การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา

นายวราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2545

ISBN 974-17-1099-2

A COMPARISON ON ESTIMATION OF PARAMETERS IN TIME SERIES MODEL

Mr. Wararit Panichkitkosolkul

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science in Statistics

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2002

ISBN 974-17-1099-2

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา
โดย นายวราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล
สาขาวิชา สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ร้อยเอก มานพ วราภักดิ์

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วิรัช อภิเมธีธำรง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ศิริพร สาเกทอง)

.... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ร้อยเอก มานพ วราภักดิ์)

.... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. กัลยา วานิชย์บัญชา)

.... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ชูศักดิ์ อุดมศรี)

วราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล : การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา (A COMPARISON ON ESTIMATION OF PARAMETERS IN TIME SERIES MODEL) อ.ที่ปรึกษา : ผศ. ร.อ. มานพ วราภักดิ์, 283 หน้า. ISBN 974-17-1099-2.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา ARIMA วิธีการประมาณ 3 วิธีคือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข (ULSE) วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข (CLSE) และวิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด (MLE) การเปรียบเทียบกระทำด้วยวิธีทดลองภายใต้ตัวแบบอนุกรมเวลา 5 ตัวแบบคือ AR(1) AR(2) MA(1) MA(2) และ ARMA(1,1) ลักษณะของอนุกรมเวลา 4 ลักษณะคือ อนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน ไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน และไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ขนาดตัวอย่าง 6 ระดับคือ 50 60 70 80 100 และ 120 ในการวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล และทำการทดลองซ้ำๆ กัน 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ เพื่อคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) หรือค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(AV.MSE) เมื่อมีสองพารามิเตอร์

ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1) ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง AR(1)

สำหรับทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกลักษณะของอนุกรมเวลา วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด เมื่อค่า ϕ_1 อยู่ในช่วง (0.00,0.44] แต่ในกรณีที่ค่า ϕ_1 อยู่ในช่วง [0.45,1.00) วิธี ULSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด

2) ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง AR(2)

สำหรับทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกลักษณะของอนุกรมเวลา วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกค่า (ϕ_1, ϕ_2) และวิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด เมื่อค่า (ϕ_1, ϕ_2) อยู่ในช่วง ([-0.8,0.7] , [-0.5,0.4])

3) ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง MA(1)

สำหรับทุกลักษณะของอนุกรมเวลา เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก (50, 60 และ 70) วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด เมื่อค่า θ_1 อยู่ในช่วง (0.00,0.46] กรณีที่ค่า θ_1 อยู่ในช่วง [0.47,0.65] วิธี CLSE และวิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุดใกล้เคียงกัน ส่วนค่า θ_1 อยู่ในช่วง [0.66,1.00) วิธี CLSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (80, 100 และ 120) วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด เมื่อค่า θ_1 อยู่ในช่วง (0.00,0.35] ส่วนกรณีที่ค่า θ_1 อยู่ในช่วง [0.36,1.00) วิธี CLSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด

4) ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง MA(2)

สำหรับทุกลักษณะของอนุกรมเวลา เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก (50 , 60 และ 70) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุดในเกือบทุกระดับของพารามิเตอร์ ยกเว้นในกรณีที่ค่า (θ_1, θ_2) อยู่ในช่วง ([-0.9,1.2] , [-0.3,0.3]) วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด

เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (80, 100 และ 120) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในเกือบทุกระดับของพารามิเตอร์ ยกเว้นในกรณีที่ค่า (θ_1, θ_2) อยู่ในช่วง ([-0.9,1.2] , (-1.0,-0.4]) วิธี ULSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด

5) ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง ARMA(1,1)

สำหรับทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกลักษณะของอนุกรมเวลา วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในเกือบทุกระดับของพารามิเตอร์ ยกเว้นกรณีที่ค่า (ϕ_1, θ_1) อยู่ในช่วง ((-1.0,-0.7] , [-0.1,0.4]) , ([0.8,1.0) , (-1.0,-0.2]) และ ([0.8,1.0) , [-0.1,0.4]) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด และส่วนค่า (ϕ_1, θ_1) อยู่ในช่วง ([-0.6,-0.4] , [-0.1,0.4]) วิธี ULSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด

ภาควิชา สถิติ ลายมือชื่อนิสิต__________

สาขาวิชา สถิติ

ปีการศึกษา 2545 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา__________

4282391126 : MAJOR STATISTICS
KEYWORD: PARAMETER ESTIMATION / LEAST SQUARES / MAXIMUM LIKELIHOOD / TIME SERIES MODEL
WARARIT PANICHKITKOSOLKUL : A COMPARISON ON ESTIMATION OF PARAMETERS IN TIME SERIES MODEL.
THESIS ADVISOR : ASST. PROF. CAPT. MANOP VARAPHAKDI. 283 PP.
ISBN 974-17-1099-2.

The objective of this study is to compare the parameter estimation methods for forecasting in time series models. The methods are Unconditional Least Squares Method (ULSE), Conditional Least Squares Method (CLSE) and Maximum Likelihood Estimation Method (MLE). The comparison was done by experiment under conditions of severity of the time series models, characteristics of time series and sample size. The time series models are AR(1), AR(2), MA(1), MA(2) and ARMA(1,1). The characteristics of time series are stationary, nonstationary in mean, nonstationary in variance, and nonstationary in mean and variance. The sample sizes are 50, 60, 70, 80, 100 and 120. This study used the Monte Carlo Simulation method. The experiment was repeated 1,000 times under each condition to calculate the mean squared error (MSE) or the average of mean squared error of two parameter (AV.MSE).

Results of the study are as follows :-

1) First-Order Autoregressive Model AR(1)

For all sample sizes and all characteristics of time series, the MSE of MLE method is the lowest when ϕ_1 in range (0.00,0.44]. But in case of the ϕ_1 in range [0.45,1.00),the MSE of ULSE method is the lowest.

2) Second-Order Autoregressive Model AR(2)

For all sample sizes and all characteristics of time series, the AV.MSE of CLSE method is the lowest in all range of $(\phi_1, \phi_2)$and the AV.MSE of MLE method is the lowest when (ϕ_1, ϕ_2)in range ([-0.8,0.7],[-0.5,0.4]).

3) First-Order Moving Average Model MA(1)

For all characteristics of time series when small sample sizes (50,60 and 70, the MSE of MLE method is the lowest when θ_1 in range (0.00,0.46]. In case of the θ_1 in range [0.47,0.65], the MSE of CLSE and MLE methods are the lowest. But in case of the θ_1 in range [0.66,1.00), the MSE of CLSE method is the lowest. When large sample sizes (80, 100 and 120), the MSE of MLE method is the lowest when θ_1 in range (0.00,0.35]. In case of the θ_1 in range [0.36,1.00, the MSE of CLSE method is the lowest.

4) Second-Order Moving Average Model MA(2)

For the all characteristics of time series when small sample size (50,60 and 70, the AV.MSE of CLSE method is the lowest in all range of (θ_1, θ_2) except from the (θ_1, θ_2) in range ([-0.9,1.2],[-0.3,0.3]), the AV.MSE of MLE method is the lowest. When large sample size (80, 100 and 120), the AV.MSE of MLE method is the lowest in all range of (θ_1, θ_2) except from the (θ_1, θ_2) in range (-0.9,1.2],(-1.0,-0.4]), the AV.MSE of ULSE method is the lowest.

5) First-Order Autoregressive and First-Order Moving Average Model ARMA(1,1)

For all sample size and all characteristics of time series, the AV.MSE of MLE method is the lowest in all range of (ϕ_1, θ_1) except from the (ϕ_1, θ_1) in range ((-1.0,-0.7],[-0.1,0.4]) , ([0.8,1.0),(-1,-0.2]) and ((0.8,1.0),[-0.1,0.4]), the AV.MSE of CLSE method is the lowest. In case of the (ϕ_1, θ_1) in range ([-0.6,-0.4],[-0.1,0.4]), the AV.MSE of ULSE method is the lowest.

