวอย่างที่ง่ายก่อนแล้วจึงยกตัวอย่างที่ยากขึ้นตามลำดับ

การใช้ทักษะการสอนดังกล่าวล้วนเป็นสิ่งจำเป็นของครูคณิตศาสตร์ เพราะในชั้นเรียนคณิตสาสตร์ครูต้องใช้ทักษะเหล่านี้อยู่เสมอ หากว่าครูผู้สอนมีการ ศึกษา เรียนรู้และฝึกฝนอยู่เสมอ จะส่งผลให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสัมฤทธิ์ผลอย่างรวดเร็ว

2.4.3 แนวทางการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

แนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีคุณภาพนั้นจะต้องให้มีความสมดุลระหว่างสาระด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ มีนักการศึกษาเสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

เบลล์ และคณะ (Bell and others, 1983 อ้างถึงใน Ernest, 2000: 4–8) ได้จำแนกสิ่งที่นักเรียนควรเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนทัศน์ การสร้างมโนทัศน์ โครงสร้างมโนทัศน์ การเรียนรู้กลวิธีทั่วไปทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาเจตคติและความประทับใจต่อคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดดังนี้

1) ข้อเท็จจริง คือ หน่วยการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เล็กที่สุด เป็นความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ข้อเท็จจริงแต่ละหน่วยประกอบขึ้นเป็นตัวสาระการเรียนรู้ มีการเชื่อมโยงอย่างมีความหมาย ง่ายต่อการจำ จนกลายเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างมโนทัศน์

2) ทักษะ คือ การดำเนินการที่มีหลายขั้นตอน รวมถึงทักษะที่คุ้นเคยและทักษะที่ต้องฝึกบ่อย ๆ เช่น การดำเนินการทางจำนวน เช่น การบวกในแนวตั้งหรือการดำเนินการด้วยเครื่องหมายทางพีชคณิต เช่น การแก้สมการเชิงเส้น นักเรียนสามารถพัฒนาทักษะได้ด้วยการเรียนรู้จากตัวอย่าง ด้วยการสังเกตตัวอย่างที่เคยทำแล้วจึงปฏิบัติตาม หากเป็นตัวอย่างที่ยากก็ต้องมีฝึกซ้ำ นักเรียนมักเรียนรู้ทักษะคลาดเคลื่อน ซึ่งความคลาดเคลื่อนส่วนใหญ่มักเกิดการเรียนรู้ทักษะเพียงบางส่วน ทำให้ทักษะบางส่วนขาดไปหรือรวมทักษะผิดพลาด ความคลาดเคลื่อนอีกส่วนมาจากการใช้กฎผิด เช่น เนื่องจากนักเรียนใช้กฎการคูณในการหารผิดแล้วใช้การบวกแทนการคูณ

3) มโนทัศน์และโครงสร้างมโนทัศน์ มโนทัศน์เป็นสมบัติที่บอกความหมายของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง เช่น มโนทัศน์ของจำนวนลบ คือ จำนวนที่น้อยกว่าศูนย์ มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือ รูปในระนาบที่มีด้านเป็นส่วนของเส้นตรงที่เท่ากัน 4 ด้าน และมุมฉาก 4 มุม การเรียนรู้เพียงชื่อจะเป็นการเรียนข้อเท็จจริงเท่านั้น แต่การเรียนรู้ความหมายของชื่อและการให้คำจำกัดความจึงถือเป็นการเรียนรู้มโนทัศน์

โครงสร้างมโนทัศน์เป็นกลุ่มของมโนทัศน์และการเชื่อมโยงสัมพันธ์ระหว่างกัน ซึ่งมีความซับซ้อนและพัฒนามากขึ้นเมื่อนักเรียนเพิ่มเติมมโนทัศน์มากขึ้นและเชื่อมโยงมโนทัศน์เหล่านั้นผ่านการเรียนรู้ เช่น โครงสร้างมโนทัศน์เรื่องการกำหนดค่าประจำหลักของจำนวนการกำหนดค่าประจำหลักเป็นระบบทางจำนวนที่เราใช้ในการให้ค่าของตัวเลข เช่น การกำหนดค่าประจำหลักของ 9 จะได้ว่า 9 ในหลักหน่วย หลักสิบ หลักร้อย และทศนิยมตำแหน่งที่หนึ่งมีค่าเป็น 9, 90, 900 และ 0.9 ตามตำแหน่งของศูนย์และจุดทศนิยมที่แสดงอยู่ ดังนั้นการคูณด้วย 10, 100, 1000 จึงหมายถึงการย้ายจำนวนเต็มไป 1, 2 หรือ 3 ตำแหน่งตามลำดับ และไม่มีจุดสิ้นสุด ในการให้ค่าประจำหลักทั้งทางซ้ายและทางขวาของเส้นจำนวน ส่วนโครงสร้างมโนทัศน์เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมนั้น เป็นการรู้ความสัมพันธ์ระหว่างรูปหลายเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว ความรู้ทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ที่นักเรียนเรียนในโรงเรียนถูกสร้างขึ้นตามโครงสร้างของมโนทัศน์ ข้อเท็จจริงและทักษะที่นักเรียนเรียนนั้นรวมอยู่ในโครงสร้างนี้แล้วหรือไม่ก็มีความเชื่อมโยงกันอยู่ ยิ่งนักเรียนมีความเชื่อมโยงระหว่างข้อเท็จจริง ทักษะและมโนทัศน์มาก นักเรียนก็จะสามารถจำและนำความรู้มาใช้ได้ง่ายขึ้น

4) กลวิธีทั่วไปเป็นวิธีการ หรือเป็นกระบวนการที่เป็นแนวทางในการเลือกทักษะหรือความรู้เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอน ซึ่งถ้าปัญหาที่นักเรียนพบเหมือนกับที่เคยทำ

มาก่อนนักเรียนจะจำวิธีการแก้ปัญหานั้นได้ แต่ถ้าเป็นปัญหาที่เปลี่ยนไป นักเรียนจะไม่สามารถระลึกถึงวิธีการแก้ปัญหาได้ ดังนั้นกลวิธีทั่วไปจึงมีประโยชน์อย่างมากเพราะนักเรียนจะใช้เป็นแนวทางที่อาจนำไปสู่คำตอบ ปัญหาปลายเปิดและการสืบเสาะจะทำให้นักเรียนสร้างสรรค์วิธีการสำรวจเพื่อหาคำตอบและรูปแบบทางคณิตศาสตร์ กลวิธีทั่วไปที่สามารถนำไปใช้กับปัญหาที่ซับซ้อนมาก ๆ และการค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหา มีดังนี้

4.1) การนำเสนอปัญหาด้วยการวาดแผนผัง

4.2) พยายามแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า โดยหวังว่าจะได้ข้อแนะนำวิธีการ

4.3) การสร้างตัวอย่าง

4.4) สร้างตารางผลลัพธ์ต่าง ๆ

4.5) ใส่ผลลัพธ์ในตารางเพื่อเป็นตัวแนะตามลำดับ

4.6) ค้นหารูปแบบจากข้อมูลที่มี

4.7) คิดหาวิธีการที่ต่างออกไปและทดลองการหาคำตอบ

4.8) ตรวจสอบคำตอบ

5) เจตคติ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์เป็นความรู้สึกและการตอบสนองของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งความชอบหรือไม่ชอบ ความเชื่อมั่นในการทำงานคณิตศาสตร์ เป็นต้น เจตคติต่อคณิตศาสตร์มีความสำคัญและเป็นจุดมุ่งหมายทั่วไปอย่างหนึ่งของการสอนคณิตศาสตร์ การมีเจตคติทางบวกนำไปสู่ความพยายามและการบรรลุความสำเร็จได้มากขึ้น

6) ความประทับใจ ความประทับใจในวิชาคณิตศาสตร์สัมพันธ์กับความเข้าใจภาพรวมทางคณิตศาสตร์ การตระหนักรู้ในความเป็นนักคณิตศาสตร์นำภาพรวม ความเข้าใจในคุณค่าและบทบาทของคณิตศาสตร์ต่อสังคม

ค๊อกครอฟ (Cockcroft, 1982 อ้างถึงใน Ernest, 2000: 13) ได้ศึกษาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และให้ข้อเสนอแนะว่าในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้นควรประกอบด้วยโอกาสต่าง ๆ ดังนี้

1) การอธิบายโดยครู

2) การอภิปรายระหว่างครูกับนักเรียน และระหว่างนักเรียนกับนักเรียน

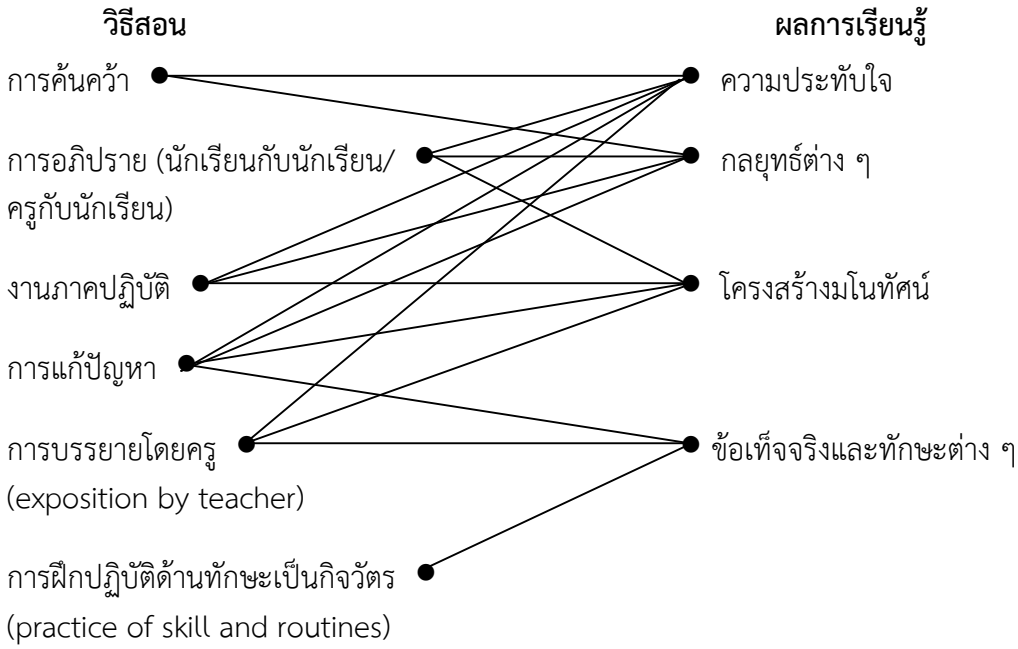
3) การมอบหมายงานภาคปฏิบัติที่เหมาะสม

4) การฝึกทักษะพื้นฐานให้มีความแข็งแกร่งและทำเป็นกิจวัตร

5) การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์รวมทั้งการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

6) การมอบหมายงานที่ต้องใช้การสืบเสาะ

การจัดการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดและแก้ปัญหาด้วยตนเอง ได้ค้นคว้าจากสื่อและเทคโนโลยีต่าง ๆ โดยอิสระครูมีส่วนช่วยในการจัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของนักเรียนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ทำหน้าที่เป็นที่ปรึกษา ให้คำแนะนำและชี้แนะในข้อบกพร่องของนักเรียน จะช่วยให้นักเรียนพัฒนากลวิธีการแก้ปัญหาใหม่ ๆ โครงสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งความรู้เรื่องข้อเท็จจริงและทักษะทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ซึ่งวิธีการสอนดังกล่าวมีอิทธิพลต่อผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดังแสดงในภาพที่ 1



ภาพที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนและผลการเรียนรู้
(Cockcroft, 1982 อ้างถึงใน Ernest, 2000: 13)

จากที่กล่าวมา สามารถสรุปได้ว่าการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์และตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์นั้นขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการ ปัจจัยหนึ่งที่มีอิทธิพลต่อการบรรลุผลสำเร็จดังกล่าวนั้น คือ การปฏิบัติการสอนของครู ซึ่งในการปฏิบัติการสอนของครูนั้นจะมีทั้งการใช้วิธีการสอน ทักษะการสอน และแนวการจัดการเรียนการสอน ถ้าหากครูสามารถเลือกใช้วิธีการสอน ทักษะการสอน และแนวการจัดการเรียนการสอนที่เหมาะสมกับเนื้อหา ลักษณะนักเรียนและสภาพบริบทในชั้นเรียน จะมีแนวโน้มที่ทำให้การสอนนั้นเกิดประสิทธิผล ดังนั้นการศึกษาและเรียนรู้เกี่ยวกับวิธีสอน ทักษะการสอน แนวทางการจัดการเรียนการสอนจึงเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นสำหรับครู เพราะจะช่วยให้ครูมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน สามารถเลือกใช้วิธีสอน ทักษะการสอน และแนวทางการสอนได้อย่างเหมาะสมกับสภาพและบริบทในชั้นเรียน ส่งผลให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ง่ายขึ้นและมีความสุขในการเรียน

2. การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

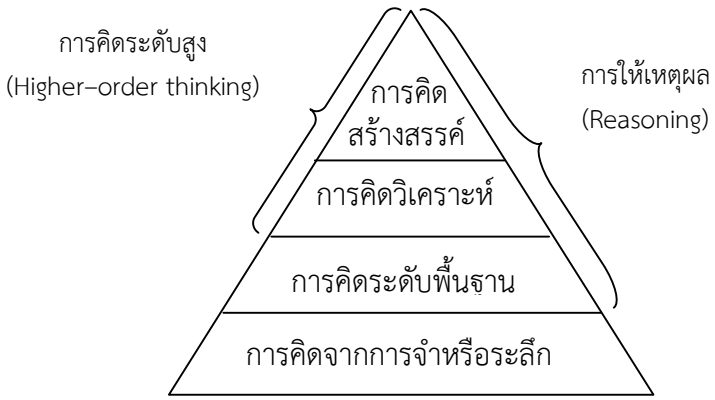
2.1 ความหมายของความคิด

การใช้ความคิดของมนุษย์ถือว่าเป็นสิ่งที่มีความจำเป็นต่อการดำเนินชีวิต และสามารถเกิดขึ้นได้ตลอดเวลา เป็นไปตามธรรมชาติ เป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งที่เยาวชนควรได้รับการพัฒนา เพื่อให้เกิดความเจริญเติบโตเป็นบุคคลที่มีคุณภาพและดำรงตนอยู่ในสังคมอย่างมีความสุข มีนักจิตวิทยา นักการศึกษาต่างประเทศและนักการศึกษาไทยหลายท่านได้ให้ความหมายของความคิดไว้ดังนี้

บูรตัน (Burton, 1984: 36) ได้กล่าวถึงความคิดของมนุษย์สรุปได้ว่า ความคิดเป็นวิธีการที่ใช้โดยมนุษย์เพื่อปรับปรุงความเข้าใจของพวกเขาและพยายามควบคุมสภาพแวดล้อมของพวกเขา

เพียเจต์ (Piaget, 1977: 21) ได้กล่าวถึงความคิดของบุคคลสรุปได้ว่า เป็นกระบวนการใน 2 ลักษณะ คือ เป็นกระบวนการดูดซึมที่เกิดจากการพบหรือมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมดูดซึมภาพหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ เข้าไว้ในความคิดตน และเป็นกระบวนการปรับเข้าโครงสร้างโดยการจัดสิ่งเร้าใหม่ให้เข้ากับความรู้หรือความคิดเดิม บุคคลจะใช้กระบวนการนี้ทั้ง 2 ลักษณะร่วมกันหรือสลับกันเพื่อปรับความคิดของตนให้เข้ากับสิ่งเร้ามากที่สุด ผลของการปรับเปลี่ยนดังกล่าวจะช่วยพัฒนาวิธีการคิดของบุคคลจากระดับหนึ่งสู่อีกระดับหนึ่งที่สูงกว่า

ครูลิคและรุดนิค (Krulik and Rudnick, 1993: 3 – 5) ได้แบ่งความคิดทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ระดับ คือ การคิดจากการจำหรือระลึก การคิดระดับพื้นฐาน การคิดวิเคราะห์ การคิดสร้างสรรค์ ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 ระดับความคิดทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของครูลิคและรุดนิค
(Krulik and Rudnick, 1993: 3 - 5)

สุภนันท์ เสถียรศรี (2536: 14) กล่าวถึงความคิดโดยสรุปได้ว่า ความคิดมีลักษณะเป็นทั้งกระบวนการและผลผลิต ซึ่งมีลักษณะที่ต่อเนื่องกันแยกออกจากกันไม่ได้โดยเด็ดขาดแต่อาจนำมาอธิบายต่างกัน คือ ในกรณีที่กล่าวถึงกระบวนการก็จะใช้วิธีการคิดหรือทักษะการคิดมาอธิบาย ส่วนในกรณีของผลผลิตก็จะกล่าวถึงคุณภาพความคิด ซึ่งเป็นผลที่เกิดจากการใช้วิธีการคิดที่ดี และให้ได้ผลผลิตของความคิดที่มีคุณภาพ สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาทั้งในเชิงวิชาการและไม่ใช่วิชาการ ตลอดจนสร้างคุณลักษณะประจำตัวให้เป็นไปตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร

ศันสนีย์ ฉัตรคุปต์ และอุษา ชูชาติ (2544: 5 – 6) ได้ให้ความหมายของความคิดโดยสรุปว่า ความคิดเป็นผลผลิตของการคิดจากกระบวนการทำงานของสมอง สมองจะใช้ข้อมูลต่าง ๆ ที่มีอยู่มาประกอบกันและเกิดเป็นกระบวนการคิดและความคิดขึ้นได้

อุษณีย์ โพธิ์สุข และคณะ (2544: 18) ได้ให้ความหมายของความคิดสรุปได้ว่า ความคิดเป็นกลไกตอบสนองของสมองต่อสิ่งเร้าต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นตลอดเวลา ซึ่งเป็นไปตามธรรมชาติของมนุษย์ที่ใช้ในการสร้างแนวคิดรวบยอด ด้วยการจำแนกความแตกต่างการจัดกลุ่มและการกำหนดชื่อเรื่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงที่ได้รับและกระบวนการที่ใช้ในการแปลความหมายของข้อมูล รวมถึงการสรุปอ้างอิงด้วยการจำแนกรายละเอียด การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้รับ ซึ่งข้อมูลที่นำมาใช้อาจจะเป็นประสบการณ์เก่า ความจริงที่สัมผัสได้ ข้อมูลต่าง ๆ หรืออาจเป็นเพียงจินตนาการที่ไม่อาจจะสัมผัสได้ ตลอดจนเป็นกระบวนการเกี่ยวกับการนำกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ไปประยุกต์ใช้

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2545: Online) กล่าวถึงความคิดโดยสรุปได้ว่า เป็นการที่คนคนหนึ่งพยายามใช้พลังทางสมองของตนในการนำเอาข้อมูล ความรู้ ประสบการณ์ต่าง ๆ ที่มีอยู่มาจัดวางอย่างเหมาะสม เพื่อให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์ เช่น การตัดสินใจเลือกในสิ่งที่ดีที่สุด เป็นต้น

นิคม ปิยมโนชา (2547: Online) กล่าวถึงความคิดโดยสรุปได้ว่า ความคิดของมนุษย์เป็นผลที่เกิดจากกลไกของสมองซึ่งเกิดขึ้นได้ตลอดเวลาและเป็นไปตามธรรมชาติ ผลของการใช้ความคิดจะแสดงให้เห็นในลักษณะของการสรุปเป็นความคิดรวบยอด การจำแนกความแตกต่าง การจัดกลุ่ม การจัดระบบ การแปลความหมาย การสรุปอ้างอิง และการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ที่ได้รับ ซึ่งอาจเป็นความจริงที่สัมผัสได้หรือเป็นเพียงจินตนาการที่ไม่อาจสัมผัสได้

ลักขณา สริวัฒน์ (2549: 8 – 9) กล่าวถึงความคิดโดยสรุปได้ว่า ความคิดของมนุษย์เป็นผลเกิดจากการรู้คิดที่เป็นกระบวนการทำงานของสมอง และเป็นเครื่องมือของมนุษย์ในการแสวงหาความรู้เพิ่มเติม

จากความหมายของความคิดที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ความคิด หมายถึง กระบวนการที่เกิดขึ้นในสมองที่ใช้สัญลักษณ์หรือภาพแทนสิ่งของ เหตุการณ์หรือสถานการณ์ ต่าง ๆ โดยมีการจัดระบบความรู้ ข้อมูล ข่าวสาร ทั้งในรูปแบบธรรมดาและสลับซับซ้อน

2.2 ความหมายของความคิดทางคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ นักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายและให้ความหมายของความคิดทางคณิตศาสตร์ดังนี้

ดังเกอร์ (Dunker 1945: cite by Mayer and Hegarty, 1987: 31) กล่าวโดยสรุปได้ว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นผลที่เกิดขึ้นจากการจัดการระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับข้อมูลที่ต้องการ

แบรนส์ฟอร์ดและคณะ (Bransford et al., 1987: 206) ได้ให้ความหมายของความคิดทางคณิตสาสตร์ไว้ว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อแก้ปัญหาที่เป็นตัวเลข

เมเยอร์และฮีการ์ที (Mayer and Hegarty, 1987: 33) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นเมื่อผู้แก้ปัญหาพยายามทำความเข้าใจปัญหา วิธีการแก้ปัญหาและทางออกของปัญหานั้น ๆ

ไฮเด (Hyde, 1991: 29) กล่าวถึงความคิดทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า เป็นกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการสำคัญ 4 กระบวนการ คือ การให้เหตุผล การสื่อสาร การสังเคราะห์ความคิดและการแก้ปัญหา

กรีนวูด (Greenwood, 1993: 144 – 148) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของบุคคลในการทำความเข้าใจรูปแบบ หาจุดรวมของปัญหา รวมทั้งการสร้างวิธีการแก้ปัญหาใหม่ ๆ โดยเน้นการเรียนรู้มากกว่าคำตอบหรือผลลัพธ์

โอดาฟเฟอร์และธอร์นควิสท์ (O'Daffer and Thornquist, 1993: 43) กล่าวถึงความคิดทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า เป็นการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาสร้างข้อสรุปและแก้ปัญหาเกี่ยวกับแนวคิดนั้น

เมสันและสเตเซย์ (Mason and Stacey, 1994: 158) ให้ความหมายของความคิดทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า เป็นกระบวนการที่ดำเนินไปเป็นพลวัต ซึ่งจะช่วยให้เราสามารถจัดการสิ่งที่มีความซับซ้อนและขยายความเข้าใจของเราได้

เจมส์ (James, 2001: 1) กล่าวไว้โดยสรุปว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการทางปัญญาของบุคคลในการเผชิญปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผล

วูด วิลเลียม และแมคนีล (Wood, William, McNeal, 2006: 226) ได้ให้ความหมายของความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกิจกรรมทางจิตที่เกี่ยวข้องกับความเป็นนามธรรมและลักษณะทั่วไปของความคิดทางคณิตศาสตร์

สุรินทร สวนทอง (2534: 36) ให้ความหมายของความคิดทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าเป็นความสามารถของกระบวนการทางสมองในการที่จะรับรู้ข้อมูลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์มาคิดแก้ปัญหาหรือทำงานทางคณิตศาสตร์ให้สำเร็จได้อย่างดี

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2551: 23) ได้ให้ความหมายของความคิดทางคณิตศาสตร์ สรุปไว้ว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นผลของการคิด ซึ่งเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นเมื่อต้องเผชิญปัญหาคณิตศาสตร์ และพยายามทำความเข้าใจปัญหาเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งต้องอาศัยหลักและวิธีการทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของความคิดทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นผลลัพธ์ที่เกิดจากการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาสร้างข้อสรุปและแก้ปัญหาที่สมเหตุสมผลเมื่อต้องเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์

2.3 ความสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์

การคิดของมนุษย์เพื่อแก้ปัญหาต่าง ๆ นั้นมีวิธีการคิดแบบต่าง ๆ หลายแบบ เช่น ใช้วิธีการคิดแบบคณิตศาสตร์ ซึ่งวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม มีความเป็นระบบและเกี่ยวกับการให้เหตุผล นักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายและให้แนวคิดเกี่ยวกับความสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

สเติร์นเบิร์ก (Sternberg, 1987: 30) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นการนิยามข้อมูลให้กระจ่าง ส่งผลให้เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพของแต่ละบุคคล

แจ็คสันและคณะ (Jackson et al., 1994: 1) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า มนุษย์ได้ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical idea) เกี่ยวกับปัญหาในชีวิตประจำวันอยู่ตลอดเวลา แต่ไม่ได้สนใจสำรวจศึกษาต่อปัญหานั้นเท่าใดนัก แต่หากมีคนให้ความสนใจ สนุกกับปัญหาที่เกิดขึ้น มีความกระตือรือร้น พยายามศึกษารูปแบบโดยให้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อาจกล่าวได้ว่าคนนั้นได้ใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์

เฮนเดอร์สัน (Henderson, 2002: 1) กล่าวถึงความสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า เราใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์ในการประยุกต์เทคนิคที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในด้านมโนทัศน์และด้านกระบวนการเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

ยืน ภู่วรวรรณ (2533: Online) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ในปัจจุบันปัญหาส่วนใหญ่ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันมีวิธีการแก้ปัญหาโดยอาศัยหลักของเหตุและผล อาศัยรูปแบบความคิดทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ ซึ่งจำเป็นต้องมีข้อมูลในระดับหนึ่งมาช่วยในการตัดสินใจ หลักการ ของการแก้ปัญหาใดก็ตามก็คือ นำกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ที่เป็นความจริง เป็นความรู้ เป็นทฤษฎีต่าง ๆ ซึ่งก็คือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์นั่นเอง มาใช้ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่ในระดับหนึ่ง อ้างอิงคำตอบของ

ปัญหาที่ต้องการ อย่างไรก็ตาม การแก้ปัญหานี้เป็นกลไกที่เกิดขึ้นในสมองของแต่ละคน แม้ว่าคำตอบที่ได้จะเหมือนกัน แต่ในด้านของวิธีการคิดของแต่ละบุคคลซึ่งอาศัยพื้นฐานความคิดทางคณิตศาสตร์ความมีเหตุผลอาจจะแตกต่างกันไปก็ได้

นิคม ปิยมโนชา (2547: Online) กล่าวไว้ว่า การใช้ความคิดของมนุษย์เป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นอย่างมากต่อการดำเนินชีวิต ผู้ที่มีความคิดเฉียบแหลม ทันสมัยไม่เหมือนใคร คิดได้ก่อนใครจะเป็นผู้ที่ได้เปรียบในทุก ๆ ด้าน สามารถดำเนินชีวิตได้อย่างมีคุณภาพ และประสบผลสำเร็จทั้งในชีวิตส่วนตัวและการทำงาน การฝึกทักษะการคิดจึงเป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งที่เยาวชนควรได้รับการพัฒนาเพื่อให้เกิดความเจริญเติบโตเป็นบุคคลที่มีคุณภาพ และดำรงตนอยู่ในสังคมอย่างมีความสุข

จากความสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้ที่มีความคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เราสามารถจัดการสิ่งที่มีความซับซ้อนและนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2.4 รูปแบบและแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์ อันจะส่งผลให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์และเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างต่อเนื่องอย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นนักเรียนควรได้รับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ไปพร้อม ๆ กับการให้ความรู้ตามเนื้อหา มีนักการศึกษาได้เสนอรูปแบบและแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ฟรายวิลลิก (Fraivillig, 2001: 454 - 459) ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียน โดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง ซึ่งมีลักษณะที่ให้โอกาสผู้เรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนส่งเสริมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และช่วยให้เกิดความท้าทายในความคิดของนักเรียน โดยได้เสนอยุทธศาสตร์เพื่อพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Strategies for Advancing Children’ s Mathematical Thinking) เพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีความหมายสำหรับนักเรียน โดยได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Advancing Children’ s Thinking: ACT) จากการใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งมีองค์ประกอบของการจัดกิจกรรม ดังนี้

1. ล้วงความคิด (Eliciting) โดยครูกระตุ้นชี้แนะ/อำนวยความสะดวกให้นักเรียนได้แสดงวิธีคิด อธิบายวิธีแก้ปัญหาและวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยการใช้

คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้พูด อธิบาย ดังนั้นจึงเน้นที่การเอาคำตอบที่หลากหลาย จากปัญหาหนึ่ง ๆ โดยดำเนินการต่อไปนี้

- ดึงวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายสำหรับปัญหาหนึ่ง ๆ
- ให้เวลานักเรียนคิดและรอฟังคำอธิบาย
- กระตุ้นให้นักเรียนอธิบายและขยายความ
- ใช้คำอธิบายของนักเรียนในการสอนเนื้อหาตามบทเรียน
- แสดงการยอมรับข้อผิดพลาดของนักเรียนและให้โอกาสนักเรียนแสดงความพยายาม
- ส่งเสริมการแก้ปัญหาร่วมกัน
- พิจารณาและตัดสินใจว่านักเรียนคนใดควรมีโอกาสฝึกรายงาน

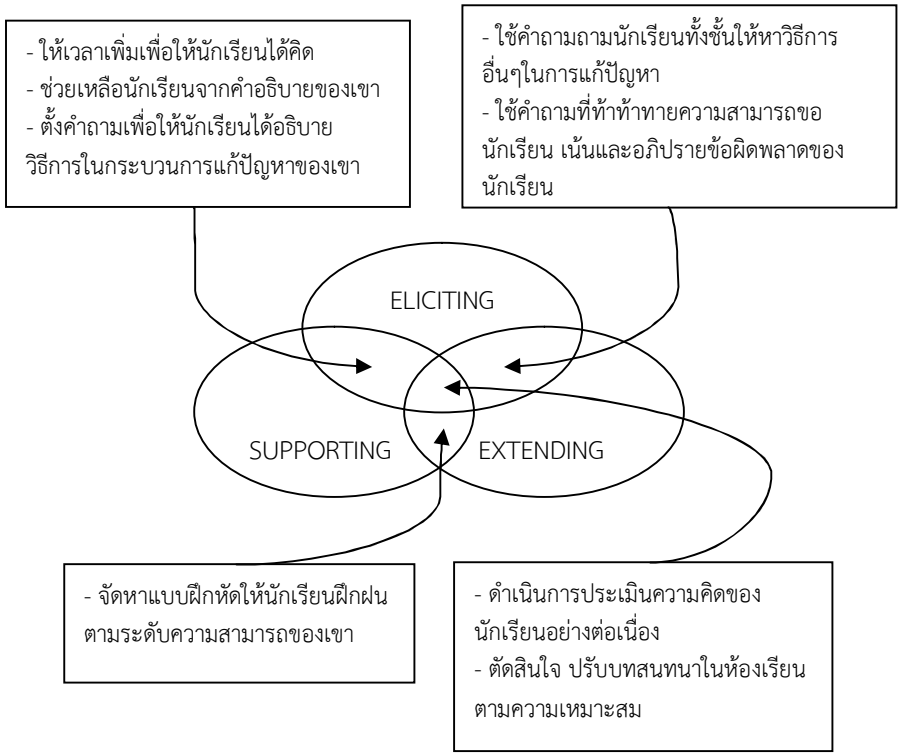
2. สนับสนุนความคิด (Supporting) หลังจากการล้วงความคิดและได้คำตอบจากนักเรียนแล้ว ในขั้นนี้เป็นการส่งเสริม สนับสนุนความคิดของนักเรียนทั้งคนที่ออกมารายงานแสดงความคิด คนที่ไม่ได้ออกมารายงานแสดงความคิด นักเรียนทั้งชั้น และนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษ โดยดำเนินการต่อไปนี้

- ชี้ให้นักเรียนคิดถึงสถานการณ์ปัญหาที่มีโครงสร้างหรือมโนทัศน์คล้ายคลึงกับปัญหาที่กำลังแก้อยู่
- ให้ความรู้หรือข้อมูลพื้นฐานที่จะเป็นประโยชน์ต่อนักเรียน
- ให้ความรู้ผ่านการอธิบายตัวอย่างที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา
- เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีการแก้ปัญหาบนกระดาน
- ทำให้นักเรียนรู้สึกสะดวกใจที่จะถามคำถามหรือขอความช่วยเหลือ

3. ขยายความคิด (Extending) เป็นขั้นตอนที่ครูรักษามาตรฐานและสิ่งที่คาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน โดยขยาย ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ พร้อมทั้งขยายความคิดของนักเรียนด้วยการกระตุ้นให้สะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์และหาวิธีการอื่น ๆ โดยดำเนินการต่อไปนี้

- คาดหวังให้นักเรียนได้พัฒนาอย่างมีคุณภาพและมีมาตรฐานระดับสูง
- กระตุ้นให้นักเรียนสรุปและอ้างอิงสิ่งที่ค้นพบไปใช้
- ให้นักเรียนสะท้อนความคิดเกี่ยวกับวิธีแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน
- ส่งเสริมให้นักเรียนแต่ละคนลองใช้วิธีแก้ปัญหาที่เป็นทางเลือกใหม่ ๆ
- สนับสนุนการใช้วิธีแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากกว่า
- ปลูกฝังให้นักเรียนรักความท้าทายและมีความพยายามในการเรียนรู้

ทั้ง 3 ประการข้างต้นมีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันไป แสดงดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 แนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน วิธีการสอนและความสัมพันธ์ระหว่างแต่ละองค์ประกอบตามแนวคิดของฟรายวิลลิก (Fraivillig, 1999: 154)

ยืน ภู่วรวรรณ (2533: Online) ได้ให้แนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. การปลูกฝังความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และจินตนาการที่เป็นเหตุผล โดยการฝึกนักเรียนให้เป็นคนช่างสังเกต นำเอาหลักการทางคณิตศาสตร์มาอธิบายการเปลี่ยนแปลงของสิ่งต่าง ๆ

2. ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักการแก้ปัญหาง่าย ๆ ตรงไปตรงมา และค่อย ๆ ซับซ้อนขึ้นตามลำดับ การแก้ปัญหานั้นไม่จำเป็นต้องเน้นเฉพาะปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเดียว อาจเป็นปัญหาทั่วไปหรือปัญหาในการให้เหตุผล ปัญหาทางตรรกศาสตร์ เหตุผลในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนอาจตัดสินไม่ได้ว่าใครถูกหรือผิด แต่ควรพิจารณาถึงเหตุผลสนับสนุน นอกจากนี้ ควรฝึกให้นักเรียนมองปัญหาในเชิงที่เป็นระบบมากขึ้น รู้ว่าเมื่อเกิดปัญหาต่าง ๆ ขึ้นแล้วควรจะดำเนินการอย่างไร

3. ควรปลูกฝังให้นักเรียนมีความคิดในเชิงตรรกศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนมีเหตุผลในเชิงของการแก้ปัญหา

4. ด้านการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับนามธรรมค่อนข้างมาก ผู้สอนควรหารูปแบบที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น

พิชิต สนั่นเอื้อ (2542: 29) กล่าวถึงรูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความคิด สรุปได้ว่า สามารถทำได้ 2 ลักษณะ คือ จัดเป็นโปรแกรมเฉพาะวิชาโดยแยกจากเนื้อหาและใช้การสอดแทรกโดยเน้นกระบวนการสอนในเนื้อหาวิชา

อรพรรณ พรสีมา (2543: 27 – 29) ได้เสนอบัญญัติ 10 ประการ เพื่อเป็นแนวทางในการสอนคิด ไว้ดังนี้

1. ใช้คำถามกระตุ้นให้เด็กคิด และสร้างความสนใจใฝ่รู้ ความกระตือรือร้นที่จะแสวงหาคำตอบอยู่เสมอ

2. เปิดโอกาสให้เด็กได้แสดงความคิดเห็น ได้ใช้จินตนาการ โดยใช้สถานการณ์จำลองหรือคำถามประเภท “ถ้า...แล้วจะเกิดอะไรขึ้น”

3. เปิดโอกาสให้เด็กได้ทำกิจกรรม ทั้งกิจกรรมที่ทำคนเดียวและทำเป็นกลุ่ม การทำกิจกรรมเดี่ยวจะช่วยให้เด็กได้ไตร่ตรอง ทบทวนเกี่ยวกับสิ่งที่ทำอย่างรอบคอบในขณะที่การทำกิจกรรมกลุ่มจะช่วยให้เด็กมีโอกาสแลกเปลี่ยนประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ทำให้มีความคิดกว้างไกลขึ้น

4. ให้เด็กได้ฝึกทักษะการคิดอย่างเป็นขั้นตอน เริ่มจากทักษะการคิดขั้นพื้นฐาน ขั้นกลางและขั้นสูง

5. ควรกระตุ้นและเสริมแรงเป็นระยะ ๆ เพื่อคงระดับความสนใจใฝ่รู้ของเด็ก และช่วยให้มีความตั้งใจจริงในการพัฒนาทักษะการคิด

6. ผู้ใหญ่ควรรับฟังความคิดเห็นของเด็กด้วยความตั้งใจเพื่อเป็นการเสริมแรงให้กับเด็กอีกทางหนึ่งและเป็นแบบอย่างของนักฟังที่ดี

7. ควรใช้วิธีชี้แนะการกระตุ้นให้เหมาะสมแทนการบอกคำตอบที่ถูกต้องทันทีทันใด

8. สร้างสภาพแวดล้อม และบรรยากาศที่เอื้อช่วยให้เด็กรู้สึกอบอุ่น มั่นใจและกระตือรือร้น เช่น ครูยิ้มแย้มแจ่มใส ใจดี รักเด็ก

9. จัดแสดงสื่อและอุปกรณ์การคิดหลากหลายประเภทและมีปริมาณเพียงพอ เปิดโอกาสให้เด็กเข้าถึงสื่อและอุปกรณ์ได้ง่ายและสะดวก

10. ผนังห้องมีคำถามเตือนใจ มีที่แสดงผลงานทางความคิดของเด็ก

จากรูปและแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา สรุปได้ว่า ควรคำนึงพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่หลากหลาย โดยมุ่งเน้นให้สอดคล้องกับโครงสร้างทางปัญญาของนักเรียน ส่งเสริมให้นักเรียนมีบทบาทในการคิดค้น แสวงหาแนวทางในการแก้ปัญหา วางแผนและดำเนินการ ตลอดจนตรวจสอบผลได้ด้วยตนเอง นอกจากนี้ควรสนับสนุนให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยเลือกใช้แนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิกในการวิจัยครั้งนี้

2.5 กระบวนการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

ความคิดทางคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาให้เกิดขึ้นกับนักเรียนได้ หากครูจัดกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับความรู้ความสามารถของนักเรียน ได้มีนักการศึกษาได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

เพอร์กินส์ (Perkins, 1987: 64 – 68) ได้เสนอทฤษฎีความรู้สำหรับการสอนเพื่อพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีปรัชญาการสร้างทฤษฎีนี้ต่างจากทฤษฎีอื่น ๆ กล่าวคือ ไม่ได้เน้นว่านักเรียนควรจะคิดได้ดี แต่มีแนวคิดว่าอะไรที่จะทำให้นักเรียนเกิดความรู้ โดยมีฐานจากหลักปรัชญาและจิตวิทยา โดยกล่าวว่า การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเกิดความรู้จากการเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ นั้น ครูต้องออกแบบคำถามเพื่อถามนักเรียนตามลำดับขั้น โดยมีกรอบของคำถาม 4 ข้อ ดังนี้

1. อะไรคือวัตถุประสงค์ (What is its purpose) ซึ่งอาจมีเพียงหนึ่งข้อหรือมากกว่าก็ได้

2. อะไรคือโครงสร้าง (What is its structure) ได้แก่ กฎ สูตร ทฤษฎี ส่วนประกอบอื่น รูปร่าง หรือข้อมูลอื่น ๆ ตัวอย่างคำถามเช่น “ทำไมจึงเลือกใช้สูตร/กฎข้อนี้”

3. อะไรคือแบบจำลองของกรณีนี้ (What are model case) ได้แก่ ภาพหรือการให้ตัวอย่างคำถาม เช่น “ปัญหาในข้อนี้นักเรียนคิดถึงอะไร”

4. อะไรคือข้อโต้แย้งเพื่อใช้อธิบายและประเมินเรื่องนี้ (What arguments explain and evaluate the object) ตัวอย่างคำถามเช่น “นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าการแก้ปัญหาด้วยวิธีนี้ถูกต้อง” “นักเรียนคิดว่าวิธีใดเป็นวิธีแก้ปัญหาที่ดีที่สุด”

นอกจากนี้ เพอร์กินส์ ให้แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ว่า ครูควรให้นักเรียนฝึกตอบคำถามตามขั้นตอนดังกล่าวให้เข้าใจอย่างถ่องแท้

เบนซี (Ben – Zeev, 1987: 60) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นกระบวนการ ดังนี้

1. ทบทวนปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ได้สำเร็จ
2. รวมปัญหาที่คุ้นเคยกับปัญหาใหม่ที่พบเข้าด้วยกันเพื่อนำไปสู่จุดมุ่งหมายหรือหาวิธีการแก้ปัญหา
3. หาแหล่งข้อมูลที่เพียงพอของปัญหานั้น ๆ แม้ว่าจะไม่พบวิธีการที่เหมาะสมที่สุดก็ตาม

ชอนฟิลด์ (Schoenfeld, 1992: 334 – 370) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการวิเคราะห์พฤติกรรมด้านความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยได้เสนอ Schoenfeld’s Model of Mathematical Cognition ซึ่งประกอบด้วย

1. พื้นฐานความรู้ ได้แก่ ความรู้เชิงประจักษ์และความรู้เชิงกระบวนการ

2. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

2.1 การวิเคราะห์ปัญหา

2.2 การวางแผนสำรวจเป้าหมายเพื่อหาคำตอบ เช่น หาความสัมพันธ์จากปัญหาที่เคยพบ การขยายปัญหาหรือการพิจารณาปัญหาที่คล้าย ๆ กัน

2.3 การตรวจสอบคำตอบ เช่น การตรวจสอบคำตอบที่เป็นไปได้ทุกกรณี การหาเหตุผลรวมทั้งกระบวนการนำไปใช้

3. การกำกับและควบคุมการคิด เป็นการแสดงออกของการรู้ว่าตนคิดอะไรอยู่ ซึ่งเน้นการควบคุมตนเองด้านความรู้และกระบวนการ

4. ความเชื่อและเจตคติ เป็นแรงในการจูงใจในการกำหนดพฤติกรรมด้านการคิดทางคณิตศาสตร์

จากรูปแบบการคิดทางคณิตศาสตร์ของชอนฟิลด์ จะเห็นว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดที่นำไปใช้แก้ปัญหา

เมสันและสเตเซย์ (Mason and Stacey, 1994: 47, 131, 146 – 159) ได้เสนอกระบวนการสำคัญในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ คือ การพิจารณากรณีเฉพาะการ สรุปนัยทั่วไป การสร้างข้อความคาดการณ์และการสร้างความน่าเชื่อถือ ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ระยะ ได้แก่

1. ขั้นเข้าสู่การคิด เป็นระยะการหาข้อมูลเพื่อตอบคำถามต่าง ๆ เช่น รู้อะไรบ้าง ต้องการอะไร จะนำความรู้ใดมาใช้ได้บ้าง

2. ขั้นดำเนินการให้บรรลุเป้าหมายการคิด เป็นระยะของดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยใช้กระบวนการสร้างข้อคาดการณ์ การคิดหาเหตุผล การตัดสินความถูกต้อง และการสร้างความน่าเชื่อถือ

3. ขั้นทบทวนการคิด เป็นระยะที่ต้องตรวจสอบการแก้ปัญหา สะท้อนปัญหา ขยายความรู้ และประสบการณ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา

แต่ละระยะจะมีเกณฑ์บ่งชี้ เพื่อเป็นแนวทางในการบันทึกการคิดที่เกิดขึ้น ซึ่งจะช่วยเสริมประสิทธิภาพในการคิดทางคณิตศาสตร์ ดังภาพที่ 4

ภาพที่ 4 แสดงเกณฑ์บ่งชี้ เพื่อเป็นแนวทางในการบันทึกการคิดที่เกิดขึ้น

จากภาพที่ 4 อธิบายได้ดังนี้

การพิจารณากรณีเฉพาะ เมื่อเผชิญคำถามหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ถ้าเราสามารถหาหรือยกตัวอย่างของสิ่งที่กล่าวถึงในคำถามได้ จะทำให้เกิดความเข้าใจและอาจมองเห็นลู่ทางในการหาคำตอบได้มากขึ้น การพิจารณากรณีเฉพาะจึงมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การเลือกกรณีเฉพาะมาพิจารณาอาจเลือกโดยวิธีการสุ่มเลือกตัวอย่างเป็นระบบหรือเลือกในลักษณะผู้เชี่ยวชาญ

การสร้างเป็นกรณีทั่วไป เป็นการขยายจากการยกตัวอย่างเพียงไม่กี่กรณีไปสู่การคาดการณ์ที่ครอบคลุมกรณีอื่น ๆ ที่กว้างหรือมีลักษณะทั่วไปมากขึ้น การสร้างกรณีทั่วไปตามแนวคิดของเมสันและคณะ หมายถึง การพบและการนำเสนอแบบรูปที่นำไปสู่

1. สิ่งที่คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง (ข้อความคาดการณ์)
2. สาเหตุที่ทำให้คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง (การตัดสินความถูกต้อง)
3. ขอบเขตที่คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง คือ เป็นความจริงที่ครอบคลุมปัญหาอื่นทั่ว ๆ ไปมากขึ้น

การสร้างข้อคาดการณ์ หมายถึง การเสนอสิ่งที่คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง แต่ยังไม่มีผู้ใดสรุปหรือแสดงเหตุผลให้เป็นที่ยอมรับ ข้อคาดการณ์จึงเป็นเพียงคำกล่าวหรือข้อความ หรือประโยคที่พบว่าไม่มีความเป็นไปได้ แต่ยังไม่มีการตัดสินความถูกต้องอย่างเป็นที่น่าเชื่อถือ ข้อคาดการณ์ส่วนใหญ่มักไม่มีความสำคัญ ซึ่งโดยแท้จริงแล้วส่วนใหญ่มักเป็นข้อคาดการณ์ที่ผิด หรืออาจนำไปปรับให้มีความเป็นไปได้มากขึ้น แต่การสร้างข้อคาดการณ์ถือว่าเป็นหัวใจสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกระบวนการของความรู้สึก (sensing) หรือเดาว่าบางสิ่งน่าจะถูกต้องแล้วสำรวจความถูกต้องของสิ่งนั้น

การสร้างความน่าเชื่อถือ ระหว่างการดำเนินการแก้ปัญหา กระบวนการค้นหาสิ่งที่ถูกต้องเพื่อปะติดปะต่อเป็นข้อคาดการณ์ จะมีอีกกระบวนการหนึ่งที่เกิดควบคู่กันไปด้วย คือ กระบวนการค้นหาเหตุผลว่าทำไมสิ่งเหล่านั้นจึงถูกต้องหรือไม่ถูกต้องสำหรับบางกรณี ซึ่งจะช่วยสร้างความน่าเชื่อถือให้กับคำตอบหรือสิ่งที่ค้นพบต่าง ๆ

เมสันและสเตเซย์ เชื่อว่า แนวทางการฝึกการคิดไปพร้อม ๆ กับการสะท้อนการเรียนรู้จากการคิด เป็นแนวทางที่ช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากความสำคัญของกระบวนการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า กระบวนการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ควรคำนึงพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน เพื่อจะได้พัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างเต็มความสามารถ

3. การใช้ปัญหาเป็นหลัก

การใช้ปัญหาเป็นหลักมีการพัฒนาขึ้นครั้งแรกโดยคณะวิทยาศาสตร์สุขภาพ (Faculty of Health Sciences) ของมหาวิทยาลัยแม็คมาสเตอร์ (McMaster University) ที่ประเทศแคนาดา ได้นำมาใช้ในกระบวนการเรียนเสริม (tutorial process) ให้กับนักศึกษาแพทย์ฝึกหัด วิธีการดังกล่าวนี้ได้กลายเป็นรูปแบบ (model) ที่ทำให้มหาวิทยาลัยในสหรัฐอเมริกานำไปเป็นแบบอย่างบ้าง โดยเริ่มจากปลายปี ค.ศ.1950 มหาวิทยาลัยเคสเวสเทิร์นรีเซิฟ (Case Western Reserve) ได้นำมาใช้เป็นแห่งแรก และได้จัดตั้งห้องทดลองพหุวิทยาการ (Multidisplinary Laboratory) เพื่อทำเป็นห้องปฏิบัติการสำหรับทดลองรูปแบบการสอนใหม่ ๆ รูปแบบการสอนที่มหาวิทยาลัยเคสเวสเทิร์นรีเซิฟ พัฒนาขึ้นมานั้นได้กลายมาเป็นพื้นฐานในการพัฒนาหลักสูตรของโรงเรียนหลายแห่งในสหรัฐอเมริกาทั้งในระดับมัธยมศึกษา ระดับอุดมศึกษา และบัณฑิตวิทยาลัย ในช่วงปลายทศวรรษที่ 60 มหาวิทยาลัยแม็คมาสเตอร์ ได้พัฒนาหลักสูตรแพทย์ที่ใช้การเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักในการสอนเป็นครั้งแรก ทำให้มหาวิทยาลัยแห่งนี้เป็นที่ยอมรับและรู้จักกันทั่วโลกว่าเป็นผู้นำด้านการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก ต่อมาได้มีการแพร่ขยายไปใช้กับหลักสูตรแพทย์ศาสตร์ในประเทศต่าง ๆ ทั่วโลก จนกระทั่งในปี ค.ศ.1980 การสอนโดยรูปแบบการใช้ปัญหาเป็นหลักจึงได้

ขยายไปสู่การสอนในสาขาอื่น ๆ ทุกวงการวิชาชีพ เช่น วิศวกรรม วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ ภาษาศาสตร์ สังคมศาสตร์ พฤติกรรมศาสตร์ เป็นต้น (มัณฑรา ธรรมบุศย์, 2545: 4 – 15)

สำหรับประเทศไทยมีการนำแนวคิดของการใช้ปัญหาเป็นหลักมาใช้เป็นครั้งแรกในหลักสูตรการแพทยศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปี พ.ศ.2531 และมีการนำไปประยุกต์ใช้ในหลักสูตรสาธารณสุขและพยาบาลศาสตร์ ในสถาบันอุดมศึกษาอื่น ๆ (อาภรณ์ แสงรัศมี, 2543: 12)

3.1 ความหมายของการใช้ปัญหาเป็นหลัก

การใช้ปัญหาเป็นหลัก มาจากคาภาษาอังกฤษ คือ Problem – Based Learning (PBL) เมื่อใช้ในภาษาไทยมีผู้แปลไว้แตกต่างกัน เช่น การใช้ปัญหาเป็นหลัก การใช้ปัญหาเป็นฐาน การเรียนรู้จากปัญหา ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะใช้คาว่าการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของการใช้ปัญหาเป็นหลัก ไว้ดังนี้

แบรโรว์ และแทมบลิน (Barrows and Tamblyn, 1980: 18) ได้ให้ความหมายของการใช้ปัญหาเป็นหลัก สรุปได้คือ เป็นการเรียนรู้ที่เป็นผลของกระบวนการทำงานที่มุ่งสร้างความเข้าใจและหาทางแก้ปัญหา ตัวปัญหาเป็นจุดเริ่มต้นของกระบวนการเรียนรู้ และเป็นตัวกระตุ้นต่อไปในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาด้วยเหตุผล และการสืบค้นข้อมูลที่ต้องการ เพื่อสร้างความเข้าใจในตัวปัญหาและวิธีการแก้ไขปัญหา

ฟินเคิล และทอร์ป (Finkle and Torp, 1995: 1) ได้ให้ความหมายของการใช้ปัญหาเป็นหลักว่า เป็นการจัดการเรียนการสอนที่พัฒนาทักษะ และความรู้พื้นฐานของผู้เรียน ในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน โดยการให้ผู้เรียนได้เผชิญกับปัญหาในชีวิตจริง

ไวท์ (White, 1996: 75) กล่าวถึง การใช้ปัญหาเป็นหลัก ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า เป็นการเรียนที่นำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับโลกแห่งความเป็นจริงที่มีความซับซ้อนก่อน ซึ่งจะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปราย ทำความเข้าใจปัญหา ศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาเพิ่มเติม และลงมือแก้ปัญหานั้น ๆ โดยใช้กระบวนการทำงานเป็นกลุ่ม โดยครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกประจำกลุ่ม

แกลเลเกอร์ (Gallagher, 1997: 332 – 362) ได้ให้ความหมายว่า การใช้ปัญหาเป็นหลัก เป็นการเรียนรู้ที่นักเรียนเรียนรู้จากการเรียน (learn to learn) โดยนักเรียนจะทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเพื่อค้นหาวิธีการแก้ปัญหา โดยบูรณาการความรู้ที่ต้องการให้นักเรียนได้รับกับการ แก้ปัญหาเข้าด้วยกัน ปัญหาที่ใช้มีลักษณะเกี่ยวกับชีวิตประจำวันและมีความสัมพันธ์กับนักเรียน การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก จะมุ่งเน้นพัฒนานักเรียนในด้านทักษะการเรียนรู้มากกว่าความรู้ที่ นักเรียนจะได้มาและพัฒนานักเรียนสู่การเป็นผู้ที่สามารถเรียนรู้โดยการชี้นำตนเองได้

บาเรลล์ (Barell, 1998: 177) กล่าวว่า การใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นกระบวนการของการสำรวจเพื่อจะตอบคำถาม สิ่งที่อยากรู้อยากเห็น ข้อสงสัยและความไม่มั่นใจเกี่ยวกับปรากฏการณ์

ธรรมชาติในชีวิตจริงที่มีความซับซ้อน ปัญหาที่ใช้ในกระบวนการเรียนรู้จะเป็นปัญหาที่ไม่ชัดเจนมีความยากหรือข้อสงสัยมาก สามารถตอบคาถามได้หลายคำตอบ

อีเดนส์ (Edens, 2000: 55) ได้ให้ความหมายของ การใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ว่าเป็นรูปแบบการสอนการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันและมีความซับซ้อน เป็นแรงกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ในเนื้อหาและเกิดทักษะการแก้ปัญหา

เฉลิม วราวิทย์ (2531: 8) ได้ให้ความหมายของการใช้ปัญหาเป็นหลักว่า เป็นวิธีการเรียนรู้ที่ใช้ปัญหาเป็นเครื่องกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความต้องการที่จะหาความรู้ เพื่อแก้ปัญหาโดยเน้นผู้เรียนเป็นผู้ตัดสินใจในสิ่งที่ต้องการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง และรู้จักการทำงานร่วมกันเป็นทีมภายในกลุ่มผู้เรียนด้วยกันเอง

สุนทรี คนเที่ยง (2544: 12) ได้กล่าวถึงไว้ว่า การใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นรูปแบบการเรียนรู้ที่ผู้เรียนควบคุมการเรียนรู้ด้วยตนเอง ผู้เรียนคิดและดำเนินการเรียนรู้ด้วยตนเอง กำหนดวัตถุประสงค์และเลือกแหล่งเรียนรู้ด้วยตนเอง กำหนดวัตถุประสงค์และเลือกแหล่งเรียนรู้ด้วยตนเอง ผู้สอนมีบทบาทในการให้คำแนะนำเท่านั้น

ทิศนา แขมมณี (2545: 136) กล่าวว่า การใช้ปัญหาเป็นหลัก เป็นการจัดสภาพการณ์ของการเรียนรู้ที่ใช้ปัญหาเป็นเครื่องมือ ในการช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามเป้าหมาย โดยผู้สอนอาจนำผู้เรียนไปเผชิญสถานการณ์ปัญหาจริง หรือผู้สอนอาจจัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนเผชิญปัญหา ฝึกกระบวนการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในปัญหานั้นอย่างชัดเจนได้

มัณฑรา ธรรมบุศย์ (2545: 13) ได้ให้ความหมายว่า การใช้ปัญหาเป็นหลัก เป็นรูปแบบการเรียนรู้ที่เกิดจากแนวคิดตามทฤษฎีการเรียนรู้แบบสร้างสรรค์นิยม โดยนักเรียนสร้างความรู้ใหม่จากการใช้ปัญหาที่เกิดขึ้นในโลกแห่งความเป็นจริงเป็นบริบทของการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะในการคิดวิเคราะห์และคิดแก้ปัญหา รวมทั้งได้ความรู้ตามศาสตร์ในสาขาวิชาที่ตนศึกษา การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักจึงเป็นผลมาจากกระบวนการทางานที่ต้องอาศัยความเข้าใจและแก้ปัญหาเป็นหลัก

ราตรี เกตบุตตา (2546: 14) ได้สรุปความหมายของการใช้ปัญหาเป็นหลัก คือ รูปแบบการเรียนที่ครูมุ่งนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงที่มีแนวทางในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย กระตุ้นให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ปัญหานั้นให้เข้าใจอย่างชัดเจน ค้นคว้าหาความรู้เพิ่มเติมเพื่อเป็นข้อมูลในการตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหาที่เหมาะสมโดยใช้กระบวนการกลุ่มในการทำกิจกรรม ซึ่งเป็นการฝึกการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ฝึกทักษะการคิดระดับสูง ทักษะการแก้ปัญหา และทักษะการทำงานเป็นทีมให้กับนักเรียน

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การใช้ปัญหาเป็นหลัก เป็นการเรียนที่เริ่มต้นจากครูนำเสนอปัญหาที่แปลกใหม่ ท้าทาย และสอดคล้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสวงหาความรู้และนำความรู้จากประสบการณ์เดิมมาใช้แก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนรู้จักทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม รู้จักตัดสินใจ และสามารถนำเสนอผลงานได้ ครูเป็นเพียงผู้อำนวยความสะดวก และคอยชี้แนะ

3.2 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาเป็นหลัก

การใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นวิธีการเรียนการสอนวิธีหนึ่งที่มีจุดมุ่งหมายที่จะสอนผู้เรียนให้ฝึกกระบวนการคิดแก้ปัญหาและฝึกทำงานเป็นกลุ่ม โดยที่ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้และใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ในการเรียนรู้และค้นคว้าด้วยตนเอง การเรียนจะอยู่ในรูปของกลุ่มย่อย นักเรียนจะเป็นผู้กระทำด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะและให้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะที่จำเป็นให้นักเรียนซึ่งได้แก่ การเรียนรู้ด้วยตนเอง การแก้ปัญหา การชี้นำตนเองในการเรียนรู้ และการทำงานเป็นทีม นอกจากนี้มีนักการศึกษาได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการใช้ปัญหาเป็นหลักไว้แตกต่างกันดังนี้

กิจซีเลียส (Gijselaers, 1996: 13 – 14) ได้กล่าวถึงการใช้ปัญหาเป็นหลักว่าเกิดจากทฤษฎีที่กล่าวว่า การเรียนคือ กระบวนการสร้างความรู้ใหม่บนพื้นฐานของความรู้ที่มีในปัจจุบัน ซึ่งเป็นแนวคิดของกลุ่มจิตวิทยาพุทธิปัญญานิยม (Cognitive Psychology) กิจซีเลียสได้กล่าวถึงแนวคิดในการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ 3 ประการคือ

1. การเรียนเป็นกระบวนการสร้างไม่ใช่กระบวนการรับ การเรียนเกิดจากการสร้างความรู้เชื่อมโยงเครือข่ายมโนทัศน์ที่มีความหมาย การเกิดการเรียนรู้และข้อมูลใหม่มีอยู่แล้วในเครือข่ายซึ่งขึ้นอยู่กับว่าผู้เรียนจะทำอย่างไรกับข้อมูลเหล่านั้น ข้อมูลใหม่จะเกิดขึ้นได้จากการที่เราระลึกถึงความรู้เดิมที่มีและเคยใช้ความรู้นั้น ๆ ในการแก้ปัญหา นั่นก็คือ ความรู้เดิมจะเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้สิ่งใหม่

2. การรู้เกี่ยวกับสิ่งที่รู้ซึ่งส่งผลต่อการเรียนรู้ (Knowing About Knowing Affects Learning) การเรียนรู้จะแกร่งกล้า เมื่อนักเรียนมีทักษะในการกำกับตนเอง เป็นความสามารถที่เรียกว่า เมตาคอกนิชัน (Metacognition) หมายถึง การที่บุคคลระลึกว่าตนรู้อะไร ยังไม่รู้ในสิ่งใด สามารถควบคุมและตรวจสอบความคิดทั้งหมดของตนเองได้ ซึ่งเป็นองค์ประกอบของทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ นั่นคือ มีการกำหนดเป้าหมายการเรียนว่าจะทำอะไร สามารถเลือกยุทธวิธีว่าจะทำอย่างไร และมีการประเมินผลว่าบรรลุจุดมุ่งหมายหรือไม่ ซึ่งเป็นการตรวจสอบการเรียนรู้ของตนเอง การที่จะประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหานั้นไม่ได้ขึ้นอยู่กับการมีความรู้อยู่ในตัวเพียงอย่างเดียว แต่จะขึ้นอยู่กับการเลือกใช้วิธีการในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งความสำเร็จบรรลุตามจุดมุ่งหมายที่วางไว้

3. ปัจจัยทางสังคมและองค์ประกอบแวดล้อมที่มีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ เป็นปัจจัยที่เป็นตัวนำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในความรู้ และสามารถนำไปใช้เป็นกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งจะทำให้ประสบความสำเร็จตามจุดมุ่งหมายที่ต้องการในการศึกษาระดับสูงขึ้น รูปแบบการเรียนที่เป็นไปได้ตามสภาพแวดล้อมที่ทำให้ผู้เรียนได้ประสบกับปัญหาจริง หรือการได้ปฏิบัติเกี่ยวกับอาชีพ ทำให้ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับการรู้คิดไปใช้ในการแก้ปัญหา และปัจจัยทางสังคมนั้นก็มีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ของแต่ละบุคคล นั่นคือการทำงานเป็นกลุ่มทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน อันจะก่อให้เกิดทางเลือกหลากหลายที่จะไปใช้ในการตัดสินใจแก้ปัญหา

ทองจันทร์ หงส์ลดารมภ์ (2531 อ้างถึงใน ทองสุข คำธนะ, 2538: 51 – 53) ได้กล่าวถึงแนวคิดเกี่ยวกับการใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ 2 ประการคือ การเรียนรู้ที่ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง (Student – Centered) และการเรียนรู้แบบเอกัตภาพ (Individaulized Learning) ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. การเรียนรู้ที่ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีแนวคิดในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง คือ ทฤษฎีมนุษยนิยมของคาร์ล อาร์ โรเจอร์ (Carl R. Rogers) ซึ่งมีความเชื่อว่าเป้าหมายของการศึกษา คือ การอำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนเห็นการเปลี่ยนแปลงในโลกและเกิดการเรียนรู้ การที่คนเราอยู่ในโลกที่สิ่งแวดล้อมมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องได้อย่างมั่นคงนั้น คนต้องเรียนรู้ว่าจะเรียนรู้ได้อย่างไร เนื่องจากไม่มีความรู้ใดที่มั่นคง ดังนั้นการที่บุคคลรู้ถึงกระบวนการแสวงหาความรู้เท่านั้น จึงจะทำให้เกิดพื้นฐานที่มั่นคง ซึ่งโรเจอร์ได้เน้นความสำคัญของกระบวนการเรียนรู้ (Learning Process) เพราะถือว่าในการเปลี่ยนแปลงนั้น กระบวนการสำคัญกว่าความรู้ที่หยุดนิ่ง เป้าหมายการศึกษา คือ การอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ให้บุคคลมีพัฒนาการและเจริญเติบโตสู่การทำงานได้เต็มศักยภาพ

2. การเรียนรู้แบบเอกัตภาพ เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนที่นำไปสู่การบรรลุจุดประสงค์ของผู้เรียนเป็นรายบุคคล หรือการจัดการเรียนการสอนที่คล้ายคลึงกันให้กับกลุ่มผู้เรียน เทคนิคการสอนอาจใช้อย่างเดียวหรือหลายอย่างร่วมกัน โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนระบุเป้าหมาย เลือกวิธีการเรียน เลือกสื่อและอุปกรณ์การเรียนให้เหมาะสมกับผู้เรียนแต่ละคน

ยุวดี ฤาชา (2536: 18 – 19) ได้กล่าวถึงแนวคิดพื้นฐานของการใช้ปัญหาเป็นหลักมี 2 แนวคิด คือ แนวคิดเรื่องที่มีผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง (student – centered learning) กับแนวคิดเรื่องการเรียนรู้แบบเอกัตภาพ (Individaulized Learning)

จากแนวคิดที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การที่ผู้เรียนจะเรียนรู้สิ่งใหม่มาจากแรงผลักดันและการเรียนรู้ในตัวบุคคลที่ต้องการตอบคำถาม หรือแสวงหาวิธีการแก้ปัญหาที่ตนเองสนใจ โดยอาศัยความรู้เดิมเป็นพื้นฐาน ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง

สำหรับทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาเป็นหลักนั้น มีนักการศึกษาหลายคนที่กล่าวถึงทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาเป็นหลัก ไว้ดังนี้

เดลลีส (Delisle, 1997: 1 – 2) ได้กล่าวถึงการใช้ปัญหาเป็นว่ามีรากฐานมาจากทฤษฎีทางการศึกษาของจอห์น บี ดิวอี้ (John B.Dewey) ซึ่งเป็นทฤษฎีการศึกษาที่ให้ชื่อว่าการศึกษาแบบพัฒนาการ (Progressive Education) ซึ่งเน้นการเตรียมประสบการณ์เพื่อพัฒนาผู้เรียนในทุก ๆ ด้าน โดยคำนึงถึงความสนใจ และความถนัดของผู้เรียน การจัดหลักสูตรต้องจัดให้สนองความต้องการของผู้เรียนทางด้านอารมณ์และสังคม โดยเน้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญของกิจกรรม และประสบการณ์ของผู้เรียน ประสบการณ์การเรียนจะเกิดขึ้นเมื่อมีการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งกระทำลงไปกับผลที่เกิดขึ้น ครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะแนวทางให้ผู้เรียนเรียนรู้เท่านั้น ผู้เรียนลงมือกระทำด้วยตนเอง ดิวอี้เชื่อว่า การเรียนรู้เกิดขึ้นได้ด้วยการกระทำจริง (Learning by Doing) ผู้เรียนจะต้องใช้ชีวิตในปัจจุบันของตนเองให้เกิดประโยชน์แก่ตนเองให้มากที่สุด

มิโลและเอฟเวนเซน (Hmelo and Evensen, 2000: 4) ได้กล่าวสนับสนุนว่าการใช้ปัญหาเป็นหลักว่าเกี่ยวข้องกับทฤษฎีการเรียนรู้แบบสร้างสรรค์นิยม (Constructivism) และทฤษฎีทางสังคมและวัฒนธรรม (Sociocultural Theories) และมีโลและลิน (Hmelo and Lin, 2000: 231 – 232) ได้สนับสนุนการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักว่าเกี่ยวข้องกับทฤษฎีกระบวนการทางสมองในการประมวลผลข้อมูล (Information Processing Theories) และทฤษฎีทางสังคมวัฒนธรรม (Sociocultural Theories) จากทฤษฎีที่นักการศึกษากล่าวมาจะขอกล่าวถึงรายละเอียด 3 ทฤษฎีดังนี้

ทฤษฎีการเรียนรู้แบบสร้างสรรค์นิยม (Constructivism) มีรากฐานมาจากทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ (Piajet) และไวก็อทสกี (Vygotsky) ที่เชื่อว่าการเรียนรู้เป็นกระบวนการพัฒนาทางสติปัญญาที่ผู้เรียนเป็นผู้สร้างด้วยตนเอง กระบวนการสร้างความรู้เกิดจากการที่ผู้เรียนรู้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมเกิดการซึมซับหรือดูดซึมประสบการณ์ใหม่ และปรับโครงสร้างสติปัญญาให้เข้ากับประสบการณ์ใหม่ ทฤษฎีการเรียนรู้ที่สนับสนุนแนวคิดการเรียนรู้แบบสร้างสรรค์นิยมอีกทฤษฎีหนึ่งคือ การเรียนรู้การค้นพบของ เจอร์โรมี เอส บรูเนอร์ (Jerome S. Bruner) ซึ่งเชื่อว่าการเรียนที่แท้จริงมาจากการค้นพบของแต่ละบุคคล โดยผ่านกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ ในกระบวนการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักนั้น เมื่อผู้เรียนเผชิญกับปัญหา สิ่งที่ไม่รู้ ทำให้ผู้เรียนเกิดความขัดแย้งทางปัญหา และผลักดันให้ผู้เรียนไปแสวงหาความรู้ และนำความรู้ใหม่มาเชื่อมโยงกับความรู้เดิมเพื่อแก้ปัญหา เป็นความรู้ที่เพิ่มอย่างมีความหมาย

