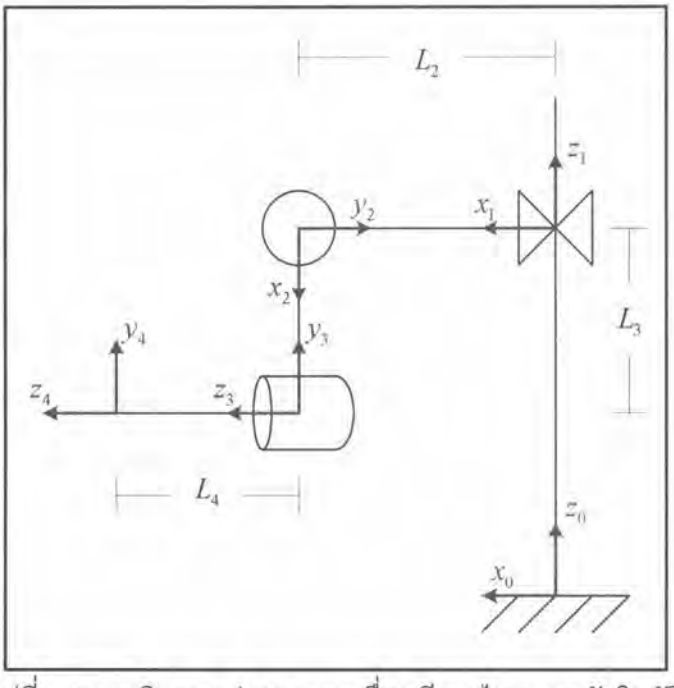
บทที่ 4

จลศาสตร์ของเครื่องเจียระไนพลอยอัตโนมัติ

4.1 ฟอร์เวอร์สคิเนแมติกส์ (Forward Kinematics)

ในการหาจลศาสตร์ของเครื่องจะทำการหาเฉพาะ 3 แกนแรกเท่านั้น คือ แกนที่ 1 เป็นแกนแบบเลื่อน ส่วนแกนที่ 2 และ 3 เป็นแกนหมุน ตามลักษณะของเครื่องที่ได้ออกแบบ



รูปที่ 4.1 การติดแกนต่างๆ ของเครื่องเจียระไนพลอยอัตโนมัติ

ตารางที่ 4.1 พารามิเตอร์ของเดนาวิต-ฮาร์เทนเบิร์ก (D-H Parameters)

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	d_1	0
2	-90	L_2	0	θ_2
3	90	L_3	0	θ_3
4	0	0	L_4	0

เมื่อ θ_i, α_{i-1}, a_{i-1}, และ d_i เป็น Denavit-Hartenberg parameters [1] ของแกนอ้างอิง i ดังแสดงในตารางที่ 4.1

ทำการหา transformation ของแกนอ้างอิง i เมื่อเทียบกับแกนอ้างอิง i-1 โดยใช้ transformation matrix

$$ {}^{i-1}_{i}T = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

จะได้

$$ {}^{0}_{1}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.1} $$

$$ {}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & L_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_2 & -\cos\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.2} $$

$$ {}^{2}_{3}T = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & L_3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.3} $$

$$ {}^{3}_{4}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.4} $$

ดังนั้น จะได้ Transform ของทั้งหมดดังนี้

$$ {}^{0}_{4}T = \begin{bmatrix} \cos\theta_2\cos\theta_3 & -\cos\theta_2\sin\theta_3 & \sin\theta_2 & L_2 + L_3\cos\theta_2 + L_4\sin\theta_2 \\ -\sin\theta_3 & -\cos\theta_3 & 0 & 0 \\ -\sin\theta_2\cos\theta_3 & \sin\theta_2\sin\theta_3 & \cos\theta_2 & d_1 - L_3\sin\theta_2 + L_4\cos\theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.5} $$

จะได้สมการที่ (4.5) เป็นฟอร์เวอร์สคิเนแมติกส์ (Forward Kinematics) ของเครื่องเจียระไนพลอยอัตโนมัติ

4.2 อินเวอร์สคิเนแมติกส์ (Inverse kinematics)

ให้ตำแหน่งและทิศทางของปลายของเครื่องเจียระไนพลอยเป็นดังนี้

$$ {}^{0}_{4}T = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} & p_x \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} & p_y \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.6} $$

เทียบสมการที่ (4.5) เท่ากับ สมการที่ (4.6)

แถวที่ 1 หลักที่ 3

$$ \sin\theta_2 = \gamma_{13} \tag{4.7} $$

แถวที่ 3 หลักที่ 3

$$ \cos\theta_2 = \gamma_{33} \tag{4.8} $$

(7)/(8)

$$ \tan\theta_2 = \gamma_{13} / \gamma_{33} $$

$$ \theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{\gamma_{13}}{\gamma_{33}}\right) \tag{4.9} $$

แถวที่ 2 หลักที่ 1

$$ -\sin\theta_3 = \gamma_{21} \tag{4.10} $$

แถวที่ 2 หลักที่ 2

$$ -\cos\theta_3 = \gamma_{22} \tag{4.11} $$

(10)/(11)

$$ \tan\theta_3 = \gamma_{21} / \gamma_{22} $$

$$ \theta_3 = \tan^{-1}\left(\frac{\gamma_{21}}{\gamma_{22}}\right) \tag{4.12} $$

แถวที่ 3 หลักที่ 3

$$ p_z = d_1 - L_3\sin\theta_2 + L_4\cos\theta_2 $$

$$ d_1 = p_z + L_3\sin\theta_2 - L_4\cos\theta_2 $$

แทนค่า θ_2, θ_3

$$ d_1 = p_z + L_3\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{\gamma_{13}}{\gamma_{33}}\right)\right) - L_4\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{\gamma_{13}}{\gamma_{33}}\right)\right) \tag{4.13} $$

จะได้สมการที่ (4.11), (4.12) และ (4.13) เป็นอินเวอร์สคิเนแมติกส์ (Inverse Kinematics) ของเครื่องเจียระไนพลอยอัตโนมัติ

สำหรับค่าพารามิเตอร์ความยาวของแต่ละแกน (Link length) มีค่าดังต่อไปนี้

L_2 = 280 มิลลิเมตร

L_3 = 0.24 มิลลิเมตร

L_4 = 1.66 มิลลิเมตร