Department Statistics　　　Student's signature________________
Field of study Statistics
Academic year 2002　　　Advisor's signature________________

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความพยายามและความมุ่งมั่น รวมทั้งความกรุณาของผู้ช่วยศาสตราจารย์ ร้อยเอก มานพ วราภักดิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำแนะนำปรึกษา ตลอดจนช่วยเหลือแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ เป็นอย่างดียิ่ง จนกระทั่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณด้วยความรู้สึกซาบซึ้งและสำนึกในพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ศิริพร สาเกทอง รองศาสตราจารย์ ดร. กัลยา วานิชย์บัญชา และรองศาสตราจารย์ ชูศักดิ์ อุดมศรี ในฐานะประธานกรรมการ และกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ประจำภาควิชาสถิติ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และคณาจารย์ประจำภาควิชาสถิติประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือที่ให้โอกาสทางการศึกษา และประสิทธิประสาทความรู้ให้แก่ผู้วิจัยจนกระทั่งสำเร็จการศึกษา

ผู้วิจัขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ วีนัส พีชวณิชย์ อดีตคณบดีคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ที่ให้คำแนะนำและโอกาสในการลาศึกษาต่อ

สำหรับทุนที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้บางส่วนได้รับมาจากทุนบัณฑิตศึกษาภายในประเทศของสำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ (สวทช.) ผู้วิจัวจึงใคร่ขอขอบพระคุณสำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติมา ณ โอกาสนี้ด้วย

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และพี่สาว ซึ่งให้การสนับสนุนแก่ผู้วิจัยมาโดยตลอด และขอขอบพระคุณเพื่อน ๆ และพี่ ๆ นิสิตปริญญาโทสาขาสถิติทุกท่านที่ให้กำลังใจและการสนับสนุนในการทำวิทยานิพนธ์เป็นอย่างดีตลอดมา

วราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญตาราง	ญ
สารบัญรูปภาพ	พ
บทที่	
1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	3
1.3 สมมติฐานของการวิจัย	3
1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น	3
1.5 ขอบเขตของการวิจัย	4
1.6 เกณฑ์การตัดสินใจ	6
1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	7
2 สถิติที่ใช้ในการวิจัย	8
2.1 ลักษณะทั่วไปของอนุกรมเวลา	8
2.2 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์	9
2.2.1 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข	10
2.2.2 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข	18
2.2.3 วิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด	25
3 วิธีดำเนินการวิจัย	37
3.1 วิธีการจำลองโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล	37
3.2 การวางแผนการทดลอง	38
3.3 ขั้นตอนการวิจัย	39

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่

3.4 โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย 103

4 ผลการวิจัย 105

4.1 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ 109

4.1.1 ผลการเปรียบเทียบเมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบอัตตสัมพันธ์ อันดับที่หนึ่ง AR(1) 109

4.1.2 ผลการเปรียบเทียบเมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบอัตตสัมพันธ์ อันดับที่สอง AR(2) 127

4.1.3 ผลการเปรียบเทียบเมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ อันดับที่หนึ่ง MA(1) 149

4.1.4 ผลการเปรียบเทียบเมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ อันดับที่สอง MA(2) 166

4.1.5 ผลการเปรียบเทียบเมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบอัตตสัมพันธ์ อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง ARMA(1,1) 188

4.2 ผลการศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์..... 213

4.2.1 ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง AR(1) 213

4.2.2 ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง AR(2) 215

4.2.3 ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง MA(1) 217

4.2.4 ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง MA(2) 219

4.2.5 ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง ARMA(1,1) 221

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่

5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ 224
5.1 สรุปผลการวิจัย 224
5.2 ข้อเสนอแนะ 227

รายการอ้างอิง 233
ภาคผนวก 237
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 283

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
3.1	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60..........	41
3.2	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60	43
3.3	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60	44
3.4	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60	46
3.5	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60..	48
3.6	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60 .	50
3.7	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60	51
3.8	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60..	53
3.9	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60..	55
3.10	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60	57

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

3.11 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60 59

3.12 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60 60

3.13 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60 62

3.14 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60 64

3.15 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60........ 66

3.16 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60 68

3.17 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60 68

3.18 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60 71

3.19 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60 72

3.20 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60 .. 74

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

3.21 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60 76

3.22 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60.. 78

3.23 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60.. 80

3.24 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60.. 81

3.25 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60.. 83

3.26 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60........................ 84

3.27 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60.. 86

3.28 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60 88

3.29 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60.. 90

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

3.30 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60 92

3.31 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60.................... 93

3.32 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60 95

3.33 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60 97

3.34 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60 99

3.35 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60 101

4.1 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (AR(1)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวนจำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1) 111

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

4.2 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (AR(1)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1) 115

4.3 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (AR(1)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1) 119

4.4 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (AR(1)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1) 123

4.5 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีที่ให้ค่า MSE ต่ำสุด ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1) 126

4.6 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง (AR(2)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) 129

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

4.7 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง (AR(2)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) 134

4.8 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง (AR(2)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) 139

4.9 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง (AR(2)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) 144

4.10 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีที่ให้ค่า AV.MSE ต่ำสุดในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) 148

4.11 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (MA(1)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1) 150

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

4.12 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (MA(1)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1) 154

4.13 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (MA(1)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1) 158

4.14 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (MA(1)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1) 162

4.15 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีที่ให้ค่า MSE ต่ำสุด ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1) 165

4.16 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง (MA(2)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) 168

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

4.17 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง (MA(2)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) 173

4.18 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง (MA(2)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) 178

4.19 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง (MA(2)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) 183

4.20 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีที่ให้ค่า AV.MSE ต่ำสุดในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) 187

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
4.21	แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ $(\hat{\phi}_1, \hat{\theta}_1)$ ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (ARMA(1,1)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) .	189
4.22	แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ $(\hat{\phi}_1, \hat{\theta}_1)$ ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (ARMA(1,1)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1)	195
4.23	แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ $(\hat{\phi}_1, \hat{\theta}_1)$ ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (ARMA(1,1)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและ ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1)	201

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

4.24 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\overline{\phi}_1, \overline{\theta}_1$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (ARMA(1,1)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) 201

4.25 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีที่ให้ค่า AV.MSE ต่ำสุดในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) 212

4.26 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบและทุกลักษณะของอนุกรมเวลา ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง 213

4.27 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกระดับของขนาดตัวอย่างและทุกลักษณะของอนุกรมเวลา ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่อพิจารณาที่ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ 214

4.28 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกระดับของขนาดตัวอย่างและทุกค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่อพิจารณาที่ลักษณะของอนุกรมเวลา 215

4.29 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบและทุกลักษณะของอนุกรมเวลา ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง 215

4.30 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกระดับของขนาดตัวอย่างและทุกลักษณะของอนุกรมเวลา ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่อพิจารณาที่ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ 216

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

4.31 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกระดับของขนาดตัวอย่างและทุกค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่อพิจารณาที่ลักษณะของอนุกรมเวลา 217

4.32 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบและทุกลักษณะของอนุกรมเวลา ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง 217

4.33 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกระดับของขนาดตัวอย่างและทุกลักษณะของอนุกรมเวลา ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่อพิจารณาที่ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ 218

4.34 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกระดับของขนาดตัวอย่างและทุกค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่อพิจารณาที่ลักษณะของอนุกรมเวลา 219

4.35 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบและทุกลักษณะของอนุกรมเวลา ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง 220

4.36 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกระดับของขนาดตัวอย่างและทุกลักษณะของอนุกรมเวลา ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่อพิจารณาที่ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ 220

4.37 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกระดับของขนาดตัวอย่างและทุกค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่อพิจารณาที่ลักษณะของอนุกรมเวลา 221