ทฤษฎีกระบวนการทางสมองในการประมวลผลข้อมูล (Information Processing Theories) เป็นทฤษฎีที่สนใจศึกษาเกี่ยวกับกระบวนการพัฒนาสติปัญญาของมนุษย์ โดยให้ความสนใจเกี่ยวกับการทำงานของสมอง ทฤษฎีนี้ได้รับความนิยมมาตั้งแต่ปี ค.ศ.1950 จวบจนปัจจุบัน คลอสเมียร์ (Klausmeier, 1985: 52 – 108 อ้างถึงใน ทิศนา แขมมณี, 2545: 80 – 85) ได้อธิบายกระบวนการเรียนรู้ของมนุษย์โดยเปรียบเทียบการทำงานของคอมพิวเตอร์กับการทำงานของสมอง

นั่นคือเมื่อมนุษย์รับสิ่งเร้าเข้ามาทางประสาทสัมผัสทั้ง 5 สิ่งเร้านั้นจะถูกบันทึกไว้ในความจำระยะสั้น โดยบุคคลจะเลือกรับสิ่งเร้าที่ตนเองรู้จัก (recognition) หรือมีความสนใจ (attention) ถ้าต้องมีการเก็บข้อมูลไว้ใช้ในภายหลังจำเป็นต้องได้รับการประมวลและเปลี่ยนรูปโดยการเข้ารหัส (encoding) เพื่อนำไปเก็บไว้ในความจำระยะยาว ซึ่งอาจต้องใช้เทคนิคต่าง ๆ เข้าช่วย เช่น การท่องซ้ำหลาย ๆ ครั้ง หรือการทำข้อมูลให้มีความหมายกับตัวเองโดยการสัมพันธ์สิ่งที่เรียนรู้ใหม่กับสิ่งเก่าที่เคยเรียนรู้มาก่อน ซึ่งเรียกว่าเป็นการขยายความคิด ในการเรียกข้อมูลออกมาใช้บุคคลจำเป็นต้องถอดรหัสข้อมูล (decoding) จากความจำระยะยาวนั้น และส่งต่อไปสู่ตัวก่อกำเนิดพฤติกรรมตอบสนอง ซึ่งจะเป็นแรงขับหรือกระตุ้นให้บุคคลมีการเคลื่อนไหวหรือการพูดตอบสนองต่อสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ การประมวลผลข้อมูลข้างต้นจะได้รับการบริหารควบคุมอีกชั้นหนึ่ง ซึ่งการบริหารควบคุมการประมวลข้อมูลทางสมองก็คือ การที่บุคคลรู้ถึงการคิดของตนเองและสามารถควบคุมการคิดของตนเองให้เป็นไปในทางที่ตนต้องการ การรู้ในลักษณะนี้คือ “metacognition” หรือ “การรู้คิด” ซึ่งหมายถึง การตระหนักรู้เกี่ยวกับความสนใจและความสามารถของตนเอง และใช้ความเข้าใจในการรู้ดังกล่าวในการจัดการควบคุมกระบวนการคิด การทำงานของตนเองด้วยกลวิธีต่าง ๆ อันจะช่วยให้การเรียนรู้และงานที่ทำประสบผลสำเร็จตามที่ต้องการ องค์ประกอบสำคัญของการรู้คิดที่ใช้ในการบริหารควบคุมกระบวนการประมวลข้อมูลประกอบด้วย แรงจูงใจ ความตั้งใจ และความมุ่งหวังต่าง ๆ รวมทั้งเทคนิคและกลวิธี

ทฤษฎีทางสังคมวัฒนธรรม (Sociocultural Theories) เป็นทฤษฎีเกี่ยวกับการฝึกฝนพุทธิปัญญา (Cognitive Apprenticeship) รูปแบบการฝึกฝนพุทธิปัญญาโดยใช้สถานการณ์การเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงเป็นสิ่งที่มีความสำคัญ เพราะสถานการณ์ปัญหามีความซับซ้อน ค่อนข้างยุ่งยาก จึงเป็นสิ่งจำเป็นที่ผู้เรียนต้องได้รับการส่งเสริมแนวความคิดและรวบรวมความรู้เพื่อนำมาแก้ปัญหา ทฤษฎีนี้แนะนำว่า การมีส่วนร่วมในการสนทนาเกี่ยวกับการเรียนกับผู้อื่น ผู้เรียนจะได้พัฒนากระบวนการคิดภายในตนเองเพื่อนำไปใช้ภายนอก นั่นคือนำไปสู่การอภิปรายที่หลากหลายในกลุ่มใหญ่

โนเวิลส์ (Knowles, 1975: 48 อ้างใน อาภรณ์ แสงรัศมี, 2543: 17) มีแนวคิดสนับสนุนว่า การใช้ปัญหาเป็นหลักเกี่ยวข้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ของผู้ใหญ่ (Andragogy) ที่เชื่อว่าการ เรียนรู้จะเรียนได้มากที่สุด เมื่อผู้เรียนมีส่วนเกี่ยวข้องในการเรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งทฤษฎีการเรียนรู้ของ ผู้ใหญ่ตั้งอยู่บนข้อสมมุติฐานการเรียนรู้ 4 ประการ สามารถสรุปได้ดังนี้

1. อัตมโนทัศน์ (Self – Concept) เมื่อบุคคลเจริญเติบโตและมีวุฒิภาวะมากขึ้น ความรู้สึกรับผิดชอบต่อตนเองก็มีมากขึ้นตามลำดับ และถ้าหากบุคคลรู้สึกว่าตนเองเจริญวัยและมีวุฒิภาวะถึงขั้นที่จะควบคุม และนำตนเองได้ บุคคลก็จะเกิดความต้องการทางจิตใจ เพื่อที่จะได้ควบคุมและนำตนเอง นั่นคือผู้ใหญ่จะมองตนเองว่าสามารถควบคุมและนำตนเองได้โดยไม่ต้องพึ่งคนอื่น

2. ประสบการณ์ (Experience) เมื่อบุคคลมีอายุมากขึ้นก็จะยิ่งมีประสบการณ์เพิ่มมากขึ้นตามลำดับ ประสบการณ์ต่าง ๆ ที่แต่ละคนได้รับจะเสมือนแหล่งทรัพยากรมหาศาลของการเรียนรู้ และก็จะสามารถรองรับการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ เพิ่มขึ้นอย่างกว้างขวาง

3. ความพร้อม (Readiness) ผู้ใหญ่พร้อมที่จะเรียนเมื่อเห็นว่าสิ่งที่เรียนไปนั้นมีความหมายและมีความจำเป็นต่อบทบาทและมีสถานภาพทางสังคม ผู้ใหญ่เป็นผู้ที่มีหน้าที่การงาน มีบทบาทในสังคม ดังนั้นผู้ใหญ่จึงพร้อมที่จะเรียนเสมอ ถ้าหากสิ่งนั้นมีประโยชน์ต่อตนเอง นั่นคือ เรียนไปเพื่อเป็นส่วนประกอบสถานภาพทางสังคม เพื่อให้ตนเองเป็นที่ยอมรับของสังคม

4. แนวโน้มต่อการเรียนรู้ (Orientation to Learning) ผู้ใหญ่เป็นผู้มีบทบาทสถานภาพทางสังคม การเรียนรู้ของผู้ใหญ่จึงเป็นการเรียนรู้เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ยึดปัญหาเป็นศูนย์กลางในการเรียนรู้ ผู้ใหญ่จะเรียนก็ต่อเมื่อความรู้ที่ได้รับจากการเรียนนั้นจะต้องนำไปใช้ได้โดยทันที เนื้อหาในการเรียนจะต้องเป็นเรื่องใกล้ตัวผู้เรียนแล้วเกิดประโยชน์ต่อตนเอง ผู้ใหญ่จะไม่เสียเวลาไปเรียนในสิ่งที่ไม่เกิดประโยชน์ต่อตนเอง

จากทฤษฎีที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับกับการใช้ปัญหาเป็นหลัก ประกอบด้วยทฤษฎีการศึกษาแบบพัฒนาการของดิวอี้ ทฤษฎีการเรียนรู้แบบสร้างสรรค์นิยม ทฤษฎีกระบวนการทางสมองในการประมวลผลข้อมูล ทฤษฎีทางสังคมวัฒนธรรม และทฤษฎีการเรียนรู้ของผู้ใหญ่ ซึ่งทุกทฤษฎีมีประเด็นที่คล้ายคลึงกันคือ การเรียนรู้จะเรียนได้มากที่สุด เมื่อผู้เรียนมีการเรียนรู้ด้วยตนเอง ผู้เรียนเป็นผู้สร้างด้วยตนเองขึ้นมาจากความรู้เดิมหรือจากความรู้ที่รับเข้ามาใหม่ ซึ่งทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างทางปัญญา การเรียนรู้เกิดจากการที่ได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง สร้างความรู้ที่เกิดจากความเข้าใจของตนเอง มีการแลกเปลี่ยนข้อมูลและความคิดเห็นซึ่งกันและกัน การแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาใหม่ต้องอาศัยความรู้และประสบการณ์เดิมที่เคยพบเห็นมาก่อน และสถานการณ์นั้น ๆ มีความเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันด้วย

3.3 ลักษณะของการใช้ปัญหาเป็นหลัก

การใช้ปัญหาเป็นหลักจะให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่จากการใช้ปัญหาที่เกิดขึ้นในโลกแห่งความเป็นจริงเพื่อให้นักเรียนเกิดทักษะในการคิดวิเคราะห์ และคิดแก้ปัญหา ซึ่งการให้ปัญหาตั้งแต่ต้นจะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนอยากเรียนรู้ มีนักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายลักษณะของการใช้ปัญหาเป็นหลัก ไว้ดังนี้

บาโรว์ และแทมบลิน (Barrows & Tamblyn, 1980: 191 – 192) ได้สรุปกระบวนการของการใช้ปัญหาเป็นหลักมีลักษณะดังนี้

1. ปัญหาจะถูกเสนอให้กับนักเรียนเป็นอันดับแรกในขั้นตอนการเรียนรู้

2. ปัญหาที่ใช้ในการเรียนรู้จะเป็นปัญหาเหมือนกับปัญหาที่นักเรียนสามารถพบในชีวิตจริง

3. นักเรียนจะทำงานเป็นกลุ่มในการแก้ปัญหา โดยอิสระในการแสดงความสามารถใน การใช้เหตุผล การประยุกต์ใช้ความรู้และการประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเองที่เหมาะสมกับขั้นตอนการเรียนรู้ในแต่ละขั้น

4. เป็นการเรียนรู้ด้วยตนเอง ที่มีขั้นตอนในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นแนวทางในการกำหนดกระบวนการทำงานเพื่อแก้ปัญหา

5. ความรู้ และทักษะที่ต้องการให้นักเรียนได้รับจะเกิดหลังการแก้ปัญหาหรือการทำงานที่ใช้ความรู้และทักษะเหล่านั้น

6. การเรียนรู้จะประกอบด้วยการทำงานในการแก้ปัญหาและการศึกษาด้วยตนเอง โดยมี ลักษณะที่บูรณาการทั้งความรู้ที่นักเรียนมีและทักษะกระบวนการเข้าด้วยกัน

บาร์โรว์ (Barrows, 1996: 5 – 6) กล่าวถึง ลักษณะการใช้ปัญหาเป็นฐานไว้ดังนี้

1. เป็นการเรียนรู้ที่ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางภายใต้การแนะนำของผู้สอนประจำกลุ่ม ผู้เรียนต้องรับผิดชอบการเรียนของตนเอง ระบุสิ่งที่ตนต้องการรู้เพื่อความเข้าใจที่ดีขึ้น โดยแสวงหาความรู้จากแหล่งที่จะให้ข้อมูล ข่าวสารต่าง ๆ ซึ่งอาจมาจากหนังสือ วารสาร ข้อมูลออนไลน์ หรือแหล่งข้อมูลอื่น ๆ

2. จัดกลุ่มผู้เรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 5-8 คน พร้อมกับผู้สอนประจำกลุ่ม เพื่อให้ผู้เรียนทำงานอย่างมีประสิทธิภาพด้วยความหลากหลายของบุคคลต่าง ๆ

3. ผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวก หรือผู้แนะแนวทาง โดยมีบทบาทที่ไม่ใช่ผู้บรรยายไม่ใช่ผู้บอกข้อมูล ไม่บอกผู้เรียนว่าคิดถูกหรือผิด แต่มีบทบาทในการกระตุ้นให้ผู้เรียนตั้งคำถามด้วยตนเองเพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ดีขึ้นและจัดการแก้ปัญหาด้วยตนเอง

4. รูปแบบของปัญหามุ่งเน้นให้มีการรวบรวมข้อมูลและกระตุ้นการเรียนรู้ ปัญหาที่นำเสนอเป็นสิ่งที่ท้าทายผู้เรียน ที่จะต้องเผชิญในการปฏิบัติจริง ตรงประเด็นและกระตุ้นการเรียนรู้ให้หาทางแก้ปัญหา

5. ปัญหาเป็นเครื่องมือสำหรับการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา

6. ความรู้ใหม่ได้มาโดยผ่านการเรียนรู้ด้วยตนเอง ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้อย่างแท้จริงในระหว่างการเรียนรู้ด้วยตนเอง มีการทำงานร่วมกันกับบุคคลอื่น พร้อมทั้งได้มีการอภิปราย เปรียบเทียบ ทบทวน และโต้แย้งสิ่งที่เรียนด้วย

อีเดนส์ (Edens, 2000: 55 – 56) ได้สรุปลักษณะของการใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ 6 ประการ ดังนี้

1. การเรียนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง

2. การเรียนรู้จะเกิดขึ้นจากกลุ่มการเรียนกลุ่มเล็ก ๆ
3. ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกหรือแนะแนวทาง
4. รูปแบบของปัญหาเน้นที่การจัดการและกระตุ้นการเรียนรู้
5. ปัญหาเป็นตัวขับเคลื่อนให้เกิดการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา
6. ข้อมูลใหม่ได้มาจากการเรียนรู้ด้วยตนเอง

นอกจากนี้ อีเดนยังได้แนะนำเพิ่มเติมว่ากระบวนการเหล่านี้จะมีลักษณะเป็นวัฏจักร ซึ่งต้องมี 3 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 การพัฒนาปัญหา (Problem Development) วัฏจักรการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักจะเริ่มขึ้นเมื่อผู้เรียนเจอปัญหาที่สามารถหาคำตอบได้หลากหลายวิธี ซึ่งจะถูกนำเสนอในรูปแบบข้อความหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับผู้เรียน ดังนั้นปัญหาที่ดีจะต้องมีลักษณะเด่นสำคัญ ๆ หลากหลาย ปัญหาจะต้องดึงดูใจให้นักเรียนอยากค้นหาคำตอบ มีการเชื่อมโยงระหว่างทฤษฎีและการประยุกต์ใช้ เป็นปัญหาปลายเปิดและมีลักษณะขัดแย้งในบางครั้ง ซึ่งจะท้าทายให้นักเรียนมีการให้เหตุผลและแสดงออกถึงทักษะการคิด ปัญหานั้นจะต้องมีความซับซ้อนเพียงพอที่จะทำให้นักเรียนจำเป็นต้องมีการทำงานร่วมกันและต้องอาศัยคนอื่นช่วยในการแก้ปัญหา ปัญหาที่เป็นไปได้ต้องเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ที่เป็นจริง ผู้สอนจะต้องใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความคิดเพื่อพัฒนาทักษะการคิดระดับสูง การให้เหตุผล และการแก้ปัญหา

ระยะที่ 2 การเริ่มต้นสอบสวน สืบสวน เสาะแสวงหาคำตอบ (Initiation of PBL Events, Inquiry, and Investigation) ระยะนี้เริ่มขึ้นเมื่อนักเรียนได้ลงมือทำความเข้าใจ นิยามข้อความปัญหา ตั้งสมมติฐานเพื่อนำไปสู่การเสาะแสวงหาคำตอบ และการเขียนรายการความรู้ที่ทราบแล้ว และความรู้ที่ต้องการทราบซึ่งจะนำไปสู่การแก้ปัญหา ซึ่งถือว่าเป็นองค์ประกอบสำคัญของกระบวนการแก้ปัญหา ในระยะนี้นักเรียนต้องมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้ข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อนำมาใช้ในการกำหนดปัญหาและหาคำตอบ ในระยะนี้ควรจะมีการสอดแทรกการประเมินผลการเรียนรู้ ยุทธวิธีในการสำรวจ วิเคราะห์ข้อมูล และความเป็นเหตุเป็นผลในการแก้ปัญหา

ระยะที่ 3 การหาคำตอบของปัญหา (Problem Solution) เป็นระยะที่นักเรียนทดสอบข้อสงสัย หรือลงมือแก้ปัญหา ควรมีการประเมินผลการปฏิบัติงานและการสรุปผล สิ่งที่เกิดขึ้นในระยะนี้ช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างความเข้าใจในมโนทัศน์และเกิดทักษะต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา

ชาง (Zhang, 2002: 30 – 31) ได้กล่าวถึงลักษณะของการแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก ดังนี้

1. เป็นบริบทของการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะต่าง ๆ ซึ่งเป็นสิ่งที่ได้มาจากการแก้ปัญหาที่มีความสัมพันธ์ใกล้เคียงกับชีวิตจริงมากที่สุด

2. ใช้ปัญหาเป็นตัวขับเคลื่อนในการเรียนรู้

3. เป็นการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการระหว่างความรู้ในศาสตร์ต่าง ๆ และทักษะกระบวนการเข้าด้วยกัน

4. นักเรียนเป็นผู้ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ครูเป็นเพียงผู้ให้ความช่วยเหลือให้คำแนะนำ และเอื้ออำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ให้แก่นักเรียน

5. เป็นการเรียนแบบชี้นำตนเอง นักเรียนเป็นผู้กำหนดทิศทางของการเรียนรู้ด้วยตัวเองในการกำหนดว่าต้องเรียนรู้อะไร อย่างไร จากที่ใด เพื่อให้ได้ความรู้มาแก้ปัญหา

6. เป็นการเรียนรู้จากกระบวนการของการเรียนรู้ การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักจะเน้นที่กระบวนการเรียนรู้ ซึ่งการเรียนรู้จะเกิดขึ้นขณะดำเนินการแก้ปัญหา

7. เป็นการเรียนรู้แบบช่วยเหลือกันเป็นกลุ่ม

8. ปัญหาที่ใช้ในการเรียนรู้จะเป็นปัญหาที่ยาก มีความซับซ้อน ไม่ชัดเจน เป็นปัญหาปลายเปิด ที่สามารถกระตุ้นนักเรียนให้ได้ใช้ความคิด ทำความเข้าใจปัญหา และค้นคว้าหาความรู้มาเพื่อแก้ปัญหานั้น

9. ให้ความสำคัญกับประสบการณ์และความรู้ที่มีอยู่ก่อนแล้ว ซึ่งครูใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละคน

สถาบันคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์แห่งอิลลินอยส์ (Illinois Mathematics and Science Academy, 2012) ได้กล่าวถึงลักษณะของการใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ดังนี้

1. ในการใช้ปัญหาเป็นหลักนั้น ปัญหาที่มีแนวทางในการหาคำตอบหลากหลาย (ill–structured problem) จะถูกนำเสนอเป็นอันดับแรกและจัดเป็นศูนย์กลางของเนื้อหาสาระและบริบทของการเรียนรู้

2. ปัญหาที่เป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้ มีลักษณะดังนี้

2.1 โครงสร้างที่มีลักษณะ สามารถหาแนวทางการหาคำตอบได้หลากหลาย (ill – structured) เป็นลักษณะปัญหาตามแบบธรรมชาติทั่วไป

2.2 สถานการณ์จะมีลักษณะที่ยุ่งยากซับซ้อน ไม่ตายตัว (messy)

2.3 มีการเปลี่ยนแปลงได้เสมอเมื่อมีข้อมูลใหม่ ๆ เพิ่มเข้ามา

2.4 ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ง่าย ๆ หรือรูปแบบการแก้ปัญหาไม่แน่นอน

2.5 ไม่มีคำตอบที่ถูกต้องเสมอไป

3. การเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักในชั้นเรียนนั้น นักเรียนจะถูกจัดให้มีบทบาทเป็นนักแก้ปัญหา ครูถูกจัดให้มีบทบาทเป็นผู้ให้คำแนะนำและช่วยเหลือ (tutor and coaches)

4. ในกระบวนการสอนและการเรียน จะมีการแลกเปลี่ยนความคิดเกี่ยวกับข้อมูลต่าง ๆ แต่ความรู้นั้นผู้เรียนแต่ละคนจะต้องสร้างขึ้นด้วยตนเอง การคิดต้องเต็มไปด้วยความชัดเจนมีความหมาย

5. การประเมินการเรียนรู้จะประเมินตามสภาพจริง โดยดูที่ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหา

มัณฑรา ธรรมบุศย์ (2545: 13) กล่าวถึง ลักษณะที่สำคัญของการใช้ปัญหาเป็นหลัก ดังนี้

1. ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางการเรียนรู้อย่างแท้จริง (Student – Centered Learning)
2. การเรียนรู้เกิดขึ้นในกลุ่มผู้เรียนที่มีขนาดเล็ก
3. ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก (Facilitator) หรือผู้ให้คำแนะนำ (Guide)
4. ใช้ปัญหาเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้
5. ปัญหาที่นำมาใช้มีลักษณะคลุมเครือ ไม่ชัดเจน ปัญหาหนึ่งปัญหาอาจมีคำตอบได้หลายคำตอบหรือแก้ไขได้หลายทาง (Illed - Structure Problem)
6. ผู้เรียนเป็นคนแก้ปัญหาโดยการแสวงหาข้อมูลใหม่ ๆ ด้วยตนเอง
7. ประเมินผลจากสถานการณ์จริงซึ่งดูจากความสามารถในการปฏิบัติ (Authentic Assessment)

ทิศนา แขมมณี (2545: 136 – 137) ได้เสนอตัวบ่งชี้การใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ 10 ประการ

1. ผู้สอนและผู้เรียนร่วมมือกันเลือกปัญหาที่ตรงกับความสนใจหรือความต้องการ
2. ผู้สอนและผู้เรียนมีการออกไปเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาจริง หรือผู้สอนมีการจัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนเผชิญปัญหา
3. ผู้สอนและผู้เรียนมีการร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาและหาสาเหตุของปัญหา
4. ผู้เรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหาร่วมกัน
5. ผู้สอนให้คำปรึกษาแนะนำและช่วยอำนวยความสะดวกแก่ผู้เรียนในการแสวงหาแหล่งข้อมูล การศึกษาข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล
6. ผู้เรียนมีการศึกษา ค้นคว้า และแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง
7. ผู้สอนมีการกระตุ้นให้ผู้เรียนแสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหาที่หลากหลายและพิจารณาเลือกวิธีที่เหมาะสม
8. ผู้เรียนมีการลงมือแก้ปัญหา รวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล สรุป และประเมินผล
9. ผู้สอนมีการติดตามการปฏิบัติงานของผู้เรียนและให้คำปรึกษา

10. ผู้สอนมีการประเมินผลการเรียนรู้ทั้งทางด้านผลงานและกระบวนการ

จากลักษณะของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปลักษณะที่สำคัญ ได้ดังนี้

1. เป็นการเรียนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ
2. การเรียนรู้จะเกิดขึ้นจากกลุ่มการเรียนรู้กลุ่มเล็ก ๆ ในระหว่างการทำงาน
3. ครูเป็นผู้คอยให้ความช่วย ชี้แนะแนวทาง และให้นักเรียนเป็นผู้ปฏิบัติเอง
4. ปัญหาที่นำมาเสนอจะมีลักษณะเป็นการบูรณาการแบบองค์รวม โดยปัญหาอาจมีหลายคำตอบหรือมีแนวทางและวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย
5. ประเมินการเรียนรู้จากการปฏิบัติจริงโดยใช้ปัญหา และจากกระบวนการในการแก้ปัญหา

3.4 กระบวนการและขั้นตอนการใช้ปัญหาเป็นหลัก

การใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นการเรียนที่มุ่งหมายให้ผู้เรียนแสวงหาความรู้และนำความรู้นั้นมาแก้ปัญหาที่ได้รับ และนอกจากนี้ยังเป็นการเรียนที่มุ่งให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์และพัฒนาทักษะการคิดระดับสูง ดังนั้นการที่นักเรียนจะบรรลุจุดมุ่งหมายดังกล่าวครูผู้สอนจะต้องจัดการเรียนการสอนให้สอดคล้องกัน มีนักการศึกษาหลายท่านได้กำหนดขั้นตอนของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก ไว้ดังนี้

กู๊ด (Good, 1973: 25 – 30) ได้กล่าวถึงกระบวนการใช้ปัญหาเป็นหลักมี 7 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กลุ่มผู้เรียนทำความเข้าใจปัญหา และข้อความที่ปรากฏอยู่ในปัญหาให้ชัดเจน โดยอาศัยความรู้พื้นฐานของสมาชิกในกลุ่ม หรือศึกษาค้นคว้าจากเอกสารตำราหรือสื่ออื่น ๆ

ขั้นตอนที่ 2 กลุ่มผู้เรียนระบุปัญหาหรือข้อมูลสำคัญร่วมกัน โดยทุกคนในกลุ่มเข้าใจปัญหา เหตุการณ์หรือปรากฏการณ์ที่กล่าวถึงในปัญหานั้น

ขั้นตอนที่ 3 กลุ่มผู้เรียนร่วมกันระดมสมองเพื่อวิเคราะห์ปัญหาต่าง ๆ อธิบายความเชื่อมโยงต่าง ๆ ของข้อมูลหรือปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 กลุ่มผู้เรียนกำหนดและจัดลำดับความสำคัญของสมมติฐาน พยายามหาเหตุผลที่จะอธิบายปัญหาหรือข้อมูลที่พบ โดยใช้พื้นฐานความรู้เดิมของผู้เรียน การแสดงความคิดอย่างมีเหตุผล ตั้งสมมติฐานอย่างสมเหตุสมผลสำหรับปัญหานั้น

ขั้นตอนที่ 5 กลุ่มผู้เรียนกำหนดวัตถุประสงค์การเรียนรู้ เพื่อค้นหาข้อมูลหรือความรู้ที่จะอธิบายหรือทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้ ผู้เรียนสามารถบอกได้ว่าความรู้ส่วนใดรู้แล้ว ส่วนใดต้องกลับไปทบทวน ส่วนใดยังไม่รู้หรือจำเป็นต้องไปค้นคว้าเพิ่มเติม

ขั้นตอนที่ 6 ผู้เรียนค้นคว้ารวบรวมสารสนเทศจากสื่อ และแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ เพื่อพัฒนาทักษะการเรียนรู้ด้วยตนเอง

ขั้นตอนที่ 7 จากการรายงานข้อมูลหรือสารสนเทศใหม่ที่ได้มา กลุ่มผู้เรียนนำมาอภิปราย วิเคราะห์ สังเคราะห์ ตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ แล้วนำมาสรุปเป็นหลักการและประเมินผลการเรียนรู้

เดลลิส (Delislle, 1997: 26 – 36) ได้เสนอกระบวนการใช้ปัญหาเป็นหลักสำหรับการเรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานไว้ 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. การเชื่อมโยงปัญหา (Connecting with the Problem) เป็นขั้นตอนที่เชื่อมโยงความรู้เดิมกับประสบการณ์ของผู้เรียนหรือกิจกรรมในชีวิตประจำวันที่ต้องเผชิญกับปัญหาต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญและคุณค่าของปัญหานั้นต่อการดำเนินชีวิตประจำวัน ในขั้นนี้ครูต้องพยายามกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดและแสดงความคิดเห็นอย่างหลากหลาย แล้วจึงนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่เตรียมไว้

2. การกำหนดกรอบการศึกษา (Setting up the Structure) ผู้เรียนอ่านวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาแล้วร่วมกันวางแนวทางในการศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนจะต้องร่วมกันอภิปรายแสดงความคิดเห็นเพื่อกำหนดกรอบการศึกษา 4 กรอบ ดังนี้

2.1 แนวคิด/แนวทางในการแก้ปัญหา (Ideas) คือ วิธีการหรือแนวทางในการหาคำตอบที่น่าจะเป็นไปได้ ซึ่งเปรียบเสมือนสมมติฐานที่ตั้งไว้ก่อนการทดลอง

2.2 ข้อเท็จจริง (Facts) คือ ข้อมูลความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ซึ่งเป็นความรู้/ข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในสถานการณ์ปัญหา หรือข้อเท็จจริงที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่เกิดจากการอภิปรายร่วมกัน หรือเป็นข้อมูลความรู้เดิมที่ได้เรียนรู้มาแล้ว

2.3 ประเด็นที่ต้องศึกษา (Learning Issue) คือ ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาแต่ผู้เรียนยังไม่รู้ จำเป็นต้องศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาจะอยู่ในรูปคำถามที่ต้องการคำตอบ นิยามหรือประเด็นการศึกษาอื่น ๆ ที่ต้องการทราบ

2.4 วิธีการศึกษาค้นคว้า (Action Plan) คือ วิธีการที่จะดำเนินการเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลที่ต้องการ โดยระบุว่าผู้เรียนจะสามารถศึกษาข้อมูลได้อย่างไร จากใคร แหล่งใด

3. การดำเนินการศึกษาค้นคว้า (Visiting the Problem) แต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผนการศึกษาค้นคว้า และดำเนินการศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติมตามประเด็นที่ต้องศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมจากแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ

4. รวบรวมความรู้ ตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหา (Revisiting the Problem) หลังจากที่แต่ละกลุ่มได้ข้อมูลครบถ้วนแล้ว ให้กลับเข้าชั้นเรียนและรายงานผลการศึกษาค้นคว้าต่อชั้น

เรียน หลังจากนั้นให้ผู้เรียนร่วมกันพิจารณาผลการศึกษาค้นคว้าอีกครั้งว่าข้อมูลที่ได้เพียงพอต่อการแก้ปัญหาหรือไม่ ประเด็นใดแปลกใหม่น่าสนใจมีประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา และประเด็นใดที่ไม่มีประโยชน์ควรจะตัดทิ้ง แล้วแต่ละกลุ่มร่วมกันตัดสินใจเลือกแนวทางหรือวิธีการที่เหมาะสมที่สุดที่จะใช้ในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนจะได้พัฒนาทักษะการคิด การตัดสินใจ รวมทั้งผู้เรียนจะค้นพบแนวทางในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ จากการแลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดเห็นซึ่งกันและกัน

5. การสร้างผลงาน หรือการปฏิบัติตามทางเลือก (Producing a Product or Performance) เมื่อตัดสินใจเลือกแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาแล้วแต่ละกลุ่มสร้างผลงานหรือปฏิบัติตามแนวทางที่เลือกไว้ ซึ่งมีความแตกต่างกันไปในแต่ละกลุ่ม

6. การประเมินผลการเรียนรู้และปัญหา (Evaluating Performance and the Problem) เมื่อขั้นตอนการสร้างผลงานสิ้นสุด ผู้เรียนประเมินผลการปฏิบัติงานของตนเอง ของกลุ่ม และคุณภาพของปัญหา และครูประเมินกระบวนการทำงานของนักเรียน

บาร์โรว์ และแทมบลิม (Barrows and Tamblyn, 1980: 191 – 192) ได้สรุปกระบวนการใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ดังนี้

1. นักเรียนต้องเผชิญกับปัญหาเป็นลำดับแรกก่อนที่จะมีการเตรียมการหรือเรียนเกิดขึ้น

2. สถานการณ์ปัญหาจะถูกนำเสนอแก่นักเรียนในแนวทางที่เหมือนกับสถานการณ์จริง

3. นักเรียนทำกิจกรรมเกี่ยวกับปัญหาโดยใช้เหตุผลและการประยุกต์ความรู้ที่มีเพื่อหาแนวทางวิธีการในการหาคำตอบของปัญหาและประเมินผลงานซึ่งเหมาะสมกับระดับการเรียน

4. ขอบเขตของการเรียนรู้จะเกิดขึ้น หรือนิยามขึ้นในกระบวนการทำงานเกี่ยวกับปัญหาและจะเป็นแนวทางนำไปสู่การเรียนรู้ด้วยตนเอง (Individuallized study)

5. ทักษะและความรู้จะได้มาจากการศึกษาเหล่านี้ การนำความรู้ที่มีเพื่อประยุกต์ใช้กับปัญหา เพื่อการประเมินผลการเรียนรู้ และเพื่อเสริมแรงการเรียนรู้

6. การเรียนรู้เกิดขึ้นในการทำกิจกรรมเกี่ยวกับปัญหาและการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองซึ่งเป็นการรวบรวมสรุปและบูรณาการความรู้และทักษะที่นักเรียนมีอยู่แล้ว

เอเดรน (Arends, 1994: 362 – 366) ได้เสนอกระบวนการใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. แนะนำรูปแบบการเรียน และนำเสนอปัญหา (Orient Student to the Problem) ครูบอกจุดมุ่งหมายของการเรียน อธิบายรายละเอียดและความสำคัญของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก และสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนสนใจในการเข้าร่วมกิจกรรมการแก้ปัญหา

2. กำหนดงานที่จะศึกษา (Organize Students for Study) ครูช่วยนักเรียนในการกำหนดหัวข้อที่จะศึกษา และเวลาในการศึกษา

3. การศึกษาแบบอิสระ และแบบกลุ่ม (Assist Independent and Group Investigation) ครูกระตุ้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลที่จะศึกษา ดำเนินการและแก้ปัญหา โดยในระหว่างนี้นักเรียนจะเริ่มตั้งสมมติฐาน หาคำอธิบายและดำเนินการแก้ปัญหา ครูจะคอยถามคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิด และครูคอยช่วยเหลือนักเรียนในระหว่างการแก้ปัญหา

4. พัฒนาและนำเสนองาน (Develop and Present Artifacts and Exhibits) ครูให้คำแนะนำในการวางแผนการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ เช่น รายงาน วิดีโอ แบบจำลอง และช่วยกันรับผิดชอบในการทำงาน

5. วิเคราะห์และประเมินผลการทำงาน (Analyze and Evaluate the Problem – Solving Process) ครูช่วยนักเรียนในการสะท้อนความคิดของนักเรียนและประเมินกระบวนการที่นักเรียนใช้

แทน (Tan, 2002: 27 – 37) ได้เสนอขั้นตอนการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีกระบวนการใช้ปัญหาเป็นหลัก 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. การพบปัญหา (Meeting the problem) ในขั้นตอนนี้สถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นทำหน้าที่เป็นตัวกระตุ้นและขยายบริบทของนักเรียนที่เหมือนจริง นักเรียนตกแต่งรายละเอียดของประเด็นปัญหาที่น่าจะเกิดขึ้น รับฟังความคิดเห็นของคนส่วนใหญ่ที่ตั้งอยู่บนพื้นฐานของปัญหาและมุ่งมั่นที่จะพิจารณาเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและการวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดขึ้น

2. การวิเคราะห์ปัญหาและการเรียนรู้ประเด็นปัญหา (Problem analysis and learning Issue) เป็นการนำเข้ามาในการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยตรง ในขั้นตอนนี้ความรู้เดิมของนักเรียนจะมีการเปิดใช้งานและสร้างความคิดสำหรับการเรียนรู้ต่อไป นักเรียนระดมสมองและวิเคราะห์ปัญหาที่พบ ระบุประเด็นการเรียนรู้และกำหนดวัตถุประสงค์ในการเรียนรู้

3. การค้นพบและการรายงานผล (discovery and reporting) นักเรียนแต่ละคนรายงานข้อค้นพบที่ได้จากการไปศึกษาค้นคว้า แบ่งปันข้อมูลหรือสารสนเทศใหม่ ๆ ที่แต่ละคนได้ไปศึกษามา และวิเคราะห์ สังเคราะห์ ทบทวนและประเมินคำตอบหรือข้อค้นพบที่ได้

4. การนำเสนอคำตอบของปัญหาและสะท้อนผล (solution presentation and reflection) นำเสนอข้อค้นพบหรือคำตอบของปัญหาและการเรียนรู้ร่วมกันผ่านการอภิปราย สะท้อนผลและประเมินผล

5. ข้อคิดเห็น การบูรณาการ และการประเมินผล (overview, integration and evaluation) ครูผู้สอนและนักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น สรุปผลหรือตกแต่งรายละเอียดของการ

แก้ปัญหาที่ได้นำเสนอ และช่วยกันประเมินผลสิ่งที่ได้ร่วมกันทำหลังจากได้นำเสนอปัญหาและผลการแก้ปัญหาที่ผ่านการสะท้อนผลหรือผ่านการพิจารณาแล้ว

เครเกอร์ (Kreger, 2011: Online) ได้เสนอขั้นตอนการใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ 6 ขั้นตอนดังนี้

1. นำเสนอปัญหา (Present the Problem Statement) ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่ใช้ข้อมูลเดิมไม่เพียงพอต่อการแก้ปัญหา จะต้องรวบรวมข้อมูลที่จำเป็น มโนทัศน์ กฎ หรือทักษะที่มีต่อการแก้ปัญหา

2. เขียนในสิ่งที่รู้ (List What is Known) นักเรียนเขียนในสิ่งที่นักเรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหา โดยข้อมูลจะถูกเก็บในหัวข้อ “พวกเรารู้อะไรบ้าง” จะเป็นการรวบรวมข้อมูลจากสถานการณ์ เป็นข้อมูลพื้นฐานที่จะใช้ในการแก้ปัญหา

3. วิเคราะห์ปัญหา (Develop a Problem Statement) การวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียนจะมาจากสิ่งที่พวกเขารู้ ซึ่งอาจเกิดจากการค้นพบข้อมูลใหม่ที่อยู่ในสถานการณ์นั้น โดยทั่วไปจะอยู่บนพื้นฐานของเหตุการณ์ที่ไม่ตรงกัน ไม่ลงรอยกัน มีความผิดปกติ

4. เขียนสิ่งที่ต้องการค้นคว้า (List What is Needed) การนำเสนอปัญหา นักเรียนจะต้องหาข้อมูลที่ขาดหายไป โดยข้อมูลจะถูกเก็บในหัวข้อ “พวกเราจำเป็นต้องรู้อะไรบ้าง” คำถามนี้จะเป็นการแนะนำในการหาข้อมูล เช่น Online ห้องสมุด และสถานที่อื่น ๆ นอกห้องเรียน

5. เขียนการกระทำที่เป็นไปได้ ข้อเสนอแนะ การแก้ปัญหา หรือสมมติฐาน (List Possible Actions, Recommendations, Solutions or Hypotheses) โดยข้อมูลจะถูกเก็บในหัวข้อ “พวกเราจะทำอะไร” นักเรียนจะเขียนสิ่งที่จะทำ เช่น การถามคำถามจากผู้เชี่ยวชาญ การทดสอบสมมติฐานที่ไม่แน่ใจ

6. นำเสนอและแก้ปัญหา (Present and Support the Solution) เป็นส่วนสุดท้ายที่ครูต้องให้นักเรียนสื่อสาร พูดปากเปล่า เขียนรายงาน และข้อเสนอแนะ โดยจะรวมถึงปัญหา คำถาม ข้อมูลที่รวบรวมมา การวิเคราะห์ข้อมูลและการแก้ปัญหาหรือข้อเสนอแนะบนพื้นฐานของข้อมูลที่เกิดจากการวิเคราะห์

เฉลิม วราวิทย์ (2531: ฆ – ง) ได้เสนอขั้นตอนการใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ 3 ขั้นตอนดังนี้

1. การเตรียมแผนการสอน ได้แก่ การกำหนดวัตถุประสงค์และเนื้อหาขั้นพื้นฐานที่ผู้เรียนจะต้องศึกษาหาความรู้ การสร้างปัญหาที่สอดคล้องกับความเป็นจริงที่ปรากฏอยู่ในชุมชนหรือสังคมนั้นและแนวทางในการประเมินผล เพื่อส่งเสริมการเรียนการสอนแบบการแก้ปัญหาและการแสวงหาความรู้ด้วยตัวเองของผู้เรียน

2. การบริหารการเรียนการสอน ขั้นตอนนี้เป็นการนำแผนซึ่งเตรียมไว้ในขั้นตอนที่ 1 มาใช้กับผู้เรียน เนื่องจากการเรียนการสอนแบบเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักนี้เป็นแบบยึดผู้เรียนเป็นหลัก ฉะนั้นผู้เรียนจะผ่านกระบวนการเรียนที่สำคัญ 3 ประการคือ

2.1 การระบุปัญหา ขั้นตอนนี้ผู้เรียนจะได้รับปัญหาที่ผู้สอนสร้างไว้ให้และผู้เรียนจะต้องค้นคว้าหาความรู้ให้ได้ว่าปัญหาที่แท้จริงคืออะไร ใช้กระบวนการคิดที่มีเหตุผลด้วยวิธีการเชื่อมโยงความรู้เดิมมาประยุกต์ใช้กับปัญหา เพื่อให้เกิดแนวความคิดในสิ่งใหม่

2.2 การเรียนการสอนในกลุ่มย่อย การจัดผู้เรียนให้เรียนเป็นกลุ่มย่อย เป็นวิธีการที่เหมาะสมที่สุด ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ระดมความรู้เดิมมาช่วยในการแก้ปัญหาและเกิดความรู้ใหม่ในเวลาเดียวกัน ผู้เรียนและผู้สอนมีโอกาสแลกเปลี่ยนความรู้ความคิดไปในทางที่กำหนดไว้ ในระยะนี้ผู้เรียนจะกำหนดแนวทางการเรียนรู้เพื่อนำมาแก้ปัญหาต่อไปด้วยการแบ่งภาระหน้าที่ให้สมาชิกกลุ่มไปศึกษาหาความรู้

2.3 การแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนแต่ละคนจะช่วยกันไป แสวงหาความรู้ตามความถนัดของแต่ละบุคคล ผู้เรียนจะต้องรับผิดชอบในการดำเนินงานของตนเอง ที่มีต่อกลุ่มเลือกประสบการณ์การเรียนรูด้วยตนเอง และนำความรู้ที่หามาแลกเปลี่ยนซึ่งกันและกันกับสมาชิกในกลุ่มเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา ระยะนี้ผู้เรียนจะมีโอกาสประเมินผลงานของตนเองและวิพากษ์วิจารณ์งานของตนเองและผู้อื่นด้วย

3. การประเมินผลการเรียนการสอน การประเมินผลการเรียนการสอนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักนี้ เน้นให้ผู้เรียนได้ประเมินตนเองและประเมินผลการปฏิบัติงานของสมาชิกกลุ่ม ฉะนั้นการประเมินผลจึงนิยมใช้เพื่อการประเมินผลความก้าวหน้าของผู้เรียน เพื่อผู้เรียนจะได้รู้ว่าตนเรียนรู้อะไร และยังบกพร่องในจุดใด ผู้สอนจะทำการประเมินผลโดยเน้นกระบวนการเรียนของผู้เรียนและนำข้อมูล มาบอกผู้เรียนเพื่อพัฒนาการเรียนการสอนต่อไปมากกว่าที่จะประเมินผลรวมแต่เพียงอย่างเดียว

พวงรัตน์ บุญญารักษ์ และ Majumdar (2544: 42) ได้กล่าวถึงกระบวนการใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจกับปัญหาเป็นอันดับแรก
2. แก้ปัญหาด้วยเหตุผลอย่างมีทักษะ
3. ค้นหาการเรียนรู้ด้วยกระบวนการปฏิสัมพันธ์
4. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
5. นำความรู้ที่ได้มาใหม่มาใช้ในการแก้ปัญหา
6. สรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้แล้ว

สำนักงานมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้ (2550: 8) ได้แบ่งขั้นตอนการใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ดังนี้

1. กำหนดปัญหา เป็นขั้นที่ผู้สอนจัดสถานการณ์ต่าง ๆ กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ และมองเห็นปัญหา สามารถกำหนดสิ่งที่เป็นปัญหาที่ผู้เรียนอยากรู้อยากเรียนได้และเกิดความสนใจที่จะค้นหาคำตอบ

2. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหาที่ต้องการเรียนรู้ ซึ่งผู้เรียนจะต้องสามารถอธิบายสิ่งต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้

3. ดำเนินการศึกษาค้นคว้า ผู้เรียนกำหนดสิ่งที่ต้องเรียนดำเนินการศึกษา ค้นคว้าด้วยตนเอง ด้วยวิธีการหลากหลาย

4. สังเคราะห์ความรู้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้ค้นคว้ามาแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน อภิปรายผลและสังเคราะห์ความรู้ที่ได้มาว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด

5. สรุปและประเมินค่าคำตอบ ผู้เรียนแต่ละกลุ่มสรุปผลงานของกลุ่มตนเอง และประเมินผลงานว่าข้อมูลที่ศึกษาค้นคว้ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด โดยพยายามตรวจสอบแนวคิดภายในกลุ่มของตนเองอย่างอิสระ ทุกกลุ่มช่วยกันสรุปองค์ความรู้ในภาพรวมของปัญหาอีกครั้ง

6. นำเสนอและประเมินผลงาน ผู้เรียนนำข้อมูลที่ได้มาจัดระบบองค์ความรู้ และนำเสนอเป็นผลงานในรูปแบบที่หลากหลาย ผู้เรียนทุกกลุ่มรวมทั้งผู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาร่วมกันประเมินผลงาน

จากกระบวนการและขั้นตอนการใช้ปัญหาเป็นหลักดังที่กล่าวมา ผู้วิจัยเลือกใช้ขั้นตอนการใช้ปัญหาเป็นหลักของแทนในการวิจัยครั้งนี้

3.5 บทบาทของผู้สอนและผู้เรียนในการใช้ปัญหาเป็นหลัก

การเรียนรู้ที่จะสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งหนึ่งที่ท้าทายการเป็นครูคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ครูต้องมีความรู้ในเนื้อหาวิชาที่สอนเป็นอย่างดีก่อนเพื่อให้ครูสามารถระลึกถึงสถานการณ์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ มีทักษะทางคณิตศาสตร์และมีความมั่นใจสามารถถ่ายทอดสถานการณ์เหล่านั้นไปเป็นกิจกรรมในห้องเรียน ซึ่งมีนักการศึกษากล่าวถึงบทบาทของผู้สอนและผู้เรียนในการใช้ปัญหาเป็นหลัก ไว้ดังนี้

3.5.1 บทบาทของผู้สอน

แบร์โรว์ (Barrows, 1996) เสนอว่า ผู้สอนควรมีบทบาทในการใช้ปัญหาเป็นหลักดังนี้

1. ผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวก
2. ผู้สอนเป็นผู้ให้คำปรึกษา แนะนำการทำงานกลุ่มของนักเรียน

3. ผู้สอนช่วยแนะนำกระบวนการเรียนรู้

4. เมื่อนักเรียนมีความชำนาญมากขึ้น ครูจะลดบทบาทลง

สถาบันคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์แห่งอิลลินอยส์ (Illinois Mathematics and Science Academy, 2012) ได้แนะนำบทบาทของผู้สอนไว้ดังนี้

1. ผู้สอนสอบถามความคิดเห็นของนักเรียน (Asking about Thinking)

2. ผู้สอนมีการกำกับตรวจสอบการเรียนรู้ของผู้เรียน (Monitoring Learning)

3. ผู้สอนต้องท้าทายนักเรียนให้นักเรียนได้คิด (Probing/Challenging Students Thinking)

4. ผู้สอนต้องทำให้นักเรียนมีความมุ่งมั่นในเรื่องที่จะเรียน (Keeping Students Involved)

5. ผู้สอนต้องขยาย พัฒนาเพื่อเพิ่มระดับความท้าทายของปัญหา (Monitoring/ Adjusting Levels of Challenge)

6. ผู้สอนจัดการดำเนินการให้นักเรียนมีการทำกิจกรรมในกลุ่ม (Managing Group Dynamics)

7. ผู้สอนต้องทำให้กระบวนการเรียนดำเนินการอย่างราบรื่น (Keeping Process Moving)

เฉลิม วราวิทย์ (2531: ช – ซ) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการใช้ปัญหาเป็นหลัก สรุปได้ว่า ครูเป็นบุคคลที่มีบทบาทสำคัญที่จะเป็นผู้จัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนรักในวิชานั้น จัดให้ผู้เรียนมีวิธีการเรียนที่ถูกวิธี และเสริมสร้างสติปัญญาในระดับสูง โดยครูจะมีบทบาทเป็นผู้กระตุ้นหรือหาแรงจูงใจให้ผู้เรียนรักที่จะเรียน ครูจะต้องแสดงบทบาทเปรียบเสมือนผู้เรียนคนหนึ่งในวิชานั้น ครูจะต้องเป็นแหล่งข้อมูลและเรียนไปพร้อม ๆ กับศิษย์ เพื่อให้ประสบผลสำเร็จร่วมกัน ฉะนั้น การจัดการเรียนการสอนให้ได้ผลดีจะต้องมีการวางแผนการสอน โดยคำนึงถึงขั้นตอนต่าง ๆ ที่จะให้ผู้เรียนมีประสบการณ์ตรงหรือประสบการณ์อ้อมกับสิ่งแวดล้อม อุปกรณ์การเรียนการสอนจะต้องสมบูรณ์พอสมควร เพื่อให้ผู้เรียนได้ตัดสินใจในการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ผู้สอนที่มีความสามารถในด้านกระบวนการกลุ่มจะช่วยให้การเรียนการสอนประสบความสำเร็จ เช่น ทักษะการใช้คำถาม การให้ข้อติชม การเสนอแนะทั้งทางตรงและทางอ้อม และผู้สอนคำนึงว่าตนมิได้มีบทบาทเป็นผู้กำหนดความรู้โดยตรง แต่เป็นผู้กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความคิด มีความสนใจและเกิดแรงจูงใจที่จะศึกษาและแสวงหาความรู้นั้นด้วยตัวของผู้เรียนเอง บทบาทของผู้สอนจะเข้าไปเกี่ยวข้องในการเรียนการสอนเฉพาะบางขั้นตอนเท่านั้น และขั้นตอนที่สำคัญมี 2 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นตอนการตั้งสมมติฐาน ขั้นตอนนี้ผู้สอนจะเข้ามาช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนโดยกลวิธีทางอ้อมเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความคิดการตั้งสมมติฐานหลายประการเพื่อให้ผู้เรียนจะได้ช่วยกันคัดเลือกว่าสมมติฐานใดน่าจะเหมาะสมในการแก้ปัญหาและการแสวงหาความรู้ต่าง ๆ ต่อไป

2. การวิเคราะห์ข้อมูลที่ศึกษาหาความรู้ใหม่ ในระยะนี้ครูผู้สอนจะเข้าร่วมสังเกตการณ์พิจารณาการวิเคราะห์ สังเคราะห์ ตลอดจนกลวิธีการแก้ปัญหาของผู้เรียน ช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนพิจารณาข้อมูลได้มานั้นถูกผิดเพียงพอหรือต้องแสวงหาเพิ่มเติม ซึ่งผู้เรียนอาจจะต้องไปแสวงหาความรู้มาใหม่แล้วกลับมาพบกันอีก ในทางปฏิบัติในระยะนี้ผู้สอนจะต้องพยายามหาทางให้ผู้เรียนได้มองผลการปฏิบัติงานของตนเอง (reflection) ว่าสามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องหรือไม่ ผู้สอนจะไม่ตัดสินว่าการแก้ปัญหานั้นถูกหรือผิด แต่จะกระตุ้นทางอ้อมเพื่อให้ผู้เรียนเห็นว่า การแก้ปัญหาที่ได้ปฏิบัติมานั้นยังไม่ถูกจุดในบางจุด และหาทางกระตุ้นให้ผู้เรียนมีโอกาสประเมินผลตนเองในกระบวนการศึกษาที่ได้ปฏิบัติมา

สำนักงานมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้ (2550: 9) ได้เสนอบทบาทของผู้สอนในการจัดการใช้ปัญหาเป็นหลัก ดังนี้

1. ผู้สอนต้องมุ่งมั่น ตั้งใจสูง รู้จักแสวงหาความรู้ เพื่อพัฒนาตนเองอยู่เสมอ

2. ผู้สอนต้องรู้จักผู้เรียนเป็นรายบุคคล เข้าใจศักยภาพของผู้เรียน เพื่อสามารถให้คำแนะนำ ช่วยเหลือผู้เรียนได้ทุกเมื่อทุกเวลา

3. ผู้สอนต้องเข้าใจขั้นตอนแนวทางการจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นหลักอย่างถ่องแท้ชัดเจนทุกขั้นตอน เพื่อจะได้แนะนำให้คำปรึกษาแก่ผู้เรียนได้ถูกต้อง

4. ผู้สอนต้องมีทักษะ ศักยภาพสูงในการจัดการเรียนรู้ และการติดตามประเมินผลการพัฒนาของผู้เรียน

5. ผู้สอนต้องเป็นผู้อำนวยความสะดวกด้วยการจัดหาสนับสนุน สื่ออุปกรณ์เรียนรู้ให้เหมาะสมเพียงพอ จัดเตรียมแหล่งเรียนรู้ จัดเตรียมห้องสมุด อินเทอร์เน็ต ฯลฯ

6. ผู้สอนต้องมีจิตวิทยาสร้างแรงจูงใจแก่ผู้เรียน เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการตื่นตัวในการเรียนรู้ตลอดเวลา

7. ผู้สอนต้องชี้แจง และต้องปรับทัศนคติของผู้เรียนให้เข้าใจและเห็นคุณค่าของการเรียนรู้แบบนี้

8. ผู้สอนต้องมีความรู้ ความสามารถ ด้านการวัดและประเมินผลผู้เรียนตามสภาพจริง ให้ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ทักษะกระบวนการและเจตคติให้ครบทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้

จากบทบาทของผู้สอนที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ผู้สอนมีหน้าที่ในการช่วยเหลือให้คำแนะนำ นักเรียนในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหา และคอยกระตุ้นให้นักเรียนเรียนมีความสนใจในการเรียน จะต้องเป็นแหล่งข้อมูลและเรียนไปพร้อม ๆ กับนักเรียน

3.5.2 บทบาทของผู้เรียน

สถาบันคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์แห่ง (อิลลินอยส์ Illinois Mathematics and Science Academy, 2012) ได้กล่าวถึงบทบาทของผู้เรียนไว้ดังนี้

1. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการลงมือปฏิบัติ (Active Participant)
2. ผู้เรียนมีความมุ่งมั่น จดจ่อกับการทำงาน (Engaged)
3. ผู้เรียนสร้างการเรียนรู้อย่างมีความหมาย (Constructing Meaning)

เฉลิม วราวิทย์ (2531: ช – ซ) ได้กล่าวถึงบทบาทของผู้เรียนตามแนวคิดการสอนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก โดยในการดำเนินการแก้ปัญหาของผู้เรียนจะมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ในขั้นตอนแรกกลุ่มผู้เรียนจะต้องพยายามทำความเข้าใจปัญหาที่ได้รับเสียก่อน หากมีคำ ข้อความ หรือแนวคิดตอนใดที่ยังไม่เข้าใจจะต้องพยายามหาคำอธิบายให้ชัดเจน โดยอาจจะอาศัยความรู้พื้นฐานของสมาชิกภายในกลุ่ม หรือจากเอกสารตำราอื่น ๆ ที่มีคำอธิบายอยู่

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นตอนนี้เป็นการให้คำอธิบายของปัญหาทั้งหมด โดยกลุ่มต้องมีความเข้าใจต่อปัญหาที่ถูกต้องสอดคล้องกัน โดยอย่างน้อยที่สุดจะต้องเข้าใจว่ามีเหตุการณ์หรือปรากฏการณ์ใดถูกกล่าวถึงหรืออธิบายอยู่ในปัญหานั้นบ้าง

ขั้นตอนที่ 3 และ 4 การวิเคราะห์ปัญหาจะได้มาซึ่งความคิด และข้อสนับสนุนเกี่ยวกับโครงสร้างของปัญหาทั้งโดยอาศัยพื้นฐานความรู้เดิมของผู้เรียนรวมทั้งความคิดอย่างมีเหตุผลในการสรุปรวบรวมความคิดเห็น ความรู้ และแนวคิดของสมาชิกภายในกลุ่มเกี่ยวกับกระบวนการและกลไกที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา นั่นคือ พยายามสร้างสมมติฐาน (Hypotheses) อันสมเหตุสมผลสำหรับปัญหานั้น ๆ ในขั้นตอนนี้ การแสดงความคิดเห็นแบบระดมสมอง (brain – storming) นับเป็นวิธีการที่ทำให้สมาชิกของกลุ่มได้แสดงความคิดเห็นอย่างเสรี เพื่อให้ได้มาซึ่งสมมติฐานมากที่สุดเท่าที่จะมากได้

ขั้นตอนที่ 5 จากสมมติฐานต่าง ๆ ที่ได้มานั้น กลุ่มจะต้องนำมาพิจารณาจัดลำดับความสำคัญอีกครั้ง โดยอาศัยข้อสนับสนุนจากข้อมูลความจริงและความรู้จากสมาชิกภายในกลุ่มเพื่อพิจารณาหาข้อยุติสำหรับสมมติฐานที่ปฏิเสธได้ในขั้นต้น และคัดเลือกสมมติฐานที่ต้องการแสวงหาข้อมูลเพิ่มเติมต่อไป

ขั้นตอนที่ 6 ผู้เรียนกำหนดวัตถุประสงค์การเรียนรู้ในการแสวงหาข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อพิสูจน์สมมติฐานที่คัดเลือกไว้

ขั้นตอนที่ 7 จากวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ สมาชิกแต่ละคนของกลุ่มจะถูกแบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบในการแสวงหาข้อมูลเพิ่มเติมจากภายนอกกลุ่ม โดยสามารถหาได้จากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ ทั้งจากตำราเอกสารทางวิชาการและผู้เชี่ยวชาญด้านต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ซึ่งการทำงานจะทำเป็นกลุ่มหรือรายบุคคลก็ได้ ช่วยกันหาข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ แล้วกลับมาพบกันในกลุ่มอีกครั้งหนึ่ง

ขั้นตอนที่ 8 กระบวนการของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักจะสมบูรณ์ได้โดยการวิเคราะห์ข้อมูลที่แสวงหามาได้เสนอต่อสมาชิกอื่น ๆ ในกลุ่มเพื่อพิจารณาว่าข้อมูลที่ได้มาพอเพียงต่อการพิสูจน์สมมติฐานหรือไม่ ดังนั้นกลุ่มอาจจะพบว่ามีข้อมูลบางส่วนไม่สมบูรณ์ จำเป็นจะต้องหาข้อมูลเพิ่มเติมอีกก็ได้

ขั้นตอนที่ 9 กระบวนการจะสิ้นสุดเมื่อกลุ่มสามารถหาข้อมูลครบถ้วนต่อการพิสูจน์ข้อสมมติฐานทั้งหมดได้ และสามารถสรุปได้ถึงหลักการต่าง ๆ ที่ได้จากการศึกษาปัญหานี้ รวมทั้งเห็นแนวทางในการนำความรู้และหลักการนั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ทั่วไปได้

นอกจากขั้นตอนทั้งหมดที่กล่าวมา เฉลิม วราวิทย์ (2531: ฉ) ยังได้กล่าวถึงคุณสมบัติของผู้เรียนที่จะช่วยให้การเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักบรรลุเป้าหมายไว้ดังนี้

1. ความรู้ความสามารถเดิมที่เหมาะสมกับปัญหาที่จะเรียน ผู้สอนจะต้องตระหนักถึงความสำคัญของข้อนี้อย่างถ่องแท้ เพราะถ้าผู้สอนเตรียมปัญหาที่ยุ่งยากซับซ้อนและไม่สัมพันธ์กับความรู้เดิมของผู้เรียนแล้ว จะทำให้ผู้เรียนเกิดความลำบากและเสียเวลามากในการกำหนดทิศทางการแสวงหาความรู้เพื่อนำไปแก้ปัญหานั้น

2. ความสามารถในการสื่อความหมายกับผู้อื่น เนื่องจากการเรียนการสอนที่เน้นการเรียนแบบกลุ่มย่อย ความสามารถในการสื่อสารกับผู้อื่นจึงมีความสำคัญที่จะช่วยให้การเรียนรู้ในกลุ่มมีประสิทธิภาพ การอบรมศึกษาเรื่องกระบวนการกลุ่มให้ผู้เรียนมีความสามารถด้านนี้จะช่วยให้การเรียนการสอนสะดวกขึ้นมาก

3. ความกล้าในการตัดสินใจ การเรียนรู้โดยการใช้ปัญหาเป็นหลักนี้เป็นการเรียนรู้การรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และการตัดสินใจในข้อมูลนั้น ผู้เรียนจึงต้องมีความกล้าในการตัดสินใจ เช่น การตัดสินใจตั้งสมมติฐานเพื่อนำมาแก้ปัญหา การตัดสินในที่จะจัดอันดับความสำคัญของสมมติฐานเพื่อการแสวงหาความรู้มาพิสูจน์ในสมมติฐาน เป็นต้น

4. ความตระหนักในความรับผิดชอบ เพราะเหตุว่าการเรียนแบบนี้เป็นการเรียนแบบพึ่งพา ฉะนั้นผู้เรียนจะต้องตระหนักถึงความสำคัญในการรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมายและดำเนินงานให้บรรลุเป้าหมาย ถ้าผู้เรียนขาดความรับผิดชอบแล้วงานของกลุ่มจะดำเนินไปช้ามาก

5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ บทบาทนี้มีความสำคัญยิ่งที่ผู้เรียนจะต้องพยายามสร้างให้เกิดขึ้นให้ได้ บทบาทที่ 1 – 4 นั้น ครูสามารพจัดประสบการณ์การเรียนรู้เพื่อฝึกฝนให้ผู้เรียนมีทักษะเพิ่มขึ้น แต่อบรมให้ผู้เรียนเกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์นั้นค่อนข้างยากและใช้เวลานานที่จะ

พัฒนานิสัยดังกล่าว อย่างไรก็ดีการเรียนการสอนแบบนี้จะช่วยพัฒนาให้เกิดขึ้นได้เมื่อผู้เรียนมีประสบการณ์เพิ่มขึ้น

สำนักงานมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้ (2550: 9) ได้เสนอบทบาทของผู้เรียนในการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ดังนี้

1. ผู้เรียนต้องปรับทัศนคติในบทบาทหน้าที่และการเรียนรู้ของตนเอง
2. ผู้เรียนต้องมีคุณลักษณะด้านการใฝ่รู้ ใฝ่เรียน มีความรับผิดชอบสูง รู้จักการทำงานร่วมกันอย่างเป็นระบบ
3. ผู้เรียนต้องได้รับการวางพื้นฐาน และฝึกทักษะที่จำเป็นในการเรียนรู้ตามแบบการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เช่น กระบวนการคิด การสืบค้นข้อมูล การทำงานกลุ่ม การอภิปราย การสรุป การนำเสนอผลงาน และการประเมินผล
4. ผู้เรียนต้องมีทักษะการสื่อสารที่ดีพอ

จากบทบาทของผู้เรียนที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ผู้เรียนต้องมีความมุ่งมั่นในการเรียน และมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมเพื่อให้การทำกิจกรรมนั้นประสบความสำเร็จ

3.6 ข้อแตกต่างระหว่างการใช้ปัญหาเป็นหลักและการเรียนแบบอื่น ๆ

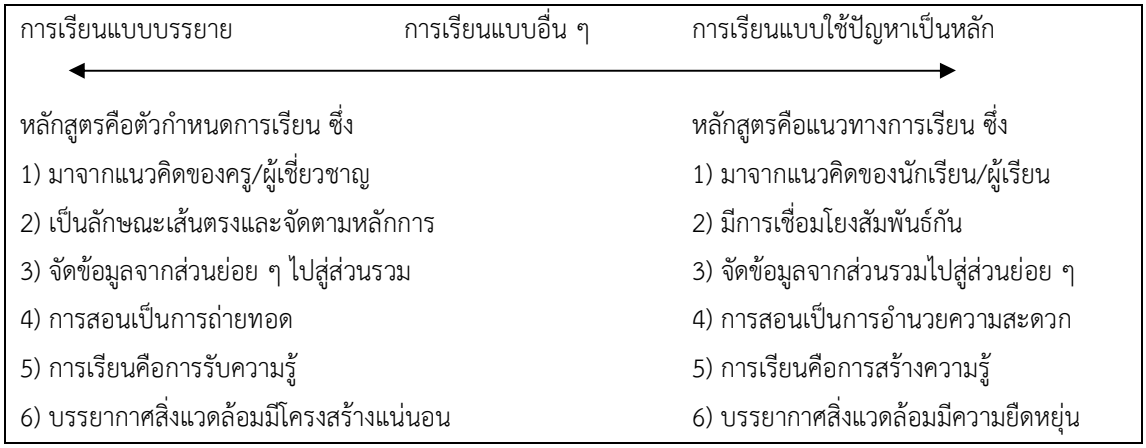
หลักการหนึ่งที่สำคัญที่สุดในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์คือ การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สัมผัสหรือท้าทายกับปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนให้นักเรียนได้เจอกับปัญหาที่ท้าทายนั้นมีหลากหลายรูปแบบเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากที่สุด และสามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตประจำวัน ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงข้อแตกต่างระหว่างการใช้ปัญหาเป็นหลักและการเรียนแบบอื่น ๆ ไว้ดังนี้

วูดส์ (Woods, 1985 อ้างถึงใน มัณฑรา ธรรมบุศย์, 2545: 11 – 17) ได้แบ่งการสอนออกเป็น 3 กลุ่มใหญ่ ๆ คือ การสอนโดยใช้ครูเป็นหลัก (teacher - based) ใช้ตำราหรือสื่อ การสอนเป็นหลัก (text or media based) และใช้ปัญหาเป็นหลัก (problem- based) หากนำการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก ไปเปรียบเทียบกับวิธีสอนกลุ่มอื่นที่ใช้หลักในการสอนต่างกัน จะเห็นถึงความรับผิดชอบในการเรียนรู้ (learning responsibility) ของครูและผู้เรียนที่แตกต่างกัน ดังเปรียบเทียบให้เห็นในรูปของตารางข้างล่างนี้

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบการสอนโดยใช้ครูเป็นหลัก ตำราเป็นหลัก กับการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก

ปัจจัยการเรียนรู้	การสอนโดยใช้ครูเป็นหลัก	การสอนโดยใช้ตำราเป็นหลัก	การสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
การจัดเตรียมสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้และสื่อการสอน	ครูเป็นผู้เตรียมการและเป็นผู้นำเสนอ	ครูเป็นผู้เตรียมการและเป็นผู้นำเสนอ	- ครูเป็นผู้นำเสนอสถานการณ์การเรียนรู้ - นักเรียนเป็นผู้เลือกสื่อการเรียนรู้
การจัดลำดับการเรียนรู้	ครูเป็นผู้กำหนด	นักเรียนเป็นผู้กำหนด	นักเรียนเป็นผู้กำหนด
การจัดเวลาในการทำแบบฝึก/ปัญหา	ครูให้แบบฝึกหัดหลังจากเสร็จสิ้นการสอน	ครูนำเสนอสื่อการสอนตั้งแต่ต้น แต่จะใช้สื่อตามลำดับของเนื้อหา	ครูนำเสนอปัญหาก่อนเสนอสื่อการสอนอื่น ๆ
ความรับผิดชอบต่อการเรียนรู้	ครูเป็นผู้รับผิดชอบ	นักเรียนเป็นผู้รับผิดชอบ	นักเรียนเป็นผู้รับผิดชอบ (เรียนรู้ด้วยตนเอง)
ความเป็นมืออาชีพ	ครูแสดงภาพลักษณ์ความเป็นมืออาชีพ	ครูแสดงภาพลักษณ์ความเป็นมืออาชีพได้ไม่เต็มที่	ครูไม่แสดงภาพลักษณ์ความเป็นมืออาชีพ
การประเมินผล	ครูจัดทำแบบประเมินและเป็นผู้ประเมิน	ครูอาจให้นักเรียนประเมินตนเองส่วนหนึ่ง	นักเรียนเป็นผู้ประเมินตนเอง
การควบคุม	ครูควบคุมนักเรียน	นักเรียนควบคุมตนเอง	นักเรียนควบคุมตนเอง

สถาบันคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์แห่งอิลลินอยส์ (Illinois Mathematics and Science Academy, 2012) ได้สรุปเปรียบเทียบการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักกับการเรียนแบบอื่น ๆ โดยพิจารณาที่หลักสูตรการเรียน ไว้ในภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 5 การเปรียบเทียบการใช้ปัญหาเป็นหลักกับการเรียนแบบอื่น ๆ โดยพิจารณาที่หลักสูตรการเรียน (Illinois Mathematics and Science Academy, 2012)

ถ้าพิจารณาเปรียบเทียบการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักกับการเรียนแบบบรรยาย โดยพิจารณาประเด็นอื่น ๆ สามารถสรุปได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2 เปรียบเทียบการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักกับการเรียนแบบบรรยาย (Illinois Mathematics and Science Academy, 2012)