4.38 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบและทุกลักษณะของอนุกรมเวลา ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง 222

4.39 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกระดับของขนาดตัวอย่างและทุกลักษณะของอนุกรมเวลา ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่อพิจารณาที่ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ 2

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

4.40 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกระดับของขนาดตัวอย่างและทุกค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่อพิจารณาที่ลักษณะของอนุกรมเวลา 219

5.1 วิธีการประมาณค่าที่ให้ค่า MSE ต่ำสุด ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลา AR(1) ทุกระดับของขนาดตัวอย่าง จำแนกตามช่วงของพารามิเตอร์ ϕ_1 227

5.2 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) ทุกระดับของขนาดตัวอย่าง จำแนกตามช่วงของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) 228

5.3 วิธีการประมาณค่าที่ให้ค่า MSE ต่ำสุด ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลา MA(1) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และช่วงของพารามิเตอร์ θ_1 228

5.4 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และช่วงของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) 229

5.5 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) ทุกระดับของขนาดตัวอย่าง จำแนกตามช่วงของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) 230

ข.1 แสดงค่าประมาณของ σ_a^2 สำหรับตัวแบบอนุกรมเวลา AR(1) , AR(2) , MA(1) , MA(2) และ ARMA(1,1) 248

ง.1 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\bar{\phi}_1$) และค่า MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1) 253

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

ง.2 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\bar{\hat{\phi}}_1$) และค่า MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่า พารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1) 254

ง.3 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\bar{\hat{\phi}}_1$) และค่า MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณ ค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1) 255

ง.4 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\bar{\hat{\phi}}_1, \bar{\hat{\phi}}_2$) และค่า AV.MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) 256

ง.5 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\bar{\hat{\phi}}_1, \bar{\hat{\phi}}_2$) และค่า AV.MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) 258

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
ง.6	แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$) และค่า AV.MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2)	260
ง.7	แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1$) และค่า MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1)	262
ง.8	แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1$) และค่า MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1)	263
ง.9	แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1$) และค่า MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1)	264

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

ง.10 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$) และค่า AV.MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) 265

ง.11 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$) และค่า AV.MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) 266

ง.12 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$) และค่า AV.MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) 267

จ.1 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (AR(1)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน และ $\sigma_a^2 = 10$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับพารามิเตอร์ (ϕ_1) 269

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

จ.2 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง (AR(2)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน และ $\sigma_a^2 = 10$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) 270

จ.3 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (MA(1)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน และ $\sigma_a^2 = 10$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับพารามิเตอร์ (θ_1) 271

จ.4 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง (MA(2)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน และ $\sigma_a^2 = 10$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) 272

ฉ.1 แสดงค่าสถิติทดสอบเอฟ F ของการทดสอบความแตกต่างของค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1)... 277

ฉ.2 แสดงค่าสถิติทดสอบเอฟ F ของการทดสอบความแตกต่างของค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2)... 277

ฉ.3 แสดงค่าสถิติทดสอบเอฟ F ของการทดสอบความแตกต่างของค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1)... 278

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

ฉ.4 แสดงค่าสถิติทดสอบเอฟ F ของการทดสอบความแตกต่างของค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2)........ 278

ฉ.5 แสดงค่าสถิติทดสอบเอฟ F ของการทดสอบความแตกต่างของค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1)........ 279

สารบัญรูปภาพ

รูปที่		หน้า
3.1	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60..........	41
3.2	แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.1 ...	42
3.3	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60	43
3.4	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60..	45
3.5	แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.3 ...	45
3.6	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60	47
3.7	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60..	48
3.8	แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.5 ...	49
3.9	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60 .	50
3.10	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60	52
3.11	แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.7 ...	52
3.12	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60..	54
3.13	แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.8 ...	54

สารบัญรูปภาพ

รูปที่ หน้า

3.14 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60 56

3.15 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60 57

3.16 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.10 . 58

3.17 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60 59

3.18 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60 61

3.19 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.12 . 61

3.20 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60 63

3.21 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60 64

3.22 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.14 . 65

3.23 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60 66

3.24 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.15 . 67

3.25 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60 68

สารบัญรูปภาพ

รูปที่		หน้า
3.26	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60	70
3.27	แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.17	70
3.28	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60	71
3.29	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60	73
3.30	แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.19	73
3.31	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60	75
3.32	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60	76
3.33	แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.21	77
3.34	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60	78
3.35	แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.22	79
3.36	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60	80
3.37	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60	82

สารบัญรูปภาพ

รูปที่ หน้า

3.38 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.24. 82

3.39 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60 83

3.40 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60 85

3.41 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.26. 85

3.42 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60 87

3.43 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60 88

3.44 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.28. 89

3.45 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดย $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60 90

3.46 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.29. 91

3.47 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60 92

3.48 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60 94

สารบัญรูปภาพ

รูปที่		หน้า
3.49	แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.31 .	94
3.50	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60	96
3.51	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60	97
3.52	แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.33 .	98
3.53	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60	100
3.54	แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60	101
3.55	แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.35 .	102
3.56	แสดงผังงานสำหรับหาค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์	104
4.1	แสดงค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1) และขนาดตัวอย่าง (n).	112
4.2	แสดงค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1) และขนาดตัวอย่าง (n).	116
4.3	แสดงค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1) และขนาดตัวอย่าง (n).	120

สารบัญรูปภาพ

รูปที่		หน้า
4.4	แสดงค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)	124
4.5	แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1,ϕ_2) และขนาดตัวอย่าง (n)	131
4.6	แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1,ϕ_2) และขนาดตัวอย่าง (n)	136
4.7	แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1,ϕ_2) และขนาดตัวอย่าง (n)	141
4.8	แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1,ϕ_2) และขนาดตัวอย่าง (n)	146
4.9	แสดงค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (θ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)	151
4.10	แสดงค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (θ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)	155

สารบัญรูปภาพ

รูปที่		หน้า
4.11	แสดงค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (θ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)	159
4.12	แสดงค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (θ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)	163
4.13	แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) และขนาดตัวอย่าง (n)	170
4.14	แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่jคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) และขนาดตัวอย่าง (n)	175
4.15	แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) และขนาดตัวอย่าง (n)	180
4.16	แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) และขนาดตัวอย่าง (n)	185
4.17	แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)	192

สารบัญรูปภาพ

รูปที่ หน้า

4.18 แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) และขนาดตัวอย่าง (n) 198

4.19 แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) และขนาดตัวอย่าง (n) 204

4.20 แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) และขนาดตัวอย่าง (n) 210

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การพยากรณ์นั้นเป็นกระบวนการที่มีวัตถุประสงค์เพื่อที่จะทำนายหรือคาดการณ์สิ่งที่จะเกิดขึ้นในอนาคต ซึ่งมีบทบาทสำคัญอย่างมากในการวางแผนการดำเนินงานต่างๆ โดยเฉพาะทางด้านธุรกิจและเศรษฐศาสตร์ เช่น การวางแผนการผลิต การวางแผนการตลาด การวางแผนการจัดการบุคลากร และการวางแผนจัดการสินค้าคงคลัง เป็นต้น การนำเทคนิคการพยากรณ์มาใช้เพื่อให้ได้ค่าพยากรณ์ที่เชื่อถือได้สูง จำเป็นต้องเลือกวิธีการพยากรณ์ที่เหมาะสมกับข้อมูลที่มีอยู่ ซึ่งมีอยู่หลายวิธีการด้วยกัน

การพยากรณ์อนุกรมเวลา (Time Series Forecasting) เป็นวิธีการพยากรณ์วิธีหนึ่งที่นิยมใช้กันมาก วิธีนี้จะใช้ข้อมูลในอดีต โดยจะศึกษาถึงลักษณะการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลเมื่อเวลาเปลี่ยนไปว่ามีลักษณะเช่นไร และทำการกำหนดรูปแบบของการแปรเปลี่ยนที่เหมาะสมที่สุดสำหรับข้อมูลนั้น โดยจะอยู่ในรูปของความสัมพันธ์กับเวลา การพยากรณ์อนุกรมเวลามีอยู่ด้วยกันหลายวิธี เช่น เทคนิคการทำให้เรียบ (Smoothing Techniques) การกรองแบบปรับได้ (Adaptive Filtering) วิธีอนุกรมเวลาแบบคลาสสิค (Classical Time Series Methods) และวิธีอนุกรมเวลาแบบบอกซ์-เจนกินส์ (Box-Jenkins Methods) เป็นต้น

นอกเหนือจากการเลือกใช้วิธีการพยากรณ์ที่เหมาะสม และการกำหนดตัวแบบอนุกรมเวลาแล้ว วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลาก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลถึงความแม่นยำและเชื่อถือได้ของค่าพยากรณ์ วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลามีอยู่หลายวิธี เช่น วิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation Method) วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข (Unconditional Least Squares Method) วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข (Conditional Least Squares Method) และวิธีการประมาณแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Estimation Method) เป็นต้น โดยแต่ละวิธีการจะมีหลักการในการหาตัวประมาณค่าแตกต่างกันไป อีกทั้งยังให้ผลลัพธ์ที่แตกต่างกันออกไปด้วย ซึ่งวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์นั้นได้มีผู้ศึกษาจากอดีตถึงปัจจุบัน ภายใต้ข้อสมมติเบื้องต้นที่แตกต่างกันออกไป อาทิเช่น ใน ปี ค.ศ. 2000 วาวกัส (Vaugas, 2000: 239-258) ได้พัฒนาวิธีการประมาณจีเอ็มเอ็ม (Generalized Method of Moment Method) สำหรับตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (First-Order Autoregressive Model:

AR(1)) ชนิดที่ความคลาดเคลื่อนสุ่ม (a_t) มีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) และศึกษาเปรียบเทียบความเอนเอียงของวิธีการประมาณจีเอ็มเอ็มกับวิธีกำลังสองน้อยที่สุด/วิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด ในปีเดียวกัน โกว (Guo, 2000: 55-66) ได้นำเสนอวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ขึ้นมาใหม่ เรียกว่าวิธีการประมาณของโกว และศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณของโกวกับวิธีการประมาณของทีล (Theil's Estimation) วิธีการประมาณของฮุสเซน (Hussain's Estimation) และวิธีกำลังสองน้อยที่สุด สำหรับตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง ชนิดที่ความคลาดเคลื่อนสุ่มมีการแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงแบบปกติปลอมปน (Contaminated Normal Distribution) การแจกแจงแบบดับเบิลเอกซ์โปเนนเชียล (Double Exponential Distribution) และการแจกแจงแบบลอจิสติก (Logistic Distribution)

ในปี ค.ศ. 2000 คริส[1] ได้เสนอหัวข้องานวิจัยที่น่าสนใจและยังไม่มีผู้ใดทำการศึกษาทางอินเทอร์เน็ตว่า งานวิจัยในอดีตที่ผ่านมาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลายังไม่ได้ข้อสรุปที่ชัดเจนว่าวิธีการใดเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด และโปรแกรมสำเร็จรูปที่ต่างกันยังให้ผลลัพธ์ที่แตกต่างกันออกไปด้วย จึงเสนอหัวข้องานวิจัยให้ทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยเปรียบเทียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข และวิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด

หลักการของวิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด คือการหาค่าตัวประมาณที่ทำให้สมการความควรจะเป็นมีค่าสูงที่สุด จากหลักการนี้สิ่งที่จำเป็นต้องทราบคือการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวอย่าง ส่วนวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเป็นวิธีในการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ไม่จำเป็นต้องทราบการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวอย่างเหมือนกับวิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด นอกจากนี้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดยังเป็นวิธีที่มีขั้นตอนในการคำนวณที่ไม่ซับซ้อน ดังนั้นจึงเป็นเรื่องที่น่าสนใจว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด กับการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด วิธีใดจะได้ค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำกว่ากัน

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณ 3 วิธีคือ

1. วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข (Unconditional Least Squares Method)
2. วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข (Conditional Least Squares Method)
3. วิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation Method)

---

[1] http://www.maths.bath.ac.uk/STATISTICS/projects/cc/tsaf.html

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่ศึกษาในครั้งนี้ เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ ARIMA แล้วทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของทุกวิธีด้วยค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error : MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ หรือค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE)

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา ARIMA ด้วยวิธีการประมาณ 3 วิธีคือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข และวิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด
2. เพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมภายใต้สถานการณ์ต่างๆ ดังจะกล่าวในขอบเขตของการวิจัย

1.3 สมมติฐานของการวิจัย

สมมติฐานของการวิจัยครั้งนี้ คือ

วิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุดจะให้ตัวประมาณที่มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่าตัวประมาณที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข และวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

อนุกรมเวลา $\{z_t\}$ ที่ศึกษาในครั้งนี้เป็นอนุกรมเวลา ARIMA แบบไม่มีองค์ประกอบฤดูกาล ซึ่งเขียนในรูปแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่และการถดถอยทั่วไป ARIMA(p,d,q) ได้ดังนี้

$$\phi_p(B)(1-B)^d(z_t-\mu) = \theta_q(B)a_t$$

โดยที่

$$\phi_p(B) = 1-\phi_1 B-\phi_2 B^2-\ldots-\phi_p B^p$$

$$\theta_q(B) = 1-\theta_1 B-\theta_2 B^2-\ldots-\theta_q B^q$$

$\phi_1,...,\phi_p$ คือ สัมประสิทธิ์การถดถอย (Autoregressive Coefficients)

$\theta_1,...,\theta_q$ คือ สัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving-Average Coefficients)

B คือ ตัวดำเนินการถอยหลังเวลา (Backward Shift Operator)

นั่นคือ $B^m z_t = z_{t-m}$

μ คือ ค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลา

d คือ จำนวนครั้งของการทำผลต่างเพื่อให้อนุกรมเวลา $\{z_t\}$ เป็นอนุกรมเวลาอยู่ในสภาวะคงที่หรือนิ่ง (Stationary)

p คือ อันดับของตัวแบบการถดถอย

q คือ อันดับของตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่

a_t คือ ตัวแปรสุ่มอิสระและมีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และความแปรปรวนคงที่เท่ากับ σ_a^2 เรียก a_t ว่าความผิดพลาดสุ่ม หรือกระตุกสุ่ม (Random Shocks)

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

ขอบเขตของการวิจัยครั้งนี้ คือ

1. อนุกรมเวลา $\{z_t\}$ เป็นอนุกรมเวลาแบบหนึ่งตัวแปร (Univariate Time Series) และศึกษาในกรณีไม่มีองค์ประกอบฤดูกาล มีรูปแบบดังต่อไปนี้

(1) ตัวแบบ AR(1)

(2) ตัวแบบ AR(2)

(3) ตัวแบบ MA(1)

(4) ตัวแบบ MA(2)

(5) ตัวแบบ ARMA(1,1)

โดยในแต่ละตัวแบบจะมีลักษณะของอนุกรมเวลาแบ่งออกเป็น

1) อนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน

2) อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน

3) อนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน

4) อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน

ในกรณีที่อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและ/หรือไม่คงที่ในความแปรปรวน จะทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ ซึ่งทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาด้วยการหาผลต่างและ/หรือลอการิทึมธรรมชาติ

2. กำหนดค่าพารามิเตอร์ในแต่ละอนุกรมที่จะศึกษา โดยมีหลักการกำหนดให้เป็นไปตามคุณสมบัติของการเป็นกระบวนการสเตชันนารี (Stationary) และอินเวอร์ติเบิล (Invertible) รายละเอียดแสดงไว้ในภาคผนวก ช