ประเด็นในการเปรียบเทียบ	**การเรียนแบบบรรยาย**	**การเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก**
1. บทบาทของครู	เป็นผู้เชี่ยวชาญ: 1. คิดเอง 2. ครอบครองความรู้ 3. ประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนด้วยตนเอง	เป็นครูฝึก/แนะแนว: 1. นำเสนอสถานการณ์ที่เป็นปัญหา 2. เป็นตัวแบบ/ผู้ฝึก (Models/coaches, and fades) 3. มุ่งมั่นในกระบวนการเรียนเสมือนเป็นผู้แสวงหาความรู้ที่มีส่วนร่วม 4. ประเมินผลการเรียนรู้ตามสภาพจริง
2. บทบาทของนักเรียน	เป็นผู้รับความรู้: 1. เฉื่อยชา 2. อยู่เฉย ๆ 3. ว่างเปล่า	เป็นผู้มีส่วนร่วม: 1. มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมเกี่ยวกับสถานการณ์ที่มีความซับซ้อน 2. เสาะแสวงหาความรู้และหาวิธีการแก้ปัญหาจากสิ่งที่มีอยู่
3. จุดเน้นด้านพุทธิพิสัย	นักเรียนได้รับความรู้เท่าที่จำเป็นและนำไปใช้ในสถานการณ์การทดสอบความรู้	นักเรียนตั้งสมมติฐานและสร้างองค์ความรู้เพื่อนำไปแก้ปัญหาตามแนวทางและเงื่อนไขที่ค้นพบด้วยตนเอง
4. บทบาทของปัญหา	1. มีโครงสร้างแน่นอน มีวิธีการหาคำตอบชัดเจน (Well – structured) 2. นำเสนอเพื่อให้จำความรู้นั้น ๆ	1. มีลักษณะที่สามารถหาคำตอบได้หลากหลายแนวทาง (ill - structured) 2. นำเสนอในรูปสถานการณ์ซึ่งประกอบไปด้วยปัญหาที่ต้องมีการนิยามวิธีการหาคำตอบ
5. การจัดการข้อมูล	จัดการและนำเสนอโดยผู้สอน	นำเสนอโดยผู้สอนโดยไม่เกี่ยวกับความต้องการนักเรียนเป็นส่วนน้อย แต่ส่วนมากจะเกิดจากการค้นหาและวิเคราะห์โดยตัวนักเรียนเอง

จากข้อแตกต่างระหว่างการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักกับการเรียนแบบอื่น ๆ ที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปความแตกต่างระหว่างการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักกับการเรียนแบบบรรยาย ได้ดังนี้ การเรียนรู้แบบบรรยายนั้นครูจะมีบทบาทเป็นผู้กำหนด วางแผน นำเสนอเพื่อให้

นักเรียนจำความรู้ และเป็นผู้ประเมินความรู้ของผู้เรียน ส่วนนักเรียนมีบทบาทเป็นผู้รับความรู้ เท่าที่จำเป็นเพื่อนำไปใช้ในการทดสอบ ส่วนการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นหลักครูจะมีบทบาทเป็นผู้นำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่ท้าทาย เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองโดยการแสวงหาข้อมูลจากแหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ ที่ครูจัดไว้เพื่ออำนวยความสะดวก ส่วนการประเมินการเรียนรู้นักเรียนจะเป็นผู้ประเมินตนเอง

3.7 ข้อดีและข้อจำกัดของการใช้ปัญหาเป็นหลัก

การใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากการที่ได้สัมผัสและมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา รวมทั้งส่งเสริมการทำงานเป็นทีมและทักษะการสื่อสาร โดยที่ผู้เรียนได้สร้างความรู้ผ่านกระบวนการทำงานกลุ่ม เพื่อค้นหาวิธีการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่สนใจเกี่ยวกับชีวิตประจำวันและมีความสัมพันธ์กับผู้เรียน ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการใช้ปัญหาเป็นหลัก ไว้ดังนี้

3.7.1 ข้อดีของการใช้ปัญหาเป็นหลัก

บาโรว์ส และแทมบลิน กับ มีโล และ เอฟเวนเซน (Barrows; & Tamblyn, 1980: 193, and Hmelo; & Evensen, 2000: 6) สรุปข้อดีของการใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ดังนี้

1. ได้รับความรู้ในเนื้อหาวิชาที่เป็นบูรณาการ และสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้เป็นเครื่องมือในการจัดการปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2. พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา การได้เผชิญกับปัญหาเป็นโอกาสที่ได้ฝึกทักษะในการแก้ปัญหา การใช้เหตุผลในการวิเคราะห์และตัดสินใจ

3. พัฒนาทักษะในการเรียนรู้ด้วยตนเอง การที่ผู้เรียนได้เรียนรู้วิธีการเรียนโดยการ กำหนดจุดมุ่งหมายการเรียนรู้ วิธีการแสวงหาความรู้จากแหล่งความรู้ต่าง ๆ รวบรวมความรู้และนำมาสรุปเป็นความรู้ใหม่ เป็นลักษณะของการเรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นทักษะการเรียนรู้ตลอดชีวิต การให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการอภิปราย มีวิธีการแสวงหาความรู้และไตร่ตรองทรัพยากรการเรียนซึ่งเป็นกระบวนการที่มีความหมายสำคัญช่วยให้ผู้เรียนเป็นผู้เรียนรู้ด้วยตนเอง

4. พัฒนาทักษะการทำงานเป็นทีม การเรียนเป็นกลุ่มย่อยทำให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น แลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่นทำให้มีความกว้างขวางมากขึ้น ซึ่งเป็นการพัฒนาทักษะทางสังคม

5. เพิ่มแรงจูงใจในการเรียน เนื่องจากผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้

สถาบันคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์แห่งอิลลินอยส์ (IMSA, 2012) ได้เสนอประโยชน์ที่ได้จากการใช้ปัญหาเป็นหลัก โดยสรุปว่า การใช้ปัญหาเป็นหลักมีส่วนช่วยส่งเสริมในเรื่องต่อไปนี้

1. แรงจูงใจ (Motivation) การใช้ปัญหาเป็นหลักทำให้นักเรียนมีความมุ่งมั่นในการเรียนมากขึ้น เพราะเขาต้องพยายามในการค้นหาคำตอบของปัญหาอย่างมากเนื่องจากเขาจะมีความรู้สึกว่าได้รับความไว้วางใจในการค้นหาคาตอบหรือทำงานนั้น

2. ความเกี่ยวข้องในโลกแห่งความเป็นจริง (Relevance to the Real World) การใช้ปัญหาเป็นหลักช่วยให้นักเรียนสามารถตอบคำถามได้อย่างชัดเจนว่า “ทำไมเราจึงต้องเรียนในเนื้อหานี้” และ “ฉันกำลังทำอะไรที่เกี่ยวข้องกับสิ่งต่าง ๆในโลกแห่งความเป็นจริง ในขณะที่อยู่ในโรงเรียน”

3. ลำดับการคิดระดับสูง (Higher-Order Thinking) ปัญหาที่มีลักษณะที่สามารถหาคำตอบได้หลากหลาย (Ill-Structured Problem) จะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนคิดอย่างมีวิจารณญาณและความคิดอย่างสร้างสรรค์ (Critical And Creative Thinking) โดยผู้เรียนจะจดจ่อกับการเดา คาดคะเนว่า “อะไรคือคำตอบที่ถูกต้องที่ครูต้องการให้เขาค้นหา”

4. เรียนรู้ว่าจะเรียนอย่างไร (Learning How To Learn) การใช้ปัญหาเป็นหลักช่วยส่งเสริมการที่บุคคลระลึกว่าตนรู้อะไร ยังไม่รู้ในสิ่งใด สามารถควบคุมและตรวจสอบความคิดทั้งหมดของตนเองได้ และการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยการถามให้นักเรียนค้นคิดยุทธวิธีสำหรับนิยามปัญหา การจัดการข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล การตั้งสมมติฐาน และการทดสอบสมมติฐานด้วยตนเอง มีการเปรียบเทียบข้อมูลยุทธวิธีที่ค้นพบกับคนอื่น แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันกับเพื่อนและเปรียบเทียบกับยุทธวิธีของครู

5. สภาพที่เป็นจริง (Authenticity) การใช้ปัญหาเป็นหลักจะมุ่งเน้นให้นักเรียนเรียนรู้ข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกับสิ่งที่เขาเคยเรียนผ่านมาหรือสามารถระลึกได้และมีผลต่อสภาวการณ์ในอนาคต และประเมินผลการเรียนรู้ในแนวทางที่บ่งถึงความเข้าใจไม่ใช่แค่การรู้เท่านั้น

สุนทรี คนเที่ยง (2544: 12) ได้สรุปข้อดีของการใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ว่า การใช้ปัญหาเป็นหลักช่วยส่งเสริมการแก้ปัญหา (Problem-solving) มากกว่าการจำเนื้อหาข้อเท็จจริง พร้อมส่งเสริมการทำงานเป็นกลุ่ม และพัฒนาทักษะทางสังคม (Social Skills)

จากข้อดีของการใช้ปัญหาเป็นหลักที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปข้อดีของ การใช้ปัญหาเป็นหลัก คือ ช่วยเพิ่มแรงจูงใจให้กับผู้เรียนเนื่องจากผู้เรียนมีส่วนร่วมพัฒนาทักษะกระบวนการการทำงานเป็นทีม พัฒนาความคิด และผู้เรียนสามารถประยุกต์โดยนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในอนาคต

3.7.2 ข้อจำกัดของการใช้ปัญหาเป็นหลัก

การใช้ปัญหาเป็นหลักมีข้อจำกัด คือ เป็นการเรียนที่เหมาะกับบางวิชาเท่านั้น ในการนำมาใช้ต้องมีการวางแผนและเตรียมการเป็นอย่างดี ผู้สอนต้องมีทักษะในการเป็นผู้สอนประจำกลุ่มและมีความมุ่งมั่นในการที่จะสอนในแนวการสอนนี้ ผู้เรียนจะต้องมีความรับผิดชอบต่อการเรียนรู้

ของตนเองและให้ความร่วมมือในการเรียนรู้ร่วมกัน เป็นห้องเรียนที่เปิดกว้างและมีแหล่งเรียนรู้ที่เอื้อต่อการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้ศึกษาอย่างอิสระ ดังที่ แบร์โรว์และแทมบลิน (Barrows and Tamblyn. 1980: 13 – 14) กล่าวว่า ความสำเร็จของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักนี้ขึ้นอยู่กับวิจัยการเรียนรู้ด้วยตนเองของผู้เรียนเพื่อทำงานกับสิ่งที่ไม่รู้ และปัญหาเป็นปริศนาซึ่งท้าทายผู้เรียนให้เกิดการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา และกระตุ้นให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ด้วยตนเอง ผู้สอนจะต้องมีทักษะที่จำเป็นเพื่อชี้ทิศทางและแนะแนวทางผู้เรียนเกี่ยวกับกระบวนการและการออกแบบการค้นหาคำตอบ ซึ่งเสมือนเป็นการผลิตหรือรวบรวมสื่ออุปกรณ์ในการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก

นภา หลิมรัตน์ (2540: 13 – 14) ได้กล่าวถึงข้อจากัดของการใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ดังนี้

1. ความไม่เคยชินกับวิธีเรียนแบบนี้ เพราะคุ้นเคยกับการเรียนแบบเก่า
2. ครอบคลุมเนื้อหาได้น้อยกว่าแต่เรียนได้ลึกซึ้งกว่า ซึ่งทำให้ผู้เรียนผู้สอนไม่สบายใจ เพราะเกรงว่าจะยังขาดเนื้อหาบางส่วนที่ไม่ได้ถูกนำมาเรียน
3. ต้องใช้เวลาเรียนนานกว่าวิธีอื่นๆ ในการเรียนรู้เนื้อหาที่เท่าเทียมกัน

มนัสภรณ์ วิทูรเมธา (2544: 67) ได้กล่าวถึงข้อจากัดของการใช้ปัญหาเป็นหลักไว้ดังนี้

1. ผู้สอนจะต้องปรับเปลี่ยนรูปแบบการสอนใหม่ เปลี่ยนบทบาทเป็นผู้อานวยการสอน จำเป็นต้องมีการอบรมก่อนที่จะวางแผน และจัดกิจกรรมการเรียนรู้
2. ผู้สอนจะต้องมีความชำนาญในการเตรียมและเลือกสื่อการเรียนทั้งที่เป็นเอกสาร โสตนทัศนูปกรณ์ต่าง ๆ จึงจะทาให้การเรียนรู้บรรลุวัตถุประสงค์
3. มีการเปลี่ยนแปลงสิ่งอำนวยความสะดวกต่างๆ เช่น ห้องเรียนต้องมีห้องประชุมกลุ่มย่อย ห้องสมุด อุปกรณ์ช่วยสอน ดังนั้นสถาบันการศึกษาต้องเตรียมในสิ่งเหล่านี้ ถ้าสถาบันขาดปัจจัยในการพัฒนานี้ การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก คงประสบผลสำเร็จได้ยาก

จากข้อจำกัดของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปข้อจำกัดของการใช้ปัญหาเป็นหลัก คือ เป็นรูปแบบการเรียนที่เหมาะสมกับบางวิชาเท่านั้น ครูจะต้องมีทักษะและความมุ่งมั่นในการสอนอย่างมาก ผู้เรียนจะต้องมีวินัยและรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ตนเอง และสภาพบรรยากาศในห้องเรียนจะต้องมีแหล่งเรียนรู้ที่เอื้อต่อการแสวงหาความรู้

4. การคิดวิเคราะห์

4.1 ความหมายการคิดวิเคราะห์

ความสามารถในการคิดวิเคราะห์เป็นความสามารถทางสมองมีนักการศึกษาหลายท่านได้ศึกษาและให้ความหมาย ไว้ดังนี้

ดิวอี้ (Dewey, 1933: 30) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดวิเคราะห์ว่า หมายถึง การคิดอย่างใคร่ครวญไตร่ตรองโดยอธิบายขอบเขตของการคิดวิเคราะห์ว่า เป็นการคิดที่เริ่มต้นจากสถานการณ์ที่มีความยุ่งยากและสิ้นสุดลงด้วยสถานการณ์ที่มีความชัดเจน

บลูม (Bloom, 1956: 6 – 9) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดวิเคราะห์ไว้ว่า เป็นความสามารถในการแยกแยะเพื่อหาส่วนย่อยของเหตุการณ์ เรื่องราวหรือเนื้อหาต่าง ๆ ว่าประกอบด้วยอะไร มีความสำคัญอย่างไร อะไรเป็นเหตุ อะไรเป็นผล และที่เป็นอย่างนั้นอาศัยหลักการอะไร

กู๊ด (Good, 1973: 680) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดวิเคราะห์ว่า เป็นการคิดอย่างรอบคอบตามหลักของการประเมินและมีหลักฐานอ้างอิงเพื่อหาข้อสรุปที่น่าจะเป็นไปได้ตลอดจนพิจารณาองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องทั้งหมดและใช้กระบวนการตรรกวิทยาได้อย่างถูกต้องสมเหตุสมผล

แบงค์ (Bank, 1985: 137 – 138) สรุปความหมายของการคิดวิเคราะห์ว่าเป็นความสามารถแยกส่วนต่าง ๆ ของข้อมูลและความสัมพันธ์ของข้อมูลในแต่ละส่วน

คลาร์ค (Clark, 1993: 30) สรุปความหมายของการคิดวิเคราะห์ว่า เป็นการแยกองค์ประกอบย่อย ๆ ออกและสร้างความสัมพันธ์กับองค์ประกอบนั้น ๆ ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร

เชิดศักดิ์ โฆวาสินธุ์ (2530: 98) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดวิเคราะห์ว่าหมายถึง ความสามารถในการแยกแยะรายละเอียดของสิ่งสำเร็จรูปออกเป็นส่วนย่อย ๆ อย่างมีหลักเกณฑ์เพื่อหาข้อเท็จจริงที่แฝงอยู่ในเรื่องราวนั้น

วิไลพร คำเพราะ (2539: 53) ได้กล่าวว่า การคิดวิเคราะห์ หมายถึง การพินิจพิจารณาความเชื่อ ความรู้ คำกล่าวอ้างและสิ่งต่าง ๆ อย่างสุขุมรอบคอบ โดยหาสาเหตุเพื่อสรุปได้อย่างถูกต้องก่อนจะตัดสินใจเชื่อหรือสรุปเลือก

ทิศนา แขมมณี (2545: 6) ได้กล่าวว่า ทักษะการคิดวิเคราะห์ หมายถึง การแยกข้อมูลหรือสิ่งหนึ่งออกเป็นส่วนย่อย ๆ แล้วใช้เกณฑ์จัดข้อมูลออกเป็นหมวดหมู่เพื่อให้เข้าใจและเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลในส่วนต่าง ๆ

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศักดิ์ (2546: 25) ได้ให้ความหมายความสามารถในการคิดวิเคราะห์ว่า หมายถึง ความสามารถในการสืบค้นข้อเท็จจริงเพื่อตอบคำถามเกี่ยวกับบางสิ่งบางอย่างโดยการตีความ การจำแนกแยกแยะ และการทำความเข้าใจกับองค์ประกอบของสิ่งนั้นและ

องค์ประกอบอื่น ๆ ที่สัมพันธ์กัน รวมทั้งเชื่อมโยงความสัมพันธ์เชิงเหตุและผลที่ไม่ขัดแย้งกัน ระหว่างองค์ประกอบเหล่านั้น เหตุผลที่หนักแน่นน่าเชื่อถือทำให้เราได้ข้อเท็จจริงที่เป็นพื้นฐานในการตัดสินใจแก้ปัญหา ประเมิน และตัดสินใจเรื่องต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง

อเนก พ.อนุกูลบุตร (2547ก: 60) ได้กล่าวว่า การคิดแบบวิเคราะห์หรือการคิดระดับการวิเคราะห์เป็นการคิดพิจารณาสิ่งสำเร็จรูปหรือระบบใด ๆ อย่างแยกแยะให้ค้นพบความจริงที่แฝงอยู่ในรูปขององค์ประกอบ ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบ และหลักการที่องค์ประกอบคุมกันอยู่เป็นสิ่งสำเร็จรูปหรือเป็นระบบอยู่ได้

สุวิทย์ มูลคำ (2548: 9) ได้กล่าวว่า การคิดวิเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการจำแนก แยกแยะองค์ประกอบต่าง ๆ ของสิ่งใดสิ่งหนึ่งซึ่งอาจจะเป็นวัตถุ สิ่งของ เรื่องราว หรือเหตุการณ์ และความสัมพันธ์เชิงเหตุผลระหว่างองค์ประกอบเหล่านั้นเพื่อค้นหาสภาพความเป็นจริงหรือสิ่งสำคัญของสิ่งที่กำหนดให้

ณาตยา อุทยารัตน์ (2549: 14) ได้ให้ความหมายของการคิดวิเคราะห์ว่า หมายถึงความสามารถในการพิจารณาแยกแยะส่วนย่อย ๆ ของเหตุการณ์ เรื่องราวหรือเนื้อเรื่องต่าง ๆ ว่าประกอบด้วยอะไร มีจุดมุ่งหมายหรือความประสงค์สิ่งใดและส่วนย่อย ๆ ที่สำคัญนั้นแต่ละเหตุการณ์เกี่ยวพันกันอย่างไรบ้างและเกี่ยวกันโดยอาศัยหลักการใด

จากความหมายของการคิดวิเคราะห์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การคิดวิเคราะห์หมายถึง ความสามารถในการพิจารณาแยกแยะส่วนย่อย ๆ ของเหตุการณ์ เรื่องราว หรือเนื้อเรื่องต่าง ๆ ว่าประกอบด้วยอะไร มีความสำคัญและสัมพันธ์กันอย่างไร เป็นการคิดพิจารณาอย่างมีเหตุมีผล เพื่อหาข้อสรุปหรือหลักการที่จะสามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้

4.2 ลักษณะของการคิดวิเคราะห์

การคิดเป็นลักษณะของผู้เรียนในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่มีอยู่ เมื่อครูผู้สอนต้องการให้นักเรียนคิดในลักษณะใด ครูผู้สอนต้องวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของการคิดเพื่อที่จะออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับลักษณะของการคิดนั้น มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งลักษณะของการคิดวิเคราะห์ ซึ่งผู้วิจัยรวบรวมไว้ดังนี้

วิลสัน (Wilson, 1971: 645 – 696) ได้แบ่งลักษณะพฤติกรรมของการคิดวิเคราะห์ออกเป็น 5 ขั้นย่อย ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Ability to solve nonrortine problems) เป็นความสามารถแสดงในการถ่ายโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาไปสู่เนื้อหาใหม่ ซึ่งนักเรียนต้องแยกปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ และสำรวจสิ่งที่สามารถเรียนรู้เกี่ยวกับแต่ละส่วน เป็นการจัดระบบองค์ประกอบของปัญหา เพื่อที่กำหนดแนวทางใหม่ในการตัดสินใจแก้ปัญหา

2. ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) เป็นความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ใหม่ มากกว่าการตระหนักใช้ความสัมพันธ์ที่คุ้นเคยในข้อมูลปัญหาใหม่

3. ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to construct proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์ด้วยตนเอง โดยจะต้องอาศัยบทนิยามและทฤษฎีต่าง ๆ เข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา

4. ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) เป็นความสามารถวิพากษ์วิจารณ์ พิสูจน์ เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่เป็นความสามารถที่ยุ่งยากซับซ้อนกว่าการเขียนพิสูจน์ เพราะจะต้องใช้เหตุผลว่าการพิสูจน์นั้นถูกต้องหรือไม่ มีขั้นตอนใดผิดพลาดบ้าง

5. ความสามารถในการสร้าง และแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to formulate and validate generalization) เป็นความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์และเขียนพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่ค้นพบ

บลูม (Bloom, 1956: 145 – 148) ได้แบ่งลักษณะของการคิดวิเคราะห์ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. การวิเคราะห์เนื้อหา (Analysis of Elements) เนื้อหาที่ได้มานั้นสามารถแยกเป็นส่วนย่อยได้ บางข้อความอาจเป็นความจริง บางข้อความเป็นค่านิยม และบางข้อความเป็นความคิดเห็นของผู้เรียน ซึ่งการวิเคราะห์เนื้อหา ได้แก่

1.1 ความสามารถในการตระหนักรู้ซึ้งไม่กล่าวถึงข้อสันนิษฐาน

1.2 ความสามารถในการแยกแยะความจริงออกจากสมมติฐาน

1.3 ความสามารถในการจำแนกข้อเท็จจริงออกจากข้อมูลเบื้องต้น

1.4 การบอกถึงสิ่งจูงใจและการพิจารณาพฤติกรรมของบุคคลและกลุ่ม

1.5 ความสามารถในการวินิจฉัยข้อสรุปจากข้อความที่สนับสนุน

2. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ (Analysis of Relationships) ผู้อ่านจะต้องมีทักษะในการเชื่อมต่อความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหลักกับส่วนอื่น ๆ ได้ ทั้งความสัมพันธ์ของสมมติฐาน ข้อสรุป รวมถึงชนิดของหลักฐานที่นำมาแสดงด้วย วิเคราะห์ความสัมพันธ์สามารถแยกได้ดังนี้

2.1 ความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดในข้อความต่าง ๆ

2.2 ความสามารถในการระลึกเหตุผลที่เกี่ยวข้องกับการตัดสินใจ

2.3 ความสามารถในการแยกแยะความจริง หรือสมมติฐานที่เป็นใจความสำคัญหรือข้อโต้แย้งที่นำมาสนับสนุนข้อความนั้น

2.4 ความสามารถในการตรวจสอบความถูกต้องของสมมติฐาน

2.5 ความสามารถในการจำแนกความสัมพันธ์ของสาเหตุ และผลกระทบจากความสัมพันธ์อื่น ๆ

2.6 ความสามารถในการจำแนกข้อมูลที่ขัดแย้ง แบ่งแยกสิ่งที่ตรงและไม่ตรงกับข้อมูลได้

2.7 ความสามารถในการสืบหาความผิดปกติของข้อมูลตามหลักตรรกะ

2.8 ความสามารถในการสร้างความสัมพันธ์ และแยกรายละเอียดที่สำคัญและไม่สำคัญในข้อมูลได้

3. การวิเคราะห์หลักการ (Analysis of Organizational Principles) เป็นการวิเคราะห์ระบบโครงสร้าง และหลักการที่เกี่ยวข้องในการวิเคราะห์หลักการนี้เองจะต้องวิเคราะห์แนวคิด จุดประสงค์ และมโนทัศน์ ซึ่งการวิเคราะห์หลักการสามารถแยกได้ดังนี้

3.1 ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ในรายละเอียดของงาน ความสัมพันธ์ของข้อมูลและความหมายขององค์ประกอบต่าง ๆ

3.2 ความสามารถในการวิเคราะห์รูปแบบในการเขียน

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ของผู้เรียน มุมมองของผู้เขียนและความรู้สึกที่มีต่องาน

3.4 ความสามารถในการสรุปความคิดรวบยอดที่เกี่ยวข้องกับหลักการทางวิทยาศาสตร์ ปรัชญา หรือประวัติจากผู้เขียน หรือความสามารถของผู้เรียน เช่น เป็นตัวอย่างในการฝึกปฏิบัติ

3.5 ความสามารถในการสังเกตกลวิธีที่ใช้สื่อในการชักจูง เช่น โฆษณา

3.6 ความสามารถในการเข้าใจมุมมองหรือเข้าใจจุดที่เป็นอคติของผู้เขียนในเรื่องราวที่ผ่านมา

อเนก พ.อนุกูลบุตร (2547ก: 61) กล่าวว่า ชนิดของการคิดวิเคราะห์มีเป้าหมายอยู่ที่การค้นหาความจริงที่มีอยู่ แฝงอยู่ในสิ่งสำเร็จรูปหรือระบบต่าง ๆ ซึ่งมี 3 ส่วน คือ องค์ประกอบ ความสัมพันธ์ และหลักการ และได้แบ่งประเภทของการคิดวิเคราะห์ตามเกณฑ์สิ่งที่ต้องการค้นพบได้เป็น 3 ชนิด ดังนี้

1. การวิเคราะห์องค์ประกอบ (Analysis of Element) เป็นการคิดอย่างแยกแยะว่าสิ่งสำเร็จรูปที่พิจารณานั้นมีชิ้นส่วน องค์ประกอบ เนื้อแท้อะไรบ้าง สิ่งใดเป็นสิ่งสำคัญ เป็นหัวใจเป็นส่วนประกอบ

2. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ (Analysis of Relationships) เป็นการคิดค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบย่อยในระบบนั้น ว่ามีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร เกี่ยวข้องกับสิ่งสำเร็จรูปทั้งหมดอย่างไร องค์ประกอบใดมีความสัมพันธ์กันมากหรือน้อย

3. การวิเคราะห์หลักการ (Analysis of Relations) เป็นการพิจาณาทั้งองค์ประกอบ และความสัมพันธ์ขององค์ประกอบทุกส่วน แล้วค้นหาหลักการ กฎเกณฑ์ที่ทำให้องค์ประกอบเหล่านั้นคุมกันอยู่จนเป็นระบบ หรือเป็นสิ่งสำเร็จรูปอยู่ได้และบรรลุวัตถุประสงค์หลักของระบบนั้น

สุวิทย์ มูลคำ (2547: 23) กล่าวว่า การคิดวิเคราะห์อาจจำแนกลักษณะออกเป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

1. การคิดวิเคราะห์ส่วนประกอบ เป็นความสามารถในการหาส่วนประกอบที่สำคัญของสิ่งของหรือเรื่องราวต่าง ๆ เช่น การวิเคราะห์ส่วนประกอบของพืช สัตว์ ข่าว ข้อความ หรือเหตุการณ์ เป็นต้น

2. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ เป็นความสามารถในการหาความสัมพันธ์ของส่วนสำคัญต่าง ๆ โดยการระบุความสัมพันธ์ระหว่างความคิด ความสัมพันธ์ในเชิงเหตุผลหรือควาแตกต่างระหว่างข้อโต้แย้งที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้อง ซึ่งในที่นี้หมายถึงการหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผล 14 ประเภท คือ

- ความคล้ายคลึง
- ความขัดแย้งหรือตรงกันข้าม
- การทำนาย
- การเป็นลำดับย่อย
- การเป็นสมาชิกของประเภทเดียวกัน
- การเป็นลำดับที่สูงกว่า
- การเติมให้สมบูรณ์
- ส่วนย่อย ส่วนรวม
- ส่วนรวม ส่วนย่อย
- ความเท่าเทียมกัน
- การปฏิเสธ
- การใช้คำ
- ด้านคุณสมบัติ
- แบบสรุปความ

3. การวิเคราะห์หลักการ เป็นความสามารถในการหาหลักความสัมพันธ์ส่วนสำคัญในเรื่องนั้น ๆ ว่าสัมพันธ์กันอยู่โดยอาศัยหลักการใด เช่น การให้ผู้เรียนค้นหาหลักการของเรื่อง การระบุจุดประสงค์ของผู้เรียน ประเด็นสำคัญของเรื่อง เป็นต้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะพบว่าลักษณะของการคิดวิเคราะห์แบ่งได้หลายประเภท ขึ้นกับเกณฑ์ในการจำแนกตามแนวคิดของนักการศึกษาแต่ละท่าน เช่น แบ่งตามลักษณะของพฤติกรรมการคิดวิเคราะห์ แบ่งประเภทของการคิดวิเคราะห์ตามเกณฑ์สิ่งที่ต้องการค้นพบ เป็นต้น

4.3 องค์ประกอบของการคิดวิเคราะห์

ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ช่วยให้ค้นพบข้อเท็จจริงหรือข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับเรื่องนั้น ๆ โดยใช้เครื่องมือช่วยในการวิเคราะห์ ได้แก่ ข้อมูล ความรู้ ความเข้าใจ และซึ่งความสามารถในการคิดวิเคราะห์มีองค์ประกอบที่สำคัญหลายประการ มีนักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายองค์ประกอบของการคิดวิเคราะห์ ดังนี้

เดรสเซล และเมย์ฮิว (Dressel and Mayhew, 1957: 179 – 181) ได้สรุปรายการที่ประกอบกันเป็นการคิดวิเคราะห์ 5 อย่าง ดังนี้

1. ความสามารถในการนิยามปัญหา
2. ความสามารถในการเลือกข้อมูลที่เกี่ยวกับการหาคำตอบของปัญหา
3. ความสามารถในการระบุข้อสันนิษฐาน
4. ความสามารถในการกำหนดและเลือกสมมติฐาน
5. ความสามรถในการลงข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลและการตัดสินใจ

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 26 – 30) กล่าวว่า องค์ประกอบของการคิดเชิงวิเคราะห์มีองค์ประกอบที่สำคัญ ได้แก่

1. ความสามารถในการตีความ เราจะไม่สามารถวิเคราะห์ต่าง ๆ ได้หากไม่เริ่มต้นด้วยการทำความเข้าใจข้อมูลที่ปรากฏ เริ่มแรกเราจึงจำเป็นต้องพิจารณาข้อมูลที่ได้รับด้วยการตีความ ซึ่งจะเป็นการพยายามทำความเข้าใจและให้เหตุผลแก่สิ่งที่เราต้องการจะวิเคราะห์เพื่อแปลความหมายที่ไม่ปรากฏโดยตรงของสิ่งนั้น สำหรับเกณฑ์ที่แต่ละคนใช้เป็นมาตรฐานในการตัดสินตีความย่อมแตกต่างกันไปตามความรู้ ประสบการณ์ และค่านิยมของแต่ละบุคคล เช่น การตีความจากความรู้ การตีความประสบการณ์ การตีความจากข้อเขียน

2. ความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่จะวิเคราะห์ เราจะคิดวิเคราะห์ได้ดีนั้นจำเป็นต้องมีความรู้ความเข้าใจพื้นฐานในเรื่องนั้น เพราะความรู้จะช่วยในการกำหนดขอบเขตของการวิเคราะห์แจกแจงและจำแนกได้ว่าเรื่องนั้นเกี่ยวข้องกับอะไร มีองค์ประกอบย่อย ๆ อะไรบ้าง มีกี่หมวดหมู่ จัดลำดับความสำคัญอย่างไร และรู้ว่าอะไรเป็นสาเหตุก่อให้เกิดอะไร ถ้าเราขาดความรู้เราอาจไม่สามารถหาสาเหตุได้ว่าสาเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

3. ความช่างสังเกต ช่างสงสัยและช่างถาม นักคิดเชิงวิเคราะห์จะต้องมีองค์ประกอบทั้งสามนี้ร่วมด้วย คือ ต้องเป็นคนช่างสังเกต สามารถค้นพบความผิดปกติท่ามกลางสิ่งที่ดูอย่างผิวเผินแล้วเหมือนไม่มีอะไรเกิดขึ้น ต้องเป็นคนที่ช่างสงสัย เมื่อเห็นความผิดปกติแล้วไม่ละเลยไป

แต่หยุดพิจารณาไตร่ตรอง และต้องเป็นคนช่างถาม ชอบตั้งคำถามกับตัวเองและคนรอบข้างเพื่อนำไปคิดต่อ การตั้งคำถามจะนำไปสู่การสืบค้นความจริงและเกิดความชัดเจนในประเด็นที่ต้องการวิเคราะห์

4. ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผล นักคิดเชิงวิเคราะห์จะต้องมีความสามารถในการหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผล สามารถบอกได้ว่าอะไรเป็นสาเหตุของผลที่เกิดขึ้น หรืออะไรเป็นผลที่เกิดขึ้นจากเหตุอะไร เชื่อมโยงไปยังอีกเรื่องอย่าไร ส่งผลกระทบต่ออย่างอื่นอย่างไร มีวิธีการหรือขั้นตอนใดที่นำไปสู่สิ่งนั้น ซึ่งต้องคิดอย่างมีเหตุผลเชื่อมโยงกับเรื่องที่เกิดขึ้น

สุวิทย์ มูลคำ (2547: 19) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของการคิดวิเคราะห์ไว้อย่างกว้าง ๆ ว่า การคิดวิเคราะห์มีองค์ประกอบ 3 ประการ ดังนี้

1. สิ่งที่กำหนดให้ เป็นสิ่งสำเร็จรูปที่กำหนดให้วิเคราะห์ เช่น วัตถุ สิ่งของ เรื่องราว เหตุการณ์หรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ เป็นต้น

2. หลักการหรือกฎเกณฑ์ เป็นข้อกำหนดสำหรับใช้แยกส่วนประกอบของสิ่งที่กำหนดให้ เช่น เกณฑ์ในการจำแนกสิ่งที่มีความเหมือนกันหรือต่างกัน หลักเกณฑ์ในการหาลักษณะความสัมพันธ์เชิงเหตุผลอาจจะเป็นลักษณะความสัมพันธ์ที่มีความคล้ายคลึงกันหรือขัดแย้งกัน เป็นต้น

3. การค้นหาความจริงหรือความสำคัญ เป็นการพิจารณาส่วนประกอบของสิ่งที่กำหนดให้ตามหลักการหรือกฎเกณฑ์ แล้วทำการรวบรวมประเด็นที่สำคัญเพื่อหาข้อสรุป

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะพบว่าองค์ประกอบของการคิดวิเคราะห์แบ่งได้หลายองค์ประกอบขึ้นกับเกณฑ์ในการจำแนกตามแนวคิดของนักการศึกษาแต่ละท่าน เช่น แบ่งตามความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียน แบ่งประเภทของการจัดการเรียนการสอน เป็นต้น

4.4 การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถการคิดวิเคราะห์

การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ในห้องเรียนมิได้เป็นเรื่องที่ยากเกินไป เพราะการคิดและการทำงานของมนุษย์สามารถเปลี่ยนแปลงหรือพัฒนาขึ้นได้จากการจัดสิ่งแวดล้อมที่เหมาะสม มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ไว้ดังนี้

เบเยอร์ (Beyer, 1985: 279 – 303) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ในการเรียนการสอน ได้ดังนี้

1. แนะนำทักษะที่ฝึก
2. ผู้เรียนทบทวนกระบวนการค้น ทักษะ กฎ และความรู้ที่เกี่ยวข้องกับทักษะที่จะฝึก
3. ผู้เรียนใช้ทักษะเพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่กำหนด
4. ผู้เรียนทบทวนสิ่งที่คิดหรือสิ่งที่ทำกิจกรรม

อุษณีย์ โพธิสุข (2537: 99 – 100) ได้เสนอแนวการสอนเพื่อช่วยปรับปรุงการคิดวิเคราะห์ของเด็ก ไว้ดังนี้

1. ประสบการณ์ตรง การให้เด็กศึกษาเรื่องชุมชนของเขาจากหนังสืออาจไม่ดีเท่าให้เด็กไปสถานที่ที่เป็นชุมชนของตนเอง และกิจกรรมที่เขาทำอยู่ว่ามีอะไรบ้าง มีประโยชน์อย่างไร การจัดให้เด็กไปทัศนศึกษาหรือเปิดโอกาสให้เด็กทดลองปฏิบัติสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเองจะเป็นการให้โอกาสที่สำคัญยิ่ง

2. การทำวิจัยหรือการศึกษาหาความรู้ความจริงด้วยตนเอง เป็นทักษะการเรียนรู้ด้วยตนเอง ให้เด็กมีขั้นตอนในการศึกษาอย่างถูกต้อง

3. การใช้กิจกรรมเป็นสื่อกระตุ้นความคิดเป็น เช่น การอภิปรายในหัวข้อต่าง ๆ การจัดมุมหรือชมรมนักคิด เป็นต้น

4. การใช้สถานการณ์สมมติ เป็นกิจกรรมและวิธีสอนที่จะทำให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจกระจ่างขึ้น และมองเห็นปัญหาที่เกิดขึ้น รวมทั้งการพยายามคิดค้นการแก้ปัญหา

5. ให้นักเรียนได้โอกาสเสนอผลงานที่ตนเองศึกษาให้ผู้อื่นฟัง อาจเป็นเพื่อนระดับเดียวกันหรือเพื่อนต่างระดับ

6. กิจกรรมกลุ่ม การระดมพลังสมอง การระดมความคิด การไตร่ตรองความคิดของกลุ่ม รวมถึงการวิจารณ์อย่างมีเหตุผล การวิจารณ์ในการสร้างงานล้วนเป็นทักษะระดับสูงทางปัญญาและทางสังคมทั้งสิ้น สิ่งเหล่านี้จะช่วยทำให้เด็กได้มีข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับความคิดของตนเองและผู้อื่น รวมทั้งกลยุทธ์ทางความคิดของผู้อื่นได้เป็นอย่างดี

ชาติ แจ่มนุช (2545: 54 – 55) กล่าวถึงขั้นตอนการสอนให้ผู้เรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ไว้เป็นขั้นตอน ดังนี้

1. กำหนดสิ่งสำเร็จรูปสิ่งหนึ่งขึ้นมาเป็นตัวต้นเรื่อง เช่น รูปภาพ กราฟ บทความ เหตุการณ์ต่าง ๆ

2. กำหนดคำถามหรือปัญหาเพื่อค้นหาความจริงหรือความสำคัญต่าง ๆ เช่น ภาพนี้หรือกราฟนี้ต้องการสื่อหรือบอกอะไรที่สำคัญที่สุด

3. พินิจพิเคราะห์แยกแยะกระจายสิ่งที่กำหนดให้ออกเป็นส่วนย่อย ๆ

4. ค้นหาความจริงหรือความสำคัญที่กำหนด

5. สรุปเป็นคำตอบหรือตอบปัญหานั้น ๆ

ชาญชัย ยมดิษฐ์ (2548: 161) กล่าวว่าการสอนคิดวิเคราะห์ ทำได้ 2 วิธี คือ

1. ใช้วิธีของสูตร W H คือ

- อะไร (what) มีอะไรเกิดขึ้นบ้าง มีรายละเอียดอย่างไร

- ใคร (who) ใครกันที่เป็นต้นเรื่อง เจ้าของเรื่อง บุคคลสำคัญของเรื่อง ผู้ได้รับผลกระทบทั้งทางบวกและทางลบ

- ที่ไหน (where) สถานที่หรือตำแหน่งแห่งหนที่ชัดเจน

- เมื่อใด (when) ที่เหตุการณ์นั้นได้เกิดขึ้นหรือจะเกิดขึ้น

- ทำไม (why) ทำไมหรือเพราะเหตุใดเรื่องนี้จึงเกิดขึ้น ทำไมแต่ละเหตุการณ์จึงต้องเป็นไปอย่างนั้นอย่างนี้

- อย่างไร (how) เป็นรายละเอียดในสิ่งที่ได้เกิดไปแล้ว หรือกำลังจะเกิดขึ้นว่าจะมีความเป็นไปได้ในลักษณะใด

2. ใช้กระบวนการเปรียบเทียบเชิงวิทยาศาสตร์ เช่น เปรียบเทียบรูปภาพ การเปรียบเทียบคะแนนตามเกณฑ์ (criteria rating) และการวิเคราะห์ความเป็นไปได้ ทั้งด้านการเงิน ด้านเทคนิค ด้านกำหนดเวลา การวิเคราะห์ตามอนุกรมเวลา

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 11 – 17) ได้เสนอแนวคิดในการส่งเสริมพัฒนาการคิดเชิงวิเคราะห์ว่า เป็นการคิดอย่างใคร่ครวญแสวงหาคำตอบอย่างมีเหตุผล การส่งเสริมพัฒนาการทักษะการคิดเชิงวิเคราะห์ คือ การให้ผู้เรียนได้ค้นพบข้อเท็จจริง หรือข้อสรุปด้วยตนเอง โดยอาศัยองค์ประกอบ ดังนี้

1. ส่งเสริมให้ตีความ การพยายามทำความเข้าใจ ให้เหตุผล การแปลความจากข้อมูลที่ยังไม่ครบ

2. ส่งเสริมให้แสวงหาความรู้ ความเข้าใจ หรือข้อมูล เป็นการตอบคำถาม แจกจง จำแนก จัดลำดับ หมวดหมู่ หาเหตุผล ความสัมพันธ์ ผลกระทบ

3. ส่งเสริมให้ช่างสังเกต สงสัย ช่างถาม เพื่อการค้นพบหาคำตอบ หาเหตุผล

4. ส่งเสริมให้หาความสัมพันธ์เชิงเหตุผล เพื่อการตัดสินใจแก้ปัญหา การประเมินค่าในเรื่องต่าง ๆ

สุคนธ์ สินธพานนท์, วรรัตน์ วรรณเลิศลักษณ์ และพรรณี สินธพานนท์ (2550, 24 – 26) ได้เสนอแนวทางการฝึกนักเรียนให้มีทักษะการคิด ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. การสร้างแรงจูงใจให้แก่นักเรียนพร้อมที่จะเรียนรู้และเอื้อต่อการคิด มีการจัดบรรยากาศในห้องเรียนที่เอื้อต่อการเรียนและฝึกการคิด มีการใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่โน้มน้าวจิตใจ เช่น การตั้งคำถาม การใช้เพลง คำขวัญ คำกลอน นิทาน ข่าว เกม เพื่อโยงเข้าสู่การฝึกทักษะการคิด ช่วยให้นักเรียนมีความพร้อม กระตือรือร้นในการร่วมกิจกรรม

2. ในการจัดการเรียนรู้ทุกกิจกรรม ครูควรมีบทบาทในการปลุกเร้าและเสริมแรงให้นักเรียนได้ค้นพบคำตอบและสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง รู้จักการทำงานเป็นกลุ่ม

3. ในการดำเนินกิจกรรมต่าง ๆ ควรแทรกให้นักเรียนได้ฝึกการคิด เช่น กิจกรรมที่เกี่ยวกับการปลูกฝังคุณธรรมจริยธรรม ความมีระเบียบวินัย เพื่อให้นักเรียนได้ตระหนักรู้ถึงความสำคัญ ความจำเป็นและผลที่จะได้รับจากการปฏิบัติตามและไม่ปฏิบัติตาม

4. ควรใช้วิธีสอน/เทคนิคการสอน/วิธีการจัดการเรียนรู้หลากหลายวิธี เพราะแต่ละวิธีนั้นจะส่งเสริมกระบวนการคิดของนักเรียนหลากหลายต่าง ๆ กันไป

5. การใช้แหล่งเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกสถานศึกษาเป็นที่เสาะแสวงหาความรู้และฝึกการคิดค้นหาคำตอบต่าง ๆ การค้นพบสิ่งต่าง ๆ ที่เป็นข้อมูลในเรื่องที่เรียนอย่างหลากหลายนั้น จะช่วยฝึกให้นักเรียนได้รู้จักแยกข้อมูลที่จริงหรือเท็จ รู้จักแยกข้อมูลที่น่าเชื่อถือ โดยการคิดวิเคราะห์ก่อนที่จะตัดสินใจเลือกข้อมูลนั้น ๆ เป็นการเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง

6. ครูจะต้องรู้จักฝึกกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักคิดในรูปแบบต่าง ๆ

7. ควรกำหนดขั้นตอนของกิจกรรมแต่ละกิจกรรมให้ชัดเจนว่าควรจะมีขั้นการคิดวิเคราะห์อยู่ในตอนใดของการเรียนรู้

8. ในการแบ่งกลุ่มนักเรียนในการทำกิจกรรมกลุ่ม สมาชิกในกลุ่มต้องไม่มากเกินไป

9. ครูอาจใช้วิธีวัดประเมินผลได้หลากหลายรูปแบบ ได้แก่ วัดและประเมินผลจากแบบทดสอบความคิดที่มีรูปแบบต่าง ๆ กัน เช่น สร้างสถานการณ์มาให้นักเรียนคิดและตัดสินใจ การตอบคำถาม การนำข่าวหรือบทความมาให้วิเคราะห์ตามประเด็นที่กำหนด เป็นต้น

จากการศึกษาการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถการคิดวิเคราะห์ ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า แนวทางการสอนการคิดวิเคราะห์สามารถทำได้ ดังนี้

1. จัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ที่หลากหลายเพื่อเป็นสื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนได้สังเกตและคิดตลอดเวลา

2. ให้ผู้เรียนได้ค้นหาความรู้หรือลงมือปฏิบัติจริงด้วยตนเอง

3. ใช้รูปแบบการสอน เทคนิค/วิธีการสอนและการประเมินผลการสอนที่หลากหลาย

4. เน้นการใช้กระบวนการกลุ่ม

5. เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและให้เวลากับนักเรียนสำหรับแต่ละคำถาม

6. จัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อต่อการเรียนและการฝึกการคิด

5. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่มีความสำคัญยิ่งในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นทักษะพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหาและกระบวนการ มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งส่วนใหญ่มีประเด็นที่คล้ายคลึงกัน ไว้ดังนี้

แอนเดอสัน และพิงรี (Anderson and Pingry, 1973: 288) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบซึ่งผู้แก้ปัญหาจะทำได้ดีนั้นต้องมีวิธีการที่เหมาะสมโดยใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผนและการตัดสินใจประกอบกันไป ปัญหาจะมีความสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งแต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลอื่นก็ได้

อดัมส์ (Adams, 1977: 176) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะหมายถึง ปัญหาที่เป็นภาษา (Word problem) ปัญหาที่เป็นเรื่องราว และปัญหาที่เป็นคำพูด (Verbal problem) ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะแตกต่างกับแบบฝึกหัดตรงที่ แบบฝึกหัดไม่จำเป็นต้องอาศัยการตัดสินใจทำเท่ากับปัญหาทางคณิตศาสตร์

เบลล์ (Bell, 1978: 310) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งหากเขาเอาใจใส่ ต้องการที่จะตอบสนองสถานการณ์นั้นแต่ไม่สามารถแก้สถานการณ์นั้นได้ทันที การหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นปัญหาหรือไม่นั้นขึ้นอยู่กับบุคคลนั้น

ครูคชางและเชฟเฟิลด์ (Cruikshank and Sheffield, 2000: 38) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้เกิดความงุนงง ซึ่งนักเรียนไม่คุ้นเคย ไม่สามารถหาวิธีการแก้ได้ทันทีทันใดหรือไม่ทราบวิธีการหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์แต่ไม่ได้ หมายความว่าจะเกี่ยวกับจำนวนเท่านั้น ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาเป็นปัญหาที่เกี่ยวกับ สมบัติทางกายภาพหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวน

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 16) กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้หาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้และประสบการณ์หลายอย่างมาประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้ สถานการณ์หรือคำถามข้อใดเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา บางสถานการณ์อาจเป็นปัญหาสำหรับบางคนแต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับอีกบุคคลอื่น

ดวงทิพย์ เพ็ชรนิล (2544: 48 – 49) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้ เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อนและไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องใช้ทักษะ ความรู้และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างมาประมวลเข้าด้วยกัน

ราตรี เกตบุตตา (2546: 38) กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ คำถามหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบเพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่ต้องการ ซึ่งเป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์และวิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2550: 71) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า เป็นสถานการณ์ที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ ซึ่งปัญหาอาจอยู่ในรูปของตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ ข้อความ หรือโจทย์ปัญหา

จากความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวมา สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้ตอบไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องใช้ความรู้และประสบการณ์หลายอย่างมาประมวลเข้าด้วยกัน เพื่อหาวิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

5.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่มีความซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ และความสามารถในการประเมินการทำงานของตนเองในการแก้ปัญหา มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งส่วนใหญ่มีประเด็นที่คล้ายคลึงกัน ไว้ดังนี้

โพลยา (Polya, 1957: 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาแนวทางที่จะหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา หรือสิ่งที่ยุ่งยากออกไป เป็นการหาวิธีการที่ต้องการความสำเร็จในการแก้ไขกับอุปสรรคที่ต้องเผชิญเพื่อที่จะให้ได้ข้อสรุปและคำตอบที่มีความชัดเจน

เบลล์ (Bell, 1978: 310) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาคำตอบของของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้หาคำตอบพิจารณาแล้วว่าเป็นปัญหา

บรังคา (Branca, 1980: 3 – 8) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 นัย ดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Problem Solving as a goal)

2. การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process)

3. การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill)

ครูลิค และเรย์ (Krulik and Rays, 1980: 3 – 4) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ 3 ประการ ได้แก่

1. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Problem solving as a goal) ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นเหตุผลหนึ่งที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นการแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากคำถามหรือปัญหาเฉพาะเจาะจงใด ๆ หรือวิธีการและเนื้อหาสาระใด ๆ

2. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นกระบวนการ (Problem solving as a process) สิ่งที่ถือว่าสำคัญเมื่อการแกปัญหาเป็นกระบวนการ คือ วิธีการ ยุทธวิธี หรือเทคนิค เฉพาะต่าง ๆ ที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาแบบต่าง ๆ กระบวนการแก้ปัญหาเหล่านี้จึง เป็นสาระสำคัญและเป็นเป้าหมายของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นทักษะพื้นฐาน (Problem solving as a basic skill) เมื่อการแก้ปัญหาถูกจัดเป็นทักษะพื้นฐาน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงให้ความสำคัญกับลักษณะเฉพาะของโจทย์ปัญหา แบบของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่ควรใช้จุดเน้น อยู่ที่สาระสำคัญของการแก้ปัญหาที่ทุกคนต้องเรียนรู้และการเลือกปัญหาและเทคนิควิธีการ แก้ปัญหาเหล่านั้น

ครูลิค และรุดนิค (Krulik and Rudnick, 1993: 6) กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า เป็นสถานการณ์ที่ต้องการการคิด สังเคราะห์ความรู้ที่ได้เรียนมา เพื่อหาทางออก ซึ่งเป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้พื้นฐานหรือความรู้เดิม ทักษะและความเข้าใจในการแก้ปัญหา/สถานการณ์ที่ไมคุ้นเคย กระบวนการดังกล่าวเริ่มต้นด้วยการเผชิญปัญหา และหาข้อสรุปถึงคำตอบ ซึ่งนักเรียนต้องสังเคราะห์ในสิ่งที่เขาได้เรียนมาและนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่

เคเนดี้ (Kennedy, 1994: 81) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงออกของแต่ละบุคคลในการตอบสนองสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 52) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่า การแก้ปัญหา คือ การทำงานที่ยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันที ซึ่งการหาคำตอบนักเรียนต้องนำความรูที่มีอยู่ไปเข้าสู่กระบวนการแก้ปัญหา เพื่อที่จะทำให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ การแก้ปัญหาไม่ได้มีเป้าหมายเพียงการหาคำตอบ แต่อยู่ที่วิธีการได้มาซึ่งคำตอบ นักเรียนควรได้ฝึกฝน ได้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นและให้มีการสะท้อนความคิดในการแก้ปัญหาออกมาด้วย

เสติร์นเบริกส์ และวิลเลี่ยม (Sternberg and Williams, 2002: 319) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่า คือกระบวนการในการเปลี่ยนแปลงจากสถานการณ์ที่ต้องการหาคำตอบมาสู่การได้คำตอบโดยฝ่าฟันผ่านอุปสรรคต่าง ๆ ในขั้นตอนการแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 18) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ผสมผสานกับข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหาเพื่อกำหนดวิธีการหาคำตอบของปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2550: 71) ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่าเป็นสถานการณ์ที่ต้องใช้ความรู้ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ ซึ่งปัญหาอาจอยู่ใน รูปของตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ ข้อความ หรือเป็นโจทย์ปัญหา

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550: 54) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่าการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการหรือคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของผู้แก้ปัญหา

สุพัตรา จอมคำสิงห์ (2552: 17) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการตอบคำถามหรือหาคำตอบของสถานการณ์นั้น ๆ

อัมพร ม้าคนอง (2553: 39) การแก้ปัญหาเป็นการทำงานโดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหาเป็นทั้งทักษะ (Skill) ซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหา และกระบวนการ (Process) ซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์ และวางแผนโดยมีการใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 7) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ณัฐิกานต์ รักนาค (2552: 37) สรุปความหมายของการแก้ปัญหา ได้ว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝนและพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

จากความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวมา สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาคำตอบของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ต้องอาศัยความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการกำหนดวิธีการในการค้นหาคำตอบของปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ โดยสามารถใช้กลวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

5.3 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์มีปัญหาที่หลากหลายรูปแบบตามเนื้อหาวิชา มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์แตกต่างกันไป ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมไว้ดังนี้

โพลยา (Polya, 1957: 154-156) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to Find) อาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือในเชิงปฏิบัติก็ได้ เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาคำตอบที่ต้องการซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน เป็นปัญหาที่ให้หาวิธีการ หรือหาเหตุผลก็ได้ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วนคือ สิ่งที่ต้องการหา สิ่งที่กำหนดให้ และเงื่อนไขที่เชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้ ซึ่งเงื่อนไขที่เชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้ในบางปัญหาอาจไม่ได้ระบุอย่างชัดเจนในตัวปัญหา ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ของตนเองมากำหนดเงื่อนไขนี้ การแยกส่วนสำคัญของปัญหาออกเป็น 3 ส่วนดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาดีขึ้น ทำให้สามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหาประเภทนี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สิ่งที่กำหนดให้ หรือสมมติฐาน และสิ่งที่ต้องพิสูจน์หรือผลสรุป

รัสเซล (Russell, 1961: 256) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่ปรากฏในแบบเรียนและหนังสือเรียนทั่ว ๆ ไป
2. ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่พบได้ทั่ว ๆ ไปในชีวิตประจำวัน

เลอบลานซ์ (LeBlance, 1977: 17 – 25) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่ปรากฏในหนังสือแบบเรียน
2. ปัญหาที่พบในหนังสือทั่ว ๆ ไปที่ไม่ใช่แบบเรียน

ครูลิคและเรย์ (Krulik and Reys, 1980: 24) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ 5 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต

3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้

4. ปัญหาที่หาส่วนที่ขาดหายไป

5. ปัญหาเกี่ยวกับสถานการณ์

บารูดี้ (Baroody, 1993: 56) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยใช้ผู้แก้ปัญหาและโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ในการแบ่ง ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่างเมื่อพบปัญหาและทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็น และ เพียงพอในการหาคำตอบ มุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือ เรียนทั่วไป

2. ปัญหาไม่ธรรมดา (Nonroutine Problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่ที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่เป็นปัญหากำหนดให้มีทั้งจำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ วิธีหาคำตอบอาจมีได้หลาย วิธีการ คำตอบก็อาจมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

เรย์ และคณะ (Reys and others, 2004: 16) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดาหรือปัญหาที่คุ้นเคย (Routine problem) เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำหรือเรื่องราวที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยหรือมีประสบการณ์เกี่ยวกับโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหานั้นมาแล้ว

2. ปัญหาไม่ธรรมดาหรือปัญหาที่แปลกใหม่ไม่คุ้นเคย (Nonroutine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน แปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถ และประสบการณ์หลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538: 53) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณจำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนมากนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้ ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา

อเนก จันทรจรูญ (2545: 8) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน สามารถใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวในการแก้ปัญหา และผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยกับโครงสร้างของปัญหา ได้แก่ ปัญหาในหนังสือเรียน

2. ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยกับปัญหาที่จะแก้ ผู้แก้จะต้องใช้ความคิดวิเคราะห์ รวบรวม ประยุกต์ความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลายอย่างพร้อมทั้งการใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามาช่วยแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2550: 71) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะของปัญหา สรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึกทักษะ เป็นปัญหาที่ต้องการให้ใช้วิธีการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ เป็นปัญหาที่คล้ายในบทเรียนปกติ ไม่ซับซ้อน เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคำนวณ ฝึกขั้นตอนวิธี มุ่งหวังให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เกิดความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์และเกิดทักษะที่ต้องการ ปัญหาอาจอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคข้อความ

2. ปัญหาที่ใช้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนกว่าปกติ หรือเป็นปัญหาที่มีหลายขั้นตอน ผู้แก้ปัญหาอาจไม่เคยพบมาก่อน ในการแก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ ทักษะ มโนมติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องมีการคิดวางแผนและอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบ การประมวลผลและแปลความหมาย โดยมุ่งหวังให้ผู้เรียนได้ฝึกใช้ความรู้ วิธีการแก้ปัญหาและข้อเท็จจริงต่าง ๆ ในการหาคำตอบ

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะพบว่าประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งได้หลายประเภทขึ้นกับเกณฑ์ในการจำแนกตามแนวคิดของนักการศึกษาแต่ละท่าน เช่น แบ่งตามลักษณะของการนำไปใช้และความซับซ้อนของปัญหา แบ่งตามเป้าหมายของการฝึกหรือจุดประสงค์ของปัญหา เป็นต้น

5.4 ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี

ในการจัดการเรียนการสอนในห้องเรียน นอกจากครูต้องทราบประเภทของคำถามที่ใช้ในการเรียนการสอนแล้ว ครูจำเป็นต้องทราบเกี่ยวกับลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี เพื่อ

จะได้นำไปเลือกใช้อย่างถูกต้องและเหมาะสม โดยมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีไว้ ดังนี้

คลายด์ (Clyde, 1967 : 108) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี สรุปได้ดังนี้

1. มีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหามากที่สุด โดยอาจเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นกับผู้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันหรือลักษณะคล้ายกับสถานการณ์ในชีวิตจริง

2. สถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหา ควรใช้ภาษาหรือบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์และไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่ว ๆ ไป

ครูลิคและเรย์ (Krulik and Reys, 1980: 280) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่าการสร้างปัญหาคณิตศาสตร์ให้น่าสนใจ ควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของผู้แก้ปัญหา กลวิธีที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา และความสามารถในการใช้ภาษาของผู้แก้ปัญหา

ทีสเซน และคณะ (Thiessen et al, 1989: 38) กล่าวไว้โดยสรุปว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรเป็นปัญหาที่ทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์ น่าสนใจ ให้ความบันเทิงและเป็นปัญหาที่หลากหลาย เช่น ปัญหาปริศนาหรือเกมส์ต่างๆ

ครูลิคและรุดนิค (Krulik and Rudnick, 1993: 10 – 20) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐานของการศึกษาคณิตศาสตร์ จึงเป็นเหตุผลเบื้องต้นที่ต้องบรรจุไว้ในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ การที่จะสอนทักษะดังกล่าวให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ครูผู้สอนจึงต้องมีความรู้เกี่ยวกับลักษณะของปัญหาที่ดีเสียก่อนเพราะการสอนการแก้ปัญหาต้องอาศัยปัญหาที่ดี ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. น่าสนใจ ท้าทายความสามารถของนักเรียน และเป็นเรื่องที่ใกล้ตัวผู้เรียน
2. ต้องใช้ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณและทักษะการสังเกต
3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีการอภิปรายและมีปฏิสัมพันธ์กัน
4. เป็นเรื่องที่เกี่ยวกับความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และการนำทักษะทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา
5. เป็นปัญหาที่ไปสู่หลักการทางคณิตศาสตร์ และการสรุปนัยทั่วไปทางคณิตศาสตร์
6. มีวิธีการหาคำตอบมากกว่าหนึ่งวิธี และมีผลลัพธ์ได้หลายอย่างในขณะเดียวกัน

ครูคชาง และเชฟเฟิลด์ (Cruikshank and Sheffield, 2000: 38) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ สรุปได้ว่า ควรเป็นปัญหาที่ทำให้ผู้แก้ปัญหามีความสนใจและพยายามที่จะหาคำตอบ ปัญหาที่ดีไม่รวมถึงโจทย์ภาษาหรือโจทย์ที่เป็นเรื่องราวจากหนังสือแบบเรียนเท่านั้น เพราะนักเรียนมีความคุ้นเคย แก้ปัญหาได้และไม่เกิดความสนใจ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538: 90) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่าสิ่งที่สำคัญที่สุดอย่างหนึ่งในการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ตัวปัญหา ที่จะนำมาให้ผู้เรียนคิดหาคำตอบ และกล่าวถึง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ท้าทายความสามารถของผู้เรียน ต้องเป็นปัญหาที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป ถ้าง่ายเกินไป อาจไม่ดึงดูดความสนใจ ไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไป ผู้เรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

2. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะกับวัยของผู้เรียน สถานการณ์ของปัญหาควรเป็นเรื่องที่ไม่ห่างไกลเกินไปกว่าที่ผู้เรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ และนอกจากนี้ถ้าเป็นสถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ก็จะดีไม่น้อย

3. แปลกใหม่ ไม่ธรรมดา และผู้เรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาก่อน

4. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดหาทางเลือกในการหาคำตอบได้หลายวิธี และได้พิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด

5. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง ปัญหาที่ดีไม่ควรทำให้ผู้เรียนต้องมีปัญหากับภาษาที่ใช้ ควรเน้นอยู่ที่ความเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบของตัวปัญหามากกว่า

กรมวิชาการ (2544: 18) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี สรุปได้ดังนี้

1. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง เข้าใจง่าย

2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด และท้าทายความสามารถของนักเรียน

3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป

4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับวัยของนักเรียน

5. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน

6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบพิจารณาแก้ปัญหาได้

7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

8. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

10. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพลายเส้น แผนภาพ ไดอะแกรม หรือแผนภูมิ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 79) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. สถานการณ์ของปัญหาและความยากง่ายต้องเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน

2. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในการพิจารณาแก้ปัญหาได้

3. ข้อมูลมีความทันสมัย และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของผู้เรียนหรือเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

กล่าวโดยสรุปคือ ปัญหาที่ดีนั้นควรมีลักษณะเป็นปัญหาที่ท้าทาย เร้าความสนใจต่อผู้เรียน ใช้ภาษาที่เข้าใจง่ายเหมาะสมกับวัยและความรู้พื้นฐานของนักเรียน มีวิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบ นำไปสู่ความเข้าใจ และการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์

5.5 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้ได้ดีนั้น ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ประสบการณ์ที่มีอยู่ และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสมกับสภาพของปัญหานั้น มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

โพลยา (Polya, 1957: 5 – 40) กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจคำ ประโยคย่อย ๆ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ของปัญหา โดยนักเรียนต้องสามารถสรุปปัญหาเป็นภาษาหรือคำพูดของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และโจทย์ถามหาอะไร

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาโดยอาศัยข้อมูลจากขั้นที่ 1 นำไปสู่การกำหนดว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด โดยพิจารณาว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้จะก่อให้เกิดผลอย่างไรได้บ้าง และต้องใช้ความรู้อะไรอีกบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น โดยการนำทฤษฎี หลักการ/กฎ สูตร นิยาม ที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีการในการแก้ปัญหา

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เป็นขั้นดำเนินการตามแผน/วิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณขั้นนี้เป็นขั้นที่ ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

4. ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นขั้นที่ต้องพิจารณาตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของตนว่าเรียบร้อยครบทุกกรณีที่เป็นไปได้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

เฮลตัน (Helton, 1958: 203) กล่าวถึงขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจว่าโจทย์ต้องการอะไร และต้องให้หาตัวไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียวหรือมากกว่านั้น

2. กำหนดสัญลักษณ์แทนตัวไม่ทราบค่า

3. หาความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับโจทย์

4. เขียนสมการ

5. แก้สมการ

6. สรุปคำตอบและให้ความหมายของคำตอบ เช่น บอกหน่วย บอกคุณภาพ

7. ตรวจสอบคำตอบ

มาร์ค (Mark, 1965: 401 – 402) กล่าวถึงกระบวนการสอนแก้ปัญหา สรุปได้ดังนี้

1. ค้นหาว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรและโจทย์ถามอะไร

2. ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ให้มาเพื่อจนำไปสู่สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

3. วิเคราะห์ข้อมูลและหาความสัมพันธ์เพื่อหาผลลัพธ์

4. ตรวจสอบความถูกต้อง

กิลฟอร์ด (Guilford, 1971: 12) เสนอกระบวนการในการแกปัญหา สรุปได้ดังนี้

1. เตรียมการ ได้แก่ การค้นหาว่าปัญหาคืออะไร

2. วิเคราะห์ คือ การพิจารณาถึงสาเหตุของปัญหา

3. เสนอทางแก้ คือ การหาวิธีการที่เหมาะสมกับสาเหตุของปัญหามาแก้ไข

4. ตรวจสอบผล คือ การพิจารณาผลลัพธ์ว่าตรงตามที่ต้องการหรือไม่ ถ้าไม่จะต้องหาวิธีอื่นจนกว่าจะได้ผลตามที่ต้องการ

ครูลิค (Krulik, 1977: 650 – 651) ได้สรุปกระบวนการในการสอนแก้ปัญหาให้ได้ผลดีควรเป็นไปตามขั้นตอน ดังนี้

1. อ่านและทำความเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร ต้องการอะไร มีข้อมูลอะไรที่โจทย์บอก แล้วเขียนรูปหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

2. หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์บอก และข้อมูลที่โจทย์ต้องการทราบด้วยการคิดย้อนกลับว่าเราเคยพบปัญหาเช่นนี้มาก่อนหรือไม่ แล้วเริ่มตั้งสมมติฐานหลาย ๆ ข้อเพื่อหาทางทดสอบสมมติฐานนั้น ๆ

3. หาวิธีการที่ถูกต้องเพื่อทดสอบสมมติฐาน

4. ตรวจสอบผลลัพธ์ว่าสิ่งที่ค้นพบนั้นเป็นการตอบปัญหาที่ถูกต้องแน่นอนเพียงไร

เลอบลานซ์ (LeBlance, 1977: 17 – 25) ได้เสนอกระบวนการในการสอนแก้ปัญหา ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. การเข้าใจปัญหา ในการที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจในปัญหาครูควรถามคำถามเพื่อให้นักเรียนหาว่าอะไรคือข้อมูลหรือเงื่อนไขที่ให้มา และในที่สุดนักเรียนจะต้องทราบว่าปัญหาถามอะไร

2. ครูเป็นผู้นำอภิปรายในการแก้ปัญหา ครูเสนอแนะกลวิธีที่เป็นไปได้ให้นักเรียนดู จากนั้นให้นักเรียนตัดสินใจเลือกเอาวิธีใดวิธีหนึ่งเอง

3. ลงมือแก้ปัญหา กลวิธีที่คิดไว้ในขั้นที่ 2 จะถูกนำออกมาใช้ บางครั้งแผนที่วาง ไว้ในขั้นที่ 2 อาจจะนำไปสู่คำตอบได้ ถ้าไม่เช่นนั้นนักเรียนจะต้องย้อนกลับไปสู่ขั้นที่ 2 อีก

4. ทบทวนปัญหาและคำตอบ ขั้นนี้เป็นขั้นที่สำคัญมากที่สุด โดยแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ ลักษณะแรกเป็นการมองขั้นตอนต่าง ๆ ย้อนกลับ และลักษณะที่สองเป็นการขยายสถานการณ์ปัญหาเพื่อจะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

ครูลิค และเรย์ (Krulik and Reys, 1980: 280 – 281) เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาว่าข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง เพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ และโจทย์ถามหาอะไร

2. วางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม ค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร นิยามเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา

3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ลงมือดำเนินการตามแผนที่วางไว้

4. ตรวจสอบ เป็นขั้นที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมดว่าได้ผลเป็นไปตามที่ต้องการครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่

เบลล์ (Bell, 1981: 308 – 323) เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. เสนอปัญหาในรูปทั่วไป

2. เสนอปัญหาอีกครั้งในรูปแบบที่แสดงการแก้ปัญหา

3. ตั้งสมมติฐาน และเลือกวิธีดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา

4. ตรวจสอบสมมติฐานและดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่เป็นไปได้

กริค (Gick, 1986: 101) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การสร้างตัวแทนของปัญหา โดยใช้การสร้างสัญลักษณ์ วาดรูป ทำตาราง หรือแผนผัง เพื่อให้เข้าใจปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

2. การคิดวิธีการแก้ปัญหา เป็นการรวบรวมวิธีการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเพื่อนำไปสู่คำตอบ รวมไปถึงการวางแผน และจัดลำดับขั้นตอนที่กำหนดไว้

3. การดำเนินการแก้ปัญหา เป็นการปฏิบัติตามแผน และขั้นตอนที่กำหนดไว้

4. การประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหา ว่ามุ่งสู่คำตอบหรือเป้าหมายที่วางไว้หรือไม่ ถ้าไม่อาจทบทวนวิธีการคิดตั้งแต่ต้นว่าผิดพลาดหรือบกพร่องในจุดใด เพื่อจะได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ไขปัญหาให้บรรลุเป้าหมาย

ครูลิคและรุดนิค (Krulik and Rudnick, 1993: 5 – 6) เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นการอ่านและคิด เป็นขั้นการวิเคราะห์ปัญหา การตรวจสอบข้อเท็จจริงและการประเมินผล การเชื่อมโยงทุกส่วนของปัญหา

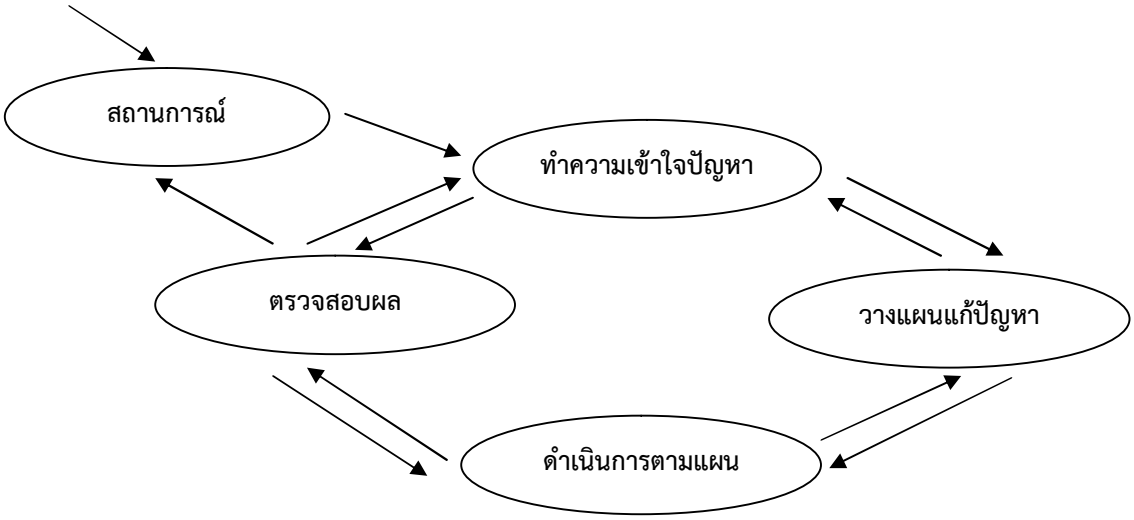
2. ขั้นสำรวจและวางแผน เป็นการวางแผนเพื่อหาคำตอบโดยการจัดลำดับข้อมูล ข่าวสาร พิจารณาถึงความเพียงพอของข้อมูล จัดข้อมูลในรูปตาราง การสร้างข้อสรุป สร้างรูปแบบ

3. ขั้นคัดเลือกยุทธวิธี เป็นขั้นที่คนส่วนใหญ่เห็นว่ามีความยากกว่าทุกขั้นตอน โดยการเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหา

4. ขั้นหาคำตอบ เป็นขั้นใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหานั้น ๆ เพื่อหาคำตอบ เช่น ใช้การประมาณค่าหรือใช้เครื่องคำนวณ

5. ขั้นการสะท้อนและการขยายผล โดยการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ได้ตอบคำถามของโจทย์ครบถ้วนหรือไม่ และคำตอบที่ได้อธิบายเหตุผลอย่างเพียงพอหรือไม่

Wilson and others (1993: 60 – 62) กล่าวโดยสรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาอาจไม่ไดเป็นแนวตรงเสมอไป เขาจึงเสนอรูปแบบที่การแก้ไขปัญหาที่เป็นพลวัต (Dynamic) โดยปรับปรุงจากขั้นตอนของโพลยา แสดงดังภาพที่ 6



ภาพที่ 6 แสดงการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของวิลสันและคณะ
(Wilson and others, 1993: 60 – 62)

สเติร์นเบิร์ก (Sternberg, 1999: 351 – 354) ได้กล่าวถึงขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาไว้ 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. การระบุปัญหา (Problem Identification) เพื่อกำหนดขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ควรระบุสาเหตุของปัญหาที่แท้จริงก่อน

2. การจำกัดความของปัญหา (Definition of Problem) เมื่อสามารถระบุปัญหาที่แท้จริงได้แล้ว จำเป็นต้องให้คำจำกัดความของปัญหา เพราะหากไม่มีการให้คำจำกัดความ หรือ คำจำกัดความของปัญหานั้นคลาดเคลื่อนไปจากความเป็นจริง โอกาสในการแก้ปัญหาได้สำเร็จจะลดน้อยลง

3. การสร้างกลยุทธ์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (Constructing Strategy for Problem Solving) เป็นขั้นตอนการวางแผนกลยุทธ์ต่าง ๆ และวิเคราะห์องค์ประกอบของปัญหาที่ซับซ้อนให้เห็นเป็นขั้นตอน หรือสังเคราะห์องค์ประกอบหลายชนิดที่มีความสัมพันธ์กันแล้วนำมาเชื่อมโยงกันเพื่อใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหา

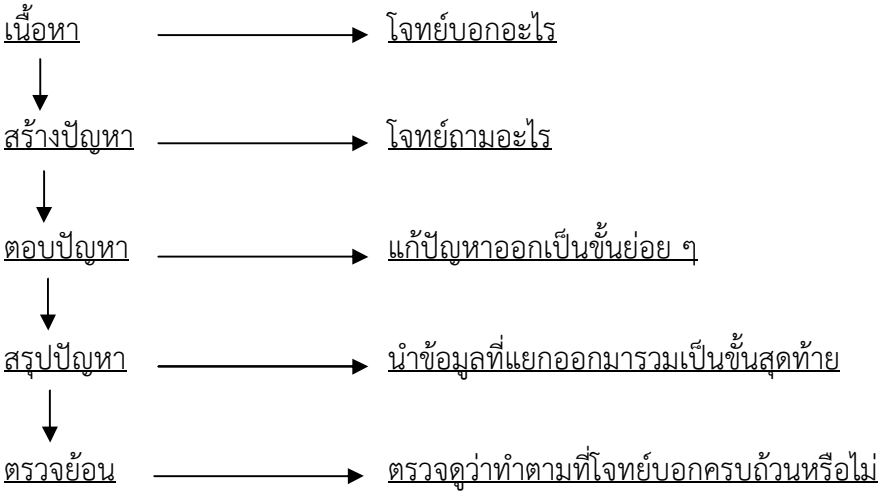
4. การจัดระบบข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (Organizing Information about a Problem) เป็นการจัดระเบียบข้อมูลที่มีอยู่เพื่อนำไปใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหาให้ประสบผลสำเร็จ หรือการสร้างภาพในใจ ที่ช่วยในการกำหนดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

5. การจัดสรรทรัพยากรที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Allocation of Resources) คนส่วนใหญ่จะเผชิญหน้ากับปัญหาแต่ละปัญหาต้องใช้ทรัพยากรในปริมาณที่ต่างกัน เช่น ปัญหาบางตัวต้องอาศัยระยะเวลานานในการแก้ปัญหา และต้องการเครื่องมือหลายชนิด ในขณะที่บางบางปัญหา อาศัยทรัพยากรเพียงเล็กน้อย ทั้งนี้ประสิทธิภาพของการจัดสรรทรัพยากรในการแกปัญหาจึงขึ้นอยู่กับความรู้ความชำนาญของแต่ละบุคคลด้วย

6. การตรวจสอบการแก้ปัญหา (Monitoring Problem Solving) การแก้ไขปัญหาที่มีประสิทธิภาพจะต้องมีการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลา เพื่อให้รู้แน่ชัดว่าขั้นตอนต่าง ๆ ดำเนินไปอย่างถูกต้องและนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการหรือไม่ เพราะหากพบว่ามีข้อบกพร่องเกิดขึ้นแล้ว การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาจะช่วยให้เราสามารถแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันท่วงที

7. การประเมินผลการแก้ปัญหา (Evaluation Problem Solving) เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายหลังจากการแก้ปัญหาสิ้นสุดลง ซึ่งเป็นการประเมินความสำเร็จและทบทวนการทำงานในขั้นตอนต่าง ๆ บางครั้งการประเมินผลการแก้ปัญหานี้จะทำให้สามารถรู้ถึง กลยุทธ์ใหม่ที่จะนำไปปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาในครั้งต่อไปให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

ยุพิน พิพิธกุล (2530: 36) ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้



ภาพที่ 7 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547: 17) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งอาจจะใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์มาช่วย เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง

2. แสวงหาความรู้เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหานั้น ๆ โดยพิจารณาถึงเหตุและหาหนทางที่จะแก้ปัญหา

3. วางแผนแก้ปัญหา เป็นการวางโครงการเพื่อหาวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

4. แก้ปัญหา โดยดำเนินการตามแผนที่วางไว้ ซึ่งอาจจะมีความจำเป็นต้องใช้การคำนวณช่วย

5. ตรวจสอบ เป็นการทบทวนเหตุผลที่ได้ดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วนั้นว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด คำนวณถูกต้องหรือไม่ คำตอบน่าเชื่อถือเพียงใด

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า กระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย

1. ขั้นทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นที่ต้องวิเคราะห์โจทย์ว่าประเด็นปัญหาอยู่ตรงไหน โจทย์กำหนดอะไรมาให้และโจทย์ถามหาอะไร

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่จะต้องพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหา โดยการนำทฤษฎี หลักการ กฎ สูตร นิยาม ที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีการในการแก้ปัญหา

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เป็นการดำเนินการตามวิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ขั้นนี้เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

4. ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ โดยการพิจารณาตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของตนตลอดจนตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

5.6 กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ผู้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรเป็นผู้รู้เรื่องกลยุทธ์ในการแก้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเครื่องมือสำคัญที่จะช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่สามารถเลือกออกมาใช้ได้ทันที เมื่อเผชิญกับปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้ศึกษาและนำเสนอกลยุทธ์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้อย่างหลากหลาย ไว้ดังนี้

มัซเซอร์ และซอกเนสซี (Musser and Shaughnessy, 1980: 137 – 145) ได้เสนอกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาในโรงเรียนไว้ 5 ประการ ดังนี้

1. การทดสอบวิธีต่าง ๆ และตัดวิธีที่ผิดทิ้ง (Trial and error) เป็นวิธีการแก้ปัญหาที่ตรงที่สุด ประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์กับข้อมูลที่กำหนดให้ วิธีการนี้นำไปสู่เรื่องราวที่สัมพันธ์กับความรู้และความรู้ที่ใช้นั้นไม่กว้างมากนัก

2. การค้นหาแบบรูป (Patterns) เป็นการหาคำตอบโดยการสังเกตจากตัวอย่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คำตอบที่ได้จะเป็นรูปทั่วไปที่ได้จากตัวอย่างที่โจทย์นั้นกำหนดให้

3. การแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า (Solving a simpler problem) เป็นการหาคำตอบโดยการทำปัญหาให้ง่ายขึ้นจากปัญหาที่ซับซ้อน ทำให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและนำแนวคิดนั้นมาใช้ในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาให้ง่าย คือ การแบ่งปัญหาออกเป็นส่วน ๆ หรือเริ่มด้วยปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง

4. การทำย้อนกลับ (Working backward) เป็นการหาคำตอบโดยเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการหรือสิ่งที่จะพิสูจน์แล้วเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

5. การสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation) เป็นการหาคำตอบโดยการทดลองแสดงสถานการณ์ตามที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อสามารถตัดสินใจบนฐานการวิเคราะห์ข้อมูล คำตอบที่ได้จากการทดลอง

แมทลิน (Matlin, 1983: 225 – 229) ได้เสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 5 วิธี คือ

1. การใช้สัญลักษณ์ (Symbol) ถือเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพมากในการสร้างตัวแทนที่เป็นนามธรรมที่ไม่ซับซ้อนมากนัก

2. การเขียนรายงาน (List) สำหรับปัญหาที่ไม่สามารถแปลงข้อมูลให้เป็นสัญลักษณ์ได้ก็สามารถใช้การเขียนรายการแทนโดยเขียนเฉพาะข้อมูลสำคัญของปัญหา ซึ่งทำให้ สามารถมองเห็นลักษณะของปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

3. การใช้ตารางสัมพันธ์ (Matrices) เป็นตารางที่ชี้ให้เห็นถึงการเชื่อมโยงของข้อมูลของปัญหาใช้ได้ดีกับปัญหาที่มีความ

4. การใช้กราฟ (Graphs) มีประโยชน์สำหรับปัญหาที่ไม่สามารถใช้สัญลักษณ์ หรือการเขียนรายการ หรือการใช้ตารางสัมพันธ์ในการสร้างตัวแทนของปัญหา โดยที่การใช้กราฟ ยังสามารถแสดงการเคลื่อนไหวของสิ่งต่าง ๆ ได้ด้วย

5. การเขียนภาพ (Figure) เป็นการเขียนภาพประกอบ เพื่อสร้างความเข้าใจในปัญหา การเขียนภาพอาจเขียนจากการใช้จินตนาการ (Visual Imagery) ซึ่งมีประโยชน์ในการใช้เก็บข้อมูลที่ไม่มีกฎเกณฑ์ และช่วยขจัดรูปแบบเก่า ๆ ในการหาสิ่งที่เป็นตัวแทนของปัญหา นอกจากนี้อาจเขียนภาพเป็นแผนภูมิหรือโครงร่างแทนความเข้าใจ ซึ่งในการสร้างตัวแทนของปัญหานั้นไม่อาจกล่าว

ได้ว่าวิธีใดเป็นวิธีที่ดีที่สุด เพราะบางวิธีไม่สามารถใช้กับบางปัญหาและบางปัญหาอาจต้องใช้หลายวิธีร่วมกัน

เคนเนดี (Kennedy, 1994: 82) แฮทฟิลด์ เอดเวิดส์ และบิทเทอร์ (Hatfield, Edwards and Bitter, 1993: 50 – 60) ได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ยุทธวิธีหารูปแบบ (Look for a Pattern) ยุทธวิธีนี้จะพิจารณารูปแบบของส่วนแรกในลำดับของจำนวนหรือข้อมูลที่ให้มาก่อน แล้วจึงค้นหาต่อไปอีก

2. ยุทธวิธีวิเคราะห์ให้ได้ปัญหาย่อย (Identify a subgoal) ในการวางแผนแก้ปัญหาบางปัญหา คำตอบของปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคำตอบของปัญหาที่คล้ายกันมาก ๆ หรือที่เคยพบมาแล้วอาจกลายเป็นเป้าหมายย่อย ๆ ของเป้าหมายพื้นฐานในการแก้ปัญหานั้นได้

3. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ (Work Backward) ปัญหาบางปัญหาอาจง่ายขึ้นถ้าเริ่มต้นพิจารณาจากคำตอบหรือผลขั้นสุดท้าย และทำย้อนกลับ

4. ยุทธวิธีสร้างแผนภาพ (Draw a Diagram) การวาดแผนภาพเป็นส่วนหนึ่งของการแก้ปัญหาในวิชาเรขาคณิต จะสร้างรูปเพื่อการเข้าใจ ซึ่งจำเป็นในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ ปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาทางเรขาคณิตก็สามารถใช้การวาดรูปในการแก้ปัญหาได้ ยุทธวิธีนี้มีคุณค่า และประโยชน์ต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นวิธีการอันชาญฉลาดในการที่จะพัฒนาทักษะการให้ เหตุผล

5. การวาดภาพ กราฟ และตาราง (Drawing Pictures, Graphs, and Table) ยุทธวิธีนี้จะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยาก หรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพกราฟและตาราง เป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้ผู้เรียนเห็นกราฟช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏโดยทันที ในการแก้ปัญหาจะใช้ยุทธวิธีสร้างตารางเพื่อ 1) แจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด 2) แจงกรณีบางกรณีที่จำเป็นและเพียงพอ 3) หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลตั้งแต่ 2 ข้อมูลขึ้นไป และ 4) หานัยทั่วไปของความสัมพันธ์

6. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) ในขั้นแรกจะเดาคำตอบและ ใช้เหตุผลดูความเป็นไปได้แล้วตรวจคำตอบ ถ้าการเดาครั้งนั้นไม่ถูก ขั้นต่อไปคือการเรียนรู้เกี่ยวกับความเป็นไปได้ของคำตอบให้มากขึ้น แล้วเดาต่อไป

7. ตรวจสอบว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information) บางครั้งข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอมีบางส่วนขาดหายไป

8. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวออก (Elimination of Extraneous Data) ปัญหาบางปัญหามีข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น ผู้เรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อจะให้ข้อมูลนั้นแคบลงแทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มีความหมาย

9. พัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formula and Writing Equations) สูตรที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ

10. เขียนแผนภูมิสายงาน (Flowcharting) การเขียนแผนภูมิสายงานจะช่วยให้เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งแผนภูมิสายงานหรือผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียด ของขั้นตอนที่ต้องดำเนินงานตามเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ปัญหา

11. ยุทธวิธีการพิจารณากรณีที่ง่ายกว่าหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย (Simplifying the Problem) เป็นการพิจารณาสถานการณ์ที่ซับซ้อนโดยเริ่มพิจารณาจากกรณีง่าย ๆ ของปัญหานั้นก่อน หรือแบ่งปัญหาออกเป็นส่วน ๆ เพื่อลดระดับความซับซ้อนลง และแก้ปัญหาจากกรณีที่ง่าย ๆ นั้นก่อนแล้วนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาที่กำหนดให้

12. ยุทธวิธีแจงกรณีเป็นไปได้ (Account for all possibilities) ยุทธวิธีนี้ผู้เรียนจะให้ก่อนที่จะทราบคำตอบ ผู้เรียนอาจจะแจงความเป็นไปในทั้งหมด โดยนำมาเขียนเป็นรายการหรือสร้างตาราง เหมาะสำหรับปัญหาที่มีจำนวนความเป็นไปได้ไม่มากนัก

13. เปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change your point of view) ปัญหาบางปัญหาต้องการให้เปลี่ยนสิ่งที่มีอยู่ในใจหรือหยุดคิดความคิดนั้น ดังนั้น ต้องมองภาพสถานการณ์นั้นด้วย วิธีใหม่

ครูคชาง และเชฟเฟิลด์ (Cruikshank and Sheffield, 2000: 41 – 44) เสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. การเดาและตรวจสอบ (Guess and check)
2. การหาแบบรูป (Look for a pattern)
3. เขียนรายละเอียดของโจทย์ (Make a systematic list)
4. สร้างและวาดรูปหรือแบบจำลอง (Make and use a drawing or model)
5. กำจัดสิ่งที่เป็นไปได้ (Eliminate possibilities)

เรย์ และคณะ (Reys et al, 2004: 124 – 130) ได้เสนอกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ 10 ประการ คือ

1. ปฏิบัติเพื่อออกไปจากปัญหา (Act it out) เป็นกลวิธีที่นักเรียนได้สัมผัสกับสถานการณ์ของโจทย์ปัญหา และนักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาจากสถานการณ์นั้น

2. ใช้ภาพหรือแผนภาพ (Make a drawing or diagram) เป็นการเขียนภาพหรือแผนภาพของข้อมูลตามที่โจทย์กำหนดให้

3. ค้นหาแบบรูป (Look for a pattern) เป็นการใช้แบบรูปของจำนวนหรือรูปภาพที่โจทย์กำหนดให้ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

4. สร้างตาราง (Construct a table) เป็นการจัดระเบียบของข้อมูลในรูปแบบของตารางช่วยให้ผู้แก้โจทย์ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาได้

5. จำแนกทุกกรณีที่เป็นไปได้ (Identify all possibilities) กลวิธีนี้มักใช้ร่วมกับกลวิธีสร้างตาราง และค้นหาแบบรูป ทำให้นักเรียนรู้ว่าคำตอบของโจทย์ปัญหาเป็นอะไรได้บ้าง

6. เดาและตรวจสอบ (Guess and check) เป็นการคาดเดาคำตอบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ ผู้แก้ปัญหาจะมั่นใจว่าคำตอบที่ได้จากการเดาถูกต้องหรือไม่ จะต้องตรวจสอบคำตอบว่าเป็นไปตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดหรือไม่

7. ทำย้อนกลับ (Work backward) เป็นการหาคำตอบโดยพิจารณาจากข้อมูลสุดท้ายที่โจทย์กำหนดมาให้ ช่วยในการหาคำตอบที่โจทย์ถาม

8. เขียนประโยคเปิด (Write an open sentence) เป็นการฝึกหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในประโยคคำถาม ซึ่งมีลักษณะเหมือนคำทาย เพื่อใช้ในการหาคำตอบ

9. แก้ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือปัญหาที่คล้ายกัน (Solve a simpler or similar problem) เป็นการกำหนดปัญหาขึ้นมาใหม่ที่มีลักษณะที่ง่ายกว่า หรือคล้ายกัน โดยมีโครงสร้างของปัญหาเหมือนเดิม แล้ว นำวิธีการที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคล้ายกันไปแก้โจทย์ปัญหาเดิม

10. เปลี่ยนจุดมุ่งหมายของปัญหา (Change your point of view) เป็นการแก้ปัญหาโจทย์ปัญหาทีละตอน ทำให้ได้คำตอบของโจทย์ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538: 21 – 71) ได้กล่าวถึงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ดังนี้

1. กลยุทธ์เดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดแล้วคาดเดาคำตอบของปัญหา หลังจากนั้นตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดา ใหม่โดยอาศัยพื้นฐานของเหตุผล จากการคาดเดาครั้งแรก

2. กลยุทธ์การวาดภาพ เป็นการแสดงสถานการณ์ ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ออกมาเป็นภาพเพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาแจ่มชัดขึ้นทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ และสามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้รวดเร็วขึ้น

3. กลยุทธ์สร้างตาราง เป็นการแจกแจงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ของสถานการณ์ที่ปัญหากำหนดโดยนำมาเขียนในรูปตาราง เป็นการจัดระบบของข้อมูลทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลชัดเจน ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา

4. กลยุทธ์ใช้ตัวแปร แทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า ซึ่งจะเป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนหรือปริมาณ โดยสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีตัวแปรปรากฏอยู่ แล้วศึกษาหาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์นั้น

5. กลยุทธ์ค้นหารูปแบบ เป็นการศึกษาข้อมูลที่มีอยู่แล้ววิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้นแล้วคาดเดาหาคำตอบ และสรุปเป็นรูปแบบหรือกฎเกณฑ์ของข้อมูลเหล่านั้นทำให้ได้คำตอบที่โจทย์ต้องการ

6. กลยุทธ์แบ่งเป็นกรณี เป็นการแบ่งปัญหาเป็นกรณีมากกว่า 1 กรณี ทำให้แต่ละกรณีมีความชัดเจนมากขึ้น เมื่อหาคำตอบของทุกกรณีได้แล้วนำมาพิจารณาหาคำตอบของทุกกรณีร่วมกัน จะได้ภาพรวมซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา

7. กลยุทธ์การใช้เหตุผล เป็นการใช้ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้ เป็นเหตุบังคับให้เกิดผล ซึ่งต้องผสานกับความรู้ และประสบการณ์ต่าง ๆ ที่ผู้แก้ไขปัญหามีอยู่เพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการ

8. กลยุทธ์สร้างปัญหาขึ้นใหม่ เป็นการสร้างปัญหาที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาเดิมแต่มีความยุ่งยากน้อยกว่า ตลอดจนแบ่งเป็นปัญหาเดิมออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิมจะทำให้ผู้แก้ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาเดิม

9. กลยุทธ์สร้างแบบจำลอง เป็นการทำให้ปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น เป็นการนำสื่อที่เป็นรูปธรรมมาแสดงสถานการณ์ของปัญหา และรวมไปถึงการใช้สื่อในการแก้ปัญหา

10. กลยุทธ์ทำย้อนกลับ ปัญหาบางชนิดสามารถแก้ไขง่ายกว่าถ้าเริ่มต้นแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากผลลัพธ์สุดท้ายแล้วมองย้อนกลับมาสู่ตัวปัญหาอย่างมีขั้นตอน กลยุทธ์มองย้อนกลับใช้ กระบวนการคิดวิเคราะห์โดยพิจารณาจากผลย้อนกลับไปหาเหตุ ซึ่งจะต้องหา เงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการกับสิ่งที่กำหนด

สมเดช บุญประจักษ์ (2550: 73 – 77) ได้รวบรวมยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การหาแบบรูป เป็นยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้ดีแบบหนึ่ง ที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องวิเคราะห์และหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบโดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย คำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องจะต้องผ่านการตรวจสอบยืนยันโดยใช้การพิสูจน์หรือการให้เหตุผลแบบนิรนัย การแก้ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีการหาแบบรูป นิยมเขียนคำตอบของปัญหาในรูปแบบทั่วไป ซึ่งอาจเป็นแบบรูปของจำนวนหรือแบบรูปของรูปเรขาคณิต

2. การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนผังหรือภาพต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ

3. สร้างรูปแบบหรือแบบจำลอง เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายกับการเขียนแผนภาพ แต่มีประโยชน์ที่ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่นำมาจัดรูปแบบได้

4. สร้างตารางหรือกราฟ เป็นการจัดกระทำกับข้อมูลเพื่อให้ดูง่าย สะดวกต่อการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์อันจะนำไปสู่การพบรูปแบบหรือข้อชี้แนะอื่นๆ ตารางอาจช่วยแสดงกรณีที่เป็นไปได้ของการแก้ปัญหานั้นๆ

5. แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้ดีกรณีที่มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจกแจงกรณี

6. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ปัญหา มีเป้าหมาย 2 ประการ คือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้รู้ว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แสดงว่าเขาเข้าใจปัญหานั้นและนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

7. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้มาจากขั้นตอนสุดท้ายแล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น เป็นการใช้กระบวนการของการวิเคราะห์ที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยพิจารณาจากเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับข้อมูลที่กำหนด การดำเนินการย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ เช่น การพิสูจน์ทางเรขาคณิต

8. แบ่งเป็นปัญหาย่อยๆหรือเปลี่ยนมุมมองปัญหา บางปัญหามีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย ๆ เพื่อง่ายต่อการหาคำตอบแล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อย ๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น

จากกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหานั้นมีหลากหลาย เช่น การใช้ภาพหรือแผนภาพ การค้นหาแบบรูป การสร้างตาราง การคาดเดาและตรวจสอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องเลือกใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละกลวิธีให้เหมาะสม จึงจะทำให้การแก้ปัญหานั้นสำเร็จได้อย่างมีประสิทธิภาพ

5.7 ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สิ่งที่มีความสำคัญประการหนึ่งในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ปัจจัยที่ทำให้การแก้ปัญหาประสบผลสำเร็จ ซึ่งได้มีผู้กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

คลายด์ (Clyde, 1967: 112) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยสรุป ได้แก่ วุฒิภาวะ ประสบการณ์และความสามารถในการอ่านของนักเรียน

เฮนนี (Henny, 1971: 223 – 224) ศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่ามีปัจจัยต่าง ๆ ดังนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจคำพูด
2. ความเข้าใจแนวคิดของปัญหา
3. การตีความของปัญหาอย่างมีเหตุผล
4. การคิดคำนวณที่ถูกต้อง

อดัมส์ เลสลีและบีสัน (Adams, Leslie and Beeson, 1977: 174 – 175) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. สติปัญญา
2. การอ่าน
3. ทักษะพื้นฐาน

ไฮเมอร์และทรูบลัด (Heimer and Trueblood, 1977: 30 – 32) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ การรู้คำศัพท์ในโจทย์จะช่วยให้นักเรียนเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา
2. ทักษะการคำนวณ
3. การแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
4. การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
5. การคาดคะเนคำตอบ
6. การเลือกใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

เฮดเดนส์และสเปยร์ (Heddens and Speer, 1992: 34 – 35) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. รูปแบบการรับรู้
2. ความสามารถภายในตัวบุคคล
3. เทคนิคการประมวลผลข้อมูล
4. พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
5. ความต้องการที่จะหาคำตอบ
6. ความมั่นใจในความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

บารูดี (Baroody, 1993: 2 – 10) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. องค์ประกอบด้านความรู้ความคิด ซึ่งประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนมติและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
2. องค์ประกอบด้านความรู้สึก เป็นแรงขับในการแก้ปัญหาและแรงขับนี้มากจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจและความเชื่อของนักเรียน

3. องค์ประกอบด้านการสังเคราะห์ความคิด เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหาซึ่งนักเรียนจะตอบตนเองได้ว่าทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาและจะติดตามควบคุมทรัพยากรเหล่านั้นได้อย่างไร

ครูคชางและเชฟเฟิลด์ (Cruikshank and Sheffield, 2000: 40) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
2. ความเชื่อของนักเรียนเกี่ยวกับธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์
3. ความเชื่อของนักเรียนเกี่ยวกับความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของ ตนเอง
4. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
5. ความสามารถทางสมองของนักเรียน

กำจร มุนีแก้ว (2539: 19) สรุปปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 5 ประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการรวบรวมข้อมูล
2. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคสัญลักษณ์
3. ความสามารถในการหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
4. ความสามารถในการคำนวณ
5. ความสามารถในด้านความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
6. ความเข้าใจในการอ่านศัพท์ การตีความจากกราฟและตาราง
7. ความสามารถในการคาดคะเนคำตอบ
8. ความสามารถค้นหาข้อมูลที่ขาดหาย

กรมวิชาการ (2544: 106 – 107) กล่าวถึงปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความซับซ้อนของโจทย์ปัญหา ข้อมูลที่กำหนดให้มีจำนวนมาก
2. ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ไมถูกต้อง
4. การเริ่มต้นแก้ปัญหา นักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นอย่างไร จะต้องทำอะไรก่อน
5. ข้อมูลที่กำหนดให้ไม่เพียงพอ
6. เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหา นักเรียนจะมีกำลังใจที่จะแก้ปัญหาต่าง ๆ

7. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน การที่จะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีจะต้องได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งคล้ายกับการที่จะเป็นนักศิลปะที่เก่ง นักเล่นกอล์ฟฝีมือเยี่ยมก็ต้องฝึกฝนฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ

จากที่กล่าวมา สรุปปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน
2. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการใช้เหตุผล
3. ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
4. วิธีสอนของครู

5.8 การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาในห้องเรียน โดยทั่วไปมักเริ่มต้นที่ปัญหาที่กำหนดให้และดำเนินการแก้ปัญหานั้น ๆ นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

บิทเทอร์ (Bitter, 1990: 43 – 44) เสนอวิธีการสอนของครูเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและไม่ยากหรือง่ายจนเกินไปมาสอนนักเรียน
2. ควรแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย เพื่อให้ร่วมกันแก้ปัญหาซึ่งเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการทำงานร่วมกัน
3. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่าโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้ ซึ่งไม่สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาและต้องใช้ข้อมูลอื่นใดบ้างในการแก้ปัญหานั้นๆ
4. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่าปัญหาถามอะไร ถ้าไม่สามารถบอกได้ให้อ่านปัญหาข้อนั้นใหม่ และหากจำเป็นจริง ๆ ให้ครูอธิบายความหมายของคำที่ใช้ในปัญหาข้อนั้นให้นักเรียนทราบ
5. ควรให้ฝึกการแก้ปัญหาหลาย ๆ รูปแบบ เพื่อไม่ให้รู้สึกเบื่อกับการแก้ปัญหาที่ซ้ำซากและไม่ท้าทายความสามารถ
6. ควรให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาบ่อย ๆ จนเคยชินว่าเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนการสอน
7. ควรส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาหลาย ๆ ข้อ โดยใช้วิธีการเดียวกัน เพื่อเป็นการฝึกทักษะและส่งเสริมให้ใช้การแก้ปัญหาหลายๆวิธีในข้อเดียวกัน เพื่อให้เห็นว่ายังมีวิธีการอื่น ๆ อีกที่จะใช้แก้ปัญหาในข้อนั้นได้
8. ควรช่วยเหลือนักเรียนในการเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในข้อนั้น ๆ
9. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่าปัญหาข้อนั้นคล้ายกับปัญหาที่เคยพบมาก่อนหรือไม่

10. ควรให้เวลากับนักเรียนในการแก้ปัญหา อภิปรายผลการแก้ปัญหาและวิธีการดำเนินการแก้ปัญหา

11. ควรให้นักเรียนฝึกการคาดคะเนคำตอบ และทดสอบคำตอบเพื่อประหยัดเวลาในการแก้ปัญหา

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991: 57) เสนอแนวทางการจัดสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิดและความรู้สึกของนักเรียน

2. ให้เวลาสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์

3. ส่งเสริมการทำงานเป็นรายบุคคลและร่วมมือกัน

4. ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อคาดเดา

5. ให้นักเรียนให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

กอนซาเลซ (Gonzales, 1994: 74) ได้ให้แนวคิดโดยสรุปว่า บรรยากาศที่ส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ต้องเป็นบรรยากาศที่ทำให้ผู้เรียนรู้สึกสะดวกสบายในการแสดงแนวคิด ไม่เข้มงวด เอาจริงเอาจังจนเกิดความตึงเครียด เพราะถ้าผู้เรียนเกิดความรู้สึกกลัวในสิ่งที่ทำผิดพลาดหรือกลัวถูกหัวเราะเยาะจากเพื่อน ผู้เรียนจะไม่กล้าซักถาม ไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ฉะนั้น ผู้สอนจะต้องจัดบรรยากาศของชั้นเรียนที่ทำให้ผู้เรียนมีความรู้สึกเป็นอิสระ เป็นบรรยากาศที่ส่งเสริมให้มีการสำรวจ สืบค้น ให้เหตุผลและสื่อสารกัน

สิริพร ทิพย์คง (2536: 165 – 167) ได้กล่าวถึงหน้าที่ของครูในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. เลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน ซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านี้

2. ทดสอบความรู้พื้นฐานและทบทวนทักษะที่ขาดไปก่อนลงมือสอนการแก้ปัญหา

3. ให้อิสระในการคิดแก่นักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่าจะสามารถใช่ความคิดรวบยอด ทักษะและหลักการใดในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ๆ

4. สอนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยให้มีแบบฝึกหัดหลายระดับ ทั้งยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาเป็นการเสริมกำลังใจให้กับนักเรียน

5. ทดสอบว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหานั้น ๆ โดยการถามถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

6. ฝึกให้นักเรียนรู้จักหาคำตอบโดยการประมาณก่อนการคิดคำนวณ

7. แนะให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหาโดยการวาดรูปหรือแผนภาพ

8. ช่วยนักเรียนในการหาข้อมูลจากการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และเทียบเคียงกับโจทย์ที่นักเรียนเคยพบมาก่อน

9. สนับสนุนให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ปัญหาด้วยวิธีของนักเรียนเอง แล้วอภิปรายหาวิธีการที่ถูกต้องเหมาะสม

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538 : 66 – 6) ได้เสนอวิธีการสอนของครูโดยพิจารณาตามกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

1.1 ควรพัฒนาทักษะการอ่าน โดยให้นักเรียนฝึกอ่านและทำความเข้าใจข้อความในปัญหาที่ครูยกมาเป็นตัวอย่างในการสอนก่อนที่จะมุ่งไปที่วิธีทำเพื่อหาคำตอบ โดยอาจมีการฝึกเป็นรายบุคคลหรือฝึกเป็นกลุ่ม อภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียง หรือความมากเกินไปของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2 ควรใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพหรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหา จะทำให้มีความเป็นรูปธรรมมากขึ้น สามารถเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.3 ควรใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันให้นักเรียนฝึกทำเพื่อความเข้าใจ เช่น การนำปัญหาที่กำหนดข้อมูลให้เกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอมาให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ข้อมูลว่า ข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดใช้ได้บ้าง หรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา

2.1 ต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้การกระตุ้นให้คิดด้วยตนเอง เช่น การใช้คำถามนำ โดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ หยุดใช้คำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

2.2 ควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดัง ๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไร การคิดออกมาดัง ๆ อาจอยู่ในรูปการบอกหรือเขียนแผนภาพ และแบบแผนแสดงลำดับขั้นตอน การคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 ควรสร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้รู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำสิ่งใดเสมอ ๆ เพราะจะทำให้สามารถจัดหาปัญหามาให้นักเรียนฝึกคิดบ่อย ๆ ซึ่งต้องเป็นปัญหาที่ท้าทายและน่าสนใจ

2.4 ควรส่งเสริมให้รู้จักใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา แต่ละข้อให้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิดและจะมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน

ควรฝึกให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้และควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะลงมือทำตามแผน โดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้และพิจารณาว่าวิธีการเหมาะสมถูกต้องกับการแก้ปัญหานั้น ๆ หรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล/คำตอบ

4.1 ควรกระตุ้นให้เห็นความสำคัญของการตรวจสอบวิธีทำและคำตอบให้เคยชิน โดยครูอาจสร้างกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกการตรวจสอบความถูกต้อง หาข้อบกพร่องจากการแสดงการแก้ปัญหาที่ครูยกตัวอย่างมาให้

4.2 ควรกระตุ้นให้รู้จักตีความหมายของคำตอบที่ได้ว่ามีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

4.3 ควรสนับสนุนให้ทำแบบฝึกหัด โดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อเป็นการตรวจสอบวิธีการที่ใช้นั้นกับวิธีการอื่นที่สามารถใช้หาคำตอบในปัญหานั้นได้อีก

4.4 ควรให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน เพื่อช่วยทำให้มีความเข้าใจในโครงสร้างของปัญหา ทำให้สามารถมองเห็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่น ๆ ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า แนวทางที่ควรนำมาจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ปัญหาที่ครูนำมาใช้ในชั้นเรียน การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น การรอและให้เวลานักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครู ซึ่งล้วนมีผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

6.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

เลวิน (Levin, 1980: 174 – 217) ศึกษาการสอนที่ทำให้นักเรียนสามารถพัฒนากระบวนการคิดระดับสูง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ประเทศอิสราเอล จำนวน 100 คน โดยแบ่งนักเรียนเป็น 4 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 ไม่ได้เรียนเพื่อรอบรู้มุ่งเน้นความรู้ตามกฎเกณฑ์ กลุ่มที่ 2 เรียนเพื่อรอบรู้ มุ่งเน้นความรู้ตามกฎเกณฑ์ กลุ่มที่ 3 เรียนเพื่อรอบรู้ที่มุ่งเน้นความรู้ตามกฎเกณฑ์และเสริมการทำแบบฝึกหัดที่เน้นการนำไปใช้แบบคงที่และแบบทั่วไป กลุ่มที่ 4

เรียนเพื่อรอบรู้ที่มุ่งเน้นความรู้ตามกฎเกณฑ์โดยได้รับประสบการณ์การนำไปใช้แบบหลากหลายและแบบเฉพาะเจาะจง ผลการวิจัยพบว่า

1. คะแนนผลสัมฤทธิ์ความรู้ตามกฎเกณฑ์และการนำกฎเกณฑ์ไปใช้ของกลุ่มที่เรียนเพื่อรอบรู้สูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนเพื่อรอบรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. คะแนนความสามารถในการนำกฎเกณฑ์ไปใช้ของกลุ่มที่เรียนเพื่อรอบรู้โดยการเสริมประสบการณ์สูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการเสริมประสบการณ์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. คะแนนความสามารถในการนำกฎเกณฑ์ไปใช้ของกลุ่มที่เรียนเพื่อรอบรู้ซึ่งได้รับการเสริมประสบการณ์นำไปใช้แบบหลากหลายกับแบบเฉพาะเจาะจงสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการเสริมประสบการณ์การนำไปใช้แบบคงที่และแบบทั่วไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เลวินได้เสนอแนะจากผลการวิจัยข้างต้นว่า เมื่อโรงเรียนกำหนดเป้าหมายของการจัดการศึกษา วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสื่อที่เหมาะสมแล้ว การฝึกหรือการสอนเพื่อพัฒนาความคิดและการใช้เหตุผลนั้นสามารถทำได้กับนักเรียนทุกระดับการศึกษา ทุกระดับสติปัญญาและความถนัดทางการเรียน

แบททิส (Battiste, 1981: 3065 – A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการสอนทักษะการคิดโดยตรงกับพัฒนาการทางสติปัญญา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 6 ที่มีผลการเรียนสูง แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม นักเรียนทั้งสองกลุ่มได้รับการทดสอบการคิดเชิงตรรกศาสตร์ ซึ่งจำแนกเป็น 4 ระดับพัฒนาการทางสติปัญญา กลุ่มทดลองได้รับการสอนทักษะการให้เหตุผลโดยโปรแกรมการพัฒนาความสามารถในการคิดเชิงอุปมานและอนุมาน ใช้เวลา 12 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีพัฒนาการทางสติปัญญาสูงกว่ากลุ่มควบคุม นักเรียนหญิงมีทักษะการคิดเชิงตรรกศาสตร์ต่ำกว่านักเรียนชาย และพบว่าทักษะการคิดมีความสัมพันธ์กับพัฒนาการทางสติปัญญา

คาร์เพนเตอร์และคณะ (Carpenter et al., 1988: Abstracts) ศึกษาผลของการใช้ความรู้เกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการสอนในห้องเรียน ซึ่งเป็นงานวิจัยเชิงทดลอง โดยนำผลจากการวิจัยในชั้นเรียนเกี่ยวกับการปรับปรุงการสอนของครูและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเป็นครูที่สอนนักเรียนเกรด 1 จำนวนกลุ่มละ 20 คน ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย โดยใช้ระยะเวลาในการทดลอง 20 สัปดาห์ กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้ทักษะการแก้ปัญหา เรื่อง การบวกและการลบ ผลการวิจัยพบว่า ครูที่สอนนักเรียนกลุ่มทดลองสอนโดยกระตุ้นให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายและฟังคำอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา หาคำตอบของนักเรียนมากกว่าครูที่สอนนักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยครูที่สอนนักเรียนกลุ่มทดลองมีความเชื่อว่าการสอนนักเรียนควรอยู่บนพื้นฐานความรู้ที่นักเรียนมีอยู่มากกว่าครูที่สอนนักเรียนกลุ่มควบคุม

มาร์ติโน (Martino,1992: 1833 – A) ศึกษาว่านักเรียนสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างไรขณะทำกิจกรรมแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นกลุ่มย่อยในบรรยากาศชั้นเรียนที่ส่งเสริมการสนทนาเชิงคณิตศาสตร์และการแลกเปลี่ยนยุทธวิธีการแก้ปัญหาอย่างเปิดเผย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนสามคนในโรงเรียนฮาร์ดิ้ง รัฐนิวเจอร์ซี ซึ่งครูได้เข้าร่วมโครงการพัฒนาวิชาคณิตศาสตร์ที่มุ่งสร้างและพัฒนาศักยภาพครูให้เน้นการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและการสร้างบรรยากาศชั้นเรียนที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีการสื่อสารคณิตศาสตร์กับครู และเพื่อน ๆ ดังนั้นนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการศึกษาครั้งนี้จึงอยู่ในชั้นเรียนที่ครูส่งเสริมให้นักเรียนสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์เอง ใช้วิธีศึกษาเป็นรายกรณีกับนักเรียนสามคนติดต่อกันเป็นเวลา 3 ปี โดยเริ่มขณะนักเรียนอยู่เกรด 2 โดยมุ่งเน้นศึกษาเกี่ยวกับการสร้างแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหาและปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มย่อยที่มีผลต่อการสร้างแนวคิด เก็บข้อมูลโดยการอัดวีดีทัศน์กิจกรรมการแก้ปัญหาในกลุ่มย่อยของนักเรียน เฉพาะส่วนที่ต้องการพิจารณาอย่างเป็นระบบ และการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล มีการสร้างประวัติย่อของนักเรียนแต่ละคนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา ผลการวิเคราะห์กรณีศึกษาของนักเรียนทั้งสามคน พบว่า นักเรียนสร้างแนวคิดเริ่มต้นของตนเองก่อนที่จะรับแนวคิดของคนอื่นเข้ามา และเมื่อเวลาผ่านไปการแก้ปัญหาของนักเรียนจะเปลี่ยนจากผลลัพธ์ไปสู่กระบวนการพร้อม ๆ กับการเริ่มให้ความสำคัญกับการติดตามกิจกรรมของตนเองมากขึ้น นอกจากนี้การกลับมาสู่กิจกรรมปัญหาในสถานการณ์ที่เหมือนกันหรือปัญหาที่ขยายขึ้นในเวลาต่อมา ทำให้นักเรียนมีโอกาสพัฒนาการหาเหตุผลเชิงคณิตศาสตร์และแนวคิดที่สัมพันธ์กับการพิสูจน์มากขึ้น

ฟรายวิลลิก ลอเรนน์ และคาเรนน์ (Frivillig, Lauren and Karen 1999: 148 – 170) ได้ศึกษาการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Advancing Children’s Thinking: ACT) ซึ่งประกอบด้วย ล้วงความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิด ผลการศึกษาพบว่า แนวการจัดกิจกรรมดังกล่าว สามารถดึง ล้วงความคิดของนักเรียนหรือขยายความคิดของนักเรียนและสนับสนุนให้นักเรียนได้ใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ซึ่งผลการศึกษาดังกล่าวสามารถที่จะนำไปใช้ในงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา การสอนของครู และนำไปใช้เป็นแนวทางในการออกแบบหลักสูตรคณิตศาสตร์ได้

คามิอิ (Kamii, 2003: 20 – 26) ได้ปรับเปลี่ยนกระดานเกมเพื่อส่งเสริมความคิดทางคณิตศาสตร์ในเชิงตรรกศาสตร์กับนักเรียนระดับอนุบาลในประเทศญี่ปุ่นจำนวน 12 กลุ่ม เพื่อพัฒนาทักษะการคิดของนักเรียน โดยครูมีหน้าที่เป็นผู้แนะนำการเล่นเกม และนำเสนอสิ่งที่นักเรียนแสดงออกมาขณะเล่นเกม ผลการวิจัยพบว่า การปรับเปลี่ยนกระดานเกมช่วยกระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการคิดให้สูงขึ้น

งานวิจัยภายในประเทศ

สุรินทร สวนทอง (2534: 105 – 108) ศึกษาผลของการฝึกสมรรถภาพทางสมองที่มีต่อทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แบ่งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมอง ส่วนกลุ่มควบคุมไม่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมอง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบฝึกสมรรถภาพทางสมองและแบบทดสอบวัดทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองแบบเข้ม แบบปานกลาง และไม่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมอง มีทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ระดับความรู้ความจำอยู่ในระดับดีมาก ระดับปานกลาง และระดับต่ำ ตามลำดับ นักเรียนที่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองแบบเข้ม แบบปานกลาง และไม่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมอง มีทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ระดับสูงกว่าความรู้ ความจำ อยู่ในระดับปานกลาง ระดับต่ำ และระดับต่ำสุด ตามลำดับ นักเรียนที่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองแตกต่างกัน มีทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ระดับความรู้ความจำ และระดับสูงกว่าความรู้ความจำ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กิ่งแก้ว เลิศเจตนารมณ์ (2540: ค) ศึกษาผลการใช้แบบรูปการสอนโดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 กับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสำราญ – ประภาศรี อำเภอกุงศรี จังหวัดกาฬสินธุ์ ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบเฉพาะเจาะจง แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ได้กลุ่มทดลอง 16 คน กลุ่มควบคุม 17 คน โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้แบบรูปการสอนโดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้แบบรูปการสอนโดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550: ง) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิก มีความความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนด ร้อยละ 50 และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของ ฟรายวิลลิก มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

6.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาเป็นหลัก

งานวิจัยต่างประเทศ

เอลเชฟฟี (Elshafei, 1998: 55 – 64) ได้ทำการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบผลการเรียนรู้ของนักเรียนด้วยวิธีการใช้ปัญหาเป็นหลักในวิชาพีชคณิต 2 โดยได้ทำการวิจัยกึ่งทดลองกับนักเรียนโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายในเมืองแอตแลนตา จำนวน 15 ห้องเรียน แบ่งเป็นการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักจำนวน 7 ห้อง และการเรียนแบบปกติจำนวน 8 ห้องเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการเรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญ และจากงานวิจัยยังพบอีกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง มีการรวมกลุ่มกันแก้ปัญหาและสามารถคิดค้นวิธีการแก้ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ

แทน (Tan, 2000) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้ปัญหาเป็นหลักที่มีต่อความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนโพลีเทคนิค ชั้นปีที่ 1 จำนวน 158 คน ซึ่งมีรูปแบบการวิจัยเป็นการวิจัยกึ่งทดลอง โดยเปรียบเทียบความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนโพลีเทคนิคที่ใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .001

แม็คคาธี (Mc Carthy, 2001) ได้ทำการทดลองสอนด้วยวิธีการใช้ปัญหาเป็นหลักในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา เพื่อพัฒนาความคิดรวบยอดเรื่องทศนิยม โดยทำการทดลองกับนักเรียนเกรด 2 กลุ่มเล็ก ๆในเวลา 8 คาบ คาบละ 45 นาที โดยจุดมุ่งหมายเพื่อ สำรวจความรู้ที่มีอยู่ก่อนแล้วให้ตัวนักเรียน และมีการวิเคราะห์ว่าการใช้ปัญหาเป็นหลัก สามารถพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร จากหลักฐานการบันทึกเทปวิดีโอได้ชี้ให้เห็นว่า นักเรียนมีการพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ตลอดเวลาที่ได้พยายามหาวิธีแก้ปัญหา โดยนักเรียนใช้ภาษาพูดเป็นตัวบ่งชี้ถึงความรู้เกี่ยวกับทศนิยมที่ตัวนักเรียนมีอยู่ก่อนแล้ว และความเข้าใจความคิดรวบยอดใหม่ที่เกิดขึ้นกับทศนิยมอย่างถูกต้อง

สก๊อต (Scott, 2006: 1 – 27) ได้เปรียบเทียบการใช้ปัญหาเป็นหลักกับ การจัดกิจกรรมล้วงความคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อศึกความเหมือนและความแตกต่างของทั้งสองวิธี พบว่าทั้งสองมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในห้องเรียนเหมือนกัน และเป็นเครื่องมือช่วยให้นักเรียนบรรลุเป้าหมายมาตรฐานคณิตศาสตร์ที่ไม่ใช่ปัญหาที่แก้เป็นประจำทุกวัน และจากการศึกษาพบว่าการจัดกิจกรรมล้วงความคิดมีความท้าทายต่อวิชาคณิตศาสตร์มากกว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก เพราะทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงเนื้อหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ดีกว่า และนักเรียนมีความแม่นยำมากกว่า พัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมากขึ้น แต่

อย่างไรก็ตามครูผู้สอนควรเลือกจัดการเรียนการสอนให้เป็นไปตามความต้องการของนักเรียน เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการเรียนการสอน

เนอร์ และคณะ (Nur, Rohani & Rosini, 2010: 1 – 7) ได้ศึกษาผลของการใช้ปัญหาเป็นหลักที่มีต่อประสิทธิภาพและคุณลักษณะทางอารมณ์ทางคณิตศาสตร์ในการเรียนรู้สถิติของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง โดยมีกลุ่มทดลอง 29 คน และกลุ่มควบคุม 24 คน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาประกอบด้วย 5 อย่าง คือ ใบงานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การทดสอบหลังเรียน การวัดทางจิตแบบมาตรประมาณค่า แบบสอบถามที่มีต่อการทำงานเป็นกลุ่ม ความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์และการรับรู้ที่มีต่อประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ เกณฑ์ที่ใช้ในการประเมินนักเรียนโดยใช้ขั้นตอนในการแก้ปัญหาของโพลยา ทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์ ANCOVA และการทดสอบ t – test ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่า การใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นการสอนที่มีประสิทธิภาพในการส่งเสริมประสิทธิภาพการทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยกลุ่มทดลองที่ใช้การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ปัญหาเป็นหลัก โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาทำให้ได้ผลดีในทักษะการสื่อสารและแสดงให้เห็นถึงความแข็งแกร่งของการทำงานเป็นทีมมากกว่ากลุ่มควบคุม

งานวิจัยในประเทศ

ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล (2545: บทคัดย่อ) ได้ทำการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการประยุกต์แนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักในการเรียนรู้เพื่อสร้างเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 15 คน การดำเนินการวิจัยแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน ขั้นตอนแรกเป็นการวิจัยเพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการประยุกต์แนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักในการเรียนรู้เพื่อสร้างเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที 5 ขั้นตอนที่สองเป็นการวิจัยกึ่งทดลองเพื่อตรวจสอบกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ผลการวิจัยในขั้นแรกสรุปได้ว่า กระบวนการเรียนการสอนโดยการประยุกต์แนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักในการเรียนรู้เพื่อสร้างเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน คือ 1) การเตรียมปัญหา 2) การสร้างความเชื่อมโยงสู่ปัญหา 3) การสร้างกรอบการศึกษา 4) ศึกษาค้นคว้าโดยกลุ่มย่อย 5) ตัดสินใจหาทางแก้ปัญหา 6) การสร้างผลงาน 7) ประเมินผลการเรียนรู้ และผลการวิจัยในขั้นสองพบว่าคะแนนเฉลี่ยสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ ในส่วนทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงของนักเรียนหลังการเรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ราตรี เกตุบุตตา (2546: บทคัดย่อ) ศึกษาผลของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือ ร้อยละ 50 ที่กำหนดไว้ และนักเรียนที่เรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักมี

ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ แต่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พิจิตร อุตตะโปน (2550: บทคัดย่อ) ศึกษาผลการใช้ชุดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่ได้จากอาสาสมัครจำนวน 16 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานมีผลการเรียนรู้ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็มเป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานในระดับมาก

เมธาวี พิมวัน (2549: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับเรื่องชุดการเรียนการสอนโดยใช้ ปัญหาเป็นฐานเรื่องพื้นที่ผิว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างจำนวน 16 คน เป็นนักเรียน โรงเรียนศรีสุขวิทยาระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2548 ที่ได้จากการอาสาสมัคร ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเรื่องพื้นที่ผิวด้วยชุดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานมีผลการเรียนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็มเป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานในระดับมาก

เบญจมาศ เทพบุตรดี (2550: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการวิเคราะห์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารทศนิยม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ สูงกว่ากลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไม่แตกต่างกัน

วันดี ต่อเพ็ง (2553: บทคัดย่อ) ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 35 คน แบบแผนการวิจัยเป็นแบบ One Group Pretest – Posttest Design ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักสูงกว่าก่อนได้รับการ จัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .01 และ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01

6.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดวิเคราะห์

งานวิจัยต่างประเทศ

ซาซคลิส ดูบินสกี และดอเทอร์แมนน์ (Zazkis, Dubinsky, & Dautermann, 1996: 435 – 457) ได้ศึกษาการประสานกันของยุทธวิธีการนึกภาพและยุทธวิธีการวิเคราะห์ในทางคณิตศาสตร์ เป็นการศึกษาความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับ dihedral group D_4 โดยทำการสัมภาษณ์แบบคลินิกกับนักเรียน 32 คน ในการเรียนครั้งแรกในวิชาพีชคณิตนามธรรม พร้อมทั้งพิจารณาชิ้นงานของนักเรียนเกี่ยวกับรูปที่มี 2 ระนาบติดกันไปด้วย ซึ่งปัญหาแต่ละปัญหาสามารถถูกแก้โดยใช้วิธีการการนึกภาพเกี่ยวกับการแปลงสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือวิธีการวิเคราะห์เกี่ยวกับการเพิ่มจำนวนของการเปลี่ยนแปลง นอกจากนี้การนำเสนอของนักเรียนค่อนข้างเด่นชัดเกี่ยวกับวิธีการนึกภาพและวิธีการวิเคราะห์ โดยนักเรียนส่วนใหญ่จะใช้การประสานกันของสองวิธีการนี้

เบิร์กโธลด์ (Bergthold, 1999: Abstact) ศึกษาแบบรูปของความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความรู้ในการทำความเข้าใจง่าย ๆ ของลิมิต เป็นการศึกษาการใช้วิธีการสอนแบบเป็นขั้น โดยเริ่มแรกให้กลุ่มทดลองใช้เครื่องคำนวณลิมิต ต่อมาก็ให้งดใช้เครื่องคำนวณดังกล่าว แล้วศึกษาผลที่เกิดขึ้น ซึ่งนักเรียนมีความเข้าใจดีขึ้นหลังจากผ่านกระบวนการทดลอง

ซิลวา (Silva, 2007: 1 – 8) ได้ศึกษาอิทธิพลของความสามารถในการรู้โดยสัญชาตญาณและความสามารถในการคิดวิเคราะห์เกี่ยวกับการใช้ตัวแทนด้วยภาพของสถานการณ์ปัญหา ได้ทำการศึกษากับกลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักศึกษาที่เริ่มศึกษาในระดับปริญญาตรี ในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 23 คน โดยใช้กิจกรรม 3 อย่าง 1) การใช้ตัวแทนด้วยภาพและความสามารถในการรู้โดยสัญชาติญาณ 2) การใช้ตัวแทนด้วยภาพ การค้นหาความสามารถในการรู้โดยสัญชาตญาณและความสามารถในการคิดวิเคราะห์ 3) การใช้ตัวแทนด้วยภาพ การค้นหาความสามารถในการรู้โดยสัญชาตญาณและความสามารถในการคิดวิเคราะห์ผ่านสถานการณ์ที่ซับซ้อนมากขึ้น ใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน โดยทั่วไปแล้วนักเรียนมีคะแนนสอบเฉลี่ยร้อยละ 33.09 คะแนนซึ่งมีค่าน้อย นักเรียนไม่ค่อยเข้าใจสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวัน หลายครั้งที่พวกเขาได้รับรู้สถานการณ์ปัญหา ความสามารถในการรู้โดยสัญชาติญาณยังกำกวม ขัดขวางการได้มาของความสามารถในการคิดวิเคราะห์ที่ถูกต้อง หลังใช้กิจกรรมทั้ง 3 กิจกรรมดังกล่าว พบว่า หลังการทำกิจกรรมที่ 1), 2), 3) คะแนนสอบเฉลี่ยเพิ่มขึ้น หลังกิจกรรมที่ 1) ผู้เรียนจำนวน 4 คน ที่ได้คะแนนสอบมากกว่า 50% หลังกิจกรรมที่ 2) ผู้เรียนจำนวน 8 คน ได้คะแนนสอบมากกว่า 50% และหลังกิจกรรมที่ 3) ผู้เรียนจำนวน 4 คน ได้คะแนนสอบมากกว่า 50% และแนะนำให้การสอนในระดับมัธยมปลายควรใช้สถานการณ์จริง เช่น การเพิ่มของจำนวนประชากร การเพิ่มของแบคทีเรียและพืช หรือความเร็วและความเร่งของรถยนต์ เพื่อนักเรียนจะได้ใช้การใช้ตัวแทน และสิ่งที่ตามมา คือ นักเรียนมีไหวพริบและมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์

รอบบิน (Robbins, 2011: 40 – 47) ศึกษาการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการคิดวิเคราะห์ ในสภาพแวดล้อมของห้องเรียน โดยการใช้คำถามที่หลากหลาย และบ่อยครั้ง ที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนผ่านลำดับการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล เก็บข้อมูลโดยการอัดวีดีโอให้นักเรียนแสดงความคิดหรือการพูดคุยดัง ๆ ในห้องเรียน พบว่าทำให้นักเรียนมีทักษะการคิดวิเคราะห์ดีขึ้น

อุดม วิเศษวิสัย (2553: 64 – 66) ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้สมองเป็นพื้นฐานที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้สมองเป็นพื้นฐาน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ และมีคะแนนเฉลี่ย 33.51 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

งานวิจัยในประเทศ

สุภาภรณ์ ระสิตานนท์ (2550: บทคัดย่อ) ศึกษาผลการใช้วิธีการสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาความสามารถการคิดวิเคราะห์ในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 หลังการใช้วิธีสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหาสูงกว่าก่อนการใช้วิธีสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหา

สุกัญญา ศิริเลิศพรรณา (2553: 47 – 49) ศึกษาผลของการใช้เทคนิคแผนที่ความคิดในการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคแผนที่ความคิด ประกอบเรื่อง โจทย์ปัญหากำลังสองกับเกณฑ์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอัสสัมชัญสมุทรปราการ ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคแผนที่ความคิด เรื่อง โจทย์ปัญหากำลังสอง ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

6.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

เมอราชิ (Muraski, 1979: 4104 – A) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คลาร์คสัน (Clarkson, 1979: 4104 – A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะการแปลความหมายโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยทำการทดสอบความสามารถในการแปลโจทย์ปัญหา 3 แบบ คือ สัญลักษณ์ที่เป็นภาษา สัญลักษณ์ที่เป็นสัญลักษณ์ และสัญลักษณ์ที่เป็นรูปภาพ พบว่าการแปลความหมายโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสามแบบมีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหา และนักเรียนที่มีความสามารถในการแปลความหมายต่างกัน จะมีความสามารถ ในการแก้ปัญหาต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ฮอลล์ (Hall, 1979: 6324 – A) ศึกษาผลของการสอนการวิเคราะห์การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการวิเคราะห์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 60 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 30 คน แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่คาดคะเนเก่งและไม่เก่งกลุ่มละ 15 คน กลุ่มทดลองเรียนเกี่ยวกับการวิเคราะห์เป็นเวลา 8.5 ชั่วโมง แล้วทดสอบการวิเคราะห์และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์สูงมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์ต่ำ และนักเรียนที่เรียนการวิเคราะห์ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้เรียนการวิเคราะห์

พุท (Putt, 1979: 5382A) ศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เมื่อมีกระบวนการแก้ปัญหาต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องแรกได้รับการสอนวิธีแก้ปัญหา ส่วนอีกห้องพยายามให้รับประสบการณ์ตรงจากการพยายามให้แก้ปัญหาต่าง ๆ เอง ระยะเวลาในการทดลอง 4 สัปดาห์ แล้ววัดผลสัมฤทธิ์ในการแก้ปัญหาของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม พบว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาไม่แตกต่างกัน

ลิน (Lynn , 1993: 167 – 169) ศึกษาปัจจัยที่เป็นอุปสรรคและปัจจัยที่ส่งผลต่อการแสดงพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 12 คน ซึ่งได้รับการสอนแบบเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3 คน แต่ละกลุ่มจะถูกบันทึกวิดีโอขณะร่วมกันแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า ปัจจัยที่เป็นอุปสรรคต่อการแสดงพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

1) การขาดประสบการณ์เกี่ยวกับกรอบของปัญหานั้น ๆ
2) การกำหนดข้อจำกัดที่มากเกินความจำเป็น
3) การขาดการกำกับความสามารถด้านสติปัญญาของตนเอง
4) การขาดความเชื่อ

นอกจากนี้ยังพบว่าปัจจัยที่ส่งผลและสนับสนุนการแสดงพฤติกรรม การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

1) ความร่วมมือช่วยกันภายในกลุ่ม

2) การกำกับภายในกลุ่ม

3) แนวปฏิบัติ/บรรทัดฐานของสังคมในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย

เทากอ (Tougaw, 1994: 2934 – A) ศึกษาเจตคติและพฤติกรรมการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิด (Open approach) ในการสอนคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิดมีเจตคติทางบวกต่อการเรียนและไม่มีความแตกต่างระหว่างเพศในพฤติกรรมการแก้ปัญหา

แจ็คสัน (Jackson, 2000: i) ได้พัฒนาทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในตอนเหนือของรัฐอิลินอยส์ กลุ่มตัวอย่างได้รับการฝึกทักษะการคิดขั้นสูง ได้แก่การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์และประเมินค่า โดยใช้เทคนิคการคิดที่หลากหลายและสอนกลยุทธ์การแก้ปัญหา ใช้ระยะเวลาในการทดลอง 20 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความมั่นใจในความสามารถในการแก้ปัญหาของตนเองมากขึ้น และมีคะแนนทดสอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

งานวิจัยในประเทศ

สุพัตรา ผาติวิสันติ์ (2534: 70 – 72) ได้เปรียบเทียบควาสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีแบบการเรียนต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2534 จำนวน 378 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบหลายขั้นตอนจากโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบความสามารถทางการคำนวณและแบบสำรวจแบบการเรียนที่ดัดแปลงจากแบบสำรวจของคอล์บ (Kolb) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีแบบการเรียนแบบคิดอเนกนัย แบบดูดซึม แบบอเนกนัยและแบบปรับปรุง มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 89) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งขั้นตอนการจัดกิจกรรมเป็น 4 ขั้นตอน คือ ขั้นการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มใหญ่ ขั้นการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มย่อย ขั้นนำเสนอผลการปฏิบัติของกลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่ ขั้นปฏิบัติรายบุคคลผลการวิจัยพบว่า

1) กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาค่อนข้างต่ำ ในระหว่างเรียนความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนค่อย ๆ พัฒนาขึ้นจากการแก้ปัญหาที่ต้องใช้การถามกระตุ้นแนวทางในการแก้ปัญหาอย่างละเอียด

2) ผลการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา พบว่า พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาก่อนเรียนในทุกด้าน ได้แก่ การสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและการสื่อความคิดในการแก้ปัญหาของนักเรียนทุกคนในกลุ่มทดลองอยู่ในระดับ “ต้องแก้ไข” พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาระหว่างเรียนในทุกด้านของนักเรียนส่วนใหญ่พัฒนาขึ้นไปอยู่ในระดับ “ดี” และ “ดีมาก” และในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียน พบว่าพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในทุกด้านของนักเรียนอยู่ในระดับ “ดี”

3) ผลการประเมินเจตคติหลังเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

4) ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลองกับเกณฑ์ปกติของโรงเรียน โดยการทดสอบค่า Z พบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

นวลจันทร์ ผมอุดทา (2545: 58 – 59) ศึกษาผลของการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SSCS ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 82 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองจำนวน 42 คน ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS และกลุ่มควบคุมจำนวน 40 คน ได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นุตริยา จิตตารมย์ (2548: 93 – 94) ศึกษาผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านนาสาร จังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 86 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และนักเรียนที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุริเยส สุขแสวง (2548: ง) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของ

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสุรินทร์ จำนวน 82 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 41 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองเรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา และนักเรียนกลุ่มควบคุมเรียนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และนักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กษมา วุฒิสารวัฒนา (2548: ง) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยเน้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดพะเยา เป็นกลุ่มทดลองจำนวน 40 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 34 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยเน้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ที่กำหนดไว้ และนักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยเน้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุนทรีย์ สมมะโน. (2553: ง) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามสภาพจริงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 78 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 39 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุมจำนวน 39 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามสภาพจริง มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากการศึกษาเอกสารดังกล่าวข้างต้น สรุปเป็นกรอบแนวคิดการวิจัยการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้ดังแผนภาพที่ 8

กรอบแนวคิดการวิจัย

ภาพที่ 8 กรอบแนวคิดการวิจัย

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยที่มุ่งพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 และขั้นตอนที่ 2 การทดลองใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