2.1 ตัวแบบ AR(1) มีเงื่อนไขคือ $|\phi_1| < 1$

กำหนดค่าพารามิเตอร์ (ϕ_1) 6 ระดับคือ 0.3 , 0.4 , 0.5 , 0.6 , 0.7 และ 0.8

2.2 ตัวแบบ AR(2) มีเงื่อนไขคือ $\phi_1 + \phi_2 < 1$, $\phi_2 - \phi_1 < 1$ และ $|\phi_2| < 1$

กำหนดค่าพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) 4 ระดับคือ (0.6,0.2) , (0.8,-0.5) , (-0.6,0.1) และ (-0.8,-0.6)

2.3 ตัวแบบ MA(1) มีเงื่อนไขคือ $|\theta_1| < 1$

กำหนดค่าพารามิเตอร์ (θ_1) 6 ระดับคือ 0.3 , 0.4 , 0.5 , 0.6 , 0.7 และ 0.8

2.4 ตัวแบบ MA(2) มีเงื่อนไขคือ $\theta_1 + \theta_2 < 1$, $\theta_2 - \theta_1 < 1$ และ $|\theta_2| < 1$

กำหนดค่าพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) 4 ระดับคือ (0.4,0.2) , (0.5,-0.2) , (-0.5,0.2) และ (-0.5,-0.3)

2.5 ตัวแบบ ARMA(1,1) มีเงื่อนไขคือ $|\phi_1| < 1$ และ $|\theta_1| < 1$

กำหนดค่าพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) 5 ระดับคือ (0.7,0.1) , (0.2,0.6) , (0.7,-0.3) , (-0.5,0.5) และ (-0.6,-0.2)

3. การแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่ม a_t มีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่น

$$f(a) = \frac{1}{\sigma_a \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_a^2}(a - \mu_a)^2\right)$$

ในที่นี้ให้ $\mu_a = 0$ และ $\sigma_a = 1$ [2]

4. ค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลา (μ) เท่ากับ 100

5. ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา มี 6 ระดับ คือ 50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120

[2] ขนาดของความแปรปรวนไม่มีผลต่อค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา (ทำการทดลองในกรณีที่ $\sigma_a^2 = 10$ แสดงไว้ในภาคผนวก จ)

1.6 เกณฑ์การตัดสินใจ

ในการวัดคุณภาพของตัวประมาณ ในทฤษฎีการอนุมานเชิงสถิติคุณสมบัติของตัวประมาณที่ดีมีหลายประการด้วยกัน เช่น ความไม่เอนเอียง (Unbiasedness) ความคงเส้นคงวา (Consistency) และความมีประสิทธิภาพ (Efficiency) คุณสมบัติของตัวประมาณที่ดีประการแรกคือ ความไม่เอนเอียง ซึ่งหมายความว่าค่าคาดหวังของตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงต้องเท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการจะประมาณ แต่ความไม่เอนเอียงเพียงอย่างเดียวอาจไม่เป็นการพอเพียงที่จะทำให้เชื่อได้ว่าตัวประมาณนั้นเป็นตัวประมาณที่ดี จึงจำเป็นต้องอาศัยคุณสมบัติอื่นประกอบด้วย คุณสมบัติอื่นที่มักใช้ทั่วไปคือ ค่าความแปรปรวน (Variance) ดังนั้น เกณฑ์ที่ใช้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณ ภายใต้สถานการณ์ต่างๆที่กำหนดในขอบเขตของการวิจัยจะพิจารณาจากค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error: MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ เพราะค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย จะรวมความเอนเอียงและความแปรปรวนเข้าไว้ด้วยกัน ซึ่งเท่ากับความเอนเอียงกำลังสองบวกค่าความแปรปรวนของตัวประมาณพารามิเตอร์

1. เกณฑ์การตัดสินใจเมื่อตัวแบบอนุกรมเวลามี 1 พารามิเตอร์

สำหรับเกณฑ์การตัดสินใจเมื่อตัวแบบอนุกรมเวลามี 1 พารามิเตอร์สมมติเป็น ϕ จะพิจารณาจากค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์

$$\text{MSE} = \frac{\sum_{i=1}^{1000} (\phi - \hat{\phi}_i)^2}{1000}$$

โดยที่ ϕ คือ ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา

$\hat{\phi}_i$ คือ ค่าประมาณของพารามิเตอร์ ในการทำซ้ำรอบที่ i

i คือ รอบที่ของการทำซ้ำ ; i = 1,…,1000

2. เกณฑ์การตัดสินใจเมื่อตัวแบบอนุกรมเวลามี 2 พารามิเตอร์

สำหรับเกณฑ์การตัดสินใจเมื่อตัวแบบอนุกรมเวลามี 2 พารามิเตอร์สมมติเป็น ϕ_1 และ ϕ_2 จะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE)

$$\text{AV.MSE} = \frac{\text{MSE}(\hat{\phi}_1) + \text{MSE}(\hat{\phi}_2)}{2}$$

โดยที่ $\text{MSE}(\hat{\phi}_1)$ และ $\text{MSE}(\hat{\phi}_2)$ คือค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\phi}_2$ พารามิเตอร์ ϕ_1 และ ϕ_2 ตามลำดับ

ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีนั้น วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพ หมายถึง วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย หรือค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ต่ำสุด

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัยครั้งนี้มีดังนี้

1. เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลอนุกรมเวลาได้อย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพในสถานการณ์ต่างๆ

2. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลอนุกรมเวลา เมื่อข้อมูลอนุกรมเวลามีองค์ประกอบอื่นเพิ่มขึ้น เช่น องค์ประกอบฤดูกาล

บทที่ 2

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้สนใจศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา ในบทนี้จะกล่าวถึงลักษณะทั่วไปของอนุกรมเวลา และจะกล่าวถึงรายละเอียดของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์เป็นลำดับต่อไป

2.1 ลักษณะทั่วไปของอนุกรมเวลา

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่จำลองขึ้นสำหรับการวิจัยครั้งนี้ สามารถเขียนในตัวแบบทั่วไปได้ดังนี้

สมมติให้ $z_1, z_2, ..., z_t$ คืออนุกรมเวลา $a_1, a_2, ..., a_t$ คือค่าผิดพลาดสุ่ม ที่มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และความแปรปรวนคงที่เท่ากับ σ_a^2

ตัวแบบทั่วไปของอนุกรมเวลา ARIMA(p,d,q) คือ

$$\phi_p(B)(1-B)^d(z_t-\mu) = \theta_q(B)a_t$$

โดยที่

$$\phi_p(B) = 1-\phi_1 B-\phi_2 B^2-...-\phi_p B^p$$

$$\theta_q(B) = 1-\theta_1 B-\theta_2 B^2-...-\theta_q B^q$$

$\phi_1, ..., \phi_p$ คือ สัมประสิทธิ์การถดถอย

$\theta_1, ..., \theta_q$ คือ สัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่

μ คือ ค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลา

d คือ จำนวนครั้งของการทำผลต่างเพื่อให้อนุกรมเวลา $\{z_t\}$ เป็นอนุกรมเวลาอยู่ในสภาวะคงที่หรือนิ่ง

p คือ อันดับของตัวแบบการถดถอย

q คือ อันดับของตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่

อนุกรมเวลาที่ศึกษาในครั้งนี้มี 5 ตัวแบบคือ

1) ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง AR(1) มีสมการคือ

$$z_t - \mu = \phi_1(z_{t-1} - \mu) + a_t$$

โดยที่ $|\phi_1| < 1$

2) ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง AR(2) มีสมการคือ

$$z_t - \mu = \phi_1(z_{t-1} - \mu) + \phi_2(z_{t-2} - \mu) + a_t$$

โดยที่ $\phi_1 + \phi_2 < 1$, $\phi_2 - \phi_1 < 1$ และ $|\phi_2| < 1$

3) ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง MA(1) มีสมการคือ

$$z_t - \mu = a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

โดยที่ $|\theta_1| < 1$

4) ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง MA(2) มีสมการคือ

$$z_t - \mu = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$$

โดยที่ $\theta_1 + \theta_2 < 1$, $\theta_2 - \theta_1 < 1$ และ $|\theta_2| < 1$

5) ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง ARMA(1,1) มีสมการคือ

$$z_t - \mu = \phi_1(z_{t-1} - \mu) + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

โดยที่ $|\phi_1| < 1$ และ $|\theta_1| < 1$

การวิจัยครั้งนี้ศึกษากรณีที่ค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลา (μ) เท่ากับ 100

2.2 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

สำหรับการศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลาในครั้งนี้ได้ทำการศึกษา 3 วิธีดังนี้

2.2.1 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข (Unconditional Least Squares Method)

หลักการประมาณค่าโดยวิธีนี้ คือการทำให้ผลรวมค่ากำลังสองของความคลาดเคลื่อนภายใต้พารามิเตอร์ของตัวแบบมีค่าต่ำที่สุด

จากตัวแบบ ARIMA(p,d,q) สมการแสดงผลรวมค่ากำลังสองของความคลาดเคลื่อนของขบวนการนี้คือ

$$S(\phi,\theta) = \sum_{t=-\infty}^{n} E\left[a_t \mid (\phi,\theta)\right]^2$$

1) กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1)

ตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชัน $S(\phi_1)$ มีค่าต่ำที่สุด

$$\begin{aligned}
S(\phi_1) &= \sum_{t=-\infty}^{n} E\left[a_t \mid \phi_1\right]^2 \\
&= \sum_{t=-\infty}^{1}\left[\phi_1^{-t+1}(1-\phi_1^2)(z_1-\mu)\right]^2 + \sum_{t=2}^{n}\left[(z_t-\mu)-\phi_1(z_{t-1}-\mu)\right]^2 \\
&= (1-\phi_1^2)(z_1-\mu)^2 + \sum_{t=2}^{n}\left[(z_t-\mu)-\phi_1(z_{t-1}-\mu)\right]^2 \quad *
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\,S(\phi_1)}{d\,\phi_1} &= -2\phi_1(z_1-\bar{Z})^2 - 2\sum_{t=2}^{n}\left[(z_t-\bar{Z})(z_{t-1}-\bar{Z})-\phi_1(z_{t-1}-\bar{Z})^2\right] \quad ** \\
&= 0
\end{aligned}$$

แก้สมการได้

---

* คำนวณหาผลรวมโดยใช้อนุกรมเรขาคณิต (Geometric series)

** ประมาณค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลา (μ) ด้วย $\bar{Z} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} z_t$ (Cryer, 1986: pp. 130)

$$\hat{\phi}_1 = \frac{\sum_{t=2}^{n}(z_t - \overline{Z})(z_{t-1} - \overline{Z})}{\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1} - \overline{Z})^2}$$

2) กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2)

ตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชัน $S(\phi_1, \phi_2)$ มีค่าต่ำที่สุด

$$S(\phi_1, \phi_2) = \sum_{t=-\infty}^{n} E\left[a_t \mid \phi_1, \phi_2\right]^2$$

$$= (1-\phi_2^2)((z_1-\mu)^2 + (z_2-\mu)^2) - 2\phi_1(1+\phi_2)(z_1-\mu)(z_2-\mu) + \sum_{t=3}^{n}\left[(z_t-\mu) - \phi_1(z_{t-1}-\mu) - \phi_2(z_{t-2}-\mu)\right]^2$$

$$\frac{\partial S(\phi_1, \phi_2)}{\partial \phi_1} = -2(1+\phi_2)(z_1-\overline{Z})(z_2-\overline{Z}) + 2\sum_{t=3}^{n}\left[(z_t-\overline{Z})(z_{t-1}-\overline{Z}) - \phi_1(z_{t-1}-\overline{Z})^2 - \phi_2(z_{t-1}-\overline{Z})(z_{t-2}-\overline{Z})\right] = 0$$

$$\frac{\partial S(\phi_1, \phi_2)}{\partial \phi_2} = -2\phi_2((z_1-\overline{Z})^2 + (z_2-\overline{Z})^2) - 2\phi_1(z_1-\overline{Z})(z_2-\overline{Z}) - 2\sum_{t=3}^{n}\left[(z_t-\overline{Z})(z_{t-2}-\overline{Z}) - \phi_1(z_{t-1}-\overline{Z})(z_{t-2}-\overline{Z}) - \phi_2(z_{t-2}-\overline{Z})^2\right] = 0$$

แก้สมการได้

$$\hat{\phi}_1 = \frac{A - B}{C - D^2}$$

$$\hat{\phi}_2 = \frac{E - F.G}{C - D^2}$$

โดยที่

$$A = \left[\sum_{t=3}^{n}(z_t - \bar{Z})(z_{t-1} - \bar{Z}) - (z_1 - \bar{Z})(z_2 - \bar{Z})\right]\left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-2} - \bar{Z})^2 + (z_1 - \bar{Z})^2 + (z_2 - \bar{Z})^2\right]$$

$$B = \left[\sum_{t=3}^{n}(z_t - \bar{Z})(z_{t-2} - \bar{Z})\right]\left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1} - \bar{Z})(z_{t-2} - \bar{Z}) + (z_1 - \bar{Z})(z_2 - \bar{Z})\right]$$

$$C = \left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1} - \bar{Z})^2\right]\left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-2} - \bar{Z})^2 + (z_1 - \bar{Z})^2 + (z_2 - \bar{Z})^2\right]$$

$$D = \left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1} - \bar{Z})(z_{t-2} - \bar{Z}) + (z_1 - \bar{Z})(z_2 - \bar{Z})\right]$$

$$E = \left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1} - \bar{Z})^2\right]\left[\sum_{t=3}^{n}(z_t - \bar{Z})(z_{t-2} - \bar{Z})\right]$$

$$F = \sum_{t=3}^{n}(z_{t-1} - \bar{Z})(z_{t-2} - \bar{Z}) + (z_1 - \bar{Z})(z_2 - \bar{Z})$$

$$G = \sum_{t=3}^{n}(z_t - \bar{Z})(z_{t-1} - \bar{Z}) - (z_1 - \bar{Z})(z_2 - \bar{Z})$$

3) กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1)

ตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชัน $S(\theta_1)$ มีค่าต่ำที่สุด

$$S(\theta_1) = \sum_{t=-\infty}^{n} E[a_t \mid \theta_1]^2$$

$$S(\theta_1) = \sum_{t=-\infty}^{n} E[z_t - \mu + \theta_1 a_{t-1} \mid \theta_1]^2$$

เนื่องจาก a_t ในฟังก์ชัน $S(\theta_1)$ เป็นฟังก์ชันแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Function) ของพารามิเตอร์ θ_1 แสดงได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
a_t &= z_t - \mu + \theta_1 a_{t-1} \\
&= z_t - \mu + \theta_1 (z_{t-1} - \mu + \theta_1 a_{t-2}) \\
&= z_t + \theta_1 z_{t-1} + \theta_1^2 a_{t-2} - \mu(1 + \theta_1)
\end{aligned}
$$