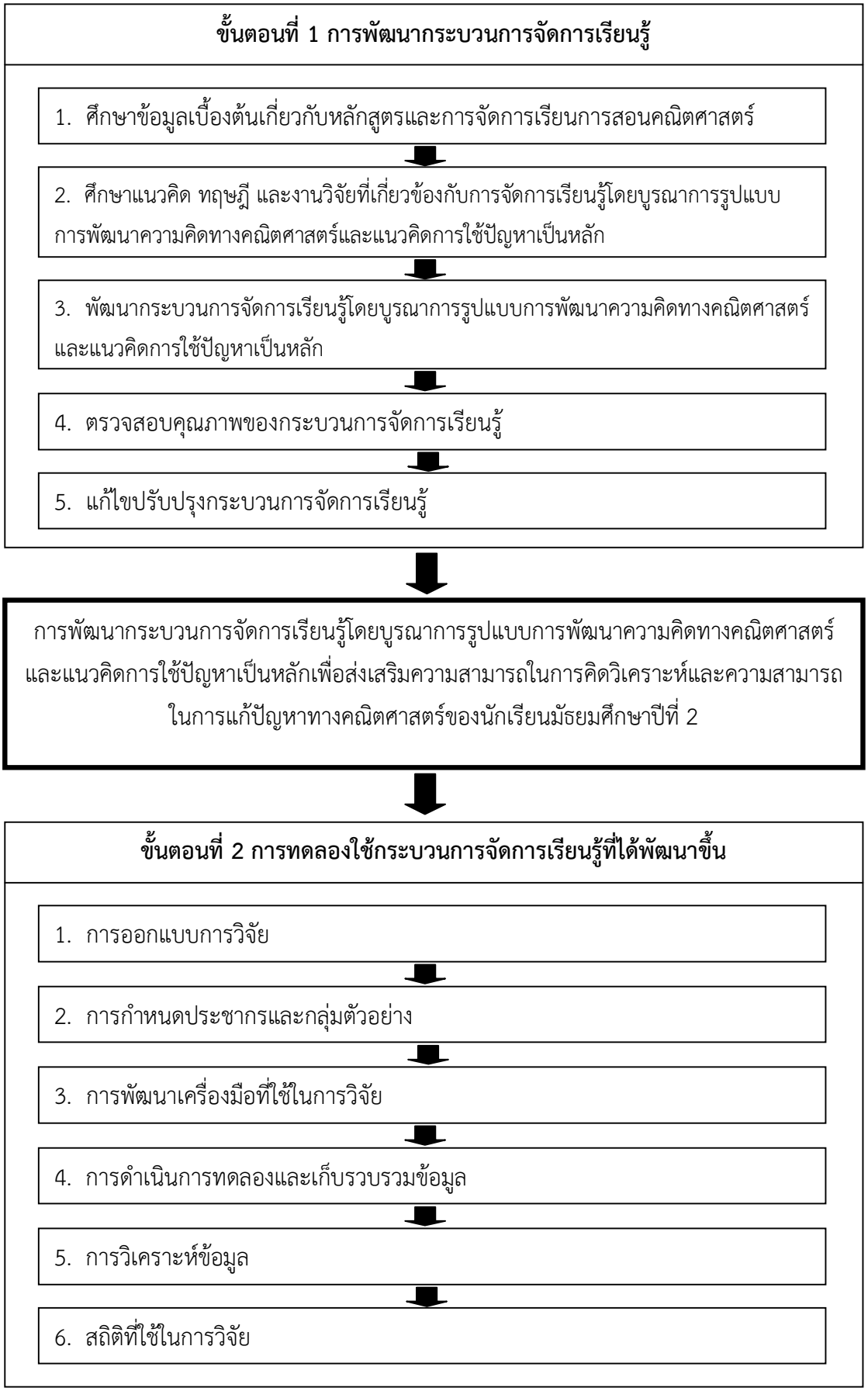
ขั้นตอนที่ 1 การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก
3. พัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก
4. ตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้
5. แก้ไขปรับปรุงกระบวนการจัดการเรียนรู้

ขั้นตอนที่ 2 การทดลองใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ได้พัฒนาขึ้น

1. การออกแบบการวิจัย
2. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
3. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

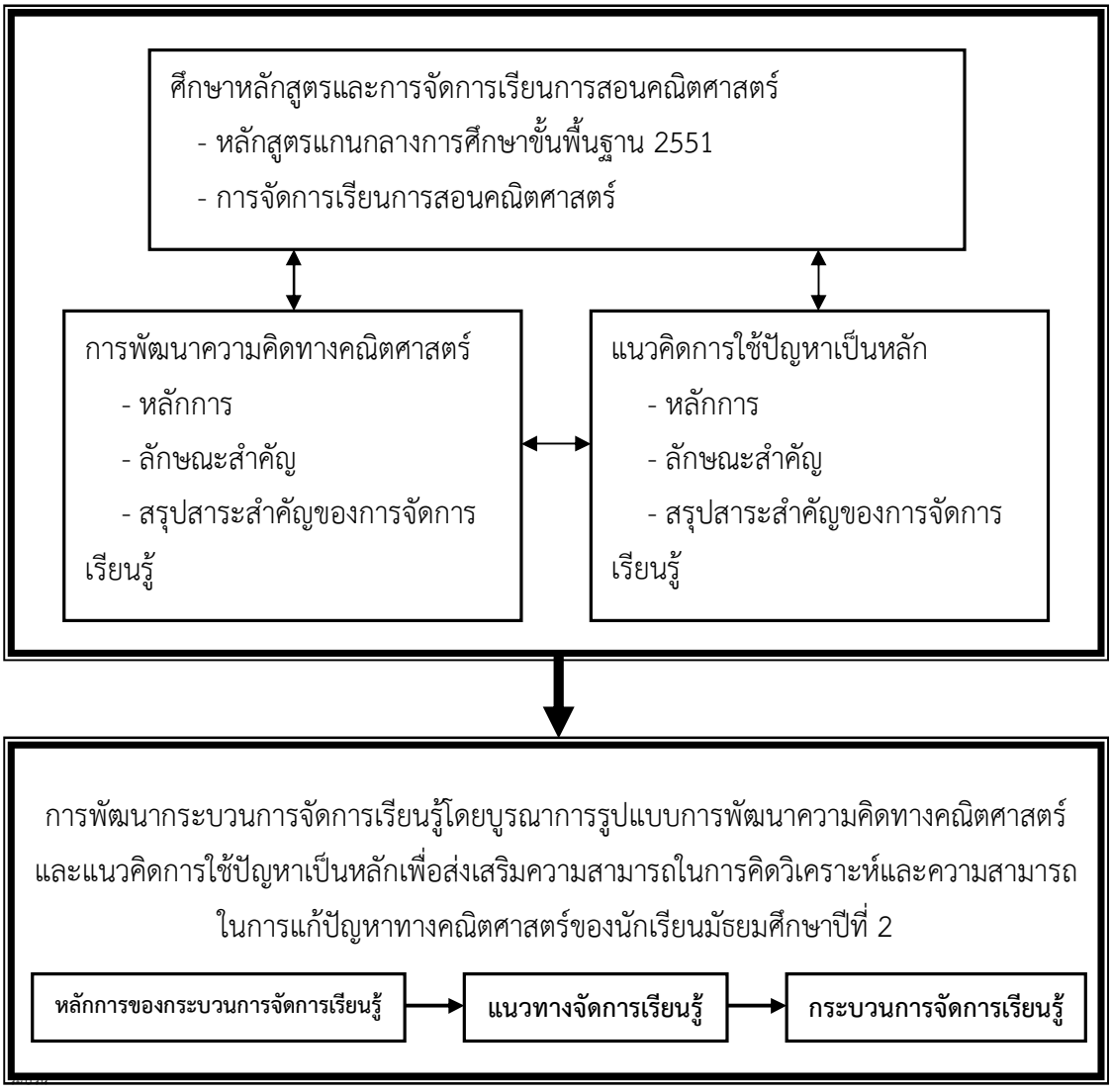
ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยสรุปได้ดังภาพที่ 9



ภาพที่ 9 สรุปขั้นตอนและแผนดำเนินการวิจัย

ขั้นตอนที่ 1 การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้

ในการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก ผู้วิจัยมีแนวทางในการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้สรุปได้ดังภาพที่ 10



ภาพที่ 10 แนวทางในการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้

การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีลำดับในการพัฒนาดังต่อไปนี้

1. การศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในด้านของหลักการ จุดมุ่งหมาย สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน คุณลักษณะอันพึงประสงค์ สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ แนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องตามความมุ่งหวังของหลักสูตร และส่งเสริมให้ผู้เรียนบรรลุตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปผลได้ดังนี้

1.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้เน้นการจัดการศึกษาโดยได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ในการพัฒนาผู้เรียนตามระดับพัฒนาการของผู้เรียน ได้กำหนดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ 6 สาระ ในสาระการเรียนรู้ที่ 1 – 5 เป็นสาระด้านเนื้อหา ซึ่งส่วนใหญ่ยังคงมีเนื้อหาวิชาเช่นเดียวกับหลักสูตรเดิม สำหรับสาระการเรียนรู้ที่ 6 เป็นสาระที่เกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสาระที่เพิ่มจากหลักสูตรเดิมที่เคยใช้ ดังนั้นแสดงให้เห็นว่าทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นสาระที่มีความสำคัญและจำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในยุคปัจจุบันและควรมีควบคู่ไปกับความรู้ทางด้านเนื้อหาวิชา สำหรับเป้าหมายของการจัดการศึกษาของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คือ การพัฒนาปัญญา ให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และมีความสามารถในทักษะการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

1.2 แนวทางการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ หลักการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ สอดคล้องกับวุฒิภาวะ ความสนใจ และความถนัดของผู้เรียน ได้เปิดโอกาสให้ผู้เรียนเรียนรู้จากประสบการณ์จริง จากการฝึกปฏิบัติ ฝึกให้คิด วิเคราะห์ และแก้ปัญหาด้วยตนเอง ได้ศึกษาจากสื่อและเทคโนโลยีต่าง ๆ โดยอิสระ กิจกรรมการเรียนการสอนเป็นการผสมผสานระหว่างเนื้อหาสาระและทักษะ/กระบวนการเข้าด้วยกัน โดยให้ผู้เรียนได้ทั้งเนื้อหาสาระวิชาและเกิดทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ควบคู่ตามไปด้วยกัน

ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้นำเสนอรูปแบบของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้หลากหลายรูปแบบ ได้แก่ การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง การเรียนรู้จากการใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล การเรียนรู้จากการศึกษาค้นคว้า

การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ในการใช้รูปแบบการจัดการเรียนการสอนขึ้นอยู่กับความเหมาะสมทางด้านเนื้อหาและผู้เรียน จากการศึกษารูปแบบของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการนำเสนอการจัดการเรียนการสอนในภาพกว้าง ไม่ได้มีการเน้นเนื้อหาสาระทักษ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ใดที่เฉพาะเจาะจง ฉะนั้นจึงเป็นเหตุผลหนึ่งที่ผู้วิจัยต้องการพัฒนาทางด้านเนื้อหาสาระและทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ยังประสบปัญหาในการเรียนและการสอน

1.3 แนวทางการวัดและประเมินการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นการวัดผลที่ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ด้านทักษะ/กระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ซึ่งสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปีและมาตรฐานการเรียนรู้ที่ได้กำหนดไว้ในหลักสูตรการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ด้านความรู้และทักษะ/กระบวนการ สามารถกำหนดวิธีการและเครื่องมือสำหรับวัดและประเมินผลภายใต้กรอบของจุดประสงค์การเรียนรู้ วิธีการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ด้านความรู้ที่สำคัญ ได้แก่ การสอน การสังเกต การสัมภาษณ์ และการประเมินคุณภาพชิ้นงาน

ผลจากการศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กำหนดสาระการเรียนรู้ไว้ 6 สาระ สาระการเรียนรู้ที่ 1 – 5 เป็นสาระด้านเนื้อหาและสาระการเรียนรู้ที่ 6 เป็นสาระด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยมีเป้าหมายการจัดการศึกษาของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) คือ พัฒนาปัญญาให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และมีความสามารถในทักษะการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และมีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญสอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียน และมีแนวการวัดและประเมินผลที่ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ด้านทักษะ/กระบวนการ และด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

2. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก ดังนี้

2.1 ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาจากเอกสาร ตำราและงานวิจัยต่าง ๆ และนำมาวิเคราะห์หลักการของรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ได้ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ผลการศึกษาวิเคราะห์หลักการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษา	หลักการของรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์
บูรตัน (Burton, 1984: 36)	เป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้เนื้อหาความรู้ที่อยู่ภายใต้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ความคิดทางคณิตศาสตร์จะใช้เมื่อมีการแก้ปัญหาปัญหาที่เหมาะสมในบริบทใด ๆ กับปัญหาที่เหมาะสมกับความคิดทางคณิตศาสตร์เมื่อมันกระตุ้นให้เกิดหรือตอบสนองต่อการใช้งาน
ไฮเด (Hyde, 1991: 29)	เป็นกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการสำคัญ 4 ประการ คือ การให้เหตุผล การสื่อสาร การสังเคราะห์ความคิดและการแก้ปัญหา
กรีนวูด (Greenwood, 1993: 144 – 148)	การทำความเข้าใจรูปแบบ หาจุดรวมของปัญหา รวมทั้งการสร้างวิธีการแก้ปัญหาใหม่ ๆ โดยเน้นการเรียนรู้มากกว่าคำตอบหรือผลลัพธ์
คาตากิริ (Katagiri, 2004: 1 – 3)	เป็นความสามารถในการคิดและตัดสินใจด้วยตนเองในขณะที่ทำการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
คาลิด (Khalid, 2006: 173)	เป็นการประยุกต์ใช้เทคนิควิธีการทางคณิตศาสตร์ ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอน อย่างใดอย่างหนึ่งอย่างชัดเจนหรือโดยบางส่วน มาใช้ในการแก้ปัญหา
ยีป (Yeap, 2006: 2)	เป็นการนำทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนมาใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ที่พบในขณะนั้น

จากตารางที่ 3 ผลการศึกษาวิเคราะห์หลักการของรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า รูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการคิดและตัดสินใจด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยใช้ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนมาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ภายใต้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของฟรายวิลลิก (Fraivillig, 2001: 454 – 459) สรุปได้ว่า รูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง มีลักษณะที่ให้โอกาสนักเรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนส่งเสริมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของ

นักเรียน และช่วยให้เกิดความท้าทายทางความคิดของนักเรียน โดยครูพยายามใช้คำถามให้ผู้เรียนได้คิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ รูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังต่อไปนี้

1) เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงวิธีคิดแก้ปัญหาที่หลากหลาย

2) ให้โอกาสนักเรียนได้พัฒนาความคิด ช่วยให้เกิดความท้าทายในความคิดของนักเรียน

3) ครูคอยใช้คำถามกระตุ้นเพื่อพัฒนาความคิดของนักเรียน

ในการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ผู้วิจัยได้เลือกรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของฟรายวิลลิก (Fraivillig, 2001: 454 – 459) โดยมีส่วนประกอบ 3 ประการดังนี้

- ล้วงความคิด (Elciting) ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงวิธีคิด อธิบายวิธีแก้ปัญหาและวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวของนักเรียนเอง ดังนั้นจึงเน้นที่การเอาคำตอบที่หลากหลาย จากปัญหาหนึ่ง ๆ

- สนับสนุนความคิด (Supporting) ครูส่งเสริมสนับสนุนความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียน ทั้งของคนที่ออกมารายงานแสดงความคิดเห็น คนที่ไม่ได้ออกมารายงานแสดงความคิดเห็น และนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษ

- ขยายความคิด (Extending) ครูขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน และรักษามาตรฐานสิ่งที่คาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน โดยการขยาย/ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา

2.2 ศึกษาเกี่ยวกับแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก โดยศึกษาจากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยต่าง ๆ และนำมาวิเคราะห์หลักการของแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักได้ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 ผลการศึกษาวิเคราะห์หลักการแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก

นักการศึกษา	หลักการของแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก
บาโรว์ และแทมบลิน (Barrows & Tamblyn, 1980: 191 – 192)	- ปัญหาจะถูกเสนอให้กับนักเรียนเป็นอันดับแรกในขั้นตอนการเรียนรู้ - เป็นปัญหาที่เหมือนกับปัญหาที่สามารถพบในชีวิตจริง - นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มในการแก้ปัญหา - เป็นการเรียนรู้ด้วยตนเอง - ความรู้และทักษะจะเกิดหลังจากการแก้ปัญหา - บูรณาการทั้งความรู้ที่มีและทักษะกระบวนการเข้าด้วยกัน

นักการศึกษา	หลักการของแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก
บาโรว์ (Barrows, 1996: 5 – 6)	- ยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลางภายใต้การแนะนำของผู้สอนประจำกลุ่ม - จัดกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย - ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกหรือผู้แนะแนวทาง - ปัญหามุ่งเน้นให้มีการรวบรวมข้อมูลและกระตุ้นการเรียนรู้ - ปัญหาเป็นเครื่องมือสำหรับการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา - ความรู้ใหม่ได้มาโดยผ่านการเรียนรู้ด้วยตนเอง
อีเดนส์ (Edens, 2000: 55 – 56)	- เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง - การเรียนรู้เกิดขึ้นจากกลุ่มการเรียนกลุ่มเล็ก ๆ - ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกหรือแนะแนวทาง - รูปแบบของปัญหาเน้นที่การจัดการและกระตุ้นการเรียนรู้ - ปัญหาเป็นตัวขับเคลื่อนให้เกิดการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา - ข้อมูลใหม่ได้มาจากการเรียนรู้ด้วยตนเอง
ชาง (Zhang, 2002: 30 – 31)	- การแก้ปัญหาที่มีความสัมพันธ์ใกล้เคียงกับชีวิตจริงมากที่สุด - ปัญหาเป็นตัวขับเคลื่อนในการเรียนรู้ - บูรณาการความรู้ศาสตร์ต่าง ๆ และทักษะกระบวนการเข้าด้วยกัน - นักเรียนจะเป็นผู้ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเอง - เป็นการเรียนรู้แบบช่วยเหลือกันเป็นกลุ่ม - เป็นปัญหาที่ยาก ซับซ้อน ไม่ชัดเจน เป็นปัญหาปลายเปิด
สถาบันคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์แห่งอิลลินอยส์ (Illinois Mathematics and Science Academy, 2012)	- ปัญหาที่มีแนวทางในการหาคำตอบหลากหลาย - ปัญหาที่เป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้ - นักเรียนจะถูกจัดให้มีบทบาทเป็นนักแก้ปัญหา - ครูถูกจัดให้มีบทบาทเป็นผู้ให้คำแนะนำและช่วยเหลือ - นั้นนักเรียนจะสร้างความรู้ขึ้นด้วยตนเอง - ประเมินตามสภาพจริง

จากตารางที่ 4 ผลการศึกษาวิเคราะห์หลักการของแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก สรุปได้ดังต่อไปนี้

1. ปัญหาหรือสถานการณ์สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน

2. ปัญหาเป็นจุดเริ่มต้นของกระบวนการเรียนรู้และเป็นตัวกระตุ้นในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาด้วยเหตุผล

3. ปัญหาอาจมีคำตอบหลายคำตอบหรือมีวิธีการในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

4. นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

5. การเรียนรู้จะเกิดขึ้นจากกลุ่มการเรียนกลุ่มเล็ก ๆ ในระหว่างการทำงาน

จากการสรุปหลักการของแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักตามแนวคิดของแทน (Tan, 2002: 27 – 37) ได้เสนอแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนได้เรียนรู้จากการได้สัมผัสและมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา ครูนำเสนอปัญหาที่แปลกใหม่ ท้าทาย และสอดคล้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน โดยครูเป็นผู้แนะนำให้การสนับสนุน ตัวปัญหาจะเป็นจุดตั้งต้นของกระบวนการเรียนรู้และเป็นตัวกระตุ้นต่อไปในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาบนพื้นฐานของเหตุและผล

ในการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ผู้วิจัยได้เลือกกระบวนการจัดการเรียนรู้ของแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักตามแนวคิดของแทน (Tan, 2002: 27 – 37) ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. การพบปัญหา (Meet the problem) ระบุปัญหาที่พบหรือการสร้างปัญหาที่สอดคล้องชีวิตประจำวัน

2. การวิเคราะห์ปัญหาและการเรียนรู้ประเด็นปัญหา (Problem analysis and learning Issue) การระดมสมองและวิเคราะห์ปัญหาที่พบสำหรับการเรียนรู้

3. การค้นพบและการรายงานผล (Discovery and reporting) รายงานสิ่งที่ได้ศึกษาค้นคว้าให้กลุ่มทราบ พร้อมทั้งแบ่งปันข้อมูลที่ได้ไปศึกษามา วิเคราะห์ สังเคราะห์ ทบทวนและประเมินคำตอบที่ได้

4. การนำเสนอคำตอบของปัญหาและสะท้อนผล (solution presentation and reflection) นำเสนอคำตอบของปัญหา เรียนรู้ร่วมกันผ่านการอภิปราย สะท้อนผลและประเมินผล

5. การอธิบายสรุป การบูรณาการ และการประเมินผล (overview, integration and evaluation) ร่วมกันแสดงความคิดเห็น สรุปผล ตกแต่งรายละเอียดของการแก้ปัญหาที่ได้นำเสนอ

3. พัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้

การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามลำดับ ดังนี้

3.1 สร้างหลักการของกระบวนการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยนำผลการวิเคราะห์และสังเคราะห์หลักการของรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักมาสังเคราะห์เป็นหลักการของกระบวนการจัดการเรียนรู้ ดังภาพที่ 11

3.2 การสังเคราะห์หลักการของกระบวนการจัดการเรียนรู้ไปสู่แนวทางจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยนำผลจากหลักการจัดการเรียนรู้มากำหนดเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ ดังภาพที่ 11

3.3 การสังเคราะห์แนวทางจัดการเรียนรู้ไปสู่กระบวนการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยนำแนวทางการจัดการเรียนรู้มากำหนดขั้นตอนกระบวนการจัดการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ดังภาพที่ 11

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่า รูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงวิธีคิดแก้ปัญหาที่หลากหลาย ให้โอกาสผู้เรียนได้พัฒนาความคิด ช่วยให้เกิดความท้าทายในความคิดของนักเรียนและเน้นให้ครูช่วยเหลือนักเรียนให้ทำงานได้สำเร็จมีส่วนประกอบ 3 ประการคือ ล้วงความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิด และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหา โดยสถานการณ์ปัญหามีความเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ทำให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น และต้องการแก้ปัญหา ตัวปัญหาเป็นจุดเริ่มต้นของกระบวนการเรียนรู้และเป็นตัวกระตุ้นต่อไปในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาด้วยเหตุผล ผลการศึกษาดังกล่าวข้างต้น สามารถนำมาพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้สรุปดังภาพที่ 11 ดังนี้

การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้

หลักการของรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงวิธีคิดแก้ปัญหาที่หลากหลาย ให้โอกาสผู้เรียนได้พัฒนาความคิด ช่วยให้เกิดความ ท้าทายในความคิดของนักเรียน และเน้นให้ครูช่วยเหลือนักเรียนให้ทำงานได้สำเร็จ มีส่วนประกอบ 3 ประการ คือ

ล้วงความคิด (Eliciting) ครูกระตุ้นให้นักเรียนแสดงวิธีคิด วิธีแก้ปัญหา
- ล้วงวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายจากปัญหาหนึ่ง ๆ
- รอและฟังคำอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน
- กระตุ้นให้นักเรียนอธิบายและขยายความ
- ใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นเนื้อหาในบทเรียน
- มีทัศนคติที่จะยอมรับคำอธิบาย แนวคิดทั้งที่ถูกและผิดของนักเรียน
- ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันในการแก้ปัญหา
- พิจารณาตัดสินใจเลือกว่านักเรียนคนใดควรมีโอกาสฝึกรายงาน

สนับสนุนความคิด (Supporting) ครูส่งเสริมสนับสนุนความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียน
- กระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกับปัญหาเริ่มต้น
- ให้ความรู้หรือข้อมูลพื้นฐานที่เป็นประโยชน์ต่อนักเรียน
- ให้ความรู้ผ่านการอธิบายตัวอย่างที่ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญหา
- เขียนสัญลักษณ์แทนแต่ละวิธีการแก้ปัญหาบนกระดาน
- ให้ความช่วยเหลือนักเรียนเมื่อต้องการความช่วยเหลือ

ขยายความคิด (Extending) ครูขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน
- คาดหวังให้นักเรียนได้พัฒนาอย่างมีคุณภาพและมีมาตรฐานระดับสูง
- กระตุ้นให้นักเรียนสรุปและอ้างอิงสิ่งที่ค้นพบไปใช้
- สรุปวิธีการแก้ปัญหาบนกระดานเพื่อให้นักเรียนสะท้อนความคิดเกี่ยวกับวิธีแก้ปัญหา
- ส่งเสริมให้นักเรียนแต่ละคนลองใช้วิธีแก้ปัญหาที่เป็นทางเลือกใหม่ ๆ
- ส่งเสริมการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ
- ฝึกฝนให้นักเรียนรักความท้าทาย

หลักการของแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก

ปัญหาหรือสถานการณ์สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน ตัวปัญหาเป็นจุดเริ่มต้นของกระบวนการเรียนรู้และเป็นตัวกระตุ้นในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาด้วยเหตุผล โดยปัญหาอาจมีคำตอบหลายคำตอบหรือมีวิธีการในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้จะเกิดขึ้นจากกลุ่มการเรียนกลุ่มเล็ก ๆ ในระหว่างการทำงาน มีกระบวนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. การพบปัญหา (Meet the problem) ระบุปัญหาที่พบหรือการสร้างปัญหาที่สอดคล้องชีวิตประจำวัน

2. การวิเคราะห์ปัญหาและการเรียนรู้ประเด็นปัญหา (Problem analysis and learning Issue) การระดมสมองและวิเคราะห์ปัญหาที่พบสำหรับการเรียนรู้

3. การค้นพบและการรายงานผล (Discovery and reporting) รายงานสิ่งที่ได้ศึกษาค้นคว้าให้กลุ่มทราบ พร้อมทั้งแบ่งปันข้อมูลที่ได้ไปศึกษามา วิเคราะห์ สังเคราะห์ ทบทวนและประเมินคำตอบที่ได้

4. การนำเสนอคำตอบของปัญหาและสะท้อนผล (solution presentation and reflection) นำเสนอคำตอบของปัญหา เรียนรู้ร่วมกันผ่านการอภิปราย สะท้อนผลและประเมินผล

5. การอธิบายสรุป การบูรณาการ และการประเมินผล (overview, integration and evaluation) ร่วมกันแสดงความคิดเห็น สรุปผล ตกแต่งรายละเอียดของการแก้ปัญหาที่ได้นำเสนอ

หลักการของกระบวนการจัดการเรียนรู้

ใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันเป็นเครื่องมือให้นักเรียนแสดงความคิด เพื่อครูล้วงความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิดอันนำไปสู่การจัดกระบวนการเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา 3 ประการ คือ

การแสดงความคิดจากสถานปัญหาที่กำหนด ใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ให้นักเรียนแสดงความคิด เพื่อครูเสริมต่อความคิดของนักเรียน ซึ่งจะนำไปสู่การวิเคราะห์ปัญหา เพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหา

การดำเนินการแก้ปัญหาและนำเสนอผลการแก้ปัญหา ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา แสดงความรู้เพื่อนำไปสู่การพบคำตอบ โดยครูสนับสนุนและขยายความคิดของนักเรียน ให้นักเรียนอธิบายความคิดจากการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ และสิ่งที่เรียนรู้จากการแก้ปัญหา โดยครูสนับสนุนและขยายความคิดที่นักเรียนอธิบาย

การประเมินเพื่อสะท้อนความคิด การร่วมกันสรุปผลของการแก้ปัญหา ประเมินผลวิธีแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน โดยครูสนับสนุนความคิดของนักเรียน พร้อมทั้งขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา ซึ่งทำให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นและสะท้อนความคิด

แนวทางจัดการเรียนรู้

1. ให้นักเรียนพบปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ ครูให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา แสดงข้อมูลความรู้ที่ได้จากปัญหาหรือข้อมูลความรู้เดิมของนักเรียน โดยการกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิด และสนับสนุนความคิดของนักเรียน

2. การกระตุ้นให้นักเรียนได้วิเคราะห์ปัญหาด้วยตนเองหรือกลุ่มย่อย ล้วงเอาวิธีการที่หลากหลายในการได้มาซึ่งคำตอบ ช่วยให้นักเรียนสามารถค้นพบคำตอบ และสามารถหาวิธีการแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธี นักเรียนร่วมกันวางแนวทางในการศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม และครูคอยส่งเสริมสนับสนุนการแสดงความคิดของนักเรียนและขยายความคิดของนักเรียน

3. นักเรียนตัดสินใจเลือกแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาตามแนวทางที่เลือกไว้ อธิบายความคิดของตนเอง เพื่อหาคำตอบจากปัญหา ซึ่งครูคอยล้วงความคิด สนับสนับสนุนความคิด และขยายความคิดของนักเรียน

4. จัดให้นักเรียนได้นำเสนอข้อค้นพบของคำตอบ โดยร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดหน้าชั้น พร้อมทั้งส่งเสริมสนับสนุนความคิดของนักเรียน และขยายความคิดของนักเรียน

5. ให้นักเรียนสรุปผลและสะท้อนความคิดของการแก้ปัญหาร่วมกัน และนำความรู้ที่ได้รับจากการแก้ปัญหา ไปสู่การแก้ปัญหาใหม่ที่มีประสิทธิภาพ

6. ยกตัวอย่างสถานการณ์ใหม่ให้นักเรียนฝึกลงมือปฏิบัติ ค้นหาและทดลองหาวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบ และส่งเสริมให้นักเรียนลองใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เป็นทางเลือกใหม่ ๆ

กระบวนการจัดการเรียนรู้

ใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันเป็นเครื่องมือให้นักเรียนแสดงความคิด เพื่อครูล้วงความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิดอันนำไปสู่การจัดกระบวนการเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 1 การแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา กำหนดปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ครูต้องเชื่อมโยงปัญหากับความรู้หรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญและคุณค่าของปัญหานั้น โดยครูล้วงความคิดของนักเรียนจากปัญหา พร้อมทั้งสนับสนุนความคิดความเข้าใจของนักเรียน

ขั้นที่ 2 การขยายความคิดเพื่อวิเคราะห์ปัญหา ล้วงความคิดด้วยการกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและเหมาะสม วางแผน ค้นหาคำตอบ เก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด พร้อมทั้งครูสนับสนุนความคิดเพื่อหาวิธีการที่ได้คำตอบ และสนับสนุนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน

ขั้นที่ 3 การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด ให้นักเรียนนำเสนอความคิดจากวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ รวมถึงข้อค้นพบ และสิ่งที่เรียนรู้ พร้อมทั้งครูเพิ่มเติมรายละเอียดในบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง โดยครูจะต้องสนับสนุนความคิดและขยายความคิดจากข้อค้นพบและสิ่งที่นักเรียนร่วมกันอภิปราย

ขั้นที่ 4 การหาข้อสรุปและสะท้อนความคิด กระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันประเมินวิธีการที่ได้คำตอบ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนสามารถสะท้อนความคิดในวิธีการแก้ปัญหา จากนั้นขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา และนำไปสู่การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

- ความสามารถในการคิดวิเคราะห์
- ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 11 การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก

จากการสังเคราะห์แนวทางจัดการเรียนรู้ไปสู่กระบวนการจัดการเรียนรู้ แสดงรายละเอียดของกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา กำหนดปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ครูต้องเชื่อมโยงปัญหากับความรู้หรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญและคุณค่าของปัญหานั้น โดยครูล้วงความคิดของนักเรียนจากปัญหา พร้อมทั้งสนับสนุนความคิดความเข้าใจของนักเรียน

ขั้นที่ 2 การขยายความคิดเพื่อวิเคราะห์ปัญหา ล้วงความคิดด้วยการกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและเหมาะสม วางแผน ค้นหาคำตอบ เก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด พร้อมทั้งครูสนับสนุนความคิดเพื่อหาวิธีการที่ได้คำตอบ และสนับสนุนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน

ขั้นที่ 3 การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด ให้นักเรียนนำเสนอความคิดจากวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ รวมถึงข้อค้นพบ และสิ่งที่เรียนรู้ พร้อมทั้งครูเพิ่มเติมรายละเอียดในบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง โดยครูจะต้องสนับสนุนความคิดและขยายความคิดจากข้อค้นพบและสิ่งที่นักเรียนร่วมกันอภิปราย

ขั้นที่ 4 การหาข้อสรุปและสะท้อนความคิด กระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันประเมินวิธีการที่ได้คำตอบ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนสามารถสะท้อนความคิดในวิธีการแก้ปัญหา จากนั้นขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาและนำไปสู่การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

จากนั้นผู้วิจัยทำการวิเคราะห์บทบาทผู้สอนและบทบาทผู้เรียนของกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 บทบาทของครูและนักเรียนในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการจัดการเรียนรู้

ขั้นตอนกระบวนการจัดการเรียนรู้	บาทบาทครู	บทบาทนักเรียน
ขั้นที่ 1 การแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา กำหนดปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน หรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ครูต้องเชื่อมโยงปัญหากับความรู้หรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญและคุณค่าของปัญหานั้น โดยครูล้วงความคิดของนักเรียนจากปัญหา พร้อมทั้งสนับสนุนความคิดความเข้าใจของนักเรียน	- กำหนดสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน หรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ - ต้องเชื่อมโยงปัญหากับความรู้หรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญและคุณค่าของปัญหา - ล้วงความคิดของนักเรียนจากประเด็นปัญหา - สนับสนุนความคิดความเข้าใจของนักเรียน - ขยายความคิดของนักเรียนจากความคิดของนักเรียน	- ทำความเข้าใจปัญหา - จัดลำดับความคิดของตนเองจากประเด็นปัญหา - นึกถึงสถานการณ์ปัญหาที่คล้ายคลึงกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด - ฝึกอธิบายหรือแสดงวิธีคิด - มีส่วนร่วมในห้องเรียนโดยแสดงความคิดเห็น
ขั้นที่ 2 การขยายความคิดเพื่อวิเคราะห์ปัญหา ล้วงความคิดด้วยการกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและเหมาะสม วางแผน ค้นหาคำตอบ เก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด พร้อมทั้งครูสนับสนุนความคิดเพื่อหาวิธีการที่ได้คำตอบ และสนับสนุนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน	- กระตุ้นให้นักเรียนแสดงความรู้ ข้อมูลหรือความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และอาจเป็นข้อมูลจากความรู้เดิมของนักเรียนหรือข้อมูลที่ได้จากการระดมสมองภายในกลุ่ม เพื่อเป็นข้อมูลที่ใช้ในการตัดสินใจแก้ปัญหา - ล้วงความคิดของนักเรียนจากประเด็นปัญหา - สนับสนุนความคิดความเข้าใจของนักเรียน - ขยายความคิดของนักเรียนจากความความคิดของนักเรียน	- ระดมสมองวิเคราะห์ข้อมูลเป็นกลุ่มย่อย จากประเด็นปัญหา - กำหนดแนวทางที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา - ฝึกอธิบายหรือแสดงวิธีคิด - มีส่วนร่วมในห้องเรียนโดยแสดงความคิดเห็น

ขั้นตอนกระบวนการจัดการเรียนรู้	บาทบาทครู	บทบาทนักเรียน
ขั้นที่ 3 การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด ให้นักเรียนนำเสนอความคิดจากวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ รวมถึงข้อค้นพบ และสิ่งที่เรียนรู้ พร้อมทั้งครูเพิ่มเติมรายละเอียดในบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง โดยครูจะต้องสนับสนุนความคิดและขยายความคิดจากข้อค้นพบและสิ่งที่นักเรียนร่วมกันอภิปราย	- ให้ความรู้ผ่านการอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน - เพิ่มเติมรายละเอียดในบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง - สนับสนุนความคิดและขยายความคิดจากข้อค้นพบและสิ่งที่นักเรียนร่วมกันอภิปราย	- แสดงความคิดอย่างเป็นอิสระในการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มผ่านการอภิปรายให้เพื่อนทราบ
ขั้นที่ 4 การหาข้อสรุปและสะท้อนความคิด กระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันประเมินวิธีการที่ได้คำตอบ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนสามารถสะท้อนความคิดในวิธีการแก้ปัญหา จากนั้นขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา และนำไปสู่การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ	- กระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันประเมินวิธีการที่ได้คำตอบเพื่อให้นักเรียนสามารถสะท้อนความคิดในวิธีการแก้ปัญหา - ขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา และนำไปสู่การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ - สนับสนุนความคิดและขยายความคิดของนักเรียนจากความความคิดของนักเรียน	- นักเรียนร่วมกันระดมสมองประเมินวิธีที่ได้คำตอบของกลุ่มเพื่อนเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา - มีส่วนร่วมในการอภิปรายและถกเถียงเพื่อยืนยันข้อสรุปที่สร้างไว้ - นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากการเรียนรู้ไปใช้ฝึกทักษะและแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

4. ตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้

ในการตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยนำเสนอเป็น 2 ส่วน ดังนี้

4.1 การตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยผู้ทรงคุณวุฒิ นำกระบวนการจัดการเรียนรู้และแผนการจัดการเรียนรู้ขึ้นที่พัฒนาไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิทางด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน (รายชื่อในภาคผนวก ก หน้า 210) ประเมินความเหมาะสมเกี่ยวกับแนวคิดพื้นฐานในการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ องค์ประกอบของกระบวนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย หลักการการจัดการเรียนรู้ แนวทางจัดการเรียนรู้ กรระบวนการจัดการเรียนรู้ และตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น โดยใช้แบบประเมินรูปแบบการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งข้อมูลที่ได้จากการประเมินนำมาวิเคราะห์คำตอบจากผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน มาแปลงเป็นคะแนน ดังนี้

มีความคิดเห็นว่า เหมาะสมดี ให้คะแนนเป็น 3
มีความคิดเห็นว่า เหมาะสมปานกลาง ให้คะแนนเป็น 2
มีความคิดเห็นว่า ยังต้องปรับปรุง ให้คะแนนเป็น 1

หลังจากนั้น คำนวณค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของผู้ทรงคุณวุฒิ โดยปรับเทียบกับเกณฑ์การแปลความหมายโดยใช้ค่าเฉลี่ยของ บุญชม ศรีสะอาด (2546) ดังนี้

2.51 – 3.00 หมายถึง เหมาะสมดี
1.51 – 2.50 หมายถึง เหมาะสมปานกลาง
1.00 – 1.50 หมายถึง ยังต้องปรับปรุง

กำหนดเกณฑ์ค่าเฉลี่ยของความเหมาะสมของกระบวนการจัดการเรียนรู้ และแผนการจัดการเรียนรู้ ถ้าค่าเฉลี่ยของผู้ทรงคุณวุฒิ มีค่าตั้งแต่ 2.51 ขึ้นไป ถือว่ากระบวนการจัดการเรียนรู้และแผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมดี

ผลการตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้ และแผนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้ทรงคุณวุฒิพบว่า อยู่ในระดับเหมาะสมดี ค่าเฉลี่ย 2.67 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน .28

4.2 การทดลองใช้แผนการจัดการเรียนรู้ นำแผนการจัดการเรียนรู้ โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 และได้ปรับปรุงแก้ไขตามข้อแนะนำเพิ่มเติมของผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วไปทดลองสอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเดชะปัตนยานุกูล ที่ไม่ใช่กลุ่มทดลอง และมีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 2 คาบ เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้สำหรับการนำไปสอนในสภาพการเรียนการสอนจริง

5. แก้ไขปรับปรุงกระบวนการจัดการเรียนรู้

ตามที่ผู้วิจัยนำกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นให้ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบด้านคุณภาพเกี่ยวกับแนวคิดพื้นฐานในการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ องค์ประกอบของกระบวนการจัดการเรียนรู้ และแผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น จากผลการนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นไปดำเนินการสอนกับนักเรียนที่มีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่ม

ตัวอย่าง และจากผู้ทรงคุณวุฒิ ได้นำผลจากการทดลองใช้แผนการจัดการเรียนรู้มาพิจารณา และให้ข้อเสนอแนะในการแก้ไขปรับปรุงกระบวนการจัดการเรียนรู้

1) ในส่วนของหลักการ/ทฤษฎีที่ใช้เป็นพื้นฐานในการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ควรเพิ่มแนวทางในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

2) แผนการจัดการเรียนรู้ควรระบุกิจกรรมให้ชัดเจน

3) ควรเขียนจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ระบุให้เห็นชัดเจนถึงการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนดังที่ปรากฏในแนวทางการจัดการเรียนรู้

4) ใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นวิธีการของโพลยา ไม่แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถหาวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย ควรออกแบบให้นักเรียนสามารถแสดงความคิดได้หลากหลายได้มากขึ้น

ขั้นตอนที่ 2 การทดลองใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ได้พัฒนาขึ้น

1. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยมีแบบแผนการทดลองปรากฏดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 แสดงแบบแผนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- การคิดวิเคราะห์ - การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	X	- การคิดวิเคราะห์ - การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
C	- การคิดวิเคราะห์ - การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	~X	- การคิดวิเคราะห์ - การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

C แทน กลุ่มควบคุม

X แทน กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

2. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 15 จังหวัดปัตตานี สำนักคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Selection) เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานมัธยมศึกษา เขต 15 จังหวัดปัตตานี สำนักคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

โรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล มีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 13 ห้องเรียน รวมทั้งสิ้น 582 คน แบ่งเป็นห้องเรียนโครงการจัดการเรียนการสอนตามหลักสูตรกระทรวงศึกษาธิการเป็นภาษาอังกฤษ (English Program) 2 ห้องเรียน โดยผู้วิจัยนำคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ของนักเรียนทั้ง 13 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) แล้วผู้วิจัยเลือกห้องที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2 ห้อง คือ ห้อง ม.2/1 และ ม.2/2 ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 13.33 และ 12.51 ตามลำดับ นำค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนน ด้วยค่าที (t – test) เพื่อดูว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ว่ามีความแตกต่างกันหรือไม่ พบว่าคะแนนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน (รายละเอียดตามภาคผนวก จ หน้า 276)

หลังจากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้อง ทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบจากการทำแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของห้อง ม.2/1 และห้อง ม.2/2 เท่ากับ 12.28 และ 11.03 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จึงทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ด้วยค่าที (t – test) พบว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ก่อนเรียนใกล้เคียงกัน จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้อง ทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของห้อง ม.2/1 และห้อง ม.2/2 เท่ากับ 20.93 และ 20.64 ตามลำดับ นำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จึงทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยค่าที (t – test) พบว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนใกล้เคียงกัน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก จ หน้า 276)

จากนั้นผู้วิจัยได้จับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่านักเรียนห้อง ม. 2/1 เป็นกลุ่มทดลอง ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก และนักเรียนห้อง ม.2/2 เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. การพัฒนาเครื่องที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งเป็น 2 ชนิดคือ

3.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

3.1.1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก

3.1.2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

3.2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

3.2.1 แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์

3.2.2 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักสำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ซึ่งครอบคลุมสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 7 แผน เป็นเวลา 5 สัปดาห์

3.1.1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก ผู้วิจัยดำเนินการสร้างดังนี้

1) ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี ที่เกี่ยวข้องกับแผนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2) ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล ที่พัฒนาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล แล้วแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

4) วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลองในหัวข้อเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

5) เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 7 แผน 14 คาบ โดยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละแผนระบุรายละเอียดหัวข้อเรื่อง มาตรฐานการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้น คือ การแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา การขยายความคิดเพื่อวิเคราะห์ปัญหา การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด การหาข้อสรุปและสะท้อนความคิด สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล บันทึกหลังการสอน

6) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ควรเขียนอธิบายการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมให้แตกต่างกันอย่างชัดเจน

ข. คำถามที่ใช้กระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิด ควรสร้างคำถามให้แตกต่างจากกลุ่มทดลอง

ค. ไม่ควรเขียนข้อความคำอธิบายในกิจกรรมการเรียนรู้มากเกินไป ควรจะใส่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้มากกว่านี้

ง. ในส่วนของสถานการณ์ปัญหาควรสร้างสถานการณ์ปัญหาให้สั้นลง ใช้ข้อความให้มีความกระชับ อ่านแล้วเข้าใจง่าย และจูงใจให้นักเรียนอยากแก้ปัญหา

7) นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การนำไปใช้ (ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน) ไปทดลองสอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล จังหวัดปัตตานี ที่ไม่ใช่กลุ่ม

ตัวอย่าง จำนวน 2 คาบ 1 ห้องเรียน เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ในการนำไปใช้และใช้ข้อมูลในการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ให้มีคุณภาพมากขึ้น ได้ข้อมูลดังนี้

7.1) ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า

7.1.1) นักเรียนสามารถปฏิบัติกิจกรรมที่จัดไว้ไม่เป็นไปตามแผนที่กำหนดเล็กน้อย เนื่องจากนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการถูกครูกระตุ้นใช้คำถามให้นักเรียนคิด นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการคิด ดังนั้นในการนำไปทดลองใช้จริงครูต้องฝึกนักเรียนให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดการเรียนการสอน และกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความคิดอยู่ตลอดเวลา

7.1.2) พฤติกรรมการเรียนของนักเรียน นักเรียนไม่ค่อยแสดงความคิดเห็นแลกเปลี่ยนความคิด คอยดูจากคนที่ทำเสร็จก่อน ส่วนนักเรียนที่กล้าแสดงออกจะตั้งใจเรียนกล้าแสดงความคิดกับครูและเพื่อน ๆ และซักถามเมื่อตนมีข้อสงสัย

7.1.3) นักเรียนไม่คุ้นเคยกับการแสดงความคิด คุ้นเคยกับการสอนแบบบรรยายที่ครูคอยให้ความรู้อยู่ตลอดเวลา

7.2) ด้านเวลาที่ใช้ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่าการดำเนินการสอนตามขั้นตอนหลักเป็นตามแผนที่กำหนดกับนักเรียนส่วนใหญ่ มีเพียงนักเรียนบางส่วนที่ไม่สามารถทำงานตามเวลาที่กำหนดไว้ เพราะใช้เวลาในการหาคำตอบค่อนข้างมากเนื่องจากขาดความมั่นใจ

8) นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มทดลอง (รายละเอียดดังแสดงภาคผนวก ง หน้า 251)

3.1.2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ผู้วิจัยดำเนินการสร้าง ดังนี้

1) ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล ที่พัฒนาตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล แล้วแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

3) วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลองในหัวข้อเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

4) เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 7 แผน 14 คาบ โดยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละแผนระบุรายละเอียดข้อข้อเรื่อง มาตรฐานการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล บันทึกหลังการสอน

5) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข ซึ่งมีข้อแนะนำที่ต้องปรับปรุงแก้ไข เช่น ควรเขียนอธิบายการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมให้แตกต่างกันอย่างชัดเจน

6) นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มควบคุม (รายละเอียดดังแสดงภาคผนวก ง หน้า 251)

ตารางที่ 7 แสดงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แผนการเรียนรู้ที่	คาบที่	สาระการเรียนรู้
1	1 – 2	ทบทวนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2 – 3	3 – 6	ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน
4 – 5	7 – 10	ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ
6 – 7	11 – 14	ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว

ตารางที่ 8 การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก)	**กลุ่มควบคุม (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
ขั้นนำ **ขั้นที่ 1 การแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา** กำหนดปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ครูต้องเชื่อมโยงปัญหากับความรู้เดิมหรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญและคุณค่าของปัญหานั้น โดยครูล้วงความคิดของนักเรียนจากปัญหา เพื่อให้นักเรียนเกิดความท้าทายในความคิด	**ขั้นนำ** ครูนำเข้าสู่บทเรียนด้วยกิจกรรมต่าง ๆ อาจจะเป็นการสนทนา หรือทบทวนเนื้อหาในสิ่งที่นักเรียนได้เรียนผ่านมาแล้วที่เป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนเนื้อหาใหม่ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจและพร้อมที่จะเรียน โดยครูจัดประสบการณ์ หรือสถานการณ์ที่หลากหลายในการเชื่อมโยงเนื้อหาใหม่ที่เป็นประเด็นปัญหาที่น่าสนใจ และใช้คำถาม

กลุ่มทดลอง (กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก)	**กลุ่มควบคุม (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
พร้อมทั้งสนับสนุนความคิดความเข้าใจของนักเรียน ดังนี้ - ครูสนทนาเกี่ยวกับชีวิตประจำวันของนักเรียนที่สอดคล้องกับปัญหาที่ครูจะนำเสนอในคาบ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ - ครูกำหนดสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ครูต้องเชื่อมโยงปัญหากับความรู้หรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญและคุณค่าของปัญหานั้น โดยครูล้วงความคิดของนักเรียนจากประเด็นปัญหา พร้อมทั้งสนับสนุนความคิดความเข้าใจของนักเรียน - ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงปัญหากับความรู้หรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน โดยให้นักเรียนตอบคำถามเป็นรายคน หรือ รายกลุ่ม ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาและเชื่อมโยงเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหากับชีวิตประจำวัน - ครูสังเกตการตอบคำถามและการมีส่วนร่วมของนักเรียนว่ามีความรู้พอเพื่อที่จะนำไปใช้ต่อหรือไม่ ถ้าพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหาครูต้องให้ความรู้หรือข้อมูลพื้นฐานที่จะเป็นประโยชน์ต่อนักเรียน - ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้อธิบายและขยายความองค์ประกอบของปัญหาที่กำหนด ค้นคว้า แสวงหาข้อมูล และตัดสินใจแก้ปัญหา	ประกอบ - ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบความรู้เดิม หรือพื้นฐานเดิมเกี่ยวกับสิ่งจะศึกษา โดยให้นักเรียนตอบคำถามเป็นรายคน หรือเป็นกลุ่ม - ครูสังเกตการตอบคำถามของนักเรียนแต่ละคนว่ามีความรู้พื้นฐานเพียงพอเพื่อที่จะนำไปใช้ต่อไปได้หรือไม่ ถ้าพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดความรู้พื้นฐาน ครูต้องทบทวนเนื้อหาให้นักเรียนก่อนที่จะเริ่มเรียนในเนื้อหาใหม่

กลุ่มทดลอง (กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก)	**กลุ่มควบคุม (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
- ครูให้เวลานักเรียนได้แสงความคิด ความรู้ที่มี และรอฟังคำอธิบายคำตอบจากนักเรียน - ครูใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นการสอนเนื้อหาตามบทเรียน - ครูมีทัศนคติที่จะยอมรับคำอธิบายแนวคิดทั้งที่ถูกและผิดของนักเรียน - ครูให้กำลังใจส่งเสริมนักเรียนในการแก้ปัญหาร่วมกันพร้อมทั้งครู สนับสนุนความคิดความเข้าใจของนักเรียน	
ขั้นสอน **ขั้นที่ 2 การขยายความคิดเพื่อวิเคราะห์ปัญหา** ล้วงความคิดด้วยการกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายและเหมาะสม วางแผน ค้นหาคำตอบ เก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด ให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความรู้ วิธีคิด พร้อมทั้งครูสนับสนุนความคิดเพื่อหาวิธีการที่ได้คำตอบ และสนับสนุนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน ดังนี้ - นักเรียนระดมสมองวิเคราะห์ข้อมูลเป็นกลุ่มย่อยจากประเด็นปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา - ครูกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความรู้ ข้อมูลหรือความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และอาจเป็นข้อมูลจากความรู้เดิมของนักเรียนหรือข้อมูลที่ได้จากการระดมสมองภายในกลุ่ม เพื่อเป็นข้อมูลที่ใช้ในการตัดสินใจแก้ปัญหา	**ขั้นสอน** - ครูดำเนินกิจการการเรียนรู้เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ของการเรียนในแต่ละคาบ โดยสอนให้นักเรียนเข้าใจในกฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎีบท ครูอธิบายประกอบการยกตัวอย่างซึ่งดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตามคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ โดยผู้วิจัยเขียนรายละเอียดขั้นตอน ดังนี้ - ครูใช้แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลายเพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจในเนื้อหาความรู้มากยิ่งขึ้น - ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ทดลอง ค้นคว้า เพื่อให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาที่เรียนและมีทักษะในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง

กลุ่มทดลอง (กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก)	**กลุ่มควบคุม (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
- ในระหว่างที่นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ปัญหา ครูอาจใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนทุกคนมีส่วน ร่วมในการหาวิธีการแก้ปัญหา - ครูให้เวลานักเรียนได้วิเคราะห์วิธีการแก้ปัญหาภายในกลุ่ม กระตุ้นให้นักเรียนได้อธิบายและขยายความจากสิ่งที่นักเรียนได้วิเคราะห์ปัญหาให้กลุ่มทราบ - ครูให้กำลังใจส่งเสริมนักเรียนในการแก้ปัญหาร่วมกันพร้อมทั้งสนับสนุนความคิดของนักเรียนในการหาวิธีที่ได้มาซึ่งคำตอบ และสนับสนุนความคิดของนักเรียนในการร่วมกันดำเนินการแก้ปัญหา	- ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเป็นกลุ่มเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันในเรื่องที่ศึกษา โดยใช้การถามตอบเพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนเข้าใจปัญหาและสามารถคิดวิธีการหาคำตอบได้ด้วยวิธีการของตนเอง และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในสิ่งที่ไม่เข้าใจ คอยกำกับ ควบคุมการทำงานของนักเรียนอย่างใกล้ชิด - ครูใช้การสาธิตหรือการถามตอบประกอบการอธิบายเพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของสิ่งที่เรียนรู้ - ครูให้นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดในการหาคำตอบที่ได้เพื่อแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน หรืออาจให้นักเรียนออกมาอธิบายเป็นรายบุคคล โดยเปิดโอกาสให้ผู้อื่นซักถาม แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับวิธีในการหาคำตอบของตนเอง และช่วยกันเฉลยคำตอบที่ ถูกต้อง
ขั้นที่ 3 การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด ให้นักเรียนนำเสนอความคิดจากวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ รวมถึงข้อค้นพบ และสิ่งที่เรียนรู้ พร้อมทั้งครูเพิ่มเติมรายละเอียดในบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง โดยครูจะต้องสนับสนุนความคิดและขยายความคิดจากข้อค้นพบและสิ่งที่นักเรียนร่วมกันอภิปราย ดังนี้ - ครูให้นักเรียนเขียนวิธีการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่มบนกระดานเพื่อเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่ม - ให้นักเรียนแสดงความคิดอย่างเป็นอิสระในการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มผ่านการอภิปรายให้เพื่อนทราบ โดยครูสนับสนุนความคิดของนักเรียนและขยายความคิดของนักเรียนในการดำเนินการแก้ปัญหา	

กลุ่มทดลอง (กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก)	กลุ่มควบคุม (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
- ครูให้ความรู้ผ่านการอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน	
ขั้นสรุป **ขั้นที่ 4 การหาข้อสรุปและสะท้อนความคิด** กระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันประเมินวิธีการที่ได้คำตอบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนสามารถสะท้อนความคิดในวิธีการแก้ปัญหา จากนั้นขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา และนำไปสู่การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ ดังนี้ **-** ครูกระตุ้นให้นักเรียนสรุปและสะท้อนสิ่งที่ค้นพบจากการแก้ปัญหาบนกระดาน เพื่อให้นักเรียนสามารถประเมินวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน และนำไปสู่การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ - ครูปรับเปลี่ยนเงื่อนไขของปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา เพื่อขยายความคิดของนักเรียนและนักเรียนสามารถสะท้อนความคิดเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา **-** ครูกระตุ้นให้นักเรียนสรุปและอ้างอิงสิ่งที่ค้นพบจากการแก้ปัญหาบนกระดานไปใช้ - ครูปลูกฝังให้นักเรียนรักความท้าทายและมีความพยายามในการเรียนรู้	**ขั้นสรุป** **-** ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและมโนทัศน์ที่ได้จากบทเรียน ให้คำถาม/ปัญหาที่กระตุ้นนักเรียนในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สถานการณ์การแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน - ครูให้นักเรียนร่วมกันเชื่อมโยงความรู้ในสิ่งที่เรียนรู้กับสิ่งที่นักเรียนพบเห็นได้ในชีวิตจริง - ครูให้นักเรียนทำเอกสารแบบฝึกหัดเสริมและแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนเพิ่มเติมเพื่อเพิ่มความเข้าใจในเรื่องที่เรียนและนักเรียนเกิดการเรียนรู้มากขึ้น

3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

3.2.1 แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ มีดังนี้

- แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ฉบับก่อนเรียน) ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

- แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ฉบับหลังเรียน)

ซึ่งแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทั้งสองฉบับ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

1) ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2) ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์

3) กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ โดยมีแนวทางในการสร้างแบบวัดตามแนวคิดของวิลสัน (Wilson, 1971: 645-696) ซึ่งมี 5 ด้าน คือ

3.1) ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Ability to solve nonrortine problems) ความสามารถแสดงการถ่ายโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาไปสู่เนื้อหาใหม่ ซึ่งนักเรียนต้องแยกปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ และสำรวจสิ่งที่สามารถเรียนรู้เกี่ยวกับแต่ละส่วน เป็นการจัดระบบองค์ประกอบของปัญหา เพื่อที่กำหนดแนวทางใหม่ในการตัดสินใจแก้ปัญหา

3.2) ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ใหม่ มากกว่าการตระหนักใช้ความสัมพันธ์ที่คุ้นเคยในข้อมูลปัญหาใหม่

3.3) ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to construct proofs) ความสามารถในการพิสูจน์ด้วยตนเอง โดยจะต้องอาศัยบทนิยามและทฤษฎีต่าง ๆ เข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา

3.4) ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) ความสามารถวิพากษ์วิจารณ์ พิสูจน์ เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่เป็นความสามารถที่ยุ่งยากซับซ้อนกว่าการเขียนพิสูจน์ เพราะจะต้องใช้เหตุผลว่าการพิสูจน์นั้นถูกต้องหรือไม่ มีขั้นตอนใดผิดพลาดใดบ้าง

3.5) ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to formulate and validate generalization) ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์และเขียนพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่ค้นพบ

4) สร้างตารางกำหนดโครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทั้งสองฉบับ

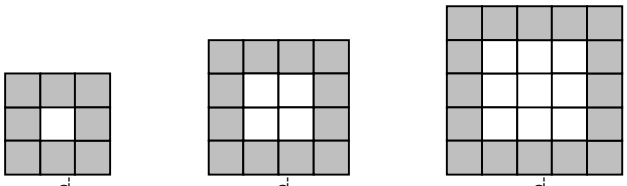
5) สร้างแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทั้งสองฉบับ ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ เพื่อใช้จริงจำนวน 25 ข้อ โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนน คือ คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

6) นำแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทั้งสองฉบับที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน (รายชื่อในภาคผนวก ก หน้า 210) ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษาของคำถาม และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมซึ่งมีประเด็นที่ต้องแก้ไขดังนี้

ก. คำถามและตัวเลือกในบางข้อไม่สอดคล้องกัน ควรแก้ไขตัวเลือกและคำถามให้มีความเหมาะสม และสอดคล้องกับคำตอบ ตัวอย่างเช่น

โจทย์เดิม

1. ตาอินกำลังตัดสินใจว่าจะปลูกต้นยางพาราดังแบบรูป ตารางเมตรละ 1 ต้น คือ ปลูกเป็นรั้วตามพื้นที่ ▒ หรือปลูกในพื้นที่ □ ถ้าตาอินมีพื้นที่ 64 ตารางเมตร และมีต้นยางพารา 67 ต้น ตาอินควรจะปลูกยางพาราในพื้นที่ใด จึงจะปลูกต้นยางพาราได้เต็มพื้นที่พอดี และเหลือต้นยางพารากี่ต้น



รูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3

ก. ปลูกในพื้นที่ □ และเหลือต้นยางพาพารา 3 ต้น

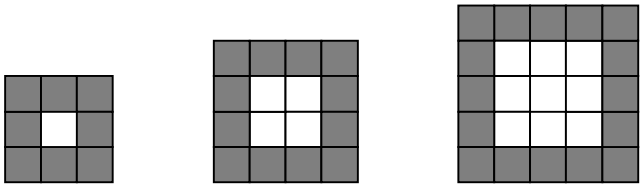
ข. ปลูกในพื้นที่ □ และเหลือต้นยางพาพารา 7 ต้น

ค. ปลูกในพื้นที่ ▒ และเหลือต้นยางพาพารา 3 ต้น

ง. ปลูกในพื้นที่ ▒ และเหลือต้นยางพาพารา 7 ต้น

แก้ไขเป็น

1. ตาอินกำลังตัดสินใจว่าจะปลูกต้นยางพาราดังแบบรูป ตารางเมตรละ 1 ต้น คือ ปลูกเป็นรั้วตามพื้นที่ ▒ หรือปลูกในพื้นที่ □ ถ้าตาอินมีพื้นที่ 64 ตารางเมตร และมีต้นยางพารา 35 ต้น ตาอินควรจะปลูกยางพาราในพื้นที่ใด จึงจะปลูกต้นยางพาราได้เต็มพื้นที่พอดี และเหลือต้นยางพารากี่ต้น



รูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3

ก. ปลูกในพื้นที่ □ และเหลือต้นยางพารา 1 ต้น
ข. ปลูกในพื้นที่ □ และเหลือต้นยางพารา 7 ต้น
ค. ปลูกในพื้นที่ ■ และเหลือต้นยางพารา 1 ต้น
ง. ปลูกในพื้นที่ ■ และเหลือต้นยางพารา 7 ต้น

ข. ควรปรับปรุงภาษาของคำถามในบางข้อ ให้กระชับและเหมาะสมกับคำตอบ ตัวอย่างเช่น

โจทย์เดิม

7. ถ้ากำหนดจำนวน a และ b ต่างเป็นจำนวนเต็มบวกสามจำนวนที่เรียงต่อกัน โดยที่ a มากกว่า b และ b มากกว่า c พิจารณาสิ่งที่กำหนดให้ข้อใดเป็นจริง

(1) b + 3 มากกว่า a + 3

(2) b + 5 เท่ากับ a + 6

ก. (1) เท่านั้น ข. (2) เท่านั้น
ค. ผิดทั้งสองข้อ ง. ถูกทั้งสองข้อ

แก้ไขเป็น

7. ถ้ากำหนดจำนวน a และ b ต่างเป็นจำนวนเต็มบวกสองจำนวนที่เรียงต่อกัน พิจารณาสิ่งที่กำหนดให้ข้อใดเป็นจริง

ค. ควรเพิ่มเงื่อนไขในคำถามให้สมบูรณ์ เพื่อให้มีคำตอบในตัวเลือกเพียงคำตอบเดียว ตัวอย่างเช่น

โจทย์เดิม

17. จาก ac = b ดำเนินการพิสูจน์ทำให้สรุปได้ว่า a = b การดำเนินการดังกล่าวมีข้อผิดพลาดข้อใด

(1) ac = b

(2) $ac \times \frac{1}{c} = b \times \frac{1}{c}$

(3) a = b

(4) b = a

ก. (1) คือ สมการจากโจทย์

ข. (2) เพราะ c อาจจะมีค่าเท่ากับ 0

ค. (3) เพราะ ได้มาจากสมบัติการคูณจากข้อ (2)

ง. (4) เพราะ ใช้สมบัติการสมมาตร

แก้ไขเป็น

17. จาก ac = b และ $a, b, c \neq 0$ ดำเนินการพิสูจน์ทำให้สรุปได้ว่า a = b การดำเนินการดังกล่าวมีข้อผิดพลาดข้อใด

ง. ควรเพิ่มคำถามให้ครบ นักเรียนจะได้มีแนวทางในการหาคำตอบได้

ตัวอย่างเช่น

โจทย์เดิม

19. มานีขายนาฬิกาเรือนหนึ่งเป็นเงิน 1,012 บาท ขาดทุน 8%

แบบที่ 1 ให้มานีซื้อนาฬิกามา x บาท มานีขายนาฬิกาไปราคา 1,020 บาท ปรากฏว่าขาดทุน 8% จะได้ว่าขายไป $\frac{8}{100}$ ดังนั้นจึงเขียนสัดส่วนได้เป็น $\frac{8}{100} = \frac{1,012}{x}$	**แบบที่ 2** ให้มานีซื้อนาฬิกามา x บาท มานีขายนาฬิกาไปราคา 1,020 บาท ปรากฏว่าขาดทุน 8% จะได้ว่าขายไป $\frac{92}{100}$ ดังนั้นจึงเขียนสัดส่วนได้เป็น $\frac{92}{100} = \frac{1,012}{x}$

การกำหนดตัวแปรเพื่อหาสมการของราคานาฬิกาที่มานีซื้อ ข้อใดถูกต้อง

แก้ไขเป็น

19. มานีขายนาฬิกาเรือนหนึ่งเป็นเงิน 1,012 บาท ขาดทุน 8% อยากทราบว่ามานีซื้อนาฬิกามาราคาเท่าใด

แบบที่ 1 ให้มานีซื้อนาฬิกามา x บาท มานีขายนาฬิกาไปราคา 1,020 บาท ปรากฏว่าขาดทุน 8% จะได้ว่าขายไป $\frac{8}{100}$ ดังนั้นจึงเขียนสัดส่วนได้เป็น $\frac{8}{100} = \frac{1,012}{x}$	**แบบที่ 2** ให้มานีซื้อนาฬิกามา x บาท มานีขายนาฬิกาไปราคา 1,020 บาท ปรากฏว่าขาดทุน 8% จะได้ว่าขายไป $\frac{92}{100}$ ดังนั้นจึงเขียนสัดส่วนได้เป็น $\frac{92}{100} = \frac{1,012}{x}$

การกำหนดตัวแปรเพื่อหาสมการของราคานาฬิกาที่มานีซื้อ ข้อใดถูกต้อง

จ. ควรเพิ่มเงื่อนไขในคำถามเพื่อให้สอดคล้องกับความเป็นจริงในชีวิตประจำวัน ตัวอย่างเช่น

โจทย์เดิม

24. แม่สั่งน้ำดื่มจากร้านค้าราคาโหลละ 72 บาท และให้ทางร้านนำมาส่งที่บ้านซึ่งต้องเสียค่าส่งเที่ยวละ 50 บาท และแม่จะได้รับส่วนลด 5% สามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ของจำนวนเงินที่แม่จ่ายได้ตามข้อใด เมื่อ n แทนจำนวนน้ำเป็นโหล

แก้ไขเป็น

24. แม่สั่งน้ำดื่มจากร้านค้าราคาโหลละ 72 บาท และให้ทางร้านนำมาส่งที่บ้านซึ่งต้องเสียค่าส่งเที่ยวละ 50 บาท แต่ละเที่ยวห้ามสั่งเกิน 20 โหล และแม่จะได้รับส่วนลด 5% สามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ของจำนวนเงินที่แม่จ่ายได้ตามข้อใด เมื่อ n แทนจำนวนน้ำเป็นโหล

7) นำแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทั้งสองฉบับที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ แล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง โดย

- แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ก่อนเรียน ทดลองใช้กับนักเรียนห้อง ม.3/7 จำนวน 38 คน

- แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์หลังเรียน ทดลองใช้กับนักเรียนห้อง ม.3/8 จำนวน 41 คน

จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความเที่ยงของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Kuder – Richardson – 20: KR – 20) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ ดังนี้

- แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง	0.75
ค่าความยาก (p)	0.23 – 0.91
ค่าอำนาจจำแนก (r)	-0.13 – 0.88

ได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 25 ข้อ แต่ยังไม่ครอบคลุมความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทั้ง 5 ด้านที่ผู้วิจัยกำหนด ผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากต่ำกว่า 0.2 หรือสูงกว่า 0.8 และข้อที่มีค่าอำนาจจำแนกต่ำกว่า 0.2 มาปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปทดสอบครั้งที่ 2 ซึ่งแสดงในตารางที่ 9

ตารางที่ 9 จำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ฉบับก่อนเรียน จากการทดลองใช้ครั้งที่ 1 จำแนกเป็นรายด้าน

ด้าน	จำนวนข้อที่ผ่านเกณฑ์	จำนวนข้อที่ต้องปรับปรุงแก้ไข	รวม
ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย	8	-	8
ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์	4	2	6
ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์	4	2	6
ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์	5	2	7
ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป	4	3	7
รวม	25	9	34

- แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง 0.75

ค่าความยากง่าย (p) 0.23 – 0.91

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.00 – 0.71

ได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 29 ข้อ แต่ยังไม่ครอบคลุมความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทั้ง 5 ด้านที่ผู้วิจัยกำหนด ผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากต่ำกว่า 0.2 หรือสูงกว่า 0.8 และข้อที่มีค่าอำนาจจำแนกต่ำกว่า 0.2 มาปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปทดสอบครั้งที่ 2 ซึ่งแสดงในตารางที่ 10

ตารางที่ 10 จำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ฉบับหลังเรียน จากการทดลองใช้ครั้งที่ 1 จำแนกเป็นรายด้าน

ด้าน	จำนวนข้อที่ผ่านเกณฑ์	จำนวนข้อที่ต้องปรับปรุงแก้ไข	รวม
ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย	4	3	7
ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์	6	2	8
ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์	6	-	6
ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์	6	-	6
ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป	7	-	7
รวม	29	5	34

8) นำแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทั้งสองฉบับที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง โดย

- แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ก่อนเรียน ทดลองใช้กับนักเรียนห้อง ม.3/1 จำนวน 42 คน

- แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์หลังเรียน ทดลองใช้กับนักเรียนห้อง ม.3/2 จำนวน 44 คน

จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนเพื่อวิเคราะห์ข้อมูลหาความเที่ยง ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ ดังนี้

- แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง 0.78

ค่าความยาก (p) 0.16 – 0.66

ค่าอำนาจจำแนก (r) -0.06 – 0.73

ได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 28 ข้อ และครอบคลุมความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทั้ง 5 ด้าน ซึ่งแสดงในตารางที่ 11

ตารางที่ 11 จำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ฉบับก่อนเรียน จากการทดลองใช้ครั้งที่ 2 จำแนกเป็นรายด้าน

ด้าน	**จำนวนข้อที่ผ่านเกณฑ์**
ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย	6
ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์	5
ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์	5
ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์	5
ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป	7
รวม	28

- แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง 0.64

ค่าความยากง่าย (p) 0.12 – 0.76

ค่าอำนาจจำแนก (r) -0.11 – 0.78

ได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 30 ข้อ และครอบคลุมความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทั้ง 5 ด้าน ซึ่งแสดงในตารางที่ 12

ตารางที่ 12 จำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ฉบับหลังเรียน จากการทดลองใช้ครั้งที่ 2 จำแนกเป็นรายด้าน

ด้าน	จำนวนข้อที่ผ่านเกณฑ์
ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย	5
ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์	7
ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์	5
ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์	6
ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป	7
รวม	30

9) นำแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทั้งสองฉบับที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 25 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ ดังนี้

- แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง 0.65

ค่าความยาก (p) 0.21 – 0.86

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.22 – 0.76

(ดูรายละเอียดในภาคผนวก ค หน้า 222)

- แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง 0.76

ค่าความยาก (p) 0.21 – 0.81

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.22 – 0.85

(ดูรายละเอียดในภาคผนวก ค หน้า 230)

10) นำแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทั้งสองฉบับ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

3.2.2 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

- แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ฉบับก่อนเรียน) ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

- แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ฉบับหลังเรียน)

ซึ่งแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

1) ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2) ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3) กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา (Polya, 1957: 5 – 40) ซึ่งมี 4 องค์ประกอบ คือ ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ ตรวจสอบคำตอบ

4) สร้างตารางกำหนดโครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับ

5) สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ เพื่อใช้จริงจำนวน 5 ข้อ

6) สร้างเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ฉบับ ตามกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ มีแนวทางในการตรวจให้คะแนน ซึ่งแสดงในตารางที่ 13

ตารางที่ 13 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา	**คะแนน**
- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน	2
- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องบางส่วนหรือไม่ครบถ้วน	1
- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามได้ไม่ถูกต้องหรือไม่ทำเลย	0
ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา	**คะแนน**
- เขียนลำดับแรกที่ต้องทำและวิธีการหรือแนวทางที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาตามลำดับก่อนหลังได้ถูกต้อง หรือเขียนในรูปวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง	2
- เขียนลำดับแรกที่ต้องทำและวิธีการหรือแนวทางที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาตามลำดับก่อนหลังได้ถูกต้องบางส่วนหรือไม่ครบถ้วน หรือเขียนในรูปวิธีการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	1
- เขียนลำดับแรกที่ต้องทำและวิธีการหรือแนวทางที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงเลย	0

ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ	คะแนน
(1) การดำเนินการแก้ปัญหา	
- ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ หรือคิดคำนวณได้ถูกต้อง	2
- ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน หรือมีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาแต่ไม่สำเร็จ	1
- ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาเลย	0
(2) การสรุปคำตอบ	
- สรุปคำตอบได้ถูกต้องและครบถ้วน	1
- สรุปคำตอบได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน	0.5
- สรุปคำตอบไม่ถูกต้องและไม่ครบถ้วน หรือไม่สรุปคำตอบ	0
ความสามารถในตรวจสอบคำตอบ	**คะแนน**
- ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์	2
- ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่สมบูรณ์	1
- ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการตรวจสอบเลย	0

7) นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน (รายชื่อในภาคผนวก ก หน้า 210) ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษาของคำถาม และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งมีประเด็นที่ต้องแก้ไขดังนี้

- ปรับปรุงภาษาโดยให้ใช้คำเดียวกัน ตัวอย่างเช่น

โจทย์เดิม

“ กำหนดแบบรูปเป็นการปูกระเบื้องเพื่อจัดทางเดินในสวน ตลอดทางเดิน มีการวางสลับกระเบื้องสีเข้มและกระเบื้องสีอ่อน ตามแบบรูปที่กำหนด ถ้าในรูปที่ n มีจำนวนรูปกระเบื้องทั้งหมด 200 รูป จะมีจำนวนสามเหลี่ยมสีเข้มกี่รูป”

แก้ไขเป็น

“ กำหนดแบบรูปเป็นการปูกระเบื้องเพื่อจัดทางเดินในสวน ตลอดทางเดิน มีการวางสลับกระเบื้องสีเข้มและกระเบื้องสีอ่อน ตามแบบรูปที่กำหนด ถ้าในรูปที่ n มีจำนวนรูปกระเบื้องทั้งหมด 200 รูป จะมีจำนวนกระเบื้องสีเข้มกี่รูป”

8) นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง โดย

- แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ทดลองใช้กับนักเรียนห้อง ม.3/3 จำนวน 40 คน

- แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ทดลองใช้กับนักเรียนห้อง ม.3/4 จำนวน 41 คน

จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความเที่ยงของแบบทดสอบโดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาคอนบราค (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ดังนี้

- แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง 0.84

ค่าความยาก (p) 0.33 – 0.63

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.15 – 0.80

ได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 7 ข้อ ผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 5 ข้อ

- แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง 0.90

ค่าความยาก (p) 0.17 – 0.66

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.16 – 0.56

ได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 7 ข้อ ผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 5 ข้อ

9) เลือกข้อสอบที่มีความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก จำนวน 5 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ ดังนี้

- แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง 0.64

ค่าความยาก (p) 0.38 – 0.63

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.33 – 0.57

(ดูรายละเอียดในภาคผนวก ค หน้า 239)

- แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง 0.76

ค่าความยาก (p) 0.32 – 0.66

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.21 – 0.53

(ดูรายละเอียดในภาคผนวก ค หน้า 246)

10) นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

4. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยตนเอง โดยมีขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

4.1 ขั้นเตรียมการ

4.1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักสำหรับกลุ่มทดลองและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

4.1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนสำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

4.1.3 ผู้วิจัยทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงโรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต15 จังหวัดปัตตานี สำนักคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานกระทรวงศึกษาธิการ

4.2 ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

4.2.1 ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4.2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งสองชนิดที่เตรียมไว้ โดยทำการทดลองสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 5 สัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โดยสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล จัดไว้สำหรับการเรียนการสอนในเนื้อหา เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 2 มกราคม 2556 ถึงวันที่ 8 กุมภาพันธ์ 2556 ในระหว่างสอนผู้วิจัยเก็บร่องรอยการทำงานของนักเรียนกลุ่มที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักจากใบงาน

และแบบฝึกหัด เพื่อนำข้อมูลมาวิเคราะห์ดูพัฒนาการในการเกิดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียน

4.2.3 เมื่อดำเนินการสอนตามที่กำหนดแล้วไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ครบ 7 แผนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์หลังเรียนและแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4.2.4 ผู้วิจัยนำผลการทดสอบมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูล

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลทั้งเชิงปริมาณ และเชิงคุณภาพดังนี้

5.1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำผลการทดสอบจากแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับ มาตรวจให้คะแนนและวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Science: SPSS) โดยทำการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

5.1.1 เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังที่เรียนจากกระบวนจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก โดยนำคะแนนสอบก่อนและหลังเรียนจากแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์และแบบวัดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t – test for dependent sample)

5.1.2 เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ โดยนำคะแนนสอบหลังเรียนจากแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์และแบบวัดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t – test for dependent sample)

5.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

5.2.1 วิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก โดยนำคะแนนสอบหลังเรียนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการ

แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าเฉลี่ยเลขคณิตร้อยละ และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วนำมาเปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดโดยกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ คือ ร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ

5.2.2 วิเคราะห์พัฒนาการในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก จากภูมิหลังของนักเรียน ร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบงานและแบบฝึกหัด การตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา เพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรม มาวิเคราะห์ลักษณะการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนตามพฤติกรรมการคิดวิเคราะห์ 5 ด้าน แล้วนำข้อมูลที่ได้มาสรุป จัดหมวดหมู่ และนำเสนอในลักษณะพรรณนา

6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

6.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

6.1.1 การวิเคราะห์ข้อสอบปรนัยหาค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก โดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์แบบทดสอบ (Test Analysis Program: TAP Version 6.63) ที่พัฒนาขึ้นโดย Brooks (2003) ซึ่งผู้วิจัยดาวน์โหลดมาจาก http://watpon.com [27 September 2012]

6.1.2 การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัยหาค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก โดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัย (B – Index and Non 0 – 1 method Item Analysis Program) ซึ่งผู้วิจัยดาวน์โหลดมาจาก http://61.7.241.228/anal [27 September 2012]

6.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิตและค่าเฉลี่ยเลขคณิตร้อยละ ($\bar{x}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าทดสอบค่าที (t – test) ของคะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Science: SPSS)

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 การวิเคราะห์ข้อมูลได้เสนอเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดย

วิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน ดังตารางที่ 14
2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน ดังตารางที่ 15
3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ดังตารางที่ 16
4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ดังตารางที่ 17

วิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

5. ผลการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ ดังตารางที่ 18

6. ผลการศึกษาพัฒนาการการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก ดำเนินการพัฒนาขึ้นจากแนวคิด ทฤษฎี และหลักการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก ทำให้ได้การจัดการเรียนรู้ที่สามารถส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังภาพที่ 12

หลักการ	**วัตถุประสงค์**
1. การแสดงความคิดจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด 2. การดำเนินการแก้ปัญหาและนำเสนอผลการแก้ปัญหา 3. การประเมินเพื่อสะท้อนความคิด	1. เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์ 2. เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนของกระบวนการจัดการเรียนรู้	**บทบาทครู**	**บทบาทนักเรียน**
ขั้นที่ 1 การแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา	- กำหนดสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ - ต้องเชื่อมโยงปัญหากับความรู้หรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญและคุณค่าของปัญหา - ล้วงความคิดของนักเรียนจากประเด็นปัญหา - สนับสนุนความคิดความเข้าใจของนักเรียน - ขยายความคิดของนักเรียนจากความความคิดของนักเรียน	- ทำความเข้าใจปัญหา - จัดลำดับความคิดของตนเองจากประเด็นปัญหา - นึกถึงสถานการณ์ปัญหาที่คล้ายคลึงกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด - ฝึกอธิบายหรือแสดงวิธีคิด - มีส่วนร่วมในห้องเรียนโดยแสดงความคิดเห็น
ขั้นที่ 2 การขยายความคิดเพื่อวิเคราะห์ปัญหา	- กระตุ้นให้นักเรียนแสดงความรู้ ข้อมูลหรือความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและอาจเป็นข้อมูลจากความรู้เดิมของนักเรียนหรือข้อมูลที่ได้จากการระดมสมองภายในกลุ่ม เพื่อเป็นข้อมูลที่ใช้ในการตัดสินใจแก้ปัญหา - ล้วงความคิดของนักเรียนจากประเด็นปัญหา - สนับสนุนความคิดความเข้าใจของนักเรียน - ขยายความคิดของนักเรียนจากความความคิดของนักเรียน	- ระดมสมองวิเคราะห์ข้อมูลเป็นกลุ่มย่อยจากประเด็นปัญหา - กำหนดแนวทางที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา - ฝึกอธิบายหรือแสดงวิธีคิด - มีส่วนร่วมในห้องเรียนโดยแสดงความคิดเห็น
ขั้นที่ 3 การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด	- ให้ความรู้ผ่านการอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน - เพิ่มเติมรายละเอียดในบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง - สนับสนุนความคิดและขยายความคิดจากข้อค้นพบและสิ่งที่นักเรียนร่วมกันอภิปราย	- แสดงความคิดอย่างเป็นอิสระในการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มผ่านการอภิปรายให้เพื่อนทราบ
ขั้นที่ 4 การหาข้อสรุปและสะท้อนความคิด	- กระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันประเมินวิธีการที่ได้คำตอบ เพื่อให้นักเรียนสามารถสะท้อนความคิดในวิธีการแก้ปัญหา - ขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา และนำไปสู่การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ - สนับสนุนความคิดและขยายความคิดของนักเรียนจากความความคิดของนักเรียน	- นักเรียนร่วมกันระดมสมองประเมินวิธีที่ได้คำตอบของกลุ่มเพื่อนเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา - มีส่วนร่วมในการอภิปรายและถกเถียงเพื่อยืนยันข้อสรุปที่สร้างไว้ - นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากการเรียนรู้ไปใช้ฝึกทักษะและแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และ
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 12 แนวทางพัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายละเอียดของกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีดังต่อไปนี้

หลักการ

หลักการของกระบวนการจัดการเรียนรู้ได้มาจากการสังเคราะห์รูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก ซึ่งหลักการของกระบวนการจัดการเรียนรู้มีดังนี้

1. การแสดงความคิดจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด ใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ให้นักเรียนแสดงความคิด เพื่อครูเสริมต่อความคิดของนักเรียน ซึ่งจะนำไปสู่การวิเคราะห์ปัญหา เพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหา

2. การดำเนินการแก้ปัญหาและนำเสนอผลการแก้ปัญหา ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา แสดงความรู้ เพื่อนำไปสู่การพบคำตอบ โดยครูสนับสนุนและขยายความคิดของนักเรียน ให้นักเรียนอธิบายความคิดจากการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ และสิ่งที่เรียนรู้จากการแก้ปัญหา โดยครูสนับสนุนและขยายความคิดที่นักเรียนอธิบาย

3. การประเมินเพื่อสะท้อนความคิด การร่วมกันสรุปผลของการแก้ปัญหา ประเมินผลวิธีแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน โดยครูสนับสนุนความคิดของนักเรียน พร้อมทั้งขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา ซึ่งทำให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นและสะท้อนความคิด

วัตถุประสงค์

กระบวนการจัดการเรียนรู้ได้มาจากการสังเคราะห์รูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีวัตถุประสงค์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

ขั้นตอนของกระบวนการจัดการเรียนรู้

กระบวนการจัดการเรียนรู้ได้มาจากการสังเคราะห์รูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก ประกอบด้วยขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 การแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา กำหนดปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ครูต้องเชื่อมโยงปัญหากับความรู้หรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญและคุณค่าของปัญหานั้น โดยครูล้วงความคิดของนักเรียนจากปัญหา พร้อมทั้งสนับสนุนความคิดความเข้าใจของนักเรียน

บทบาทครู

- กำหนดสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ
- ต้องเชื่อมโยงปัญหากับความรู้หรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนในการแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญและคุณค่าของปัญหา
- ล้วงความคิดของนักเรียนจากประเด็นปัญหา
- สนับสนุนความคิดความเข้าใจของนักเรียน
- ขยายความคิดของนักเรียนจากความความคิดของนักเรียน

บทบาทนักเรียน

- ทำความเข้าใจปัญหา
- จัดลำดับความคิดของตนเองจากประเด็นปัญหา
- นึกถึงสถานการณ์ปัญหาที่คล้ายคลึงกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด
- ฝึกอธิบายหรือแสดงวิธีคิด
- มีส่วนร่วมในห้องเรียนโดยแสดงความคิดเห็น

ขั้นที่ 2 การขยายความคิดเพื่อวิเคราะห์ปัญหา ล้วงความคิดด้วยการกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและเหมาะสม วางแผน ค้นหาคำตอบ เก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด พร้อมทั้งครูสนับสนุนความคิดเพื่อหาวิธีการที่ได้คำตอบ และสนับสนุนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน

บทบาทครู

- กระตุ้นให้นักเรียนแสดงความรู้ ข้อมูลหรือความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และอาจเป็นข้อมูลจากความรู้เดิมของนักเรียนหรือข้อมูลที่ได้จากการระดมสมองภายในกลุ่ม เพื่อเป็นข้อมูลที่ใช้ในการตัดสินใจแก้ปัญหา
- ล้วงความคิดของนักเรียนจากประเด็นปัญหา
- สนับสนุนความคิดความเข้าใจของนักเรียน
- ขยายความคิดของนักเรียนจากความความคิดของนักเรียน

บทบาทนักเรียน

- ระดมสมองวิเคราะห์ข้อมูลเป็นกลุ่มย่อย จากประเด็นปัญหา
- กำหนดแนวทางที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา
- ฝึกอธิบายหรือแสดงวิธีคิด
- มีส่วนร่วมในห้องเรียนโดยแสดงความคิดเห็น

ขั้นที่ 3 การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด ให้นักเรียนนำเสนอความคิดจากวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ รวมถึงข้อค้นพบ และสิ่งที่เรียนรู้ พร้อมทั้งครูเพิ่มเติมรายละเอียดในบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง โดยครูจะต้องสนับสนุนความคิดและขยายความคิดจากข้อค้นพบและสิ่งที่นักเรียนร่วมกันอภิปราย

บทบาทครู

- ให้ความรู้ผ่านการอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน
- เพิ่มเติมรายละเอียดในบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง
- สนับสนุนความคิดและขยายความคิดจากข้อค้นพบและสิ่งที่นักเรียนร่วมกันอภิปราย

บทบาทนักเรียน

- แสดงความคิดอย่างเป็นอิสระในการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มผ่านการอภิปรายให้เพื่อนทราบ

ขั้นที่ 4 การหาข้อสรุปและสะท้อนความคิด กระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันประเมินวิธีการที่ได้คำตอบ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนสามารถสะท้อนความคิดในวิธีการแก้ปัญหา จากนั้นขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาและนำไปสู่การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

บทบาทครู

- กระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันประเมินวิธีการที่ได้คำตอบ เพื่อให้นักเรียนสามารถสะท้อนความคิดในวิธีการแก้ปัญหา
- ขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา และนำไปสู่การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ
- สนับสนุนความคิดและขยายความคิดของนักเรียนจากความความคิดของนักเรียน

บทบาทนักเรียน

- นักเรียนร่วมกันระดมสมองประเมินวิธีที่ได้คำตอบของกลุ่มเพื่อนเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา
- มีส่วนร่วมในการอภิปรายและถกเถียงเพื่อยืนยันข้อสรุปที่สร้างไว้
- นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากการเรียนรู้ไปใช้ฝึกทักษะและแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดย

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

ตารางที่ 14 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) ของคะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
(คะแนนเต็ม 25 คะแนน)

ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก	n	$\bar{x}$	s	t
ก่อนเรียน	43	12.28	3.29	2.34*
หลังเรียน	43	13.47	4.26	

* $p < 0.05$

จากตารางที่ 14 แสดงให้เห็นว่าคะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

ตารางที่ 15 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
(คะแนนเต็ม 45 คะแนน)

ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก	n	$\bar{x}$	s	t
ก่อนเรียน	43	20.93	7.03	8.89*
หลังเรียน	43	25.77	6.06	

*p < 0.05

จากตารางที่ 15 แสดงให้เห็นว่าคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

ตารางที่ 16 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) ของคะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์หลังเรียนระหว่างกลุ่มที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ (คะแนนเต็ม 25 คะแนน)

กลุ่ม	n	$\bar{x}$	s	t
ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก	43	13.47	4.26	2.15*
ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ	39	11.64	3.40	

*$p < 0.05$

จากตารางที่ 16 แสดงให้เห็นว่าคะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

ตารางที่ 17 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ
(คะแนนเต็ม 45 คะแนน)

กลุ่ม	n	$\bar{x}$	s	t
ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก	43	25.77	6.34	2.50*
ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ	39	22.51	5.72	

*$p < 0.05$

จากตารางที่ 17 แสดงให้เห็นว่าคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

5. ผลการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ

ตารางที่ 18 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นร้อยละ ($\overline{x}_{ร้อยละ}$) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก
(คะแนนเต็ม 45 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\overline{x}$	s	$\overline{x}_{ร้อยละ}$
ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก	43	25.77	5.99	57.27

$^{*}p < 0.05$

จากตารางที่ 18 แสดงให้เห็นว่าคะแนนค่าเฉลี่ยเลขคณิตร้อยละของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ คือ ร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ

6. ผลการศึกษาพัฒนาการการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพดำเนินการโดยผู้วิจัยนำผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบงานและใบกิจกรรม การตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรม ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก เพื่อหาข้อสรุปและประเมินคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ข้อมูลทั่วไป

1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล ตั้งอยู่เลขที่ 8 ถนนวัฒนธรรม ตำบลสะบารัง อำเภอเมือง จังหวัดปัตตานี สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ตั้งอยู่ในสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 15 เป็นโรงเรียนมัธยมขนาดใหญ่ เปิดสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีห้องเรียนทั้งหมด 76 ห้องเรียน ผู้วิจัยเลือกทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งมีทั้งหมด 13 ห้องเรียน มีจำนวนนักเรียนเฉลี่ยห้องละ 45 คน โดยห้องที่ 12 – 13 เป็นห้องเรียนโครงการจัดการเรียนการสอนตามหลักสูตรกระทรวงศึกษาธิการเป็นภาษาอังกฤษ (English Program) ห้องที่ 1 – 11 เป็นห้องเรียนที่คละระดับความสามารถของนักเรียน เมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ยคะแนนทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O – NET) วิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2554 มีคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ เป็น 32.08 และ 22.73 ตามลำดับ และค่าเฉลี่ยคะแนนแบบทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O – NET) วิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2554 ของโรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล เป็น 31.30 และ 24.35 ตามลำดับ

1.2 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู

ในปีการศึกษา 2555 โรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูลมีครูทั้งหมด 119 คน เป็นครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 24 คน ครูทุกคนสำเร็จการศึกษาทางการสอนคณิตศาสตร์โดยตรง

สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี จำนวน 22 คน คิดเป็นร้อยละ 91.67

สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโท จำนวน 2 คน คิดเป็นร้อยละ 8.33

ครูได้รับมอบหมายให้สอนโดยเฉลี่ยประมาณ 16 คาบต่อสัปดาห์ และมีภาระงานอื่นที่นอกเหนือจากงานสอน เช่น งานการเงินและพัสดุ งานวัดผลทางการศึกษา งานสหกรณ์โรงเรียน งานส่งเสริมประชาธิปไตย เป็นต้น

1.3 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

ในปีการศึกษา 2555 โรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูลมีนักเรียนประมาณ 3,450 คน เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 582 คน เป็นนักเรียนหญิง จำนวน 323 คน และเป็นนักเรียนชาย 262 คน นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 82 คน เป็นนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักจำนวน 43 คน และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติจำนวน 39 คน ผู้วิจัยวิเคราะห์เป็นประเด็นย่อย รายละเอียดมีดังนี้

1) ด้านผลการเรียน

เนื่องจากโรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูลเป็นโรงเรียนที่ตั้งอยู่ในเขตอำเภอเมือง นักเรียนจึงมีโอกาสที่จะขวนขวายหาความรู้จากภายนอกโรงเรียนได้มากกว่าโรงเรียนที่อยู่นอกอำเภอเมือง เช่น สถาบันกวดวิชา การจ้างครูที่มีประสบการณ์ในแต่ละสาขาวิชามาสอน การสอนเสริมหลังเลิกเรียน ทำให้นักเรียนมีโอกาสที่จะพัฒนาความรู้ของตนเองได้ตลอดเวลา เมื่อพิจารณาผลการเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม พบว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีระดับผลการเรียนใกล้เคียงกัน โดยนักเรียนส่วนใหญ่ของทั้งสองกลุ่มมีผลการเรียนอยู่ในระดับปานกลาง

2) ปัจจัยด้านครอบครัว

นักเรียนกลุ่มตัวอย่างส่วนใหญ่อาศัยอยู่ในเขตอำเภอเมืองและมีบางส่วนที่เดินทางมาจากอำเภอใกล้เคียงโดยรถเหมาประจำทาง การเดินทางมาโรงเรียนค่อนข้างสะดวก ใช้เวลาประมาณ 20 – 40 นาที ฐานะทางครอบครัวอยู่ในระดับปานกลางถึงดี ผู้ปกครองเป็นผู้อุปการะทางด้านการเงินในการศึกษา ครอบครัวไม่มีปัญหาเรื่องการเงิน นักเรียนร้อยละ 80 อาศัยอยู่กับบิดามารดา ลักษณะครอบครัวเป็นครอบครัวเดี่ยว ผู้ปกครองประกอบอาชีพรับราชการ รัฐวิสาหกิจ พนักงานบริษัท ลูกจ้างประจำ ลูกจ้างชั่วคราว คิดเป็นร้อยละ 67 ประกอบอาชีพเกษตรกรรม เช่น

ประมง ทำสวน ทำไร่ คิดเป็นร้อยละ 16 ประกอบอาชีพค้าขายและอื่น ๆ คิดเป็นร้อยละ 17 ผู้ปกครองเอาใจใส่ต่อการเรียนของนักเรียนเป็นอย่างดี

1.4 ข้อมูลกิจกรรมในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

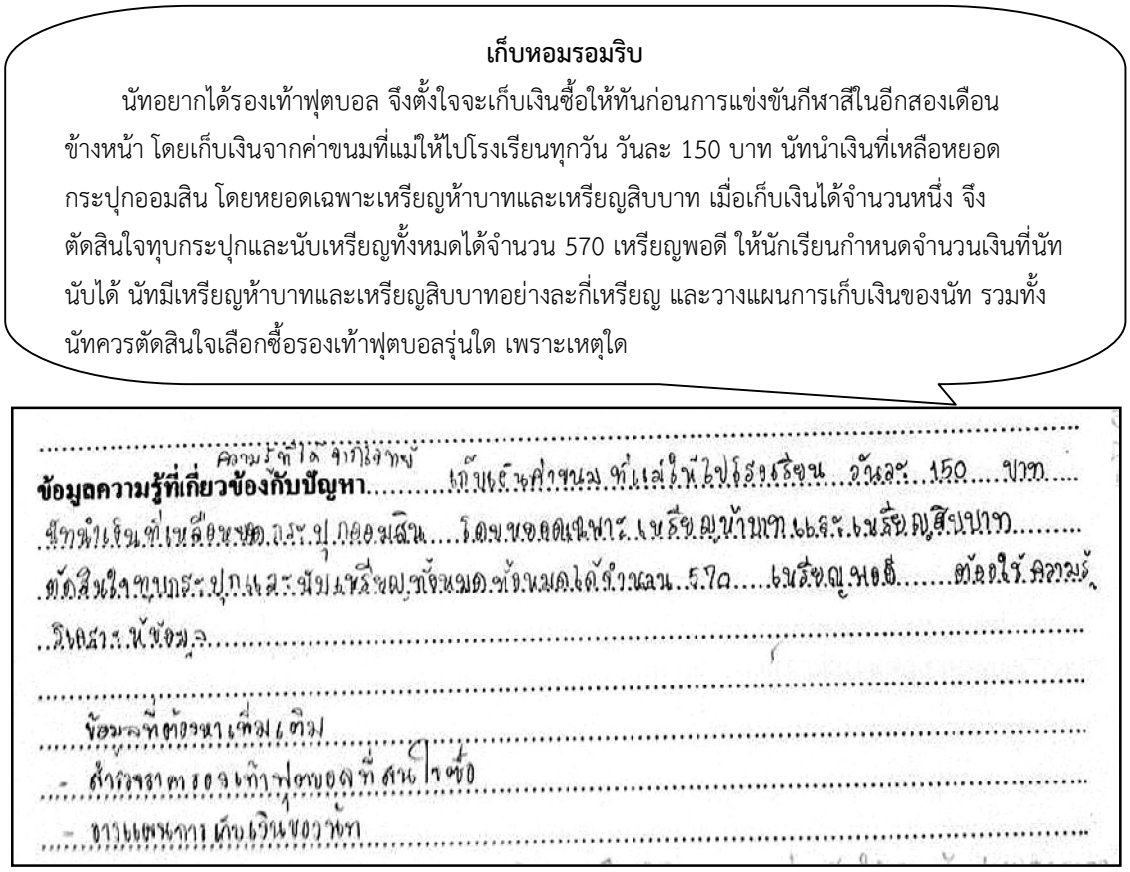
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตสาสตร์มีการจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน เช่น โครงการค่ายคณิตศาสตร์ กิจกรรมอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ กิจกรรมคณิตคิดเลขเร็ว กิจกรรมโครงงานทางคณิตศาสตร์ กิจกรรม “A MATH” เป็นต้น โดยจะจัดให้นักเรียนได้ร่วมกิจกรรมตามความเหมาะสมของเวลาเรียน และจัดขึ้นทุกภาคการศึกษา เป็นกิจกรรมส่งเสริมและสนับสนุนให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น

ผู้วิจัยศึกษาพัฒนาการการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักจากภูมิหลังของนักเรียน ร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบงานและใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา เพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรม มาวิเคราะห์ลักษณะการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนตามพฤติกรรมการคิดวิเคราะห์ โดยมีแนวทางตามแนวคิดของวิลสัน (Wilson, 1971: 645 – 696) ซึ่งมี 5 ด้าน ดังนี้

1) ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Ability to solve nonrortine problems) เป็นความสามารถแสดงการถ่ายโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาไปสู่เนื้อหาใหม่ ซึ่งนักเรียนต้องแยกปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ และสำรวจสิ่งที่สามารถเรียนรู้เกี่ยวกับแต่ละส่วน เป็นการจัดระบบองค์ประกอบของปัญหา เพื่อที่กำหนดแนวทางใหม่ในการตัดสินใจแก้ปัญหา

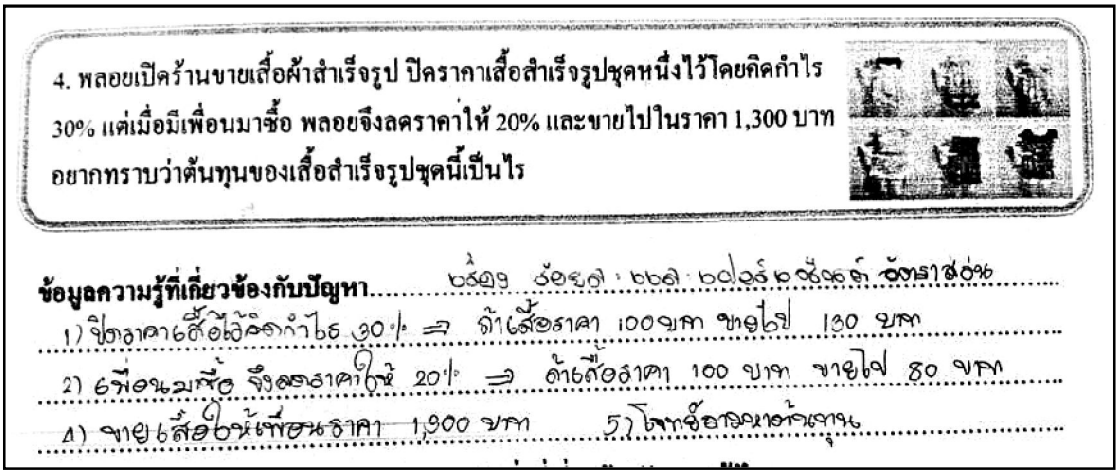
จากการพิจารณาข้อมูลที่ได้จากการตรวจใบงานและใบกิจกรรม พฤติกรรมการตอบคำถามของนักเรียน ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เป็นการทบทวนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนต้องระลึกถึงความรู้เดิมที่เคยเรียนมา ผู้วิจัยพบว่า ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เมื่อผู้วิจัยกำหนดสถานการณ์ปัญหา นักเรียนไม่สามารถที่จะนำความรู้เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เคยเรียนแล้วมาใช้ เช่น การนำสมบัติของการเท่ากันไปใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตัวอย่างเช่น $13.5 - 1.8x = 2.5x - 3.7$ นักเรียนบางส่วนไม่สามารถที่เชื่อมโยงความรู้เดิมมาใช้ ไม่สามารถจะวิเคราะห์แยกแยะปัญหาได้ว่านักเรียนจะทำสิ่งใดก่อนหลัง ครูจึงเป็นผู้ใช้คำถามกระตุ้นให้ได้เรียนได้คิด แสดงความคิดและชี้แนะนักเรียน ในการแยกแยกแยะเพื่อนำไปสู่การนำไปใช้ เนื่องจากการทบทวนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำเป็นต้องนำไปใช้ในการเรียนรู้ในเรื่องต่อไป จากการจัดการเรียนรู้ผ่านไป ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 และตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 พบว่านักเรียนโดยส่วนใหญ่ยังไม่เข้าใจ

สถานการณ์ปัญหาที่ผู้วิจัยกำหนดขึ้น ซึ่งนักเรียนอาจจะไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่มีความซับซ้อน เช่น สถานการณ์ปัญหาเก็บหอมรอมริบ นักเรียนยังคงสับสนกับปัญหา ครูจึงต้องใช้คำถามกระตุ้นให้ได้เรียนได้คิด ชี้แนวทางให้นักเรียนสามารถแยกแยะส่วนของปัญหาออกมาเป็นส่วนย่อย ๆ ได้ และอธิบายความคิดและแสดงความคิดของตนเองออกมา อย่างช้า ๆ ซึ่งช่วงแรกใช้เวลานานมาก พบว่านักเรียนบางส่วนยังไม่กล้าที่จะแสดงความคิดของตนเอง และเกิดข้อสงสัยว่าครูต้องการให้ตอบลักษณะใด ซึ่งสังเกตได้ว่ามีนักเรียนบางส่วนยังมีความรู้พื้นฐานในการตอบ และนักเรียนบางคนก็ใช้คำตอบของเพื่อนในการคิดต่อ หลังจากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 – 7 พบว่านักเรียนสามารถที่จะเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนมาแล้วในคาบก่อนหน้านำไปใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหาได้มากขึ้น สามารถแยกปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ นักเรียนสามารถที่จะนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาไปสู่การเรียนรู้ในเนื้อหาใหม่ได้ และสามารถที่จะแยกปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ ได้มากขึ้น นักเรียนสามารถที่จะแยกแยะปัญหาออกได้ว่าจะต้องดำเนินการส่วนใดก่อนหลัง ดังภาพที่ 13



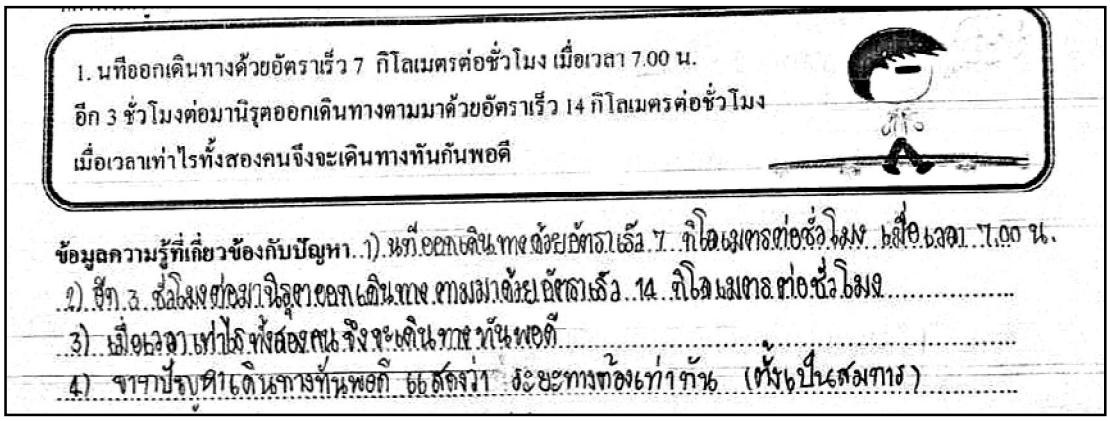
ภาพที่ 13 แสดงวิธีการแยกองค์ประกอบของปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางในการตัดสินใจแก้ปัญหา ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

จากภาพที่ 13 นักเรียนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาไปสู่เนื้อหาใหม่ จะเห็นว่านักเรียนสามารถที่จะนำความรู้ที่เรียนมาและประสบการณ์เดิมที่เคยพบเจอมาในชีวิตประจำวันมาเชื่อมโยงใช้ในการแก้ปัญหาได้ โดยรู้ว่าตนเองควรที่จะเริ่มต้นตรงจุดใดก่อน ทราบว่าต้องหาข้อมูลใดเพิ่มเติม เป็นการจัดระบบองค์ประกอบของความคิดและองค์ประกอบของปัญหาเพื่อที่กำหนดแนวทางใหม่ในการตัดสินใจแก้ปัญหา แต่ในส่วนของการแยกปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ นั้นพบว่านักเรียนยังคงลอกข้อมูลความรู้ที่มีอยู่ในโจทย์ไม่ได้มีการแยกแยะให้เห็นอย่างชัดเจน


4. พลอยเปิดร้านขายเสื้อผ้าสำเร็จรูป ปิดราคาเสื้อสำเร็จรูปชุดหนึ่งไว้โดยคิดกำไร 30% แต่เมื่อมีเพื่อนมาซื้อ พลอยจึงลดราคาให้ 20% และขายไปในราคา 1,300 บาท อยากทราบว่าต้นทุนของเสื้อสำเร็จรูปชุดนี้เป็นไร

ข้อมูลความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา
1) ปิดราคาเสื้อได้กำไร 30% ⇒ ถ้าเสื้อราคา 100 บาท ขายได้ 130 บาท
2) เพื่อนมาซื้อ จึงลดราคาให้ 20% ⇒ ถ้าเสื้อราคา 100 บาท ขายได้ 80 บาท
4) ขายได้เพื่อนราคา 1,300 บาท

ภาพที่ 14 แสดงการเขียนตอบใบงาน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5


1. นทีออกเดินทางด้วยอัตราเร็ว 7 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เมื่อเวลา 7.00 น.
อีก 3 ชั่วโมงต่อมานิรุตออกเดินทางตามมาด้วยอัตราเร็ว 14 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
เมื่อเวลาเท่าไรทั้งสองคนจึงจะเดินทางทันกันพอดี

ข้อมูลความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา
1) นทีออกเดินทางด้วยอัตราเร็ว 7 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เมื่อเวลา 7.00 น.
2) อีก 3 ชั่วโมงต่อมานิรุตออกเดินทางตามมาด้วยอัตราเร็ว 14 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
3) เมื่อเวลาเท่าไรทั้งสองคนจึงจะเดินทางทันพอดี
4) จากปัญหาเดินทางทันพอดี แสดงว่า ระยะทางต้องเท่ากัน (ทั้งเป็นสมการ)

ภาพที่ 15 แสดงการเขียนตอบใบงาน เรื่อง อัตราเร็ว ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

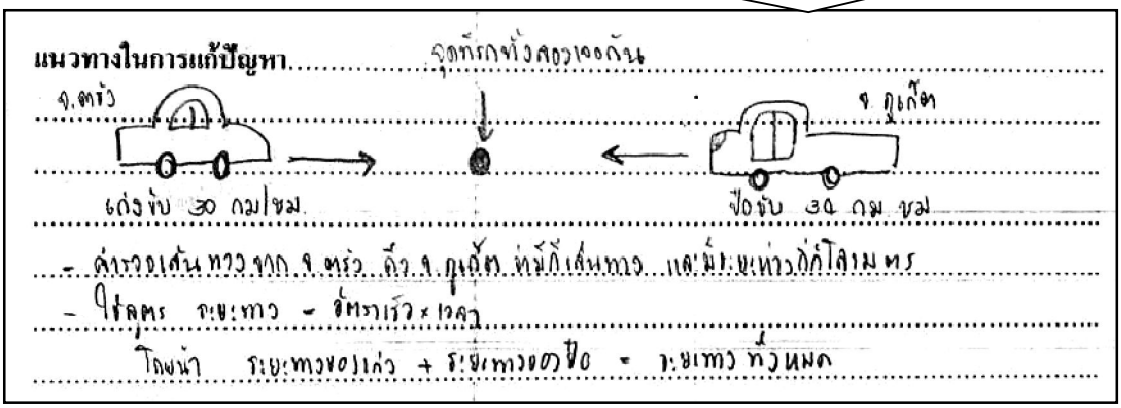
จากภาพที่ 14 และภาพที่ 15 พบว่านักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น สามารถวิเคราะห์แยกแยะปัญหาได้ว่าสิ่งใดเป็นข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ และต้องใช้ความรู้เรื่องใดมาใช้ในการแก้ปัญหา โดยแยกออกเป็นส่วน ๆ อย่างชัดเจน และสามารถเชื่อมโยงสิ่งที่เคยเรียนมาแล้วมาใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ เพื่อที่กำหนดแนวทางใหม่ในการตัดสินใจแก้ปัญหา

2) ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) เป็นความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ใหม่ มากกว่าการตระหนักใช้ความสัมพันธ์ที่คุ้นเคยในข้อมูลปัญหาใหม่

จากการพิจารณาข้อมูลที่ได้จากการตรวจใบงานและใบกิจกรรม พฤติกรรมการตอบคำถามของนักเรียน ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 และ 2 นักเรียนยังไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาที่นำไปสู่การดำเนินการแก้ปัญหาได้ เมื่อนักเรียนต้องเผชิญกับสถานการณ์ปัญหา นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ได้ว่าข้อมูลที่อยู่ในสถานการณ์ปัญหานั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร ยังมองไม่เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลที่นักเรียนมีอยู่และไม่สามารถวิเคราะห์หาสิ่งที่จะนำไปคิดต่อได้ โดยผู้วิจัยกระตุ้นความคิดของนักเรียนด้วยการใช้คำถามให้นักเรียนได้คิดอยู่ตลอดเวลา และฝึกให้นักเรียนเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์และข้อมูลความรู้ที่นักเรียนมีอยู่ และให้นักเรียนพูดอธิบายความคิดของตนเองออกมา เพื่อครูจะได้ทราบถึงความคิด และความเข้าใจของนักเรียนในประเด็นปัญหา และทราบว่านักเรียนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์ได้หรือไม่ หลังจากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เป็นต้นไป นักเรียนเริ่มมีพัฒนาที่ดีขึ้นเรื่อย ๆ ทีละน้อย โดยมีครูคอยชี้แนะ และกระตุ้นการใช้คำถามให้คิด นักเรียนจะสามารถทำได้เอง หลังจากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เป็นต้นไป นักเรียนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ภายในโจทย์ปัญหา ได้มากขึ้น สามารถวิเคราะห์ได้ว่าข้อมูลใดในโจทย์ที่จะนำมาใช้ในการคำนวณ และนำข้อมูลใดมาใช้ก่อนหลัง กล่าวคือ นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ สามารถอธิบายได้ว่าองค์ประกอบต่าง ๆ ของข้อมูลในโจทย์และข้อมูลความรู้ที่นักเรียนมีอยู่นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร นักเรียนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ในภาพรวม ไม่แยกเป็นส่วน ๆ เช่น สามารถวิเคราะห์ข้อมูลในโจทย์ ว่าต่อไปจะใช้ข้อความใดในโจทย์มาคิดต่อ และลำดับไปสู่การค้นพบความสัมพันธ์ในการแก้ปัญหาได้ ดังภาพที่ 16

นัดเจอกลุ่มเพื่อน

ในช่วงที่โรงเรียนหยุดยาวหลายวันเก่งนัดเจอกับป๋อและเพื่อน ๆ ในกลุ่มเพื่อไปเที่ยวด้วยกัน โดยเก่งและเพื่อนกลุ่มหนึ่งอยู่จังหวัดตรัง ป๋อและเพื่อนอีกกลุ่มหนึ่งอยู่จังหวัดภูเก็ต เก่งและป๋อออกเดินทางพร้อมกัน โดยขับรถมุ่งเข้าหากันเพื่อไปเจอกันระหว่างทาง ซึ่งเก่งขับรถด้วยอัตราเร็ว 30กิโลเมตรต่อชั่วโมง ป๋อขับรถด้วยอัตราเร็ว 34 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ทั้งสองคันวิ่งไม่หยุดเลย เก่งและป๋อจะพบกันเมื่อเวลาผ่านไปกี่ชั่วโมง



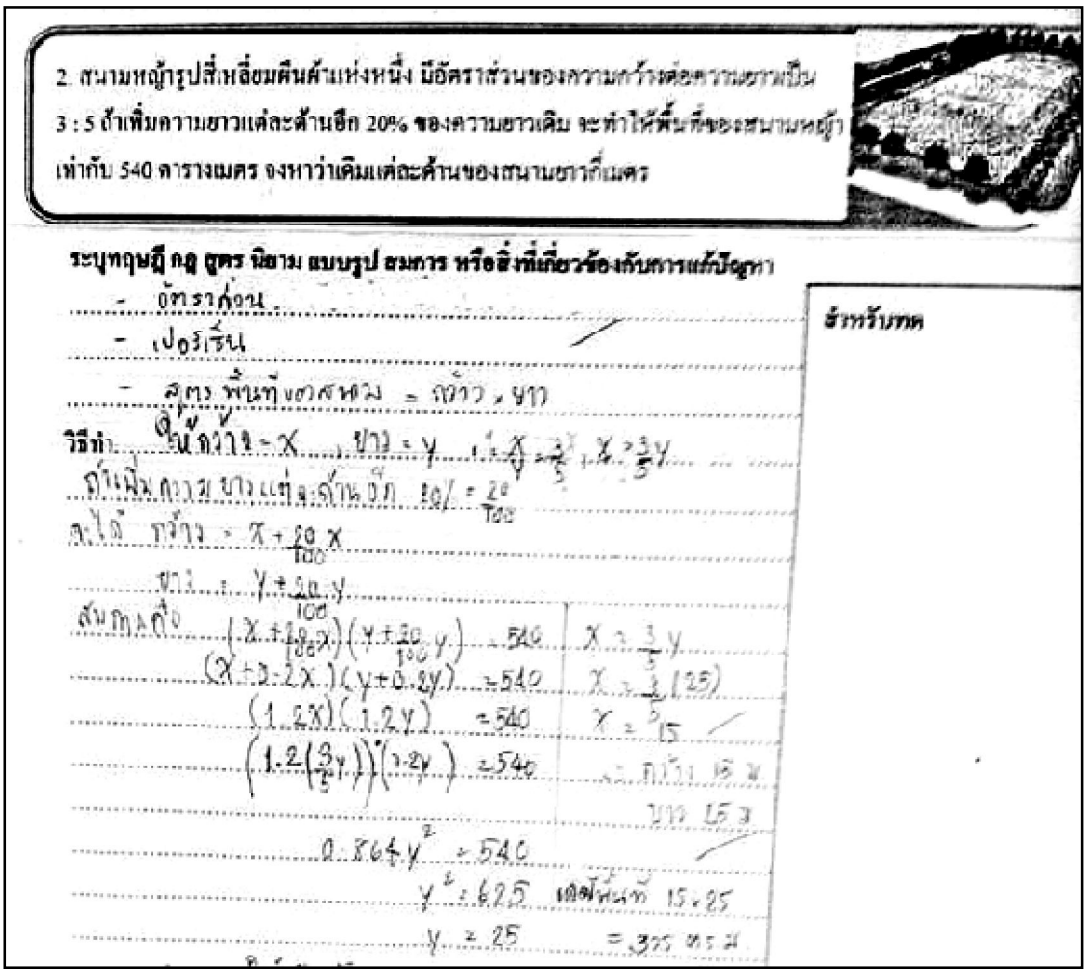
ภาพที่ 16 แสดงการค้นพบความสัมพันธ์ของข้อมูล เรื่อง อัตราเร็ว ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

จากภาพที่ 16 นักเรียนมองเห็นภาพความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์ให้มาและข้อมูลความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่ในภาพรวม ไม่แยกออกเป็นส่วน ๆ ทราบว่าข้อมูลใดจำเป็นต้องนำมาใช้ในการหาคำตอบ และข้อมูลใดต้องนำมาใช้ก่อนหลัง และในที่สุดนักเรียนสามารถค้นพบความสัมพันธ์ใหม่ในการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

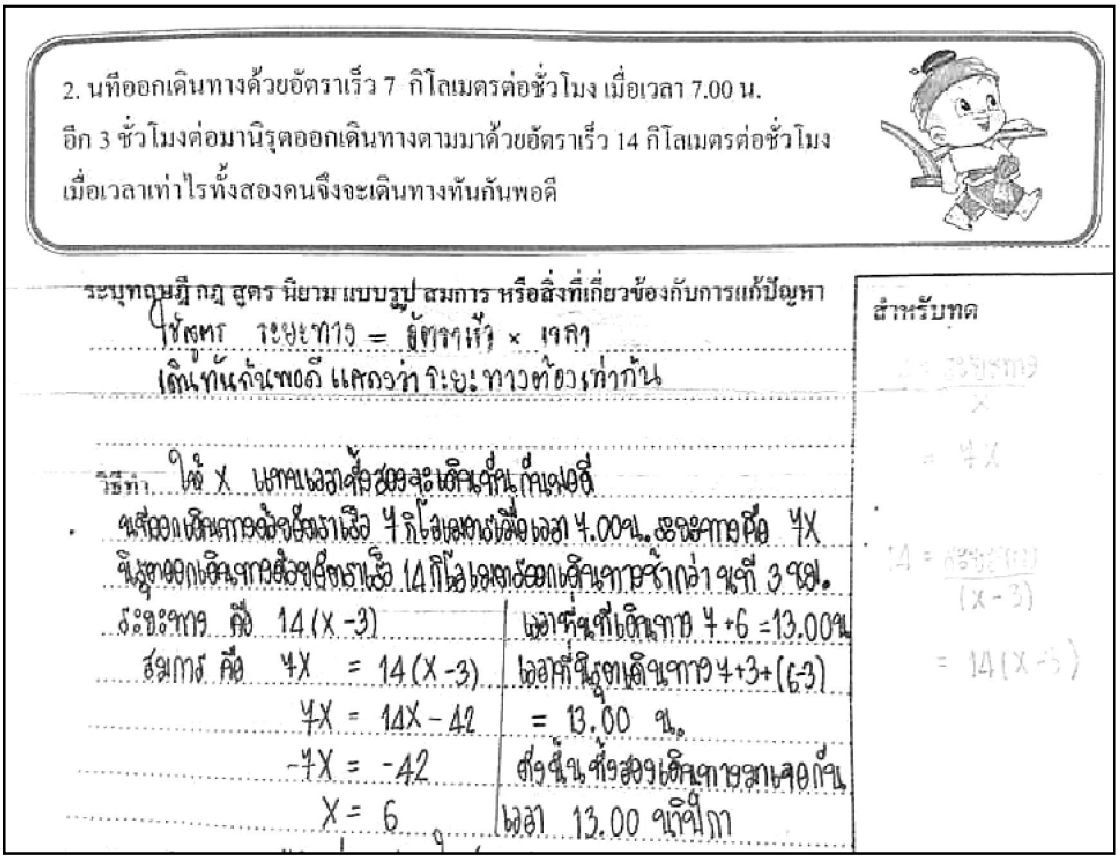
3) ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to construct proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์ด้วยตนเอง โดยจะต้องอาศัยบทนิยามและทฤษฎีต่าง ๆ เข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา

จากการพิจารณาข้อมูลที่ได้จากการตรวจใบงานและใบกิจกรรม พฤติกรรมการตอบคำถามของนักเรียน และการร่วมกิจกรรมกลุ่มของนักเรียน ในช่วงชั่วโมงแรก ๆ ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 และ 2 มีนักเรียนส่วนน้อยที่สามารถสร้างข้อพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง มองไม่เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์และยังไม่สามารถนำความรู้พื้นฐานเดิมที่มีอยู่มาใช้ได้ กล่าวคือ เลือกเอาข้อมูลเฉพาะส่วนใดส่วนหนึ่งจากโจทย์มาพิจารณาเพื่อสร้างข้อพิสูจน์เท่านั้น ไม่มีการอธิบายที่มาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน ยังไม่สามารถที่จะเชื่อมโยงความรู้ที่เรียนมาแล้วมาใช้ในการอ้างอิงและมาอธิบายวิธีการที่จะได้ซึ่งคำตอบ นักเรียนยังไม่ทราบว่าตนเองจะต้องเริ่มต้นจากการคิดตรงจุดใด ทำได้เพราะ การชี้แนะและการใช้คำถามกระตุ้นของครูให้นักเรียนคิดและหา

คำตอบเองเท่านั้น แต่หลังจากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 – 5 เป็นต้นไป นักเรียนเริ่มมีพัฒนาที่ดีขึ้น สามารถค้นพบความสัมพันธ์ของข้อมูลจากปัญหา และข้อมูลความรู้ที่นักเรียนมีอยู่มาเชื่อมโยงเข้ากัน และอ้างอิงทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม แบบรูป สมการตลอดจนนำหลักการทั่วไปไปใช้ประกอบอ้างอิง อธิบายหรือให้เหตุผลได้มากขึ้น ในการแสดงการอธิบายเพื่อหาคำตอบ โดยเฉพาะในเรื่องของ ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว นักเรียนสามารถที่จะอ้างอิงความรู้ที่มีอยู่มาใช้ได้ เช่นความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากัน สูตรของอัตราเร็ว สูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ทฤษฎีเกี่ยวกับมุมภายในของรูปเหลี่ยมต่าง ๆ เป็นต้น นักเรียนสามารถอธิบายวิธีการหรือขั้นตอนการหาคำตอบ ในระยะแรก ๆ นักเรียนอ่อนไม่สามารถทำได้ ต่อมาเมื่อนักเรียนได้รับการฝึกทักษะเรื่อย ๆ พบว่า นักเรียนสามารถที่จะตอบคำถามและแสดงวิธีหาคำตอบได้เป็นลำดับ ดังภาพที่ 17 และภาพที่ 18



ภาพที่ 17 แสดงขั้นตอนของการหาคำตอบโดยใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วน เปอร์เซ็นต์ และสูตรพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5



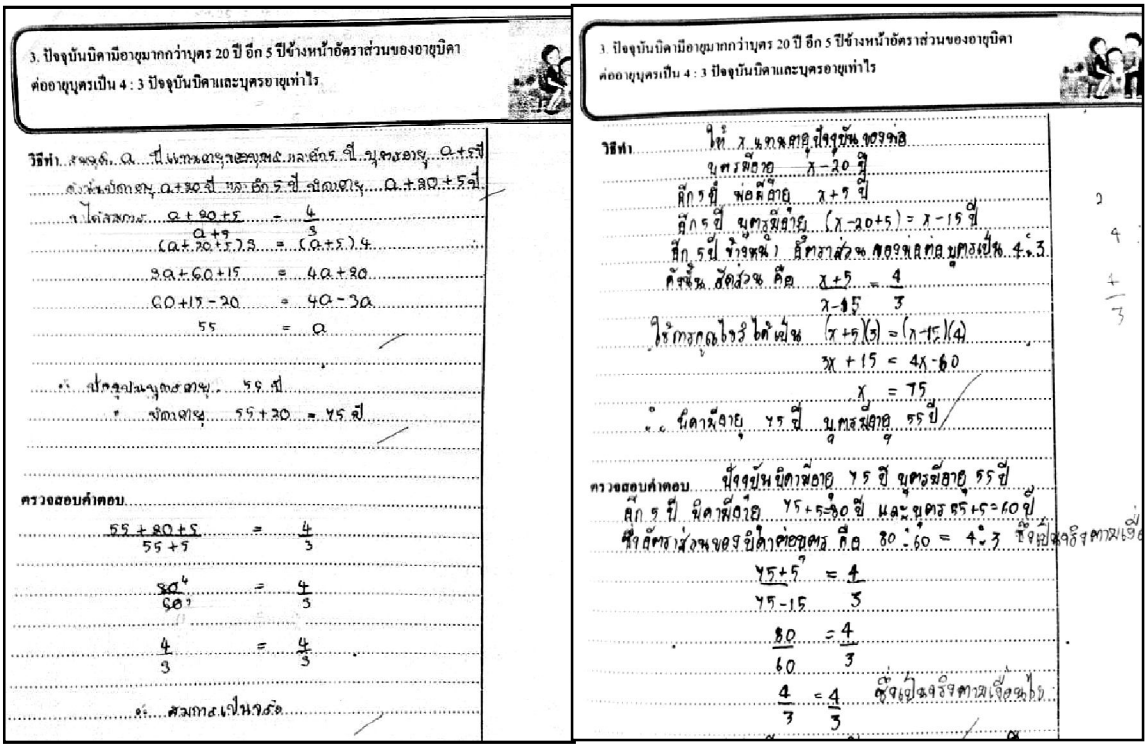
ภาพที่ 18 แสดงขั้นตอนของการหาคำตอบโดยใช้สูตรอัตราเร็ว เรื่อง อัตราเร็ว
ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

จากภาพที่ 17 และภาพที่ 18 นักเรียนสามารถนำความรู้เดิมที่เคยเรียนมานำมาเชื่อมโยงใช้ได้ โดยมีการอ้างอิงสูตร สร้างสมการมาใช้ในการแก้ปัญหา และแสดงวิธีคิด

4) ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) เป็นความสามารถวิพากษ์วิจารณ์ พิสูจน์ เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่เป็นความสามารถที่ยุ่งยากซับซ้อนกว่าการเขียนพิสูจน์ เพราะจะต้องใช้เหตุผลว่าการพิสูจน์นั้นถูกต้องหรือไม่ มีขั้นตอนใดผิดพลาดบ้าง

จากการพิจารณาข้อมูลที่ได้จากการตรวจใบงานและใบกิจกรรม พฤติกรรมการตอบคำถามของนักเรียน การร่วมกิจกรรมกลุ่มของนักเรียน และการนำเสนอผลการหาคำตอบหน้าชั้นเรียน พบว่าในชั่วโมงแรกนักเรียนยังไม่สามารถที่จะตรวจสอบความถูกต้องของการหาคำตอบและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้กับโจทย์ที่กำหนด มีเพียงส่วนน้อยเท่านั้นที่สามารถทำได้แต่ยังไม่สามารถอธิบายได้ว่าจะเขียนขั้นตอนของการตรวจสอบอย่างไร และบอกได้ว่าเพื่อนที่ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนนั้นมีขั้นตอนในการหาคำตอบผิดพลาดในขั้นตอนใดบ้าง แต่ไม่สามารถ

อธิบายเหตุผลได้ ซึ่งในช่วงแรกใช้เวลานานมาก แต่เมื่อผ่านไปแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 – 4 นักเรียนสามารถแสดงการตรวจสอบคำตอบของปัญหาได้ แต่เพียงบางส่วนเท่านั้น เช่น บอกได้ว่า นำคำตอบไปแทนค่าในในสมการข้างต้น แต่เมื่อครูให้อธิบายว่าสมเหตุสมผลอย่างไรนักเรียนไม่สามารถที่จะอธิบายได้ เมื่อครูฝึกทักษะวิธีการมากขึ้นนักเรียนสามารถทำได้และสามารถอธิบายได้ว่าสมเหตุสมผลอย่างไร มีลำดับขั้นตอนการหาคำตอบถูกต้องหรือไม่ และมีขั้นตอนใดผิดพลาดบ้าง นักเรียนสามารถทำได้อย่างรวดเร็วมากขึ้น และตรวจสอบย้อนกลับได้เกือบทุกครั้ง ดังแสดงได้จากคำตอบที่ครูถามนักเรียนว่า “นักเรียนมั่นใจในคำตอบของตนเองหรือไม่” ซึ่งนักเรียนตอบว่า “มั่นใจค่ะ” จากนั้นครูถามต่อว่า “นักเรียนมั่นใจได้อย่างไรค่ะ” นักเรียนได้ตอบว่า “ก็ลองแทนคำตอบย้อนกลับเข้าไปในสูตร หรือแทนคำตอบที่ได้ทบทวนดูในโจทย์ถ้าตรงกัน ก็ใช้ได้ค่ะ” ดังภาพที่ 19



ภาพที่ 19 แสดงการตรวจสอบคำตอบว่ามีข้อผิดพลาดในขั้นตอนใด ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

จากภาพที่ 19 จะเห็นได้ว่านักเรียนมีการตรวจสอบคำตอบหรือความผิดพลาดของคำตอบอยู่ 2 แบบคือ การแทนคำตอบย้อนกลับเข้าไปในสูตร และแทนคำตอบที่ได้ทบทวนเข้าไปในโจทย์ จะพบว่าสองแบบได้ผลออกมาเหมือนกัน ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการตรวจสอบคำตอบและความผิดพลาดของคำตอบได้หลากหลายวิธี แล้วแต่ความถนัดของนักเรียนเอง

5) ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to formulate and validate generalization) เป็นความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์และเขียนพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่ค้นพบ

จากการพิจารณาข้อมูลที่ได้จากการตรวจแบบฝึกหัดและพฤติกรรมการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรมกลุ่มของนักเรียน ในชั่วโมงแรก ๆ ของการจัดกิจกรรม พบว่า เมื่อผู้วิจัยตั้งโจทย์ปัญหาใหม่ที่มีความซับซ้อนมากขึ้น นักเรียนบางส่วนไม่สามารถที่จะตอบคำถามได้ด้วยตนเอง จะต้องได้รับการชี้นำจากผู้วิจัยเสมอ หรือถ้ามีนักเรียนตอบได้ นักเรียนคนอื่น ๆ ก็จะใช้แนวคิดของนักเรียนคนนั้นในการคิดหาคำตอบต่อไป จึงพบว่ามีนักเรียนส่วนน้อยเท่านั้นที่สามารถค้นพบความสัมพันธ์ เพื่อใช้ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาทั่วไปที่มีความซับซ้อนได้ และไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้ แต่นักเรียนสามารถที่จะใช้แนวคิดเดิมในการหาคำตอบได้กับโจทย์ปัญหาที่มีลักษณะคล้าย ๆ กับที่ครูให้ตัวอย่าง หรือซับซ้อนไม่มากนัก แต่เมื่อเวลาผ่านไปเมื่อครูยกตัวอย่างโจทย์ใหม่ ที่ซับซ้อนขึ้น นักเรียนสามารถที่จะตอบคำถามได้ด้วยตนเองได้บ้างสำหรับบางคน แต่ก็ยังมีส่วนน้อยอยู่ สามารถอธิบายเหตุผลได้บ้างว่ามีที่มาอย่างไร เมื่อแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เป็นต้นไป นักเรียนสามารถที่จะแสดงวิธีคิดกับโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนได้มากขึ้น

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย 2 ข้อ ดังนี้ 1) พัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 2) ศึกษาคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และศึกษาพัฒนาการการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก

การดำเนินการวิจัยเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ดังกล่าวข้างต้นแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้

1. การศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. การศึกษาศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก
3. พัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้
4. ตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้

4.1 การตรวจสอบกระบวนการจัดการเรียนรู้และแผนการจัดการเรียนรู้ตามขั้นตอนของกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นโดยผู้ทรงคุณวุฒิ เพื่อนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขกระบวนการจัดการเรียนรู้และแผนการจัดการเรียนรู้

4.2 การตรวจสอบกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยการนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นไปดำเนินการสอนกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มทดลอง และมีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้สำหรับการนำไปสอนในสภาพการเรียนการสอนจริง

5. แก้ไขปรับปรุงกระบวนการจัดการเรียนรู้ นำข้อเสนอแนะจากผู้ทรงคุณวุฒิและที่ได้จากการทดลองสอนมาปรับปรุงแก้ไขขั้นตอนการจัดการเรียนรู้และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นตอนที่ 2 การทดลองใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ได้พัฒนาขึ้น

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 15 จังหวัดปัตตานี สำนักคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้จากการสุ่มแบบเจาะจง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล จ.ปัตตานี เป็นโรงเรียนขนาดใหญ่ ซึ่งมีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งหมด 13 ห้องเรียน โดยห้องที่ 12–13 เป็นห้องเรียนโครงการจัดการเรียนการสอนตามหลักสูตรกระทรงศึกษาธิการเป็นภาษาอังกฤษ (English Program) และห้องที่ 1 – 11 เป็นชั้นเรียนที่คละระดับความสามารถของนักเรียน แล้วผู้วิจัยเลือกนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มา 2 ห้องที่มีคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ใกล้เคียงกันด้วยวิธีการทางสถิติ ได้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน ห้อง ม.2/1 จำนวน 43 คน และ ห้อง ม.2/2 จำนวน 39 คน แล้วทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตทั้ง 2 ห้องด้วยการทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนน ด้วยค่าที (t-test) พบว่าคะแนนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้อง ทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบจากการทำแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของห้อง ม.2/1 และห้อง ม.2/2 เท่ากับ 12.28 และ 11.03 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของ

นักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จึงทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ด้วยค่าที (t – test) พบว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ก่อนเรียนใกล้เคียงกัน จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้อง ทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของห้อง ม.2/1 และห้อง ม.2/2 เท่ากับ 20.93 และ 20.64 ตามลำดับ นำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จึงทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยค่าที (t – test) พบว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนใกล้เคียงกัน

จากนั้นผู้วิจัยได้จับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่านักเรียนห้อง ม.2/1 เป็นกลุ่มทดลอง ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่จัดกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก และนักเรียนห้อง ม.2/2 เป็นกลุ่มควบคุม ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก และแผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 7 แผน โดยใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 14 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ให้ครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากนั้นผู้วิจัยนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา ลำดับเนื้อหา และความสอดคล้องขององค์ประกอบต่าง ๆ ในแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วนำมาปรับปรุง และนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นข้อสอบปรนัย จำนวน 25 ข้อ ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้ทดสอบก่อนเรียนของกลุ่มทดลอง

และกลุ่มควบคุม ใช้เวลาในการทำ 90 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.65 ค่าความยากเป็น 0.21 – 0.86 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.22 – 0.76

2.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นข้อสอบปรนัย จำนวน 25 ข้อ ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้ทดสอบหลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ใช้เวลาในการทำ 90 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.76 ค่าความยากเป็น 0.21 – 0.81 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.22 – 0.85

2.3 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้ทดสอบก่อนเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ใช้เวลาในการทำ 90 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.64 ค่าความยากเป็น 0.38 – 0.63 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.33 – 0.57

2.4 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้ทดสอบหลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ใช้เวลาในการทำ 90 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.76 ค่าความยากเป็น 0.32 – 0.66 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.21 – 0.53

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แล้วดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นสำหรับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งกลุ่มทดลองใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก ส่วนกลุ่มควบคุมใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ใช้เวลาสอนสัปดาห์ละ 3 คาบ เป็นเวลา 5 สัปดาห์ รวม 14 คาบ เมื่อดำเนินการทดลองสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดแล้ว ผู้วิจัยใช้แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ทดสอบหลังเรียนสำหรับนักเรียนทั้งสองกลุ่ม

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์และแบบวัดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ มาคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าเฉลี่ยเลขคณิตร้อยละ ผู้วิจัยเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการ

รูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน โดยการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t – test) เปรียบเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ โดยการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t – test) วิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก โดยนำคะแนนสอบหลังเรียนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาเปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดโดยกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ คือ ร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และวิเคราะห์พัฒนาการการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก จากภูมิหลังของนักเรียน ร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบงานและแบบฝึกหัด การตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา เพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรม มาวิเคราะห์ลักษณะการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนตามพฤติกรรมการคิดวิเคราะห์ 5 ด้าน

สรุปผลการวิจัย

การสรุปผลการวิจัย มีการนำเสนอ 2 ประเด็น คือ ผลการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้และผลการศึกษาคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ผลการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้

กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ประการ คือ หลักการ วัตถุประสงค์ และขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1.1 หลักการ

กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีหลักการสำคัญ 3 ประการ ดังนี้

1) การแสดงความคิดจากสถานปัญหาที่กำหนด

ใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ให้นักเรียนแสดงความคิด เพื่อครูเสริมต่อความคิดของนักเรียน ซึ่งจะนำไปสู่การวิเคราะห์ปัญหา เพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหา

2) การดำเนินการแก้ปัญหาและนำเสนอผลการแก้ปัญหา

ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา แสดงความรู้ เพื่อนำไปสู่การพบคำตอบ โดยครูสนับสนุนและขยายความคิดของนักเรียน ให้นักเรียนอธิบายความคิดจากการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ และสิ่งที่เรียนรู้จากการแก้ปัญหา โดยครูสนับสนุนและขยายความคิดที่นักเรียนอธิบาย

3) การประเมินเพื่อสะท้อนความคิด

การร่วมกันสรุปผลของการแก้ปัญหา ประเมินผลวิธีแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน โดยครูสนับสนุนความคิดของนักเรียน พร้อมทั้งขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา ซึ่งทำให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นและสะท้อนความคิด

1.2 วัตถุประสงค์

กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์ 2 ประการ ดังนี้

1) เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์

2) เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.3 ขั้นตอนของกระบวนการจัดการเรียนรู้

กระบวนการจัดการเรียนรู้มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 การแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา กำหนดปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ครูต้องเชื่อมโยงปัญหากับความรู้หรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญและคุณค่าของปัญหานั้น โดยครูล้วงความคิดของนักเรียนจากปัญหา พร้อมทั้งสนับสนุนความคิดความเข้าใจของนักเรียน

ขั้นที่ 2 การขยายความคิดเพื่อวิเคราะห์ปัญหา ล้วงความคิดด้วยการกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและเหมาะสม วางแผนค้นหาคำตอบ เก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด พร้อมทั้งครูสนับสนุนความคิดเพื่อหาวิธีการที่ได้คำตอบ และสนับสนุนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน

ขั้นที่ 3 การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด ให้นักเรียนนำเสนอความคิดจากวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ รวมถึงข้อค้นพบ และสิ่งที่เรียนรู้ พร้อมทั้งครูเพิ่มเติมรายละเอียดในบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง โดยครูจะต้องสนับสนุนความคิดและขยายความคิดจากข้อค้นพบและสิ่งที่นักเรียนร่วมกันอภิปราย

ขั้นที่ 4 การหาข้อสรุปและสะท้อนความคิด กระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันประเมินวิธีการที่ได้คำตอบ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนสามารถสะท้อนความคิดในวิธีการแก้ปัญหา จากนั้นขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา และนำไปสู่การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

2. ผลการศึกษาคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้

จากการนำกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักไปใช้ในสถานการณ์จริงด้วยแบบแผนการวิจัยกึ่งทดลอง โดยมีการวัดและประเมินผล 2 ระยะ คือ ทดสอบก่อนเรียนและทดสอบหลังเรียน กลุ่มทดลองได้รับจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก กลุ่มควบคุมได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ได้ผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ

6. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีพัฒนาการการคิดวิเคราะห์ เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ไปในทางที่ดีขึ้น สามารถคิดวิเคราะห์และนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

อภิปรายผลการวิจัย

จากการศึกษาผลการใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีประเด็นในการอภิปราย 2 ประเด็น คือ กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นและผลการศึกษาคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้

การอภิปรายผลจากกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น

การอภิปรายผลกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น มีประเด็นอภิปรายดังนี้

1. กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 พัฒนาขึ้นอย่างเป็นระบบ แต่ละขั้นของการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้เกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน และเป็นขั้นตอนที่ต่อเนื่องกันจากขั้นแรกไปสู่ขั้นสุดท้าย โดยเริ่มจากการวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นข้อมูลพื้นฐานในการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ เมื่อได้ข้อมูลเบื้องต้นแล้วจึงเริ่มจากการศึกษาและสังเคราะห์หลักการของรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก แล้วนำหลักการที่ได้จากการสังเคราะห์มากำหนดเป็นหลักการของกระบวนการจัดการเรียนรู้ และเชื่อมโยงหลักการของกระบวนการจัดการเรียนรู้มาสู่แนวทางจัดการเรียนรู้ จากแนวทางจัดการเรียนรู้มาสู่กระบวนการจัดการเรียนรู้ เมื่อได้กระบวนการจัดการเรียนรู้แล้ว มีการนำกระบวนการจัดการเรียนรู้ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบและนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขกระบวนการจัดการเรียนรู้ จากนั้นนำกระบวนการจัดการเรียนรู้ไปทดลองสอน เพื่อนำผลการสอนมาสะท้อนผลแล้วปรับปรุงแก้ไขการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีคุณภาพยิ่งขึ้น แล้วนำไปสอนกับกลุ่มตัวอย่าง กล่าวโดยสรุปได้ว่าการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ดำเนินการอย่างเป็นระบบโดยมีการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นแนวคิดพื้นฐาน

2. จุดเด่นของกระบวนการจัดการเรียนรู้

กระบวนการจัดการเรียนรู้นี้มีขั้นตอนที่แตกต่างจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติที่ใช้ทั่วไปในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนการการจัดการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 การแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา ขั้นที่ 2 การขยายความคิดเพื่อวิเคราะห์ปัญหา ขั้นที่ 3 การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด ขั้นที่ 4 การหาข้อสรุปและสะท้อนความคิด ลักษณะเด่นของกระบวนการจัดการเรียนรู้นี้ คือ นักเรียนสามารถพัฒนาความคิดของตนเองโดยเฉพาะความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เป็นผู้สร้างข้อสรุปด้วยตนเองจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยการจัดกิจกรรมของครูที่คอยกระตุ้นความคิดของนักเรียนอยู่ตลอดเวลา รวมทั้งมีการสื่อสารระหว่างครูกับนักเรียน และนักเรียนด้วยกัน ซึ่งสอดคล้องกับ ฮัลสเตด (Halsted, 1996: 47 – A) กล่าวไว้ว่า การสอนโดยให้นักเรียนมีโอกาสสนทนาแลกเปลี่ยนความคิด ได้ลงมือทำด้วยตนเองและได้ทำงานร่วมกับเพื่อน เป็นวิธีที่ช่วยเสริมสร้างความสามารถในการคิด โต้แย้งกัน โดยการอภิปรายผลการคิดร่วมกันเพื่อหาข้อสรุป

กระบวนการจัดการเรียนรู้นี้เหมาะสมกับการจัดการเรียนการสอนในยุคปัจจุบันที่เน้นนักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 ที่ส่งเสริมการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ

3. กระบวนการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับการส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

กระบวนการจัดการเรียนรู้นี้สอดคล้องกับการส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้ ขั้นที่ 1 การแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา เป็นขั้นตอนที่ส่งเสริมการคิดวิเคราะห์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เนื่องจากนักเรียนต้องมีการเชื่อมโยงความรู้เดิมในอดีต เพื่อไปสร้างความสัมพันธ์กับสิ่งที่เรียนรู้ใหม่ หรือขยายขอบเขตของความรู้ในเรื่องนั้น ๆ ให้กว้างขวางยิ่งขึ้น จนกลายเป็นข้อสรุปใหม่ของความรู้และปัญหาใหม่ที่นักเรียนได้รับ ซึ่งทำให้นักเรียนมองเห็นถึงความสำคัญของปัญหา นักเรียนจะรู้สึกว่าตนเองโดนกระตุ้นทางด้านความคิดอยู่ตลอดเวลาจากครูผู้สอน เนื่องจากครูจะตั้งคำถามกระตุ้นนักเรียนตลอดเวลา เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้ ซึ่งจะช่วยพัฒนาความคิดของนักเรียน และฝึกให้นักเรียนรู้จักวิเคราะห์ปัญหา เพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาต่อไป ขั้นที่ 2 การขยายความคิดเพื่อวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นตอนที่พัฒนาการคิดวิเคราะห์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน บนหลักการของความเป็นเหตุเป็นผล เมื่อนักเรียนได้รับการกระตุ้นความคิดจากครูผู้สอนอย่างต่อเนื่อง จะช่วยทำให้นักเรียนได้รับการฝึกและพัฒนาความสามารถทางด้านการคิดวิเคราะห์เพิ่มขึ้น ซึ่งนำไปสู่การแก้ปัญหา ไม่ว่าจะเป็นปัญหาในระดับใด ตั้งแต่มีความซับซ้อนน้อยไป

หาสิ่งที่มีความซับซ้อนมาก หรือจากง่ายไปหายากก็ตาม ซึ่งนักเรียนจะต้องเชื่อมโยงความรู้ ความคิดที่เป็นเหตุเป็นผลมาใช้แก้ปัญหาตามยุทธวิธีที่ได้เรียนมา ขั้นที่ 3 การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเป็นขั้นตอนที่ส่งเสริมการคิดวิเคราะห์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยนักเรียนได้นำเสนอความคิดของตนเองจากการวิเคราะห์ปัญหาและแลกเปลี่ยนความคิดร่วมกัน บนหลักการของความเป็นเหตุเป็นผลที่มีการอ้างอิงทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม เพื่อนำมาใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์จริง ซึ่งเป็นขั้นที่ตรวจสอบการเรียนรู้ของนักเรียนได้เป็นอย่างดีว่า นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนหรือไม่ ขั้นที่ 4 การหาข้อสรุปและสะท้อนความคิด เป็นขั้นตอนที่ส่งเสริมการคิดวิเคราะห์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เนื่องจากเป็นขั้นที่ฝึกให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนมา และแสดงออกเกี่ยวกับความคิดเห็น คิดวิเคราะห์ในการแก้ปัญหาของตนเองบนหลักการของความเป็นเหตุเป็นผลที่อ้างอิง ทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม และแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ในรูปแบบของการอภิปราย ทำให้เกิดการทบทวนกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่การขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา และนำไปสู่การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

จะเห็นได้ว่าจากรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก ทั้ง 4 ขั้นตอน ล้วนแล้วแต่เป็นกระบวนการของการส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของกรีนวูด (Greenwood, 1993: 144 – 148) ซึ่งสรุปได้ว่า ความสามารถด้านความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่สามารถพัฒนาให้เกิดขึ้นได้ โดยเน้นการตัดสินใจ การปรับ/เปลี่ยนสถานการณ์ปัญหาด้วยการกำหนดเงื่อนไขเพิ่มเติมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ และยังสอดคล้องกับแนวคิดของเพิอร์กินส์ (Perkins, 1972: 62) ที่ว่า ความสามารถด้านความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่สามารถพัฒนาให้เกิดขึ้นกับนักเรียนได้ โดยการสอนเพื่อพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการสอนเนื้อหา และมัณฑรา ธรรมบุษย์ (2545: 2 – 3) ที่ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นรูปแบบการเรียนรู้โดยให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่จากการใช้ปัญหาที่เกิดขึ้นในโลกแห่งความเป็นจริงเป็นบริบทของการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนเกิดทักษะในการคิดวิเคราะห์ รวมทั้งได้ความรู้ตามศาสตร์ในสาขาวิชาที่ตนศึกษาด้วย

การอภิปรายผลจากการศึกษาคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้

ผลการศึกษาคุณภาพของกระบวนการจัดการเรียนรู้ มีประเด็นที่นำมาอภิปรายดังนี้

1. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีความสามารถในกาคิดวิเคราะห์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐาน ที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะ การจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนา

ความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก ผู้เรียนถูกกระตุ้นให้มีโอกาสฝึกใช้ความคิด ตอบคำถามจากครู มีโอกาสได้พูด แสดงความคิดเห็น จากการกระตุ้นใช้คำถามของครูอยู่ตลอดเวลา ส่งผลให้นักเรียนได้ฝึกการแสดงออกเกี่ยวกับความคิดของตนเองด้วยการพูดหรืออธิบายคิดวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาที่ครูกำหนดขึ้น นักเรียนได้ฝึกการเชื่อมโยงความรู้ทุกครั้งของการเรียนไปยังประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง รวมทั้งเปิดโอกาสให้เชื่อมโยงไปยังความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมา หรือวิชาอื่น ๆ และในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีขั้นตอนที่ให้เวลาสำหรับนักเรียนในการใช้ความคิด หรือหาคำตอบของคำถามผ่านการอภิปรายภายในกลุ่มย่อย และเปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดกับเพื่อนร่วมชั้น เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนฝึกการคิดวิเคราะห์ สอดคล้องกับแนวคิดของฮัลสเตด (Halsted, 1996: 47 – A) ที่ว่าการสอนโดยให้นักเรียนมีโอกาสสนทนาแลกเปลี่ยนความคิด ได้ลงมือทำด้วยตนเองและได้ทำงานร่วมกับเพื่อน เป็นวิธีที่ช่วยเสริมสร้างความสามารถในการคิด โต้แย้งกัน โดยการอภิปรายผลการคิดร่วมกันเพื่อหาข้อสรุป นอกจากนี้สถานการณ์ปัญหาที่ครูนำเสนอเป็นสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียนทำให้นักเรียนรู้สึกอยากคิด อยากที่จะเรียนรู้มากขึ้น ดังที่สภาครูคณิตศาสตร์ของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) ให้ความเห็นว่า การเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นอีกวิธีการจัดการเรียนการสอนที่ช่วยพัฒนาผู้เรียนให้เข้าใจมโนทัศน์ของคณิตศาสตร์ รวมทั้งช่วยพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ รอบบิน (Robbins, 2009: 40 – 47) ที่ศึกษาการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการคิดวิเคราะห์ ในสภาพแวดล้อมของห้องเรียน โดยการใช้คำถามที่หลากหลาย และบ่อยครั้ง ที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนผ่านลำดับการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล เก็บข้อมูลโดยการอัดวีดีโอให้นักเรียนแสดงความคิดหรือการพูดคุยดัง ๆ ในห้องเรียน พบว่าทำให้นักเรียนมีทักษะการคิดวิเคราะห์ดีขึ้น นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ สุภาภรณ์ ระสิตานนท์ (2550: 98 – 100) ศึกษาผลการใช้วิธีการสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาความสามารถการคิดวิเคราะห์ในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 หลังการใช้วิธีสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหาสูงกว่าก่อนการใช้วิธีสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหา จากเหตุผลข้างต้น น่าจะเป็นผลทำให้ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐาน ที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะ นักเรียนที่เรียนจากกระบวนการ

จัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก นักเรียนมีโอกาสได้อธิบาย วิเคราะห์การหาคำตอบ แก้ปัญหาด้วยวิธีของนักเรียนเอง จากการที่ครูกระตุ้นใช้คำถามให้นักเรียนได้คิดหาคำตอบ และแก้ปัญหา ซึ่งการตอบคำถามเป็นการให้โอกาสนักเรียนสื่อสารวิธีการในหารหาคำตอบของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจ (สิริพร ทิพย์คง, 2544: 16) พร้อมทั้งครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฟังและทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของเพื่อน ซึ่งเป็นการช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้แบ่งปันความคิดของตนเองและเพื่อน โดยอาจมีคำตอบที่ถูกและผิด นอกจากนี้การเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นการเรียนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ มีจุดมุ่งหมายให้ผู้เรียนแสวงหาความรู้และนำความรู้นั้นมาแก้ปัญหา (Illnois Mathematics and Science Academy, 2006) และเนื่องจากการใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นการเรียนที่นักเรียนต้องเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน และสามารถหาวิธีการในการหาคำตอบได้หลากหลายแนวทาง นักเรียนต้องมุ่งมั่น พยายามคิดวางแผนหาแนวทางที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องร่วมกันทำงานเป็นกลุ่มย่อย เพื่ออภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้ความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ทุกคนมีส่วนร่วมในการศึกษาหาความรู้เพิ่มเติมเพื่อนำมาใช้ประกอบการแก้ปัญหา ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของวันดี ต่อเพ็ง (2553: 60 – 61) ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .01 นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล (2545: 124-125) ได้พัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการประยุกต์แนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักในการเรียนรู้เพื่อสร้างเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ พบว่าคะแนนเฉลี่ยสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ในส่วนของทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการสอนที่พัฒนาขึ้นสูงกว่าคะแนนเกณฑ์ จากเหตุผลข้างต้น น่าจะเป็นผลทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักหลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐาน ที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะ การจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก ครูมุ่งที่จะกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดอยู่ตลอดเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เน้นการคิดของนักเรียน โดยใช้

ความคิดขั้นสูงและความรู้ที่ลึกซึ้ง ตอบคำถามจากการที่ครูกระตุ้นใช้คำถาม ทำให้นักเรียนมีโอกาสได้พูดแสดงความคิด ส่งผลให้นักเรียนได้ฝึกการแสดงออกเกี่ยวกับความคิดของตนเองด้วยการพูดหรืออธิบาย ส่วนนักเรียนที่ไม่ได้พูดหรือตอบคำถามจะเป็นผู้ฟังคำตอบ คำอธิบายของเพื่อน ทำให้ตนเองได้ใช้ความคิดและพิจารณาตามไปด้วยว่าคำตอบ คำอธิบายของเพื่อนมีความถูกต้อง น่าเชื่อถือหรือไม่ นักเรียนมีการเชื่อมโยงความรู้เดิมในอดีตและประสบการณ์เดิมในอดีต เพื่อไปสร้างความสัมพันธ์กับสิ่งที่เรียนรู้ใหม่ จากสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน นักเรียนรู้จักวิเคราะห์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา อีกทั้งครูได้เสริมสร้างบรรยากาศการร่วมมือแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิด แสดงให้เห็นว่า การคิดวิเคราะห์สามารถพัฒนาและฝึกฝนด้วยการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบที่หลากหลายหรือจัดสิ่งกระตุ้นให้มากพอที่สมองจะได้คิด และมีสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจ ดังที่ ชานนท์ จันทรา (2549, 47 – 50) กล่าวไว้ว่าการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักจะให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ใหม่จากการใช้ปัญหาที่เกิดขึ้นในโลกแห่งความเป็นจริง เพื่อให้นักเรียนเกิดทักษะในการคิดวิเคราะห์ และคิดแก้ปัญหา ซึ่งการให้ปัญหาตั้งแต่ต้นจะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนอยากเรียนรู้ และดังที่ มาร์โลว (Marlow, 1995: 3) ได้กล่าวว่า ครูควรเน้นการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามความต้องการของนักเรียน ประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน ควรจะสนับสนุนเนื้อหาในหลักสูตรคณิตศาสตร์ เนื้อหาในหลักสูตรคณิตศาสตร์ควรจะเตรียมการให้พร้อมสำหรับไว้ในประสบการณ์ในชีวิตประจำวันที่เป็นจริง ควรให้ความสำคัญกับการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์จากการปฏิบัติ ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของฟรายวิลลิก (Frivillig, 1999: 148 – 170) ที่ได้ศึกษาการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยกำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Advancing Children's Thinking: ACT) ซึ่งประด้วยล้วงความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิด ผลการศึกษาพบว่า แนวการจัดกิจกรรมดังกล่าวสามารถดึง/ล้วงความคิดของนักเรียนหรือขยายความคิดของนักเรียนและสนับสนุนให้นักเรียนเกิดความคิดทางคณิตศาสตร์มากขึ้น จากเหตุผลข้างต้น น่าจะเป็นผลทำให้ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐาน ที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะ การจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก ผู้เรียนมีโอกาสพบกับสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวันของผู้เรียน และนักเรียนได้ร่วมกันศึกษาเรียนรู้

ร่วมกับกลุ่มเพื่อน แสวงหาความรู้ ข้อมูล และวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ ร่วมกันเพื่อที่จะแก้ไขปัญหานั้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของลิน (Lynn, 1993: 169 – 170) ที่พบว่า องค์ประกอบหนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดี คือ ความช่วยเหลือร่วมมือกันในกลุ่มย่อย และดังที่ ซอห์ลเบิร์ก และแบร์รี (Sahlberg & Berry, 2002: Online) ที่พบว่า การเรียนรู้โดยใช้กลุ่มเล็กส่งเสริมให้นักเรียนเกิดทักษะการแก้ปัญหา ซึ่งทำให้นักเรียนมีโอกาสแสดงความคิดของตนเองมากกว่าการที่ครูสอนทั้งชั้นเรียน ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของเอลเชฟฟี (Elshafei, 1998: 55 – 64) ที่ได้ทำการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบผลการเรียนรู้ของนักเรียนด้วยวิธีการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานในวิชาพีชคณิต 2 โดยได้ทำการวิจัยกึ่งทดลองกับนักเรียนโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายในเมืองแอตแลนตา ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการเรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญ และจากงานวิจัยยังพบอีกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง มีการรวมกลุ่มกันแก้ปัญหาและสามารถคิดค้นวิธีการแก้ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550: 166) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่านักเรียน มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากเหตุผลข้างต้น น่าจะเป็นผลทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ ที่กำหนดโดยกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐาน ที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากลักษณะการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก เป็นการเรียนรู้ที่ครูมุ่งเสนอปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน มีการอภิปรายเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาภายในกลุ่ม ทำให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยเน้นการคิดของนักเรียน นักเรียนได้ใช้ความคิดอยู่ตลอดเวลาในการจัดการเรียนการสอน สอดคล้องกับแนวคิดของไคลด์ (clyde, 1967: 108) ซึ่งได้เสนอแนะถึงการสร้างปัญหาคณิตศาสตร์ให้น่าสนใจว่า ควรให้มีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และมีความสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหามากที่สุด โดยเรื่องราวอาจเป็นเรื่องราว หรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นกับผู้แก้ปัญหา ในชีวิต

ประจำวัน หรือมักเกิดกับบุคคลทั่ว ๆ ไป หรือมีลักษณะคล้ายกับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวัน จากเหตุผลข้างต้น เป็นผลทำให้นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ คือ ร้อยละ 50

6. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักมีพัฒนาการการคิดวิเคราะห์ เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ไปในทางที่ดีขึ้น สามารถคิดวิเคราะห์และนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ก่อนเรียน

ในช่วงชั่วโมงต้น ๆ จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในห้องเรียน พบว่านักเรียนบางคนสามารถลำดับขั้นตอนการคิดได้แต่ไม่สามารถอธิบายได้ หรือไม่สามารถให้เหตุผลมาประกอบการอธิบายกระบวนการหาคำตอบว่าทำไมต้องทำแบบนี้ คิดแบบนี้ เนื่องจากไม่ทราบจะให้เหตุผลอย่างไร ส่วนใหญ่ตอบเหมือนกันในลักษณะเดียวกันว่า เคยเรียนมาแบบนี้หรือเคยทำมาแบบนี้ และมักเน้นการได้มาซึ่งคำตอบเพียงอย่างเดียว ไม่เป็นลำดับขั้นตอน เมื่อครูให้ปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้น นักเรียนไม่สามารถมองภาพขั้นตอนออก และไม่สามารถเชื่อมโยงสิ่งที่รับรู้ หรือเคยเรียนรู้ไปแล้วไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

ระหว่างเรียน

ในการจัดกิจกรรมครูได้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายและนำเสนอแนวคิดได้อย่างอิสระ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงความคิด ช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะการคิด และสังเกตได้ว่าการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มมีส่วนทำให้นักเรียนที่เรียนอ่อนได้มีโอกาสนำเสนอแนวคิด เนื่องจากการแบ่งกลุ่มจะคละความสามารถ ผู้วิจัยได้พิจารณาพัฒนาการการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนตามแนวคิดของวิลสัน (Wilson, 1971: 645 – 69) ซึ่งประกอบด้วย 5 ด้าน ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ในระยะแรก ๆ ของการเรียนนักเรียนจะใช้เวลามากในการทำความเข้าใจแยกแยะปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ เชื่อมโยงความรู้ที่เรียนและประสบการณ์เดิมมาสู่การแก้ปัญหา ผู้วิจัยเน้นให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์โจทย์ โดยทำความเข้าใจข้อมูลและเงื่อนไขสำคัญก่อนลงมือแก้ปัญหา เพื่อที่กำหนดแนวทางใหม่ในการตัดสินใจแก้ปัญหา

2. ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ นักเรียนใช้เวลามากในการเข้าใจ เนื่องจากเป็นการฝึกให้นักเรียนลำดับความคิด และความสัมพันธ์ของข้อมูลจากปัญหา และข้อมูลความรู้ที่นักเรียนมีอยู่ โดยผู้วิจัยต้องแสดงให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ภายในโจทย์

และลำดับไปสู่การค้นพบความสัมพันธ์ในการแก้ปัญหา แต่สำหรับนักเรียนเก่งก็จะสามารถหาความสัมพันธ์และนำไปสู่การค้นพบความสัมพันธ์ในการแก้ปัญหาได้เลย

3. ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ เมื่อนักเรียนค้นพบความสัมพันธ์ของข้อมูลจากปัญหา และข้อมูลความรู้ที่นักเรียนมีอยู่ นักเรียนสามารถอ้างอิง กฎ สูตร นิยาม ตลอดจนนำหลักการทั่วไปไปใช้ประกอบอ้างอิง อธิบายหรือให้เหตุผลได้มากขึ้น โดยช่วงแรก ๆ อาจใช้เวลานาน เมื่อนักเรียนคล่องแล้วก็จะสามารถแสดงการพิสูจน์ได้ด้วยตนเองได้อย่างรวดเร็ว

4. ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยจะเน้นให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของการหาคำตอบ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้กับโจทย์ที่กำหนด โดยจะต้องใช้เหตุผลว่าถูกต้องหรือไม่ มีขั้นตอนใดผิดพลาดบ้าง ซึ่งในช่วงแรกใช้เวลานานมากแต่เมื่อทักษะมากขึ้นนักเรียนก็สามารถทำได้อย่างรวดเร็ว

5. ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป นักเรียนยังสามารถทำได้น้อยโดยนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถที่จะค้นพบความสัมพันธ์ใหม่ แต่นักเรียนสามารถที่จะใช้แนวคิดเดิมในการหาคำตอบได้

หลังเรียน

จากการประเมินจากภูมิหลังของนักเรียน ร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบงานและแบบฝึกหัด การตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และแบบทดสอบหลังเรียน พบว่า เมื่อมีการจัดกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนได้คิดอธิบายความคิดของตนเองด้วยการพูดอธิบาย และใช้กระบวนการกลุ่มในการปฏิบัติกิจกรรมจะเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกันคิดวิเคราะห์สถานการณ์ร่วมกันพิจารณาไตร่ตรองอย่างรอบคอบ สามารถอ้างอิง กฎ สูตร นิยาม อธิบายหรือให้เหตุผลได้มากขึ้น มีการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบกับโจทย์ที่มีความซับซ้อนมากขึ้นได้ และนักเรียนจะสะท้อนวิธีการได้มาซึ่งคำตอบของตนเองอย่างหลากหลายมากขึ้น เช่น การแสดงความสัมพันธ์หรือลำดับขั้นของการได้มาซึ่งคำตอบในรูปของการเขียนแผนภาพ

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้ ดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักในครั้งนี้เน้นกระบวนการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเอง ในระยะแรก ๆ นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับกระบวนการสอนในลักษณะนี้ ทำให้นักเรียนยังคิดไม่ค่อยได้ ครูอาจต้องให้เวลาและโอกาสกับนักเรียนมากกว่าปกติ แต่เมื่อเวลาผ่านไป นักเรียนจะค่อย ๆ พัฒนาการคิดได้ดีขึ้น และสามารถเรียนรู้ได้อย่างลึกซึ้งมากขึ้น ครูจึงต้องมีความอดทนและพยายามใช้

กระบวนการอย่างต่อเนื่อง และครูควรมีการวางแผนการจัดการเรียนการสอนอย่างรัดกุม ไม่รีบร้อนในการเร่งรัดให้นักเรียนได้มาซึ่งข้อสรุปหรือไม่ด่วนสรุปข้อมูลต่าง ๆ เสียเอง

2. การสร้างคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนตอบคำถาม ครูควรมีทักษะในการใช้คำถาม ซึ่งเป็นคำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด ร่วมกันอภิปราย และแลกเปลี่ยนความคิดเห็น เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเนื้อหาได้อย่างทั่วถึง

3. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความสามารถทางการคิดอย่างเต็มที่ เช่น การอภิปราย การซักถาม ครูต้องให้เวลานักเรียนในการคิดแต่ละกิจกรรม หากนักเรียนคิดไม่ออกครูควรยกตัวอย่างง่าย ๆ ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถปฏิบัติกิจกรรมได้

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป ดังนี้

1. เนื่องจากการวิจัยในครั้งนี้มีการทดลองใช้กับเนื้อหาคณิตศาสตร์เพียงบทเดียว เพื่อให้ทราบถึงประสิทธิภาพของของการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก จึงควรมีการทำวิจัยในระยะยาว เพื่อให้ทราบถึงประสิทธิภาพที่แน่นอนยิ่งขึ้น

2. การจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก อาจสามารถนำไปดัดแปลงหรือประยุกต์ใช้ในการพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนในด้านอื่น ๆ อีกที่แตกต่างจากงานวิจัยในครั้งนี้

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กษมา วุฒิสารวัฒนา. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยเน้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดพะเยา. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548.

กิ่งแก้ว เลิศเจตนารมณ์. ผลการใช้แบบรูปการสอนโดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการประถมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น, 2540.

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. การคิดเชิงวิเคราะห์. กรุงเทพมหานคร: ซัคเซสมีเดีย, 2546.

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. การพัฒนาทักษะการคิด. [Online]. 2545. แหล่งที่มา: http://advisor.anamai.moph.go.th/download/think02.html. [17 ธันวาคม 2555].

กำจร มุนีแก้ว. ผลของการสอนโดยใช้เทคนิคการคิดออกเสียงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดสำนักงานสภาสถาบัน. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2539.

โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. ปัจจัยที่ทำให้ระบบโรงเรียนประสบความสำเร็จ. กรุงเทพมหานคร: อรุณการพิมพ์, 2554.

เฉลิม วราวิทย์. แนวคิดใหม่ในแพทยศาสตรศึกษา. วารสารครุศาสตร์ 16 (มกราคม – มีนาคม 2531): ก – ฐ.

ชาญชัย ยมดิษฐ์. เทคนิคและวิธีการสอนร่วมสมัย. กรุงเทพมหานคร: หลักพิมพ์, 2548.

ชานนท์ จันทรา. การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน: การสร้างปัญหาจากวรรณกรรมสำหรับเด็ก. นิตยสารคณิตศาสตร์ MY MATHS 2 (พฤศจิกายน 2549): 29 – 37.

ชาติ แจ่มนุช. สอนอย่างไรให้คิดเป็น. กรุงเทพมหานคร: เลี่ยงเชียง, 2545.

เชิดศักดิ์ โฆวาสินธุ์. การฝึกสมรรถภาพสมองเพื่อพัฒนาคุณภาพการคิด. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2530.

ณาตยา อุทยารัตน์. พัฒนาการความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 ที่มีระดับการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านการเรียนต่างกัน ในโรงเรียนกลุ่มรัตนโกสินทร์. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวัดผลการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2549.

ณัฐิกานต์ รักนาค. การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยง ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2552.

ดวงทิพย์ เพ็ชรนิล. ผลของการใช้กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีต่อการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกและผลสัมฤทธิ์ทาการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาจิตวิทยาการศึกษา ภาควิชาสารัตถศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.

ทองสุข คำธนะ. ผลของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางการพยาบาลผู้สูงอายุของนักศึกษาวิทยาลัยพยาบาลกระทรวงสาธารณสุข. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการพยาบาลศึกษา คณะพยาบาลศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.

ทิศนา แขมมณี และคณะ. วิทยาการด้านการคิด. กรุงเทพมหานคร: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ปแมเนจเม้นท์, 2544.

ทิศนา แขมมณี. ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545.

ธงชัย ชิวปรีชา. การใช้การสอบขับเคลื่อนการสอน. นิตยสารสสวท. 40 (มกราคม – กุมภาพันธ์ 2555): 12 – 13.

นภา หลิมรัตน์. PBL คืออะไร ?. วารสารส่งเสริมประสิทธิภาพการเรียนการสอน. 6 (กันยาย – ธันวาคม 2540) 6(1): 12 – 14.

นภเนตร ธรรมบวร. การพัฒนากระบวนการคิดในเด็กปฐมวัย. กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.

นวลจันทร์ ผมอุดทา. ผลของการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SSCS ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545.

นิคม ปิยมโนชา. การคิดและการสอนเพื่อพัฒนาการคิด[Online]. 2547. แหล่งที่มา: http://www.mc41.com/more/math4040.html [13 สิงหาคม 2555].

นุตริยา จิตตารมย์. ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548.

บรรพต สุวรรณประดิษฐ์. การพัฒนาหลักสูตรโดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ. เชียงใหม่: เชียงใหม่โรงพิมพ์แสงศิลป์, 2544.

บุญชม ศรีสะอาด. การวิจัยสำหรับครู. กรุงเทพมหานคร: สุวีริยาสาส์น, 2546.

เบญจมาศ ฉิมมาลี. ผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2550.

เบญจมาศ เทพบุตรดี. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา ปีที่ 6 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารทศนิยม. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, 2550.

ปกรณ์ พลาหาร. การแก้ปัญหาด้วยสมการ**.** กรุงเทพมหานคร: ชมรมเด็ก, 2534.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2544.

พวงรัตน์ บุญญานุรักษ์. การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก. กรุงเทพมหานคร: ธนาเพรสแอนด์กราฟฟิค, 2544.

พวงรัตน์ บุญญานุรักษ์ และ Majumdar, Basanti. การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก. กรุงเทพมหานคร: ธนาเพรสแอนด์กราฟฟิค, 2544.

พร้อมพันธ์ อุดมสิน. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตสาสตร์. กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.

พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคะนอง. ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2547.

พิจิตร อุตตะโปน. ชุดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2550.

พิชิต สนั่นเอื้อ. ผลของการฝึกการสอนคิดอย่างมีวิจารณญาณแบบสอดแทรกในวิชาที่สอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถด้านการแก้ปัญหาเชิงวิทยาศาสตร์ของนักเรียนโรงเรียนสงเคราะห์สกลนคร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาการศึกษาวิทยาศาสตร์ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.

พิมพันธ์ เดชะคุปต์. การบูรณาการทักษะกระบวนการคิดในการเรียนการสอนเนื้อหาสาระ. โครงการวิจัย เรื่อง การนำเสนอรูปแบบสร้างทักษะการคิดขั้นสูงของนิสิตศึกษาครู ระดับปริญญาตรี สำหรับหลักสูตรครุศึกษา (โครงการ รคส.) จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.

มนัสภรณ์ วิทูรเมธา. การเรียนการสอนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก. รังสิตสารสนเทศ 7 (มกราคม – มิถุนายน 2544): 57 – 69.

มัณฑรา ธรรมบุศย์. การพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้โดยใช้ PBL. วารสารวิชาการ 5 (กุมภาพันธ์ 2545): 1 – 17.

เมธาวี พิมวัน. ชุดการเรียนการสอนที่ใช้ปัญหาเป็นฐานในการเรียนรู้ เรื่องพื้นที่ผิว ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2549.

ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล. การพัฒนากระบวนการการเรียนการสอนโดยการประยุกต์แนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักในการเรียนรู้เพื่อสร้างเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545.

ยุวดี ฤาชา. การพัฒนาหลักสูตรฝึกอบรมการจัดการเรียนแบบที่ใช้ปัญหาเป็นหลักสำหรับอาจารย์พยาบาล. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, สาขาการวิจัยและพัฒนาหลักสูตร บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2536.

ยุพิน พิพิธกุล. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2530.

ยุพิน พิพิธกุล. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพาหานคร: บพิธการพิมพ์, 2539.

ยืน ภู่วรวรรณ. คณิตศาสตร์กับการพัฒนาประเทศ[Online], 2550. แหล่งที่มา: http://www.mc41.com/more/math4040.html[13 สิงหาคม 2555]

ลักขณา สริวัฒน์. การคิด. กรุงเทพมหานคร: โอ เอส พริ้นติ้ง เฮ้าส์, 2549.

ราตรี เกตบุตตา. ผลของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาคมัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2546.

วาสนา กีรติจำเริญ. มาตรฐานครูวิทยาศาสตร์และมาตรฐานครูคณิตศาสตร์. นิตยสาร สสวท. 40 (มกราคม – กุมภาพันธ์ 2555): 50 – 53.

วิชาการ, กรม. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน. กรุงเทพมหานคร: องค์การรับส่งสินค้าและภัสดุภัณฑ์, 2544.

วิชัย วงษ์ใหญ่. จากหลักสูตรแกนกลางสู่หลักสูตรสถานศึกษา : กระบวนทัศน์ใหม่การพัฒนา. กรุงเทพมหานคร: จรัลสนิทวงศ์การพิมพ์, 2552.

วิไลพร คำเพราะ. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ในกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่สอนโดยใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาการประถมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2539.

วันดี ต่อเพ็ง. ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษาศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2553.

ศันสนีย์ ฉัตรคุปต์ และอุษา ชูชาติ. ฝึกสมองให้คิดอย่างมีวิจารณญาณ. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพาณิช, 2544.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.กรุงเทพมหานคร: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทยจำกัด, 2551.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (สทศ.). สทศ.กางสถิติ 3 ปี ค่าเฉลี่ย O – NET/GAT – PAT[Onlie]. 2554. แหล่งที่มา: http://kunnatee.athittaya.com/?p=709 [24 มิถุนายน 2555]

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: คุรุสภาลาดพร้าว, 2545.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ศรีเมืองการพิมพ์, 2546.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ส เจริญ การพิมพ์, 2551.

สมเดช บุญประจักษ์. การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2540.

สมเดช บุญประจักษ์. การแก้ปัญหา (Problem Solving). วารสารคณิตศาสตร์ 51 (กุมภาพันธ์ – เมษายน 2550): 71 – 73.

สมศักดิ์ โสภณพินิจ. ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์(กับการสอน). วารสารคณิตศาสตร์ ฉบับเฉลิมพระเกียรติ 72 พรรษา สมเด็จพระนางเจ้าพระบรมราชินีนาถ (2547): 14 – 25.

สิริพร ทิพย์คง. การแก้ปัญหา. เอกสารคำสอนวิชา 158522: ทฤษฎีและวิธีสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาการศึกษาคณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2536.

สิริพร ทิพย์คง. ศิลปะการตั้งคำถามในวิชาคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์ 44 (พฤศจิกายน – มกราคม 2544) 15 – 16.

สิริพร ทิพย์คง. ทักษะการคิด (Thinking Skill). วารสารคณิตศาสตร์ ฉบับเฉลิมพระเกียรติ 72 พรรษา สมเด็จพระนางเจ้าพระบรมราชินีนารถ (2547): 7 – 11.

สิริพร ทิพย์คง. การแก้ปัญหา. เอการคำสอนวิชา 158522: ทฤษฎีและวิธีสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2536.

สุคนธ์ สินธพานนท์, วรรัตน์ วรรณเลิศลักษณ์, และพรรณี สินธพานนท์. พัฒนาทักษะการคิดพิชิตการสอน. กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2550.

สุกัญญา ศิริเลิศพรรณา. ผลของการใช้เทคนิคแผนที่ความคิดในการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2553.

สุพัตรา จอมคำสิงห์. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2552.

สุพัตรา ผาติวิสันติ์. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีแบบการเรียนต่างกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2535.

สุภาภรณ์ ระสิตานนท์. ผลการใช้วิธีการสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาความสามารถการคิดวิเคราะห์ในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ, 2550.

สุภนันท์ เสถียรศรี. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตสาสตร์ การคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกกิจกรรมการคิดกับการสอนตามคู่มือครู. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2536.

สุนทรี คนเที่ยง. การจัดการเรียนการสอนตามแนวปฏิรูปการศึกษา. วารสารข่าวสารกองบริการการศึกษา. 12 (พฤษภาคม – มิถุนายน 2544): 10 – 19.

สุนทรีย์ สมมะโน. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามสภาพจริงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2553.

สุรศักดิ์ หลาบมาลา. “การจัดกลุ่มนักเรียนในการเรียนแบบร่วมมือ”. วารสารพัฒนาหลักสูตร. 96 (มีนาคม 2533): 32 – 34.

สุรินทร สวนทอง. ผลของการฝึกสมรรถภาพทางสมองที่มีต่อทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2534.

สุริเยส สุขแสวง. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสุรินทร์. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548.

สุวิทย์ มูลคำ. วิธีการจัดการเรียนรู้: เพื่อพัฒนากระบวนการคิด. กรุงเทพมหานคร: ภาพพิมพ์, 2542.

สุวิทย์ มูลคำ. กลยุทธ์การสอนคิดประยุกต์. กรุงเทพมหานคร: ภาพพิมพ์, 2547.

สุวิทย์ มูลคำ. กลยุทธ์การสอนคิดวิเคราะห์. กรุงเทพมหานคร: ภาพพิมพ์, 2548.

สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน. กรุงเทพมหานคร: สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ, 2550.

เสงี่ยม โตรัตน์. “การสอนเพื่อสร้างเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์”. วารสารศึกษาศาสตร์ 1 (มิถุนายน-ตุลาคม 2546): 26 – 37.

อรพรรณ พรสีมา. การคิด. กรุงเทพมหานคร: สถาบันพัฒนาทักษะการคิด, 2543.

อาภรณ์ แสงรัศมี. ผลของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักต่อลักษณะการเรียนรู้ด้วยตนเองผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อม และความพึงพอใจต่อการเรียนการสอนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาวิทยาศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2543.

อเนก จันทรจรูญ. การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ที่ 6 โดยใช้ชุดการสอน. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2545.

อเนก พ.อนุกูล. การสอนให้คิดเป็น 4.0 การคิดแบบวิเคราะห์ (Analysis). วงการครู 1 (เมษายน 2547): 60 – 66.

อุดม วิเศษวิสัย. ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้สมองเป็นพื้นฐานที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2553.

อุษณีย์ โพธิสุข. สร้างลูกให้เป็นอัจฉริยะ. กรุงเทพมหานคร: ผู้จัดการ, 2537.

อุษณีย์ โพธิ์สุข และคณะ. รูปแบบการจัดการศึกษาสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษด้านทักษะความคิดระดับสูง. รายงานการวิจัย, กรุงเทพมหานคร: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ สำนักนายกรัฐมนตรี, 2544.

อัมพร ม้าคนอง. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2553.

อัมพร ม้าคนอง. เอกสารประกอบการสอนวิชา การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2547.

ภาษาอังกฤษ

Adams, S., Leslie, E., and Beeson, B. F. Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach. New York: Harper & Row, 1977.

Adams, S. Teaching Mathematics. New York: Harper & Raw Publishers, 1977.

Anderson, K., B., and Pingry, R., E. Problem Solving in Mathematics: Its Theory and Practice. Washington, D.C: The National Council of Teachers of Mathematics, 1973.

Adren, R. I. Learning to teach. 3rd ed. New York: McGraw – Hill, 1994.

Bank, J. Teaching strategies for the social studies inquiry, volley and decision making. Washington DC: University of Washington Seattle, 1985.

Barell, J. PBL An Inquiry Approach. Illinois: Skylight Training and Publishing, 1998.

Baroody, A. J. Problem Solving, Reasoning and Communicating, K – 8: Helping Children Think Mathematically. New York: Macmillan Publishing, 1993.

Barrows, H. S. Problem – Based Learning in Medicine and Beyond: a Brief Overview. In L. Wilkerson and W.H. Gijselaers (eds.) Bringing Problem – Based Learning to Higher Education. Theory and Practices. San Francisco: Jossey – Bass, 1996

Barrows, H. S. and Tamblyn, P. M. Problem – Based Learning: An Approach to Medical Education. New York: Springer Publishing, 1980.

Battiste, E. C. The relationship between direct Instruction in thinking Skills and growth in cognitive development. Dissertation Abstracts International. 42 (July 1981): 3065 – A.

Ben – Zeev Talia. When Erroneous Mathematical Thinking Is Just as "Correct": The Oxymoron of the Rational Errors. In Sternberg R.J. and Baron J.B. (ed), Teaching Thinking Skills: Theory & Practice, pp.31 – 33. New York: W.IT Freeman and Company, 1987.

Bell, Frederick H. Teaching and Learning Mathematics (in secondary schools). Dubuque, Lowa: Wm.C. Brown, 1981.

Bell, F. H. Teaching and Learning Mathematics (in secondary schools).Dubuque, Lowa: Wm.C. Brown, 1978.

Bergthold, Trisha A. Patterns of Analytical Thinking and Klowledge Use in Studentl Early Understanding of the Limit Concept. Dissertation Abstracts International, 1054 – A, 1990.

Beyer, B. K. "Critical Thinking: What is it?". Social Education. 25 (April 1985): 279 – 303.

Bitter, Gray G. Mathematics Methods for the Elementary and Middle School: A Comprehensive Approach. Boston: Allyn and Bacon, 1990.

Bloom, B. S. Taxonomy of Educational Objectives Book 1 : Cognitive Domain. London: Longman Group, 1956.

Branca, N.A. Problem Solving as a Goal, Process and Basic Skill. In Krulik S., and Reys R. E. (eds.), Problem Solving in School Mathematics; Yearbook, pp. 3 – 8. Reston, VA: NCTM, 1980.

Bransford, J. D., et al. Fostering Mathematical Thinking in Middle School Students: Lesson From Research. In Sternberg R. J., and Baron J. B. (eds.), Teaching Thinking Skills: Theory & Practice, p.206. New York: W.IT Freeman and Company, 1987.

Burton, L. Mathematical Thinking: The Struggle for Meaning. Journal for Research in Mathematics Education, 15 (January 1984), 35 – 49.

Carpenter T. P., et al. Using Knowledge of Children's Mathematics Thinking in Classroom Teaching: An Experimental Study. Mathematics Education Research (April 1988): 499 – 531.

Clark, L. H. Strategies and tactics in secondary school teaching. London: Collier Macmillan, 1968.

Clarkson, S. P. A Study of the Relationship among Translation and Problem Solving Abilities. Dissertation Abstracts International 39 (January 1979): 4101 – A.

Clyde, C. G. Teaching mathematics in the elementary school. New York: Ronald Press, 1967.

Cruikshank, D. E., and Sheffield, L. J. Teaching and Learning Elementary and middle school mathematics. United States of America: John Wiley & Sons, 2000.

Delisle, R. How to Use Problem – Based Learning in the Classroom. Alexandria, Virginia: Association for Supervision and Curriculum Development, 1997.

Dewey, J. How We Think**?.** New York: D.C. Health and Company. De Bono, 1933.

Dianne K. E. A problem-based approach to mathematics instruction. Mathematics Teacher. 92 (September 1999): 516 – 521.

Dressel, P. L., &Mayhew, L., B. General Education: Exploration in Evaluation. Washington, D. C.: American Council Education, 1957.

Edens, K. M. Preparing Problem Solver for the 21st Century through Problem-Based Learning. College Teaching 48 (2000): 55 – 60.

Elshafei, D. L. A Comparison of Problem – Based and Traditional Learning in Algebra II. Dissertation Abstracts International Section A: Humanities and Social Sciences, 1998.

Ernest, P. Teaching and learning mathematics. In Kashy, V., Ernest, P. and Casey, R. (eds), Mathematics for primary teacher. London: Routlege, 2005.

Finkle, S.L.and Torp, L.L. Introductory Documents. The Center for Problem – Based Learning, Illinois Math and Science Academy, 1500 West Sullivan Road, Aurora, IL 60506 – 1000, 1995.

Fraivillig, J. Strategies for Advancing Children's mathematical thinking. Teaching Children Mathematics 8 (April 2001): 454 – 459.

Fraivillig, J. Lauren A. Murphy.; and Karen C. Fuson. Advancing Children's Mathematical Thinking in Everyday Mathematics Classrooms. Journal for Research in Mathematics Education 30 (March 1999): 148–170.

Gallagher, S. A. "Problem-Based Learning : Where did it come From, What does it do, and Where is it going?". Journal for the Education of the Gifted. 20 (1997): 332 – 362.

Gick, M.L. Problem Solving strategies. Educational Psychologist. 21 (1986): 99 – 120.

Gijselaers, Wim H. "Connecting problem – based practices with educational theory". In Wilkerson, L and Gijselaers, Wim H. (eds.) Bringing Problem – Based Learning to Higher Education. Theory and Practices. San Francisco: Jossey – Bass. 1996.

Gonzales, N. A. A Problem Posing: A Neglected Component in Mathematics Course for Prospective Elementary and Middle School Teachers. School Science and Mathematics. 94 (1994): 78 – 84.

Good, C. V. Dictionary of Education. 3rd ed New York : McGraw – Hill Book Company, 1973.

Guilford, J. P. Theory an analysis of intelligence. New York: McGraw – Hill, 1971.

Greenwood, J. J. On the nature of Teaching and Assessing Mathematical Power and Mathematical Thinking. Arithmetic Teacher 41 (November 1993): 144 – 148.

Hall, D. W. A Study of the Relationship between Estimation and Mathematical Problem Solving Among Fifth Grade Students. Dissertation Abstracts International 37 (1979): 6324 – A.

Halsyed, S. E. Washington Facilitating Creative and Critical Thinking In Middle School Science. Dissertation Abstracts International. 37 (February 1996): 47 – A.

Heddens, J. W. & Speer, W. R. Today's Mathematics Seventh Edition. The United States of America. 1992.

Heddens, J. W. & William R. S. Problem Solving, Decision Making, and Communicating in Mathematics**.** 7th ed. New York: Macmillan Publishing, 1992.

Heimer, R. T., and Trueblood, C. R. Strategies for teaching children mathematics. Reading Mass: Addison Wesley, 1977.

Helton, F. F. Introduction Mathematics. New York: John Wiley & Sons, 1958.

Henderson, P. B. Materials Development in Support of Mathematical Thinking. Indiana: Department of Computer Science and Software Engineering Bulter University, 2002.

Henny, M. Improving Mathematics Verbal Problem Solving ability Through Reading Instruction. The Arithmatic Teacher 18 (1971): 223 – 224.

Hmelo, C.E. and Evensen, D.H. Introduction Problem – Based Learning: Gaining Insights on Learning Interactions Through Multiple Methods of Inquiry. In D.H. Evensen and C.E. Hmelo (eds.), Problem – Based Learning A Research Perspective on Learning Interactions, pp. 1 – 16. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2000.

Hmelo, C.E. and Lin, X. Becoming Self – Directed Learners: Strategy Development in Problem – Base Learning. In D.H. Evensen and C.E. Hmelo (eds.), Problem – Based Learning A Research Perspective on Learning Interactions, pp. 227 – 248. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2000.

Hyde, A., and Hyde, P. R. Teaching Mathematical Thinking and Problem Solving. Illinois: National – Louis University, 1991.

Illinois Mathematics and Science Academy (IMSA). Problem – Based Learning Matters. [Online]. 2008. Available from: http://www.pbln.imsa.edu/resources/PBL_Matters.pdf [17 October 2012]

Illinois Mathematics and Science Academy. Introduction to PBL[Online]. 2012. Available from http://www.imsa.edu/team/cpbl/whatis/whatis/slide3.html. [10 July 2012]

Jackson, A. L., et al. Mathematics in Action Macmillan. McGraw – Hill School Publishing, 1994.

Jackson, L. Increasing Critical Thinking Skills To Improve Problem – Solving Ability in Mathematics. Master of Arts Action Research Project. Graduate Faculty, Saint Xavier University, 2000.

James, D. Mathematical Thinking. [Online]. November 2001. Available from: http://www.mste.uiuc.edu/courses/ci431sp02/students/jdunlap/WhitePaperII.doc [24 October 2012].

Joanne K., R. Problem Solving, Reasoning, and Analytical Thinking in a Classroom Environment. THE BEHAVIOR ANALYSIS TODAY 12 (2011): 40 – 47.

Joyce and Weil. Model of teaching. Boston: Allyn & Bacon, 1996.

Kamii, C. Modifying a Board Game to Foster Kindergartners' Logic Mathematical Thinking. Dissertation Abstracts International 20 (2003): 1538 – 6619.

Katagiri, S. Mathematical thinking and how to teach it. Tokyo: Meijitosyo, 2004.

Kennedy, L.M. & Tipp, S. Guiding Children's Learning of Mathematics. 5th ed. Belmont, California: Wadsworth Publishing, 1994.

Khalid, M. Mathematical thinking in Brunei curriculum: Implementation issues and challenges. Paper presented at the meeting of the APEC – Tsukuba International Conference Japan, 2006.

Kidd, J.R. How adult Learn. New York: Association Press, 1973.

Kreger, C. Problem – Based Learning. [Online]. 2011. Available from: http://www.cotf.edu/ete/teacher/ teacherout.html [12 June 2012].

Krulik, S. Problem, Problem Solving and Strategy Games. The Mathematics Teachers 7 (1977): 650 – 651.

Krulik, S., and Reys, R. E. Problem Solving in School Mathematics: National Council of Teacher Of Mathematics 1980 Year Book. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics, 1980.

Krulik, S., and Rudnick, J.A. Reasoning and Problem – Solving : A Handbook for Elementary School Teacher. Boston: Allyn and Bacon, 1993.

Leblance, J. F. You Can Teach Problem Solving. Arithmetic Teacher 25 (November 1977): 17 – 25.

Levin, T. Instruction Which Enable Students to Develop Higher Mental Process. Evaluation in Education. 3 (1980): 174 – 217.

Linda, J. S., Douglas E. Cruikshank. Teaching and learning mathematics: pre-kinder garter through middle school. 5th ed. New York : Wiley, c2005.

Lynn, C. H. Some Factor That Impede or Enhance Performance in Mathematical Problem Solving. Journal Research of Mathematics Education 7 (March 1993): 167 – 169.

Marlow, E. Philosophy of teaching mathematics. Cambridge: MA: Education for Social Responsibility, ERIC Document Reproduction Service No. Ed 379 149, [online]. 1995. Available from: http://www.eric.ed.gov/ERICWebporta/home.portal. [18 September 2012].

Mark, J. L. Teaching Elementary School Mathematics for Understanding. New York: McGraw – Hill Book, 1965.

Martino, A. M. Elementary Students' Construction of Mathematics Knowledge: Analysis by Profile. Dissertation Abstracts International. 56 (December 1992): 1833A.

Mary M. Ha., et.al. Mathematics Methods for Elementary and Middle School Teacher. 4th ed. New York: John Wiley & Sons, 2000.

Mason, J., and Stacey, K. Thinking Mathematically . Revised ed. London: Addison Wesley, 1994.

Matlin, M. Cognition. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1983.

Mayer, E. R., and Hegarty, M. The Process of Understanding Mathematical Problems. In Sternberg, R. J., and Baron, J. B. (eds.), Teaching Thinking Skills: Theory & Practice, pp.31 – 33. New York: W.IT Freeman and Company, 1987.

McCarthy, D.S. A Teaching Experiment Using Problem-Based Learning at the Elementary Level to Develop Decimal Concepts. Dissertation Abstracts Online.

[Online]. 2001. Available from: http://thailis.uni.net.th/dao/detail.nsp [27 September 2012].

Muraski, S. V. A Study of Effect of Explict Reading Instruction on Reading Performance in Mathematics and on Problem Solving Ability of Sixth Grade. Dissertation Abstract International 39 (January 1979): 4014 – A.

Musser, G. L., and Shaughnessy, J.M. Problem – solving strategies in school Mathematics. In S, 1980.

National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). An Agenda for Action Recommendations of School Mathematics: Dale Seymour, 1980.

National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). Professional Standards for Teaching Mathematics. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, 1991.

National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). Principles and Standards for School Mathematics. VA: The National Council of Teacher of Mathematics, 2000.

Nur, I. A., Rohani, A. T., Rosini, A. The Effects of Problem Based Learning on Mathematics Performance and Affective Attributes in Learning Statistics at Form Four Secondary Level Procedia Social and Behavioral Sciences 8 (2010): 370 – 376.

O' Daffer, P. G., and Thornquist, B. A. Critical Thinking Mathematical Reasoning and Proof. Research Idea for the Classroom High School Mathematics. New York: Macmillan, 1993.

Perkins, D. N. Knowledge as Design: Teaching Thinking Trough Content. In Sternberg, R.J., and Baron, J.B. (ed), Teaching Thinking Skills: Theory & Practice, pp.62 – 68. New York: W.IT Freeman and Company, 1987.

Piaget, J. The Origin of Intelligence in the child . New York: Penguin Books, 1977.

Polya, G. How To Solve It : A New Aspect of Mathematical Method. New York: Doubleday and Company, 1957.

Putt, J. An Exploratory Investigation of Methods of Instruction in Mathematical Problem Solving at the Fifth Grade Level. Dissertation Abstracts International 39, 3(1979): 5382 – A.

Randolph, Q, Q. Longman Dictionary of Contemporary English. London: University College, 2003.

Reys, R. E., et al. Helping Children Learn Mathematics. 7th ed. New York: John Wiley & Sons, 2004.

Rigelman, N. R. Fostering Mathematical Thinking and Problem Solving: The Teacher's Role. Teaching Children Mathematics 8 (February 2007): 308 – 314.

Robin A. A. Literature – Base Activities for Integrating Mathematics with Other Content Areas, Grades 6 – 8. Boston, Mass.: Pearson, c2009.

Russell, D. Children's Thinking. University of California, Berkeley: Ginn and Company, 1956.

Sahlberg, P. & Berry, J. One and One is Sometimes Three in Small Group Mathematics Learning. Asia Pacific Journal of Education. 22 (2002): 83 – 94.

Schoenfeld, A. Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in Mathematics. In D.A. Grouws (ed), Handbook of research on mathematics teachingand learning. New York: MacMillan, 1992.

Scott, A. C. How Does the Problem Based Learning Approach Compare to the Model-Eliciting Activity Approach in Mathematics?. [online]. Available from http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/chamberlin.pdf [7 July 2012].

Silva, M. V. Influence of Intuition and Analytical thinking on Graphic Representation of Problem Situation. [Online]. 2007. Available from http://wilsontxt.hwwilson.com/pdffull/03449/aotkr/ysh.pdf [24 October 2012].

Stephen, K. & Robert, R. Problem Solving in School Mathematics ;Yearbook. Reston,VA: NCTM, 1980.

Sternberg, R. J. What is Mathematical Thinking?. Sternberg, R. J., and Baron, J. B. (eds). Teaching thinking Skills: Theory & Practice. New York: W.IT_Freeman and Company, 1987.

Sternberg, R. Cognitive Psychology. 2nd ed. New York: Harcourt Brance College Publisher, 1999.

Sternberg, R. J., & Williams, W. M. Educational Psychology. Boston: Allyn – Bacon, 2002.

Tan, O. S. Problem – Based Learning Innovation. Singapore: Thomson Learning, 2003.

Tan, O. S. Thinking skills, creativity and problem – based learning [Online]. 2000. Available from: http://www.eng.tp.edu.sg/pbl_tanoonseng.pdf [27 September 2012].

Thiessen, D., et al. Elementary Mathematics Method. 3rd ed. New York: Macmillan Publishing, 1989.

Tougaw, P. W. A Study of Effect of Using an Open Approach to Teaching Mathematics upon the Mathematical Problem Solving Behaviors of Secondary School Students Dissertation Abstracts International 54, 8(February 1994): 2934 – A.

White, H. B. Dan Tries Problem – Based Learning: A Case Study. [Online]. 1996. Available from http://www.udel.edu/pbl/dancase3.html [7 October 2012].

Wilkerson, L and Gijselaers, W. H. (eds.) Bringing Problem – Based Learning to Higher Education Theory and Practices. San Francisco: Jossey – Bass, 1996.

Wilson, et al. Mathematical Problem Solving. Research Idea for the Classroom : High School Mathematics. New York: Macmillan Publishing, 1993.

Wilson, J. W. Evaluation of Learning in Secondary school Mathematics. In Benjamin, S. (ed.), Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning, pp. 643 – 685. U.S.A.: McGraw – Hill, 1971.

Wood, T., Williams, G., McNeal, B. Children's Mathematical Thinking in Different Classroom Cultures. Journal for Research in Mathematics Education, 37 (May 2006): 222 – 255.

Yeap, B. H. Developing mathematical thinking in Singapore elementary schools. Paper presented at the meeting of the APEC – Tsukuba International Conference Japan, 2006.

Zazkis, R., Dubinsky, E., & Dautermann, J. Coordinating Visual and Analytic Strategies: A Study of Students' Understanding of the Group D_4. Journal for Research in Mathematics Education. 27 (April 1996): 435 – 457.

Zhang Xiuping. The China Papers. [Online]. 1 (October 2002): 30 – 36. Available from: http://science.uniserve.edu.au/pubs/china/vol. 1/. [22 July 2012].

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก

1. ดร.อลิสรา ชมชื่น	อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี
2. ดร.ณัฐิกานต์ รักนาค	ผู้อำนวยการ โรงเรียนวัดสว่างอารมณ์ จังหวัดสระบุรี
3. ดร.วิมลรัตน์ ศรีสุข	อาจารย์ประจำสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม จังหวัดกำแพงเพชร

แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์

1. ดร.อลิสรา ชมชื่น	อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี
2. ดร.วิษณุ นภาพันธ์	อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ วิทยาเขตพัทลุง
3. ดร.วิมลรัตน์ ศรีสุข	อาจารย์ประจำสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม จังหวัดกำแพงเพชร

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ดร.บุญญิสา แซ่หล่อ	อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี
2. ดร.ณัฐิกานต์ รักนาค	ผู้อำนวยการ โรงเรียนวัดสว่างอารมณ์ จังหวัดสระบุรี
3. อาจารย์จินตนา พูนสวัสดิ์	อาจารย์ประจำสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย 2 จังหวัดสงขลา

ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 56- **0812**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

22 กุมภาพันธ์ 2556

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.ณัฐกานต์ รักนาค

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวซูรายา สัสดีวงศ์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 608

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 56-0813

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

22 กุมภาพันธ์ 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวซูรายา สัสดีวงศ์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์ ดร.อลิสรา ชมชื่น เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.อลิสรา ชมชื่น เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 608

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 56-0814

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

22 กุมภาพันธ์ 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวซูรายา สัสดีวงศ์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์ ดร.บุญญิสา แซ่หล่อ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.บุญญิสา แซ่หล่อ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 608

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 56-**0815**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

22 กุมภาพันธ์ 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวซูรายา สัสดีวงศ์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์ ดร.วิษณุ นภาพันธ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.วิษณุ นภาพันธ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 608

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 56-0816

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

22 กุมภาพันธ์ 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวซูรายา สัสดีวงศ์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์ ดร.วิมลรัตน์ ศรีสุข เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.วิมลรัตน์ ศรีสุข เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 608

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 56- 0817

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

22 กุมภาพันธ์ 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย 2

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวซูรายา สัสดีวงศ์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์จินตนา พูลสวัสดิ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์จินตนา พูลสวัสดิ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 608

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 56- **0818**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

22 กุมภาพันธ์ 2556

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวซูรายา สัสดีวงศ์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บรวบรวมข้อมูลและทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัด กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 608

ภาคผนวก ค

เครื่องมือที่ใช้ในเก็บรวบรวมข้อมูล

ตารางที่ 19 แสดงโครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ (ก่อนเรียน) เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เนื้อหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	**จำนวนชั่วโมง**	**พฤติกรรมในการคิดวิเคราะห์**									
		ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย		**ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์**		**ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์**		**ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์**		**ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป**	
		ข้อสอบ	**ใช้จริง**	**ข้อสอบ**	**ใช้จริง**	**ข้อสอบ**	**ใช้จริง**	**ข้อสอบ**	**ใช้จริง**	**ข้อสอบ**	**ใช้จริง**
1. แบบรูปและความสัมพันธ์	3	2	1 (1)	2	1 (6)	2	1 (11)	2	1 (16)	4	3 (21,22, 23)
2. คำตอบของสมการ	1	3	2 (2,3)	3	2 (7,8)	3	2 (12,13)	3	2 (17,18)		
3. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	7										
4. โจทย์สมการเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	7	3	2 (4,5)	3	2 (9,10)	3	2 (14,15)	3	2 (19,20)	4	2 (24,25)
รวม	18	8	5	8	5	8	5	8	5	8	5

ตารางที่ 20 แสดงค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ (ก่อนเรียน) เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.30	0.27
2	0.65	0.45
3	0.28	0.27
4	0.79	0.46
5	0.56	0.37
6	0.79	0.30
7	0.61	0.37
8	0.56	0.60
9	0.30	0.43
10	0.77	0.38
11	0.56	0.37
12	0.74	0.30
13	0.21	0.25
14	0.65	0.29
15	0.61	0.46
16	0.86	0.22
17	0.26	0.26
18	0.47	0.27
19	0.26	0.35
20	0.35	0.35
21	0.49	0.35
22	0.54	0.37
23	0.42	0.76
24	0.56	0.29
25	0.44	0.28

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ (ก่อนเรียน)

.....

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ มีทั้งหมด 9 หน้า จำนวน 25 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน) ใช้เวลาทำ 90 นาที

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ แบ่งเป็น 5 ตอน ตอนละ 5 ข้อ โดยวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ 5 ด้าน คือ

ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย จำนวน 5 ข้อ (ข้อ 1 – 5)

ตอนที่ 2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ จำนวน 5 ข้อ (ข้อ 6 – 10)

ตอนที่ 3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ จำนวน 5 ข้อ (ข้อ 11 – 15)

ตอนที่ 4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ จำนวน 5 ข้อ (ข้อ 16 – 20)

ตอนที่ 5 ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป จำนวน 5 ข้อ (ข้อ 21 – 25)

3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน

4. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

เลือกคำตอบเพียง 1 ข้อ

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1		X		

หากต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ข. เป็น ง.

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1		~~X~~		X

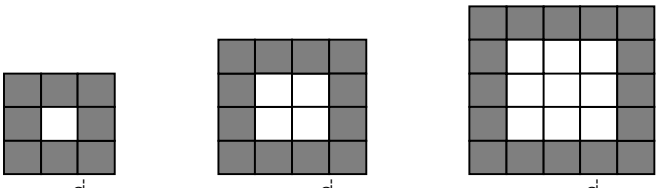
5. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดถามอาจารย์ผู้คุมสอบ

6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบ

✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲

ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย

1. ตาอินกำลังตัดสินใจว่าจะปลูกต้นยางพาราดังแบบรูป ตารางเมตรละ 1 ต้น คือ ปลูกเป็นรั้วตามพื้นที่ □ หรือปลูกในพื้นที่ ■ ถ้าตาอินมีพื้นที่ 64 ตารางเมตร และมีต้นยางพารา 35 ต้น ตาอินควรจะปลูกยางพาราในพื้นที่ใด จึงจะปลูกต้นยางพาราได้เต็มพื้นที่พอดี และเหลือต้นยางพารากี่ต้น



รูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3

ก. ปลูกในพื้นที่ □ และเหลือต้นยางพารา 1 ต้น

ข. ปลูกในพื้นที่ □ และเหลือต้นยางพารา 7 ต้น

ค. ปลูกในพื้นที่ ■ และเหลือต้นยางพารา 1 ต้น

ง. ปลูกในพื้นที่ ■ และเหลือต้นยางพารา 7 ต้น

2. ถ้า $2a + 2b + 5c = 9$ และถ้า $c = 1$ แล้ว $a + b + c$ เท่ากับเท่าใด

ก. 2 ข. 3

ค. 5 ง. 8

ตอนที่ 2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์

7. ถ้ากำหนดจำนวน a และ b ต่างเป็นจำนวนเต็มบวกสองจำนวนที่เรียงต่อกัน พิจารณาสิ่งที่กำหนดให้ข้อใดเป็นจริง

(1) $b + 3$ มากกว่า $a + 3$

(2) $b + 5$ เท่ากับ $a + 6$

ก. (1) เท่านั้น ข. (2) เท่านั้น

ค. ผิดทั้งสองข้อ ง. ถูกทั้งสองข้อ

8. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็มบวก ถ้า

(1) $a = 2b$

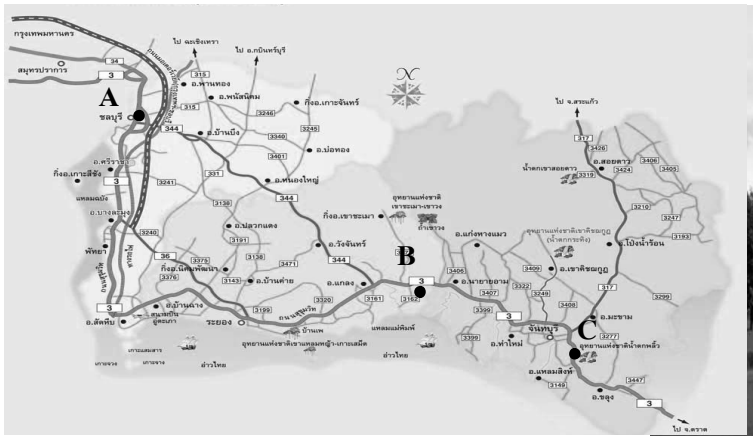
(2) $4b = c$

ข้อใดสรุปถูกต้อง

ก. $a = c$ ข. $a = 2c$

ค. $2a = c$ ง. $a = \frac{1}{2}c$

9. จากรูปเมือง A, B, และ C ตั้งอยู่บนถนนเส้นเดียวกัน พบว่าระยะทางจากเมือง B ไปเมือง A เป็น 2 เท่าของระยะทางจากเมือง B ไปเมือง C มีเมืองใหม่เมืองหนึ่งที่อยู่ห่างจากเมือง A เป็นสองเท่าที่เมือง A ห่างจากเมือง B ถ้าระยะห่างจากเมือง B ไปยังเมืองใหม่มีระยะห่างเท่ากับ 18 กิโลเมตร จงหาระยะทางทั้งหมด



ก. 42 กิโลเมตร
ข. 36 กิโลเมตร
ค. 27 กิโลเมตร
ง. 21 กิโลเมตร

ตอนที่ 3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์

12. ถ้าก้อยหนักเท่ากับเก่ง แต่เก่งหนักเท่ากับ 20 กิโลกรัม แล้วสรุปว่าก้อยหนักเท่ากับ 20 กิโลกรัม เป็นการสรุปเหมือนกับคุณสมบัติในข้อใด

ก. ถ้า a = b แล้ว b = 20
ข. ถ้า a = b และ b = 20 แล้ว a = 20
ค. ถ้า a = b แล้ว a + 20 = b + 20
ง. ถ้า a = เก่ง แล้ว a – 20 = b – 20

13. จากสมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$$\frac{1}{2}x + y = 10 \quad \text{---------- (1)}$$

$$x + 2y = 20 \quad \text{---------- (2)}$$

สมการทั้งสองเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ก. ไม่เท่ากัน เพราะ ไม่สามารถใช้สมบัติของการเท่ากันใดที่ทำให้สองสมการเท่ากัน

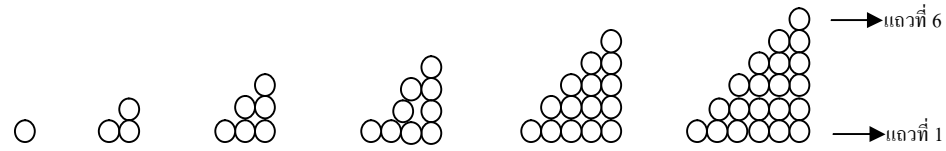
ข. เท่ากัน เพราะ ใช้สมบัติการคูณ $\frac{1}{2}$ ใน (1)

ค. เท่ากัน เพราะ ใช้สมบัติการคูณ $\frac{1}{2}$ ใน (2)

ง. เท่ากัน เพราะ ใช้สมบัติการคูณ 2 ใน (2)

4. ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์

16. จากแบบรูปที่กำหนดให้มีข้อผิดพลาดในการวางแบบรูปในรูปที่เท่าใด เพราะเหตุใด



รูปที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
จำนวนแบบรูป	1	3	6	9	15	21

ก. (3) เพราะ จำนวนที่เพิ่มขึ้นของแถวที่ 1 ของรูปที่ (3) ต้องเพิ่มขึ้นมากกว่ารูปที่ (2) อยู่ 1

ข. (4) เพราะ รูปที่ (4) ในแถวที่ 2 ไม่ได้เพิ่มขึ้นจากรูปที่ (3) ในแถวเดียวกัน

ค. (5) เพราะ จำนวนรูปวงกลมที่เพิ่มขึ้นในแถวที่ 1 เท่ากับลำดับของรูป

ง. (6) เพราะ จำนวนรูปวงกลมที่เพิ่มขึ้นในแถวที่ 1 เพิ่มจำนวนขึ้น 6 จากรูปที่ (5)

17. จาก ac = b และ $a, b, c \neq 0$ ดำเนินการพิสูจน์ทำให้สรุปได้ว่า a = b การดำเนินการดังกล่าวมีข้อผิดพลาดข้อใด

(1) ac = b

(2) $ac \times \frac{1}{c} = b \times \frac{1}{c}$

(3) a = b

(4) b = a

ก. (1) คือ สมการจากโจทย์

ข. (2) เพราะ c อาจจะมีค่าเท่ากับ 0

ค. (3) เพราะ ได้มาจากสมบัติการคูณจากข้อ (2)

ง. (4) เพราะ ใช้สมบัติการสมมาตร

20. กล้าแก่กว่าเก่ง 20 ปี อีก 12 ปีข้างหน้า กล้าจะมีอายุเป็น 2 เท่าของเก่ง ปัจจุบันกล้ามีอายุเท่าใด

แบบที่ 1	**แบบที่ 2**
ให้ปัจจุบันกล้ามีอายุ x ปี	ให้ปัจจุบันเก่งมีอายุ x ปี
เก่งมีอายุ x – 20 ปี	กล้ามีอายุ x + 20 ปี
อีก 12 ปีข้างหน้ากล้าจะมีอายุ x + 12 ปี	อีก 12 ปีข้างหน้าเก่งจะมีอายุ x + 12 ปี
อีก 12 ปีข้างหน้าเก่งจะมีอายุ x – 20 + 12 = x – 8 ปี	อีก 12 ปีข้างหน้ากล้าจะมีอายุ x + 20 + 12 = x + 32 ปี
เนื่องจาก อีก 12 ปี กล้าจะมีอายุเป็น 2 เท่าของเก่ง	เนื่องจาก อีก 12 ปี กล้าจะมีอายุเป็น 2 เท่าของเก่ง
ดังนั้นจึงเขียนเป็นสมการได้เป็น x + 12 = 2(x – 8)	ดังนั้นจึงเขียนเป็นสมการได้เป็น x + 32 = 2(x + 32)

การกำหนดตัวแปรเพื่อหาสมการของอายุของกล้าและเก่ง ข้อใดถูกต้อง

ก. แบบที่ 1 เพราะ กล้าแก่กว่าเก่งจึงต้องกำหนดอายุของกล้าเป็น x ก่อน จึงสามารถกำหนดอายุของเก่ง

ข. แบบที่ 1 เพราะ อายุของกล้าจะต้องมากกว่าเก่งจึงต้องกำหนดอายุของกล้าก่อน

ค. แบบที่ 2 เพราะ จะต้องกำหนดอายุที่น้อยกว่าก่อน คืออายุของเก่ง

ง. ถูกทั้งสองแบบ เพราะ ขึ้นอยู่กับการแทนค่าตัวแปร x

5. ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป

21. พิจารณาความสัมพันธ์ของตารางข้างล่างนี้

แถว	**แบบรูปการบวก**	**ผลรวม**
1	1	1
2	1 + 3	4
3	1 + 3 + 5	9
.	.	.
.	.	.
.	.	.
n		

เมื่อกำหนดให้ n แทน แถวที่ n พิจารณาว่าข้อใดที่แสดงความสมเหตุสมผลของผลรวมในแถวที่ n ได้ถูกต้อง

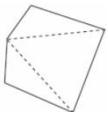
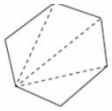
ก. กำลังสองของ n + 1

ข. กำลังสองของแถวที่ n

ค. สองเท่าของ n

ง. ผลบวกของ n

22. นกตรวจสอบสมบัติของรูปสามเหลี่ยม และสร้างตารางข้างล่าง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ที่เป็นไปได้ระหว่างด้านและมุมของรูปหลายเหลี่ยม

รูปเหลี่ยม	**จำนวนของด้าน**	**จำนวนของรูปสามเหลี่ยม**	**ผลรวมของมุมภายในของรูปเหลี่ยม**
	3	1	$1 \times 180°$
	4	2	____$\times 180°$
	5	3	____$\times 180°$
	6	4	____$\times 180°$

ถ้านกต้องการแสดงความสัมพันธ์ที่เป็นไปได้ระหว่างด้านและมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า และเขียนนิพจน์โดย ให้ n แทนจำนวนด้านของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ผลรวมของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มี n ด้าน มีค่าตรงกับข้อใด

ก. จำนวนรูปสามเหลี่ยมคูณด้วย $180°$

ข. จำนวนด้านของรูปสามเหลี่ยมคูณด้วย $180°$

ค. ผลรวมของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ $180°$

ง. รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าเกิดจากรูปสามเหลี่ยมหลาย ๆ รูปมาต่อกัน

✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲ ✲

ตารางที่ 21 แสดงโครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ (หลังเรียน) เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เนื้อหาเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	**จำนวนชั่วโมง**	**พฤติกรรมในการคิดวิเคราะห์**									
		ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย		**ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์**		**ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์**		**ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์**		**ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป**	
		ข้อสอบ	**ใช้จริง**	**ข้อสอบ**	**ใช้จริง**	**ข้อสอบ**	**ใช้จริง**	**ข้อสอบ**	**ใช้จริง**	**ข้อสอบ**	**ใช้จริง**
1. ทบทวนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	2	4	3 (1,2,3)	4	3 (6,7,8)	4	3 (11,12, 13)	4	3 (16,17, 18)	4	3 (21,22, 23)
2. ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน	4										
3. ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	4	2	1 (4)	2	1 (9)	2	1 (14)	2	1 (19)	2	1 (24)
4. ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว	4	2	1 (5)	2	1 (10)	2	1 (15)	2	1 (20)	2	1 (25)
รวม	14	8	5	8	5	8	5	8	5	8	5

ตารางที่ 22 แสดงค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ (หลังเรียน) เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.61	0.37
2	0.49	0.28
3	0.62	0.77
4	0.61	0.30
5	0.42	0.29
6	0.54	0.76
7	0.72	0.62
8	0.72	0.30
9	0.56	0.45
10	0.58	0.85
11	0.21	0.42
12	0.54	0.53
13	0.72	0.53
14	0.74	0.53
15	0.44	0.28
16	0.51	0.68
17	0.51	0.45
18	0.37	0.34
19	0.81	0.22
20	0.54	0.28
21	0.54	0.29
22	0.44	0.37
23	0.40	0.68
24	0.72	0.22
25	0.33	0.42

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ (หลังเรียน)

.....

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ มีทั้งหมด 9 หน้า จำนวน 25 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน) ใช้เวลาทำ 90 นาที

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ แบ่งเป็น 5 ตอน ตอนละ 5 ข้อ โดยวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ 5 ด้าน คือ

ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย จำนวน 5 ข้อ (ข้อ 1 – 5)

ตอนที่ 2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ จำนวน 5 ข้อ (ข้อ 6 – 10)

ตอนที่ 3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ จำนวน 5 ข้อ (ข้อ 11 – 15)

ตอนที่ 4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ จำนวน 5 ข้อ (ข้อ 16 – 20)

ตอนที่ 5 ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป จำนวน 5 ข้อ (ข้อ 21 – 25)

3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน

4. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

เลือกคำตอบเพียง 1 ข้อ

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1		X		

หากต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ข. เป็น ง.

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1		~~X~~		X

5. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดถามอาจารย์ผู้คุมสอบ

6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบ

✲ ✲

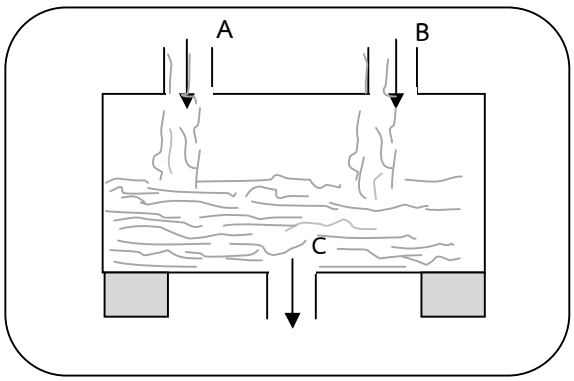
ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย

1. ถ้า 7a + 7b + 2c = 15 และถ้า c = 4 แล้ว a + b + c เท่ากับเท่าใด

ก. 4 ข. 5

ค. 6 ง. 7

2. ท่อน้ำ A และ B สามารถจ่ายน้ำเข้าถังที่แห้งได้เต็มภายใน 4 และ 8 ชั่วโมง ตามลำดับ ส่วนท่อ C สามารถระบายน้ำออกจากถังน้ำที่มีน้ำเต็มได้หมดภายใน 6 ชั่วโมง ถ้าเปิดท่อทั้งสามพร้อมกันในขณะที่ในท่อน้ำแห้ง จะต้องใช้เวลานานเท่าใดน้ำจึงจะเต็มถัง (น้ำไหลเข้าเป็นบวก น้ำไหลออกเป็นลบ)



ก. $3\frac{4}{5}$ ชั่วโมง ข. $4\frac{4}{5}$ ชั่วโมง

ค. $3\frac{3}{5}$ ชั่วโมง ง. $4\frac{3}{5}$ ชั่วโมง

ตอนที่ 2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์

6. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็มบวก ถ้า

(1) a = 2b

(2) $\frac{1}{2}$b = c

(3) 4c = 2d

ข้อใดสรุปถูกต้อง

ก. a = d ข. 2a = d

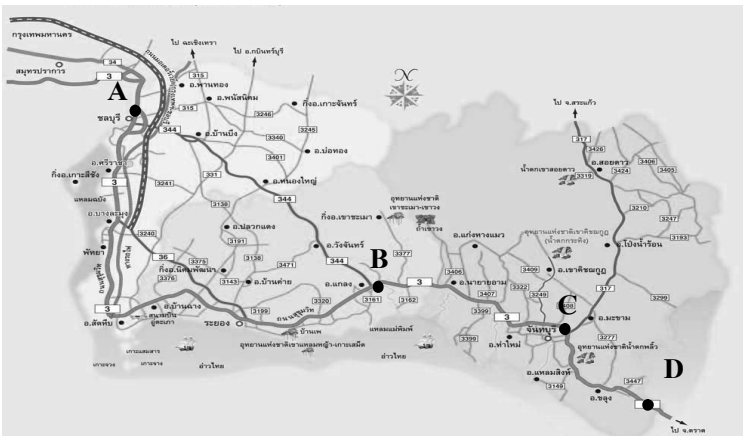
ค. a = 2d ง. a = $\frac{1}{2}$d

8. ปัจจุบันอายุของนิด เท่ากับผลบวกของอายุหน่อย กับนิ่ม และเมื่อ 10 ปีก่อน นิดมีอายุเป็น 2 เท่าของหน่อย แล้วในอีก 10 ปีข้างหน้า นิดจะมีอายุเป็นกี่เท่าของนิ่ม

ก. 2 เท่า ข. 2.5 เท่า

ค. 3 เท่า ง. 3.5 เท่า

10. จากรูปเมือง A, B, C และ D ตั้งอยู่บนถนนเส้นเดียวกัน พบว่าระยะทางจากเมือง C ไปเมือง B เป็นสองเท่าจากระยะทางจากเมือง C ไปเมือง D และเมือง A อยู่ห่างจากเมือง B เป็นสองเท่า ของระยะห่างจากเมือง B ไปเมือง C ถ้าระยะทางจากเมือง A ไปเมือง C เท่ากับ 18 กิโลเมตร จงหาว่าเมือง C อยู่ห่างจากเมือง D กี่กิโลเมตร



ก. 3 กิโลเมตร
ข. 6 กิโลเมตร
ค. 9 กิโลเมตร
ง. 12 กิโลเมตร

ตอนที่ 3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์

11. ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริง และ $3a + 3b = 2c + 3b$ จะได้ $3a = 2c$ ใช้สมบัติของการเท่ากันข้อใด

ก. สมบัติการบวก
ข. สมบัติการคูณ
ค. สมบัติสมมาตร
ง. สมบัติการถ่ายทอด

12. จำนวนคี่สามจำนวนที่เรียงติดกัน มีผลบวกเป็น 39 ข้อใดสร้างสมการเพื่อหาจำนวนคี่สามจำนวนได้ถูกต้อง และใช้สมบัติการเท่ากันใดในการหาคำตอบ

ก. $(2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5) = 39$ ใช้สมบัติการบวกและสมบัติถ่ายทอด
ข. $(2n + 1) + (2n + 2) + (2n + 3) = 39$ ใช้สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ
ค. $(n - 1) + (n - 2) + (n - 3) = 39$ ใช้สมบัติการบวกและสมบัติถ่ายทอด
ง. $(n + 1) + (n + 2) + (n + 3) = 39$ ใช้สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ

14. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีอัตราส่วนของฐานต่อส่วนสูงเป็น 3 : 5 กำหนดให้ฐานของรูปสามเหลี่ยมยาว 12.6 นิ้ว ถ้าต้องการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ควรเรียงลำดับวิธีการหาจากข้อมูล 1- 5 อย่างไร

1. แก้สมการจะได้ส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม
2. หาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม คือ $\frac{1}{2}\times$ฐาน$\times$สูง
3. สร้างสมการเทียบอัตราส่วนของฐานต่อส่วนสูง
4. กำหนดให้ x แทนส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม

ก. 3, 4, 2, 1 ข. 2, 4, 3, 1

ค. 2, 3, 4, 1 ง. 4, 3, 1, 2

ตอนที่ 4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์

16. กำหนดให้ a = b และ a, b ≠ 0 จากการดำเนินการพิสูจน์ทำให้สรุปได้ว่า 1 เท่ากับ 2 การดำเนิน การดังกล่าวมีข้อผิดพลาดในข้อใด

(1) a = b

(2) b = a

(3) $ba = a^2$

(4) $ba - b^2 = a^2 - b^2$

(5) b(a – b) = (a – b) (a + b)

(6) $\frac{b(a-b)}{(a-b)} = \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)}$

(7) b = a + b

(8) b = 2b

(9) 1 = 2

ก. (3) เพราะ ใช้สมบัติการคูณโดยนำ a มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

ข. (4) เพราะ ใช้สมบัติการบวกโดยนำ – b มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

ค. (5) เพราะ การดึงตัวร่วมที่เหมือนกันออก

ง. (6) เพราะ (a – b) มีค่าเท่ากับศูนย์ ซึ่งการหารด้วย 0 ไม่มีความหมายทางคณิตศาสตร์

18. หนูนาอ่านหนังสือได้ 100 หน้า ในเวลา 5 วัน แต่ละวันหนูนาอ่านหนังสือมากกว่าวันที่แล้วมาวันละ 5 หน้า อยากทราบว่าวันที่ห้าหนูนาอ่านหนังสือได้กี่หน้า

แบบที่ 1 ให้ x แทน จำนวนหน้าวันแรกที่หนูนาอ่านได้

สามารถแทนจำนวนหน้าในแต่ละวันได้เป็น x, x + 5, x + 10, x + 15, x + 20

แบบที่ 2 ให้ x แทน จำนวนหน้าวันที่ห้าที่หนูนาอ่านได้

สามารถแทนจำนวนหน้าในแต่ละวันได้เป็น x, x - 5, x - 10, x - 15, x - 20

การหาสมการแทนจำนวนหน้าในแต่ละวันของทั้งสองแบบ ข้อใดถูกต้อง

ก. แบบที่ 1 เพราะ แต่ละวันหนูนาจะอ่านเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ

ข. แบบที่ 1 เพราะ หนูนาอ่านหนังสือเพิ่มขึ้น ดังนั้นจึงต้องบวกเพิ่มขึ้นทีละ 5

ค. แบบที่ 2 เพราะ จากวันที่ 5 แต่ละวันหนูนาจะอ่านลดลงเรื่อย ๆ

ง. ถูกทั้งสองแบบ เพราะ ขึ้นอยู่กับการแทนค่าตัวแปร x

19. มานีขายนาฬิกาเรือนหนึ่งเป็นเงิน 1,012 บาท ขาดทุน 8% อยากทราบว่ามานีซื้อนาฬิกามาราคาเท่าใด

แบบที่ 1	**แบบที่ 2**
ให้มานีซื้อนาฬิกามา x บาท	ให้มานีซื้อนาฬิกามา x บาท
มานีขายนาฬิกาไปราคา 1,020 บาท	มานีขายนาฬิกาไปราคา 1,020 บาท
ปรากฏว่าขาดทุน 8% จะได้ว่าขายไป $\frac{8}{100}$	ปรากฏว่าขาดทุน 8% จะได้ว่าขายไป $\frac{92}{100}$
ดังนั้นจึงเขียนสัดส่วนได้เป็น $\frac{8}{100}=\frac{1,012}{x}$	ดังนั้นจึงเขียนสัดส่วนได้เป็น $\frac{92}{100}=\frac{1,012}{x}$

การกำหนดตัวแปรเพื่อหาสมการของราคานาฬิกาที่มานีซื้อ ข้อใดถูกต้อง

ก. แบบที่ 1 เพราะ ใช้ราคาขาดทุนที่โจทย์กำหนด คือ 8%

ข. แบบที่ 1 เพราะ เป็นการเทียบสัดส่วนของกำไร

ค. แบบที่ 2 เพราะ เทียบสัดส่วนของราคาซื้อกับราคาขายได้ตรงกัน

ง. ถูกทั้งสองแบบ เพราะ ขึ้นอยู่กับการแทนค่าตัวแปร x

ตอนที่ 5 ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป

22. ต้นอ้อยพบกระต่ายจำนวนหนึ่งในทุ่งหญ้า มีกระต่ายตัวผู้มากกว่ากระต่ายตัวเมีย 5 ตัว พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนกระต่ายตัวเมีย กระต่ายตัวผู้ และจำนวนขาของกระต่ายทั้งหมด ถ้ามีกระต่ายตัวเมีย n ตัว จะมีจำนวนขาของกระต่ายทั้งหมดกี่ขา

ก. 20n เพราะ ทั้งกระต่ายตัวผู้และกระต่ายตัวเมียต่างก็มี 4 ขา จึงต้องคูณด้วย 4

ข. 5 + 2n เพราะ จำนวนกระต่ายตัวผู้มากกว่ากระต่ายตัวเมีย 5 ตัว

ค. 9 + 4n เพราะ กระต่ายมี 4 ขา จึงต้องบวกด้วย 4

ง. 20 + 8n เพราะ กระต่ายมี 4 ขา จึงต้องคูณด้วย 4

23. ตะกร้าใบหนึ่งมีส้ม ฝรั่งและมะม่วงปนกันอยู่ เมื่อนับจำนวนดูพบว่ามีมะม่วงอยู่ 5 ผล และจำนวนฝรั่งเป็นสองเท่าของจำนวนส้ม สามารถเขียนรูปทั่วไปของจำนวนผลไม้ทั้งหมดได้ตามข้อใด เมื่อ n แทนจำนวนฝรั่ง

ก. 2n + 5 เพราะ จำนวนฝรั่งเป็นสองเท่าของจำนวนส้ม คือ 2n และบวกด้วยจำนวนมะม่วงที่แน่นอน คือ 5 ผล

ข. 3n + 5 เพราะ จำนวนฝรั่งเป็นสองเท่าของจำนวนส้ม รวมกับจำนวนส้ม และทราบจำนวนมะม่วงมีแน่นอน คือ 5 ผล จึงต้องบวก 5

ค. 4n + 5 เพราะ จำนวนฝรั่งเป็นสองเท่าของจำนวนส้ม ซึ่งมีค่าเท่ากับ 4n และบวกด้วยจำนวนมะม่วงที่แน่นอน คือ 5 ผล

ง. 5n เพราะ จำนวนมะม่วงคูณด้วยจำนวนผลไม้ทั้งหมด

✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷

ตารางที่ 23 แสดงโครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เนื้อหา	**จำนวนชั่วโมง**	**จำนวนข้อสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**	
		ข้อสอบ	**ใช้จริง**
1. แบบรูปและความสัมพันธ์	3	2	1
2. คำตอบของสมการ	1	6	4
3. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	7		
4. โจทย์สมการเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	7		
รวม	18	8	5

ตารางที่ 24 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปี ที่ 2

เนื้อหา	**จุดประสงค์การเรียนรู้**	**ระดับพฤติกรรม**				**รวม**
		ความรู้ความจำ	**ความเข้าใจ**	**การนำไปใช้**	**การวิเคราะห์**	
1. แบบรูปและความสัมพันธ์	1. เขียนความสัมพันธ์จากแบบรูปที่กำหนดให้โดยใช้ตัวแปรและแสดงการหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาได้			1 (ปัญหา 1)		1
2. คำตอบของสมการ 3. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 4. โจทย์สมการเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเพื่อแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกและแสดงการหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาได้ 2. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเพื่อแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณและแสดงการหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาได้ 3. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเพื่อแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกและการคูณ และแสดงการหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาได้			1 (ปัญหา 2) 1 (ปัญหา 3) 1 (ปัญหา 4)	1 (ปัญหา 5)	4
รวม				4	1	5

ตารางที่ 25 แสดงค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ปัญหาที่	**ค่าความยาก (p)**	**อำนาจจำแนก (r)**
1	0.63	0.33
2	0.42	0.46
3	0.44	0.57
4	0.48	0.42
5	0.38	0.36

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

.....

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ แต่ละข้อจะมีคำถามย่อย 4 ข้อ ดังนี้

ข้อย่อยที่ 1) ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา

ข้อย่อยที่ 2) วางแผนแก้ปัญหา

ข้อย่อยที่ 3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

ข้อย่อยที่ 4) ตรวจสอบคำตอบ

2. แบบทดสอบนี้ใช้เวลา 90 นาที

3. ให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล ห้อง เลขที่ในแบบทดสอบฉบับนี้ทุกหน้า

4. แบบทดสอบฉบับนี้มีคะแนนเต็มข้อละ 9 คะแนน โดยพิจารณาจากความถูกต้องของแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนเป็นอิสระต่อกัน

5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถามและแสดงวิธีทำอย่างเต็มความสามารถ

6. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดถามอาจารย์ผู้คุมสอบ

✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷

ปัญหาที่ 1 กำหนดแบบรูปแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนวันและการขยายตัวของเซลล์เชื้อราในสัตว์ จงหาว่าถ้าเวลาผ่านไป 3 สัปดาห์ จะมีเซลล์เชื้อราในสัตว์ทั้งหมดกี่ตัว

วันที่ 1 วันที่ 2 วันที่ 3 วันที่ 4

1) ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ.....

.....

2) วางแผนแก้ปัญหา

ลำดับแรกที่ต้องทำ คือ .....

.....

วิธีการหรือแนวทางที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา.....

.....

.....

3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปคำตอบ.....

4) ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาที่ 3 ถังใบหนึ่งมีน้ำอยู่ $\frac{4}{5}$ ของถัง หลังจากใช้น้ำไปแล้ว 45 ลูกบาศก์เมตร เหลือน้ำอยู่ $\frac{1}{2}$ ของถัง ถังใบนี้จุน้ำกี่ลูกบาศก์เมตร

1) ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ.....

.....

2) วางแผนแก้ปัญหา

ลำดับแรกที่ต้องทำ คือ .....

.....

วิธีการหรือแนวทางที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา.....

.....

.....

3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปคำตอบ.....

4) ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาที่ 5 สนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแห่งหนึ่ง มีความยาวน้อยกว่าสองเท่าของความกว้างอยู่ 7 เมตร ถ้าด้านยาวยาว 25 เมตร ด้านกว้างจะยาวเท่าไร

1) ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ.....

.....

2) วางแผนแก้ปัญหา

ลำดับแรกที่ต้องทำ คือ .....

.....

วิธีการหรือแนวทางที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา.....

.....

.....

3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปคำตอบ.....

4) ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

ตารางที่ 26 แสดงโครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)
เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เนื้อหา	**จำนวนชั่วโมง**	**จำนวนข้อสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**	
		ข้อสอบ	**ใช้จริง**
1. ทบทวนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	2	3	2
2. ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน	4		
3. ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	4	3	2
4. ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว	4	2	1
รวม	14	8	5

ตารางที่ 27 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน) เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เนื้อหา	**จุดประสงค์การเรียนรู้**	**ระดับพฤติกรรม**				**รวม**
		ความรู้ความจำ	**ความเข้าใจ**	**การนำไปใช้**	**การวิเคราะห์**	
1. ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน	3. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนโดยใช้สมบัติการเท่ากันได้ และตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ในสถานการณ์ต่าง ๆ			2 (ปัญหา 1,2)		2
2. ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	4. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละโดยใช้สมบัติการเท่ากันได้ และตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ในสถานการณ์ต่าง ๆ			2 (ปัญหา 3)	2 (ปัญหา 4)	2
3. ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว	5. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วโดยใช้สมบัติการเท่ากันได้ และตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ในสถานการณ์ต่าง ๆ			1 (ปัญหา 5)		1
รวม				4	1	5

ตารางที่ 28 แสดงค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน) เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ปัญหาที่	**ค่าความยาก (p)**	**อำนาจจำแนก (r)**
1	0.56	0.44
2	0.66	0.53
3	0.32	0.21
4	0.33	0.22
5	0.49	0.32

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

.....

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ แต่ละข้อจะมีคำถามย่อย 4 ข้อ ดังนี้

ข้อย่อยที่ 1) ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา

ข้อย่อยที่ 2) วางแผนแก้ปัญหา

ข้อย่อยที่ 3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

ข้อย่อยที่ 4) ตรวจสอบคำตอบ

2. แบบทดสอบนี้ใช้เวลา 90 นาที

3. ให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล ห้อง เลขที่ในแบบทดสอบฉบับนี้ทุกหน้า

4. แบบทดสอบฉบับนี้มีคะแนนเต็มข้อละ 9 คะแนน โดยพิจารณาจากความถูกต้องของแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนเป็นอิสระต่อกัน

5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถามและแสดงวิธีทำอย่างเต็มความสามารถ

6. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดถามอาจารย์ผู้คุมสอบ

✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷✷

ปัญหาที่ 1 สามปีที่แล้วบุตรมีอายุเท่ากับหนึ่งในห้าของอายุปัจจุบันของบิดา อีกห้าปีข้างหน้าบิดาจะมีอายุมากกว่าอายุของบุตร 25 ปี จงหาอายุปัจจุบันของบิดาและบุตร

1) ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ.....

.....

2) วางแผนแก้ปัญหา

ลำดับแรกที่ต้องทำ คือ .....

.....

วิธีการหรือแนวทางที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา.....

.....

.....

3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปคำตอบ.....

4) ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาที่ 2 บัตรผ่านประตูเข้าเล่นเครื่องเล่น ผู้ใหญ่ราคาใบละ 200 บาท เด็กราคาใบละ 100 บาท ถ้าขายบัตรเด็กได้เป็น 2 เท่าของบัตรผู้ใหญ่ ปรากฏว่าเก็บค่าผ่านประตูได้ทั้งสิ้น 28,000 บาท จงหาว่าขายบัตรได้ทั้งหมดกี่ใบ

1) ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ.....

.....

2) วางแผนแก้ปัญหา

ลำดับแรกที่ต้องทำ คือ .....

.....

วิธีการหรือแนวทางที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา.....

.....

.....

3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปคำตอบ.....

4) ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาที่ 5 น้ำ และ ผึ้ง อยู่ห่างกัน 100 กิโลเมตร ออกเดินทางพร้อมกันเข้าหากัน น้ำหยุดพัก 2 ชั่วโมง แล้วเดินทางต่อ น้ำ และ ผึ้ง เดินทางด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 4 และ 5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ตามลำดับ เมื่อพบกัน ผึ้งเดินทางได้กี่กิโลเมตร

1) ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ.....

.....

2) วางแผนแก้ปัญหา

ลำดับแรกที่ต้องทำ คือ .....

.....

วิธีการหรือแนวทางที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา.....

.....

.....

3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปคำตอบ.....

4) ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
เรื่อง การนำไปใช้ (ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน)
ผู้สอน นางสาวซูรายา สัสดีวงศ์ จำนวน 2 ชั่วโมง

---

1. มาตรฐานการเรียนรู้ ค 4.2

ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้
2. นำความรู้ที่เรียนมาเพื่อแสดงวิธีคิด เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนได้ถูกต้อง
2. อธิบายเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาได้
3. เชื่อมโยงความคิด หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ เพื่ออธิบายข้อสรุปหรือเรื่องราวต่าง ๆ
4. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ในสถานการณ์ต่างๆ
5. ตั้งสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่สอดคล้องกับลักษณะปัญหาที่กำหนดให้ได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีระเบียบวินัย
3. มีความเชื่อมั่นในตนเอง
4. ทำงานเป็นระบบ

3. สาระสำคัญ

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ สมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และตัวแปรมีเลขชี้กำลังเป็น 1 ตัวอย่างของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1) $2x = 0$ 2) $\frac{1}{2}x + 3 = 0$

3) $-0.8x - 1.4 = 0$ 4) $3x - 5 = 0$

ขั้นตอนที่สำคัญในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ

1) วิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และให้หาอะไร
2) กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา
3) พิจารณาเงื่อนไขที่แสดงการเท่ากันในโจทย์ แล้วนำมาเขียนเป็นสมการ
4) แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ
5) ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์

4. สาระการเรียนรู้

ตัวอย่างที่ 1

(กลุ่มทดลอง) นัทอยากได้รองเท้าฟุตบอล จึงตั้งใจจะเก็บเงินซื้อให้ทันก่อนการแข่งขันกีฬาสีในอีกสองเดือนข้างหน้า โดยเก็บเงินจากค่าขนมที่แม่ให้ไปโรงเรียนทุกวัน วันละ 150 บาท นัทนำเงินที่เหลือหยอดกระปุกออมสิน โดยหยอดเฉพาะเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาท เมื่อเก็บเงินได้จำนวนหนึ่ง จึงตัดสินใจทุบกระปุกและนับเหรียญทั้งหมดได้จำนวน 570 เหรียญพอดี ให้นักเรียนกำหนดจำนวนเงินที่นัทนับได้ นัทมีเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาทอย่างละกี่เหรียญ และวางแผนการเก็บเงินของนัท รวมทั้งนัทควรตัดสินใจเลือกซื้อรองเท้าฟุตบอลรุ่นใด เพราะเหตุใด

(กลุ่มควบคุม) นัทมีเหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาทจำนวน 570 เหรียญ คิดเป็นเงินทั้งสิ้น 4,200 บาท จงหาว่านัทมีเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาทอย่างละกี่เหรียญ

<u>วิธีทำ</u> ให้จำนวนเหรียญห้าบาทมีจำนวน x เหรียญ

มีเหรียญสิบบาทจำนวน $570 - x$ เหรียญ

นั่นคือ เหรียญห้าบาทคิดเป็นจำนวนเงิน $5x$ บาท

มีเหรียญสิบบาทคิดเป็นเงิน $10(570 - x)$ บาท

เนื่องจากคิดเป็นเงินทั้งสิ้น 4,200 บาท

จะได้สมการเป็น $5x + 10(570 - x) = 4200$

$x = 300$

ดังนั้น มีเหรียญห้าบาทจำนวน 300 เหรียญ และมีเหรียญสิบบาทจำนวน 270 เหรียญ

<u>ตรวจคำตอบ</u> เหรียญสิบบาทคิดเป็นเงิน $5(300) = 1{,}500$ บาท

เหรียญสิบบาทคิดเป็นเงิน $10(570 - 300) = 2{,}700$ บาท

คิดเป็นเงินทั้งสิ้น $1{,}500 + 2{,}700 = 4{,}200$ บาท ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

5. กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง (กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
ขั้นนำ **ขั้นที่ 1 การแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา** 1.1 ครูถามนักเรียนว่า “ใครเคยเก็บเงินเพื่อซื้อสิ่งของที่ตนเองอยากได้บ้าง” ให้นักเรียนยกมือแสดงความคิดเห็นร่วมกันเพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียนในการเรียน ครูกล่าวชมเชยนักเรียนที่รู้จักอดออม และไม่รบกวนคุณพ่อคุณแม่ แล้วครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาในประเด็นต่อไปนี้ - สิ่งของที่นักเรียนอยากได้มีราคาเป็นอย่างไร นักเรียนได้มีการวางแผนการเก็บเงินหรือไม่อย่างไร - ในการเก็บเงินแต่ละครั้ง นักเรียนได้มีการกำหนดระยะเวลาในการเก็บหรือไม่ เพื่อให้สามารถซื้อของได้ทันตามเวลาที่ต้องการใช้ - ปัจจัยใดบ้างที่มีผลต่อการเก็บเงินของนักเรียน - ครูใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นการสอนเนื้อหาตามบทเรียน 1.2 ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน โดยคละความสามารถทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน จำนวน 1, 2 และ 1 คนตามลำดับ 1.3 ครูนำเสนอปัญหาโดยการแจกสถานการณ์ปัญหาที่ 1 เรื่อง “เก็บหอมรอมริบ” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาทำความเข้าใจ 1.4 ครูล้วงความคิดของนักเรียนจากประเด็นปัญหาที่กำหนดโดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงปัญหากับความรู้หรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ในประเด็นต่อไปนี้ - สถานการณ์ปัญหาที่กำหนดคล้ายกับสถานการณ์	**ขั้นนำ** 1. ครูนำเข้าสู่บทเรียนด้วยกิจกรรมต่าง ๆ อาจจะเป็นการสนทนา หรือทบทวนเนื้อหาในสิ่งที่นักเรียนได้เรียนผ่านมาแล้ว เช่น สมบัติของการเท่ากัน (สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก สมบัติการคูณ) ที่ใช้ในการแก้สมการ เพื่อเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนเนื้อหาใหม่ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจและพร้อมที่จะเรียน จากนั้นจึงนำเข้าสู่เรื่องที่จะสอน

กลุ่มทดลอง (กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
ปัญหาที่นักเรียนเคยพบหรือไม่ แล้วนักเรียนทำอย่างไร - ถ้านักเรียนเป็นนัท นักเรียนจะมีวิธีในการวางแผนการเก็บเงินอย่างไรได้บ้าง - ครูให้เวลานักเรียนคิดและรอฟังคำอธิบายคำตอบจากนักเรียนพร้อมทั้งสนับสนุนคำตอบของนักเรียนและขยายความคิดจากคำตอบของนักเรียนเพื่อนำไปสู่การวิเคราะห์ปัญหา	
ขั้นสอน **ขั้นที่ 2 การขยายความคิดเพื่อวิเคราะห์ปัญหา** 2.1 ครูให้นักเรียนพิจารณาคำถามแรกในสถานการณ์ปัญหาที่ 1 “แนวทางแก้ปัญหา” ล้วงความคิดของนักเรียนในการหาแนวทางแก้ปัญหา โดยใช้คำถามกระตุ้นว่านักเรียนจะใช้ข้อมูลใดเพิ่มเติมบ้างในการหาคำตอบเพื่อให้ได้สิ่งที่นักเรียนต้องการ - ให้นักเรียนหาวิธีหรือแนวทางในการแก้ปัญหาที่น่าจะเป็นไปได้ จากการวางแผนการเก็บเงินของนัทว่า นัทควรวางแผนการเก็บเงินอย่างไร และต้องการข้อมูลใดเพิ่มเติมเพื่อใช้ในการตัดสินใจซื้อรองเท้าฟุตบอล และครูสนับสนุนความคิดของนักเรียน 2.2 ครูให้นักเรียนพิจารณาคำถามที่สอง “ข้อความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา” ครูล้วงความคิดของนักเรียนในการนำสิ่งที่รู้จากปัญหาและความรู้เดิมมาใช้ในการวางแผนการเก็บเงินของนัท โดยใช้คำถามกระตุ้นเพื่อล้วงความคิดนักเรียน ในประเด็นต่อไปนี้ - จากประเด็นปัญหากำหนดอะไรมาให้บ้าง และต้องการทราบอะไร - นักเรียนทราบอะไรแล้วบ้างทั้งในส่วนที่ปรากฏอยู่ในสถานการณ์ปัญหาและจากที่นักเรียนเคยเรียนรู้มาก่อน	**ขั้นสอน** 2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 “นัทมีเหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาทจำนวน 570 เหรียญ คิดเป็นเงินทั้งสิ้น 4,200 บาท จงหาว่านัทมีเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาทอย่างละกี่เหรียญ” ให้นักเรียนสร้างสมการจากโจทย์ปัญหา โดยครูใช้การถามตอบให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหา พร้อมทั้งอธิบายให้นักเรียนฟังว่า ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นสิ่งแรกที่นักเรียนต้องทำคือ อ่านโจทย์ปัญหาให้เข้าใจเสียก่อน 3. ครูให้นักเรียนทุกคนอ่านโจทย์ปัญหาแล้วให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่า - โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และให้หาอะไร - จะมีวิธีการใดในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาในข้อนี้ 4. ครูอธิบายต่อไปว่าเมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาได้เข้าใจแล้วในขั้นต่อไปจะต้องกำหนดตัวแปรสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือ

กลุ่มทดลอง (กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
- จากสถานการณ์ปัญหานักเรียนคิดว่าข้อมูลใดในโจทย์ที่เป็นประโยชน์ต่อการหาคำตอบ - จากสถานการณ์ปัญหานักเรียนคิดว่าข้อมูลใดบ้างที่จำเป็นต้องนำมาใช้ในการหาคำตอบ - ในการหาคำตอบยังต้องการข้อมูลใดเพิ่มเติมอีกหรือไม่ - นักเรียนควรเริ่มต้นหาคำตอบอย่างไร - จากข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์แม่ให้เงินนัทไปโรงเรียนวันละ 150 บาท นักเรียนคิดว่าระยะเวลาที่กำหนดนัทจะเก็บเงินทันหรือไม่ที่จะซื้อรองเท้าฟุตบอล หรือถ้าเก็บเงินไม่ทันนักเรียนมีวิธีการอย่างไร - นักเรียนจะมีวิธีการวางแผนการเก็บเงินของนัทอย่างไร เพื่อให้ทันกับเวลาที่กำหนด - นักเรียนจะมีแนวทางใดบ้างในการหาจำนวนเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาทที่นัทเก็บหอมรอมริบ - ให้นักเรียนนึกถึงความรู้ที่จะต้องใช้ในการแก้ปัญหาหรือจะต้องเชื่อมโยงความรู้เรื่องใดบ้าง และ ความรู้ที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ (จำนวน การประมาณ เวลา) - ครูให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันหาแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และลงมือหาคำตอบ พร้อมทั้งสนับสนุนความคิดของนักเรียน 2.3 ครูแจกข้อมูล “ใบรายการสินค้า...รองเท้าฟุตบอล” เป็นข้อมูลให้นักเรียนใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ พร้อมกับใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด - ข้อมูลที่ครูให้มีความเพียงพอหรือไม่ที่จะให้นักเรียนหาคำตอบ ถ้าไม่พอนักเรียนต้องการข้อมูลใดเพิ่มอีกบ้าง 2.4 นักเรียนลงมือทำกิจกรรมในประเด็นคำถามที่สามและคำถามที่สี่ “ดำเนินการแก้ปัญหา” และ “ตรวจสอบคำตอบ”	แทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา 5. ครูให้นักเรียนช่วยกันสร้างสมการตามเงื่อนไขในโจทย์ และแก้สมการเพื่อหาค่าตัวแปรออกมา <u>วิธีทำ</u> ให้จำนวนเหรียญห้าบาทมีจำนวน x เหรียญ มีเหรียญสิบบาทจำนวน 570 – x เหรียญ นั่นคือเหรียญห้าบาทคิดเป็นจำนวนเงิน 5x บาท มีเหรียญสิบบาทคิดเป็นเงิน 10(570 – x) บาท เนื่องจากคิดเป็นเงินทั้งสิ้น 4,200 บาท จะได้สมการเป็น $5x + 10(570 - x) = 4200$ $x = 300$ ดังนั้นมีเหรียญห้าบาทจำนวน 300 เหรียญ มีเหรียญสิบบาทจำนวน 270 เหรียญ 6. ครูให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์ และประเมินความถูกต้องของคำตอบที่ได้ เพื่อเป็นการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ <u>ตรวจคำตอบ</u> เหรียญสิบบาทคิดเป็นเงิน 5(300) = 1,500 บาท เหรียญสิบบาทคิดเป็นเงิน 10(570 – 300) = 2,700 บาท

<table>
<tr><th>กลุ่มทดลอง
(กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก)</th><th>กลุ่มควบคุม
(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)</th></tr>
<tr><td>- ครูเดินดูการทำกิจกรรมของนักเรียนแต่ละกลุ่ม ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันในการแก้ปัญหา ให้ความช่วยเหลือเมื่อนักเรียนต้องการความช่วยเหลือ ให้ความรู้หรือข้อมูลพื้นฐานที่เป็นประโยชน์ต่อนักเรียน และส่งเสริมให้นักเรียนลองใช้วิธีแก้ปัญหาที่เป็นทางเลือกใหม่</td><td>คิดเป็นเงินทั้งสิ้น
1,500 + 2,700 = 4,200 บาท
ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์
7. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน คละความสามารถทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน จำนวน 1, 2 และ 1 คน ตามลำดับ แต่ละกลุ่มทำใบงานที่ 2 ร่วมกัน ให้สมาชิกในกลุ่มทุกคนมีส่วนร่วมในการดำเนินการแก้ปัญหา โดยครูสังเกตพฤติกรรมการมีส่วนร่วมของนักเรียนภายในกลุ่ม และคอยให้ความช่วยเหลือนักเรียนเมื่อนักเรียนต้องการความช่วยเหลือ
8. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาบนกระดานและให้เพื่อนในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ</td></tr>
<tr><td>ขั้นที่ 3 การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด
3.1 ครูให้ตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอความคิดจากวิธีการแก้ปัญหาและวิธีการที่ได้คำตอบของกลุ่มตนเองอย่างเป็นอิสระ แต่ละกลุ่มจะมีวิธีการได้มาซึ่งคำตอบแตกต่างกัน ตัวอย่างเช่น
- ใช้วิธีการลองผิดลองถูกโดยกำหนดจำนวนเหรียญแต่ละชนิดให้รวมแล้วครบ 570 เหรียญ
- ใช้ความรู้สึกเชิงจำนวนในการประมาณจำนวนเหรียญแต่ละชนิดเพื่อให้ได้จำนวนเงินใกล้เคียงกับราคารองเท้าที่อยากได้
- ใช้ตารางช่วยกำหนดจำนวนเหรียญแต่ละชนิดให้เป็นไปตามเงื่อนไข
เช่น กำหนดราคารองเท้า 4200 บาท
<table>
<tr><th>จำนวนเหรียญห้าบาท</th><th>จำนวนเหรียญสิบบาท</th><th>รวม (เหรียญ)</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>570</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>570</td></tr>
</table>
- หาคำตอบโดยใช้วิธีการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- ครูให้นักเรียนอธิบายวิธีการหาคำตอบของกลุ่มให้เพื่อน ๆ ฟัง รวมทั้งเพื่อน ๆ ในห้องเรียนร่วมกันอภิปรายวิธีการหาคำตอบว่าเหมาะสมและมีทางเป็นไปได้หรือไม่อย่างไร</td><td></td></tr>
</table>

กลุ่มทดลอง (กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
3.2 ครูเชื่อมโยงวิธีคิดของนักเรียนสู่สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (กรณีที่เก็บเงินพอดีกับราคารองเท้า) - ครูสมมติจำนวนเงินจำนวนหนึ่งที่เก็บขึ้นมาโดยสมมติว่านัทเก็บเงินได้ 4,200 บาทพอดี แล้วพิจารณาเลือกซื้อรองเท้าฟุตบอลจาก “ใบรายการรองเท้าฟุตบอล” โดยตัดสินใจเลือกซื้อรองเท้าฟุตบอลราคา 4.200 บาท ซึ่งเป็นจำนวนเงินที่พอดีกับจำนวนเงินที่เก็บได้ และให้เป็นไปตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดคือ - แม่ให้เงินไปโรงเรียนทุกวัน วันละ 150 บาท เป็นระยะเวลา 2 เดือน ทำให้นัทต้องเก็บเงินให้ได้วันละประมาณ 75 บาท ซึ่งถ้านัทประหยัดค่าใช้จ่ายนัทก็จะสามารถเก็บเงินได้ตามที่วางแผนไว้ - ให้นักเรียนหาคำตอบโดยการสร้างสมการ และสร้างโจทย์ปัญหาใหม่เพื่อให้นักเรียนได้หาคำตอบ “นักเรียนจะทำอย่างไร เพื่อหาจำนวนเหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาท เมื่อเงินที่นับได้จากกระปุกออมสินมีจำนวน 4,200 บาท และต้องการซื้อรองเท้าฟุตบอลราคา 4,200 บาทพอดี ให้นักเรียนแสดงวิธีคิดโดยการสร้างสมการ” - ครูกระตุ้นให้นักเรียนคิดและร่วมกันอภิปราย โดยใช้คำถามกระตุ้น - นักเรียนจะกำหนดตัวแปรอะไรก่อนบ้าง ให้ จำนวนเหรียญห้าบาทมีจำนวน x เหรียญ มีเหรียญสิบบาทจำนวน 570 – x เหรียญ นั่นคือ เหรียญห้าบาทคิดเป็นจำนวนเงิน 5x บาท มีเหรียญสิบบาทคิดเป็นเงิน 10(570 – x) บาท - ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลมาสร้างเป็นสมการ จะได้ว่า เนื่องจากคิดเป็นเงินทั้งสิ้น 4,200 บาท	

กลุ่มทดลอง (กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
จะได้สมการเป็น $5x + 10(570 - x) = 4200$ $x = 300$ ดังนั้นมีเหรียญห้าบาทจำนวน 300 เหรียญ มีเหรียญสิบบาทจำนวน 270 เหรียญ - ครูเน้นย้ำให้นักเรียนมีการตรวจคำตอบทุกครั้งเมื่อคำนวณเสร็จ **<u>ตรวจคำตอบ</u>** เหรียญสิบบาทคิดเป็นเงิน $5(300) = 1,500$ บาท เหรียญสิบบาทคิดเป็นเงิน $10(570 - 300) = 2,700$ บาท คิดเป็นเงินทั้งสิ้น $1,500 + 2,700 = 4,200$ บาท ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์ 3.3 ครูเชื่อมโยงวิธีคิดของนักเรียนสู่สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (กรณีที่เก็บเงินได้มากกว่าราคารองเท้า) - ครูสมมติจำนวนเงินจำนวนหนึ่งที่เก็บขึ้นมาโดยสมมติว่านัทเก็บเงินได้ 4,750 บาทพอดี แล้วพิจารณาเลือกซื้อรองเท้าฟุตบอลจาก “ใบรายการรองเท้าฟุตบอล” โดยตัดสินใจเลือกซื้อรองเท้าฟุตบอลราคา 2,890 บาท ซึ่งเป็นจำนวนเงินที่น้อยกว่าจำนวนเงินที่เก็บได้ และให้เป็นไปตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดคือ - แม่ให้เงินไปโรงเรียนทุกวัน วันละ 150 บาท เป็นระยะเวลา 2 เดือน ทำให้นัทต้องเก็บเงินให้ได้วันละประมาณ 80 บาท ซึ่งถ้านัทประหยัดค่าใช้จ่ายนัทก็จะสามารถเก็บเงินได้ตามที่วางแผนไว้ - ให้นักเรียนหาคำตอบโดยการสร้างสมการ และสร้างโจทย์ปัญหาใหม่เพื่อให้นักเรียนได้หาคำตอบ “นักเรียนจะทำอย่างไร เพื่อหาจำนวนเหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาท เมื่อเงินที่นับได้จากกระปุกออมสินมีจำนวน 4,750	

กลุ่มทดลอง (กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
บาท และต้องการซื้อรองเท้าฟุตบอลราคา 2,890 บาท พอดี เงินที่เหลือจากการซื้อรองเท้านักเรียนจะทำอย่างไร ให้นักเรียนแสดงวิธีคิดโดยการสร้างสมการ” - ครูกระตุ้นให้คิดและร่วมกันอภิปราย โดยใช้คำถามกระตุ้น - นักเรียนจะกำหนดตัวแปรอะไรก่อนบ้าง ให้ จำนวนเหรียญห้าบาทมีจำนวน x เหรียญ มีเหรียญสิบบาทจำนวน 570 – x เหรียญ นั่นคือ เหรียญห้าบาทคิดเป็นจำนวนเงิน 5x บาท มีเหรียญสิบบาทคิดเป็นเงิน 10(570 – x) บาท - ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลสร้างเป็นสมการ จะได้ว่า เนื่องจากคิดเป็นเงินทั้งสิ้น 4,750 บาท จะได้สมการเป็น 5x + 10(570 – x) = 4750 x = 190 ดังนั้นมีเหรียญห้าบาทจำนวน 190 เหรียญ มีเหรียญสิบบาทจำนวน 380 เหรียญ - ครูเน้นย้ำให้นักเรียนมีการตรวจคำตอบทุกครั้งเมื่อคำนวณเสร็จ **<u>ตรวจคำตอบ</u>** เหรียญสิบบาทคิดเป็นเงิน 5(190) = 950 บาท เหรียญสิบบาทคิดเป็นเงิน 10(570 – 190) = 3,800 บาท คิดเป็นเงินทั้งสิ้น 950 + 3,750 = 4,750 บาท ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์ - ครูให้นักเรียนชี้แจงรายละเอียดการเก็บเงินของนัทในส่วนของเงินที่ใช้ในการซื้อรองเท้าฟุตบอล และเงินในส่วนที่เหลือจากการซื้อรองเท้าฟุตบอล และให้นักเรียนร่วมกัน	

กลุ่มทดลอง (กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
อภิปรายในส่วนของเงินที่เหลือว่านักเรียนจะนำไปทำอะไรต่อไป โดยให้นักเรียนออกแบบการเก็บเงินของนัทเอง	
ขั้นสรุป **ขั้นที่ 4 การหาข้อสรุปและสะท้อนความคิด** 4.1 ครูและนักเรียนร่วมกันจัดกลุ่มของวิธีการหาคำตอบที่เหมือนกันของแต่ละกลุ่มไว้ในกลุ่มเดียวกัน4.2 ครูกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันประเมินวิธีการหาคำตอบ ของกลุ่มเพื่อนโดยให้แต่ละกลุ่มร่วมกันเปรียบเทียบในประเด็นต่อไปนี้ - เปรียบเทียบว่ามีความเหมือน หรือแตกต่างกันอย่างไร - มีความยาก ง่าย ข้อดี ข้อจำกัดในการหาคำตอบอย่างไร - ให้นักเรียนสะท้อนความคิดในวิธีการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ 4.2 ครูให้นักเรียนเขียนข้อสรุปและสะท้อนความคิดจากการรายงานของกลุ่มตนเองและกลุ่มเพื่อน เพื่อนำไปสู่การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ 4.3 ครูสรุปขั้นตอนที่สำคัญในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ 1) วิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และให้หาอะไร 2) กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา 3) พิจารณาเงื่อนไขที่แสดงการเท่ากันในโจทย์ แล้วนำมาเขียนเป็นสมการ 4) แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ 5) ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์	**ขั้นสรุป** 9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา ดังนี้ 1) วิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และให้หาอะไร 2) กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา 3) พิจารณาเงื่อนไขที่แสดงการเท่ากันในโจทย์ แล้วนำมาเขียนเป็นสมการ 4) แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ 5) ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์ 10. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนเป็นการบ้าน เพื่อให้นักเรียนเกิด

กลุ่มทดลอง (กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
4.4 ครูขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา และให้นักเรียนทำใบงานที่ 2 และแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนเป็นการบ้าน เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากขึ้น	

6. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กระทรวงศึกษาธิการ
2. สถานการณ์ปัญหาที่ 1 เก็บหอมรอมริบ
3. ใบรายการสินค้า...รองเท้าฟุตบอล
4. ใบงานที่ 2

7. การวัดและการประเมินผล

1. วิธีการวัดและประเมินผล
    1.1 สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนระหว่างเรียน
    1.2 สังเกตการตอบคำถามและร่วมกิจกรรมของนักเรียน
    1.3 สังเกตจากการทำใบกิจกรรม
2. เครื่องมือวัดและประเมินผล
    2.1 แบบสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

8. บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค.....

.....

.....

แนวทางแก้ไขปัญหาและข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

สถานการณ์ปัญหาที่ 1
เรื่อง จำนวน (กลุ่มทดลอง)

เก็บหอมรอมริบ

นัทอยากได้รองเท้าฟุตบอล จึงตั้งใจจะเก็บเงินซื้อให้ทันก่อนการแข่งขันกีฬาสีในอีกสองเดือนข้างหน้า โดยเก็บเงินจากค่าขนมที่แม่ให้ไปโรงเรียนทุกวัน วันละ 150 บาท นัทนำเงินที่เหลือหยอดกระปุกออมสิน โดยหยอดเฉพาะเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาท เมื่อเก็บเงินได้จำนวนหนึ่ง จึงตัดสินใจทุบกระปุกและนับเหรียญทั้งหมดได้จำนวน 570 เหรียญพอดี ให้นักเรียนกำหนดจำนวนเงินที่นัทนับได้ นัทมีเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาทอย่างละกี่เหรียญ และวางแผนการเก็บเงินของนัท รวมทั้งนัทควรตัดสินใจเลือกซื้อรองเท้าฟุตบอลรุ่นใด เพราะเหตุใด

SUPER SHOES SHOW

ใบรายการสินค้า...รองเท้าฟุตบอล

รหัสสินค้า A1591 รองเท้าฟุตซอล adidas Freefootball SpeedKicl Indoor สีส้ม

2,390 บ.

รหัสสินค้า : A1589 รองเท้าฟุตบอล รองเท้าสตั๊ด adidas 11Core TRX I - ตัวรองท็อป สีขาว/ฟ้า

3,390 บ.

SUPERsports

รหัสสินค้า N1562 รองเท้าสตั๊ด รองเท้าฟุตบอล Nike CTR360 Libretto III FG สีขาว/เขียว ตัวบ่ว

2.500 บ.

รหัสสินค้า N1561 รองเท้าสตั๊ด Nik CTR360 Trequartista III FG- White/Volt/Court ตัวรอง สีขาว/ เขียว

3,900 บ.

รหัสสินค้า N1574 รองเท้าฟุตบอล รอ เท้าสตั๊ด Nike T90 Shoot IV FG สีส้ ตัวบ่วย

2,600 บ.

รหัสสินค้า : N1572 รองเท้าสตั๊ด รองเท้าฟุตบอล Nike T90 Strike I FG สีส้ม ตัวรองท็อป

4,000 บ.

รหัสสินค้า N1567 รองเท้าฟุตบอล Nike Tiempo Mystic IV FG สีน้ำเงิ ตัวรองบ่วย

3,200 บ.

รหัสสินค้า N1566 รองเท้าฟุตบอล รอ เท้าสตั๊ด Nike Tiempo Flight FG ตั รองท็อป สีน้ำเงิน

4,200 บ.

รหัสสินค้า A1580 รองเท้าฟุตบอล สตั๊ด adidas Predator Absolado LZ TRX FG สีทอง/ดำ ตัวบ่วย

2,890 บ.

รหัสสินค้า A1579 รองเท้าฟุตบอล สตั๊ด adidas Predator Absolion LZ TRX FG สีทอง/ดำ ตัวรอง

4,190 บ.

รหัสสินค้า A1597 รองเท้าวิ่งชาย Adidas adizero F50 2 สีน้ำเงิน

4,590 บ.

รหัสสินค้า N1595 รองเท้าฟุตซอล Nike T90 Shoot IV IC สีส้ม

2,400 บ.

รหัสสินค้า N1366 รองเท้าฟุตบอลเด็ก Nike Tiempo Natural FG Junior สีน้ำเงิน

1,700 บ.

รหัสสินค้า N1570 รองเท้าฟุตบอล 100 ปุ่ม Nike Tiempo Natural I Leather Turf สีน้ำเงิน

2,400 บ.

รหัสสินค้า N1577 รองเท้าฟุตบอล 100 ปุ่ม Nike Mercurial victory Turf สีเขียว/ส้ม

2,600 บ.

รหัสสินค้า : N1594 รองเท้าฟุตบอล รองเท้าฟุตซอลเด็ก Nike Junior T90 Shoot IV IC สีส้ม

1,700 บ.

สถานการณ์ปัญหาที่ 1
เรื่อง จำนวน (กลุ่มทดลอง)

สมาชิกในกลุ่ม

1. .....เลขที่.....
2. .....เลขที่.....
3. .....เลขที่.....
4. .....เลขที่.....
5. .....เลขที่.....

แนวทางในการแก้ปัญหา.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อมูลความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดำเนินการแก้ปัญหา.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

หาข้อสรุปและสะท้อนความคิดจากการรายงาน.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบงานที่ 2 เรื่อง... จำนวน (สำหรับกลุ่มทดลอง)

ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำในการหาคำตอบโดยละเอียด โดยนักเรียนสามารถขีด เขียน หรือทดในบริเวณที่กำหนดให้ได้

1. นิดและหน่อยเป็นพี่น้องกัน นิดอายุมากกว่าหน่อย 10 ปี อีก 8 ปี ข้างหน้าอายุของทั้งสองพี่น้องรวมกันได้จำนวนหนึ่งพอดี ให้นักเรียนกำหนดอายุรวมของทั้งสองพี่น้อง และจงหาอายุปัจจุบันของทั้งสองพี่น้อง

ข้อมูลความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา.....

.....

.....

ระบุทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม แบบรูป สมการ หรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ.....

สำหรับทด

2. ชีวินและชนกช่วยกันเก็บส้มในสวนรวมกันได้จำนวนหนึ่งชีวินกองส้มของตนไว้กองละ 15 ผล ชนกกองไว้กองละ 10 ผล นับส้มรวมกันได้ทั้งหมด 40 กอง ให้นักเรียนกำหนดจำนวนส้มทั้งหมด และจงหาจำนวนส้มของแต่ละคน

ข้อมูลความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา.....

.....

.....

ระบุทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม แบบรูป สมการ หรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา

.....

.....

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

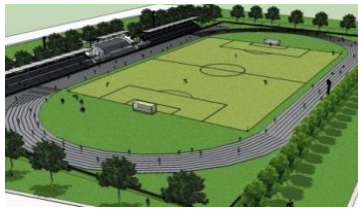
.....

.....

ตอบ.....

สำหรับทด

3. สนามของโรงเรียนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีความยาวน้อยกว่าสองเท่าของความกว้างอยู่ 7 เมตร ให้นักเรียนกำหนดความยาวของสนาม และหาความกว้างของสนาม รวมทั้งสนามมีพื้นที่เท่าไร



ข้อมูลความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา.....

.....

.....

ระบุทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม แบบรูป สมการ หรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา

.....

.....

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ.....

สำหรับทด

ใบงานที่ 2 เรื่อง... จำนวน (สำหรับกลุ่มควบคุม)

ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำในการหาคำตอบโดยละเอียด โดยนักเรียนสามารถขีด เขียน หรือทดในบริเวณที่กำหนดให้ได้

1. นิดและหน่อยเป็นพี่น้องกัน นิดอายุมากกว่าหน่อย 10 ปี อีก 8 ปีข้างหน้าอายุของทั้งสองพี่น้องรวมกันได้ 68 ปี พอดี จงหาอายุปัจจุบันของคนทั้งสอง

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ.....

.....

2. ชีวินและชนกช่วยกันเก็บส้มในสวนได้รวมกัน 450 ผล ชีวินกองส้มของตนไว้กองละ 15 ผล ชนกกองไว้กองละ 10 ผล นับส้มรวมกันได้ทั้งหมด 40 กอง จงหาจำนวนส้มของแต่ละคน

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ.....

.....

3. สนามของโรงเรียนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีความยาวน้อยกว่าสองเท่าของความกว้างอยู่ 7 เมตร ถ้าความยาวยาว 25 เมตร ความกว้างจะยาวเท่าไรและสนามของโรงเรียนมีพื้นที่เท่าไร

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ.....

.....

เฉลยใบงานที่ 2 เรื่อง... จำนวน

---

1. <u>กลุ่มทดลอง</u> นักเรียนสามารถกำหนดอายุรวมของนิดและหน่อยในอีก 8 ปีข้างหน้าตามที่ตนเองสนใจ ซึ่งนักเรียนแต่ละคนควรจะกำหนดอายุรวมที่แตกต่างกัน เพื่อให้ได้คำตอบที่ต่างกัน และเห็นความแตกต่างของคำตอบในหลากหลายรูปแบบ

<u>กลุ่มควบคุม</u>

<u>วิธีทำ</u> ให้ปัจจุบันหน่อยมีอายุ x ปี

นิดอายุมากกว่าหน่อย 10 ปี จะได้ปัจจุบันนิดอายุ $x + 10$ ปี

อีก 8 ปีข้างหน้า อายุของทั้งสองรวมกัน 68 ปี

ดังนั้น หน่อยอายุ $x + 8$ ปี และนิดอายุ $x + 10 + 8 = x + 18$ ปี

จะได้สมการ $(x + 8) + (x + 18) = 68$

$$2x + 26 = 68$$

$$2x = 42$$

$$x = 21$$

<u>ตอบ</u> ปัจจุบันหน่อยอายุ 21 ปี และนิดอายุ $21 + 10 = 31$ ปี

<u>ตรวจคำตอบ</u> อีกแปดปีข้างหน้าหน่อยอายุ $21 + 8 = 29$ ปี

และนิดอายุ $21 + 18 = 39$ ปี

อายุของทั้งสองรวมกัน $29 + 39 = 68$ ปี ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

2. <u>กลุ่มทดลอง</u> นักเรียนสามารถกำหนดจำนวนส้มทั้งหมดที่ชีวินและชนกเก็บได้ตามที่ตนเองสนใจ ซึ่งนักเรียนแต่ละคนควรจะกำหนดจำนวนส้มทั้งหมดที่แตกต่างกัน เพื่อให้ได้คำตอบที่ต่างกัน และเห็นความแตกต่างของคำตอบในหลากหลายรูปแบบ

<u>กลุ่มควบคุม</u>

<u>วิธีทำ</u> ให้จำนวนส้มที่ชีวินเก็บได้มีจำนวน x ผล

สองคนพี่น้องเก็บส้มได้รวมกัน 450 ผล

ดังนั้นชนกเก็บส้มได้ $450 - x$ ผล

ชีวินกองส้มไว้กองละ 15 ผล คิดเป็นส้ม $\frac{x}{15}$ กอง

ชนกกองส้มไว้กองละ 10 ผล คิดเป็นส้ม $\frac{450 - x}{10}$ ผล

เนื่องจาก ทั้งสองคนเก็บส้มรวมกันได้ทั้งหมด 40 กอง

จะได้สมการ $\frac{x}{15}+\frac{450-x}{10}=40$

$$\frac{10x+15(450-x)}{150}=40$$

$$10x + 6750 - 15x = 6000$$

$$-5x = -750$$

$$x = 150$$

ตอบ ชีวินเก็บส้มได้ 150 ผล และชนกเก็บส้มได้ 300 ผล

ตรวจคำตอบ ชีวินเก็บส้มได้ 150 ผล คิดเป็นส้ม $\frac{150}{15}=10$ กอง

ชนกเก็บส้มได้ 300 ผล คิดเป็นส้ม $\frac{450-150}{10}=30$ กอง

นับส้มรวมกันได้ 10 + 30 = 40 กอง ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

3. กลุ่มทดลอง นักเรียนสามารถกำหนดความยาวของสนามได้ตามที่ตนเองสนใจ ซึ่งนักเรียนแต่ละคนควรจะกำหนดความยาวของสนามที่แตกต่างกัน เพื่อให้ได้คำตอบที่ต่างกัน และเห็นความแตกต่างของคำตอบในหลากหลายรูปแบบ

กลุ่มควบคุม

วิธีทำ ให้ความกว้างของสนามของโรงเรียนยาว x เมตร

มีความยาวยาว 25 เมตร

มีด้านยาวน้อยกว่า 2 เท่าของความกว้างอยู่ 7 เมตร

จะได้สมการ $2x - 25 = 7$

$$2x = 7 + 25$$

$$x=\frac{32}{2}$$

$$x = 16$$

ตอบ ความกว้างยาว 16 เมตร

และสนามของโรงเรียนมีพื้นที่ $16\times25=400$ ตารางเมตร

ตรวจคำตอบ ความกว้างของสนามของโรงเรียนยาว 16 เมตร

ความยาวน้อยกว่าสองเท่าของความกว้างอยู่ $2(16) - 25 = 7$ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ภาคผนวก จ

ผลการเปรียบเทียบคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง

ผลการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง

ตารางที่ 29 แสดงผลการเปรียบเทียบคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

กลุ่ม	n	$\bar{x}$	s	t
ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก	43	13.33	3.04	1.06*
ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ	39	12.51	3.89	

*p < .05

ตารางที่ 30 แสดงผลการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง (คะแนนเต็ม 25 คะแนน)

กลุ่ม	n	$\bar{x}$	s	t
ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก	43	12.28	3.29	1.82*
ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ	39	11.03	2.92	

*p < .05

ตารางที่ 31 แสดงผลการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง (คะแนนเต็ม 45 คะแนน)

กลุ่ม	n	$\bar{x}$	s	t
ที่เรียนจากกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก	43	20.93	7.03	.22*
ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ	39	20.64	4.81	

*p < .05

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวซูรายา สัสดีวงศ์ เกิดวันที่ 27 กันยายน พ.ศ. 2528 ที่จังหวัดปัตตานี สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ ในปีการศึกษา 2550 และสำเร็จการศึกษาประกาศนียบัตรบัณฑิต (ป.บัณฑิต) ในปีการศึกษา 2551 โครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยทักษิณ และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2554 ปัจจุบันรับราชการตำแหน่งครู อันดับ คศ. 1 โรงเรียนศิริราษฎร์สามัคคี อำเภอมายอ จังหวัดปัตตานี