ดังนั้นการแก้สมการปกติ (Normal Equation) ไม่สามารถแก้ได้โดยตรง จำเป็นต้องอาศัยเทคนิคการวิเคราะห์เชิงตัวเลข (Numerical Analysis) ในการวิจัยครั้งนี้เลือกใช้วิธีของเกาส์-นิวตัน (Gauss-Newton method) [1] เพื่อหาค่าประมาณพารามิเตอร์

$$
\frac{\partial S(\theta_1)}{\partial \theta_1} = 2 \sum_{t=-\infty}^{n} (z_t + \theta_1 a_{t-1}) \frac{\partial \theta_1 E(a_{t-1})}{\partial \theta_1}
$$

$$
= \sum_{t=-\infty}^{n} \theta_1 z_t \left(\frac{\partial E(a_{t-1})}{\partial \theta_1} \right) - \sum_{t=-\infty}^{n} \mu \theta_1 \left(\frac{\partial E(a_{t-1})}{\partial \theta_1} \right) + \sum_{t=-\infty}^{n} \theta_1^2 a_{t-1} \left(\frac{\partial E(a_{t-1})}{\partial \theta_1} \right)
$$

$$
= 0
$$

ขั้นตอนการประมาณค่าพารามิเตอร์ θ_1 ด้วยวิธีของเกาส์-นิวตัน มีดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> กำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น $\theta_{1,0}$ และ $k = 0$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> คำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของ $\theta_1 - \theta_{1,0}$ ได้จาก

$$
\theta_1 - \theta_{1,0} = \Delta\theta_1 = \frac{\sum_{t=0}^{n} E(a_t / \theta_{1,0}) x_t}{\sum_{t=0}^{n} x_t^2}
$$

---

[1] Fuller, W.A., <u>Introduction to statistical time series</u> (New York: John Wiley & Sons, 1976), pp. 343-345.

โดยที่ $x_t = -\dfrac{\partial E(a_t / \theta_1)}{\partial \theta_1} = \dfrac{E(a_t / \theta_{1,0}) - E(a_t / \theta_{1,0} + \delta)}{\delta}$ *

ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดให้ δ ** = 0.01

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> คำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ ได้จาก

$$\hat{\theta}_1 = \theta_{1,0} + \Delta\theta_1$$

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> ตรวจสอบการลู่เข้าของค่า $\hat{\theta}_1$ ที่ได้ ถ้า $\left|\theta_{1,0}^{(k)} - \theta_{1,0}^{(k-1)}\right| < 0.001$ หยุดการกระทำซ้ำ หากค่า $\hat{\theta}_1$ ที่ได้ยังไม่ถึงเกณฑ์การลู่เข้าที่กำหนดไว้ ให้กำหนด k = k+1 และย้อนกลับไปยังขั้นตอนที่ 2 เพื่อทำซ้ำใหม่

4) กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2)

ตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชัน $S(\theta_1, \theta_2)$ มีค่าต่ำที่สุด

$$\begin{aligned} S(\theta_1, \theta_2) &= \sum_{t=-\infty}^{n} E\left[a_t \mid \theta_1, \theta_2\right]^2 \\ &= \sum_{t=-\infty}^{n} E\left[z_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} \mid \theta_1, \theta_2\right]^2 \end{aligned}$$

เนื่องจาก a_t ในฟังก์ชัน $S(\theta_1, \theta_2)$ เป็นฟังก์ชันแบบไม่เป็นเชิงเส้นของพารามิเตอร์ θ_1 และ θ_2 แสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned} a_t &= z_t - \mu + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} \\ &= z_t + \theta_1 (z_{t-1} - \mu + \theta_1 a_{t-2} + \theta_2 a_{t-3}) + \theta_2 (z_{t-2} - \mu + \theta_1 a_{t-3} + \theta_2 a_{t-4}) \\ &= z_t + \theta_1 z_{t-1} + \theta_2 z_{t-2} + \theta_1^2 a_{t-2} + 2\theta_1\theta_2 a_{t-3} + \theta_2^2 a_{t-4} - \mu(1 + \theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$

---

*การหาค่า $E(a_t / \theta_1)$ ซึ่งไม่ทราบค่า ดังนั้นจึงต้องทำการประมาณค่า $E(a_t / \theta_1)$ และวิธีหนึ่งในการประมาณค่าคือวิธีการพยากรณ์ย้อนหลัง (Backforecasting) รายละเอียดแสดงไว้ในภาคผนวก ก

** δ แทน ค่าคงที่ใดๆ ที่มีค่าเข้าใกล้ศูนย์

ดังนั้นการแก้สมการปกติไม่สามารถแก้ได้โดยตรง จำเป็นต้องอาศัยเทคนิคการวิเคราะห์เชิงตัวเลข ในการวิจัยครั้งนี้เลือกใช้วิธีของเกาส์-นิวตัน เพื่อหาค่าประมาณพารามิเตอร์

$$\frac{\partial S(\theta_1,\theta_2)}{\partial\theta_1} = 2\sum_{t=-\infty}^{n}(z_t-\mu+\theta_1 a_{t-1}+\theta_2 a_{t-2})\frac{\partial\theta_1 E(a_{t-1})}{\partial\theta_1}$$

$$= \sum_{t=-\infty}^{n}\theta_1 z_t\left(\frac{\partial E(a_{t-1})}{\partial\theta_1}\right)-\sum_{t=-\infty}^{n}\mu\theta_1\left(\frac{\partial E(a_{t-1})}{\partial\theta_1}\right)+\sum_{t=-\infty}^{n}\theta_1^2 a_{t-1}\left(\frac{\partial E(a_{t-1})}{\partial\theta_1}\right)$$

$$+\sum_{t=-\infty}^{n}\theta_1\theta_2 a_{t-2}\left(\frac{\partial E(a_{t-1})}{\partial\theta_1}\right) = 0$$

$$\frac{\partial S(\theta_1,\theta_2)}{\partial\theta_2} = 2\sum_{t=-\infty}^{n}(z_t-\mu+\theta_1 a_{t-1}+\theta_2 a_{t-2})\frac{\partial\theta_2 E(a_{t-2})}{\partial\theta_2}$$

$$= \sum_{t=-\infty}^{n}\theta_2 z_t\left(\frac{\partial E(a_{t-2})}{\partial\theta_2}\right)-\sum_{t=-\infty}^{n}\mu\theta_2\left(\frac{\partial E(a_{t-2})}{\partial\theta_2}\right)+\sum_{t=-\infty}^{n}\theta_1\theta_2 a_{t-1}\left(\frac{\partial E(a_{t-2})}{\partial\theta_2}\right)$$

$$+\sum_{t=-\infty}^{n}\theta_2^2 a_{t-2}\left(\frac{\partial E(a_{t-2})}{\partial\theta_2}\right) = 0$$

ขั้นตอนการประมาณค่าพารามิเตอร์ θ_1 และ θ_2 ด้วยวิธีของเกาส์-นิวตัน มีดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> กำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น $\theta_{1,0}$, $\theta_{2,0}$ และ $k = 0$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> คำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของ $\theta_1-\theta_{1,0}$ และ $\theta_2-\theta_{2,0}$ ได้จาก

$$\theta_1-\theta_{1,0} = \Delta\theta_1 = \frac{\sum_{t=0}^{n}E(a_t/\theta_{1,0},\theta_{2,0})x_{1,t}}{\sum_{t=0}^{n}x_{1,t}^2+\sum_{t=0}^{n}x_{2,t}^2}$$

$$\theta_2-\theta_{2,0} \;=\; \Delta\theta_2 \;=\; \frac{\sum\limits_{t=0}^{n} E(a_t/\theta_{1,0},\theta_{2,0})x_{2,t}}{\sum\limits_{t=0}^{n} x_{1,t}^2+\sum\limits_{t=0}^{n} x_{2,t}^2}$$

โดยที่ $$x_{1,t} \;=\; -\frac{\partial E(a_t/\theta_1,\theta_2)}{\partial\theta_1} \;=\; \frac{E(a_t/\theta_{1,0},\theta_{2,0})-E(a_t/\theta_{1,0}+\delta,\theta_{2,0})}{\delta}$$

$$x_{2,t} \;=\; -\frac{\partial E(a_t/\theta_1,\theta_2)}{\partial\theta_2} \;=\; \frac{E(a_t/\theta_{1,0},\theta_{2,0})-E(a_t/\theta_{1,0},\theta_{2,0}+\delta)}{\delta}$$

ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดให้ $\delta=0.01$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> คำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ได้จาก

$$\hat{\theta}_1 \;=\; \theta_{1,0}+\Delta\theta_1$$

$$\hat{\theta}_2 \;=\; \theta_{2,0}+\Delta\theta_2$$

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> ตรวจสอบการลู่เข้าของค่า $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ที่ได้ ถ้า $\left|\theta_{1,0}^{(k)}-\theta_{1,0}^{(k-1)}\right| < 0.001$ และ $\left|\theta_{2,0}^{(k)}-\theta_{2,0}^{(k-1)}\right| < 0.001$ หยุดการกระทำซ้ำ หากค่า $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ที่ได้ยังไม่ถึงเกณฑ์การลู่เข้าที่กำหนดไว้ ให้กำหนด k = k+1 และย้อนกลับไปยังขั้นตอนที่ 2 เพื่อทำซ้ำใหม่

5) กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1)

ตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชัน $S(\phi_1,\theta_1)$ มีค่าต่ำที่สุด

$$S(\phi_1,\theta_1) \quad=\quad \sum_{t=-\infty}^{n} E\left[a_t \mid \phi_1,\theta_1\right]^2$$

$$\quad=\quad \sum_{t=-\infty}^{n} E\left[(z_t-\mu)-\phi_1(z_{t-1}-\mu)+\theta_1 a_{t-1} \mid \phi_1,\theta_1\right]^2$$

เนื่องจาก a_t ในฟังก์ชัน $S(\phi_1,\theta_1)$ เป็นฟังก์ชันแบบไม่เป็นเชิงเส้นของพารามิเตอร์ ϕ_1 และ θ_1 แสดงได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
a_t &= (z_t-\mu)-\phi_1(z_{t-1}-\mu)+\theta_1 a_{t-1} \\
&= (z_t-\mu)-\phi_1(z_{t-1}-\mu)+\theta_1((z_{t-1}-\mu)-\phi_1(z_{t-2}-\mu)+\theta_1 a_{t-2}) \\
&= (z_t-\mu)-(\phi_1-\theta_1)(z_{t-1}-\mu)-\phi_1\theta_1(z_{t-2}-\mu)+\theta_1^2 a_{t-2}
\end{aligned}
$$

ดังนั้นการแก้สมการปกติไม่สามารถแก้ได้โดยตรง จำเป็นต้องอาศัยเทคนิคการวิเคราะห์เชิงตัวเลข ในการวิจัยครั้งนี้เลือกใช้วิธีของเกาส์-นิวตัน เพื่อหาค่าประมาณพารามิเตอร์

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial s(\phi_1,\theta_1)}{\partial\phi_1} &= -2\sum_{t=-\infty}^{n}\left[(z_t-\mu)-\phi_1(z_{t-1}-\mu)+\theta_1 a_{t-1}\right]\frac{\partial\phi_1 E(z_{t-1})}{\partial\phi_1} \\
&= 0 \\
\frac{\partial s(\phi_1,\theta_1)}{\partial\theta_1} &= 2\sum_{t=-\infty}^{n}\left[(z_t-\mu)-\phi_1(z_{t-1}-\mu)+\theta_1 a_{t-1}\right]\frac{\partial\theta_1 E(a_{t-1})}{\partial\theta_1} \\
&= 0
\end{aligned}
$$

ขั้นตอนการประมาณค่าพารามิเตอร์ ϕ_1 และ θ_1 ด้วยวิธีของเกาส์-นิวตัน มีดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> กำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น $\phi_{1,0}$, $\theta_{1,0}$ และ $k = 0$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> คำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของ $\phi_1-\phi_{1,0}$ และ $\theta_1-\theta_{1,0}$ ได้จาก

$$
\phi_1-\phi_{1,0} = \Delta\phi_1 = \frac{\sum_{t=0}^{n} E(a_t/\phi_{1,0},\theta_{1,0})x_{1,t}}{\sum_{t=0}^{n} x_{1,t}^2+\sum_{t=0}^{n} x_{2,t}^2}
$$

$$
\theta_1-\theta_{1,0} = \Delta\theta_1 = \frac{\sum_{t=0}^{n} E(a_t/\phi_{1,0},\theta_{1,0})x_{2,t}}{\sum_{t=0}^{n} x_{1,t}^2+\sum_{t=0}^{n} x_{2,t}^2}
$$

โดยที่ $x_{1,t} = -\dfrac{\partial E(a_t/\phi,\theta)}{\partial\phi_1} = \dfrac{E(a_t/\phi_{1,0},\theta_{1,0})-E(a_t/\phi_{1,0}+\delta,\theta_{1,0})}{\delta}$

$$x_{2,t} = -\frac{\partial E(a_t/\phi,\theta)}{\partial\theta_1} = \frac{E(a_t/\phi_{1,0},\theta_{1,0}) - E(a_t/\phi_{1,0},\theta_{1,0}+\delta)}{\delta}$$

ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดให้ $\delta = 0.01$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> คำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\theta}_1$ ได้จาก

$$\hat{\phi}_1 = \phi_{1,0} + \Delta\phi_1$$

$$\hat{\theta}_1 = \theta_{1,0} + \Delta\theta_1$$

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> ตรวจสอบการลู่เข้าของค่า $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\theta}_1$ ที่ได้ ถ้า $\left|\phi_{1,0}^{(k)} - \phi_{1,0}^{(k-1)}\right| < 0.001$ และ $\left|\theta_{1,0}^{(k)} - \theta_{1,0}^{(k-1)}\right| < 0.001$ หยุดการกระทำซ้ำ หากค่า $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\theta}_1$ ที่ได้ยังไม่ถึงเกณฑ์การลู่เข้าที่กำหนดไว้ ให้กำหนด k = k+1 และย้อนกลับไปยังขั้นตอนที่ 2 เพื่อทำซ้ำใหม่

2.2.2 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข (Conditional Least Squares Method) [2]

หลักการประมาณค่าโดยวิธีนี้ คือการทำให้ผลรวมค่ากำลังสองของความคลาดเคลื่อนภายใต้พารามิเตอร์ของตัวแบบเมื่อกำหนดเงื่อนไขมีค่าต่ำที่สุด

จากตัวแบบ ARIMA(p,d,q) สมการแสดงผลรวมค่ากำลังสองของความคลาดเคลื่อนของขบวนการนี้คือ

$$S(\phi,\theta) = \sum_{t=p+1}^{n} E\left[a_t \mid (\phi,\theta)\right]^2$$

เมื่อกำหนดเงื่อนไขให้ $a_p, a_{p-1}, \ldots, a_{p+1-q} = 0$

1) กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1)

ตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชัน $S(\phi_1)$ เมื่อกำหนดเงื่อนไข $(a_0, a_1 = 0)$ มีค่าต่ำที่สุด

$$S(\phi_1) = \sum_{t=p+1}^{n} E\left[a_t \mid \phi_1\right]^2$$

---

[2] Box, G.E.P., Jenkins, G.M. and Reinsel, G.C., <u>Time series analysis: Forecasting and control</u>. (San Francisco: Holden Day, 1976),pp.226-227.

$$= \sum_{t=p+1}^{n}\left[(z_t-\mu)-\phi_1(z_{t-1}-\mu)\right]^2$$

$$\frac{dS(\phi_1)}{d\phi_1} = -2\sum_{t=2}^{n}\left[(z_t-\overline{Z})(z_{t-1}-\overline{Z})-\phi_1(z_{t-1}-\overline{Z})^2\right]$$

$$= 0$$

แก้สมการได้

$$\hat{\phi}_1 = \frac{\sum_{t=2}^{n}(z_t-\overline{Z})(z_{t-1}-\overline{Z})}{\sum_{t=2}^{n}(z_{t-1}-\overline{Z})^2}$$

2) กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2)

ตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชัน $S(\phi_1,\phi_2)$ เมื่อกำหนดเงื่อนไข $(a_0, a_1, a_2 = 0)$ มีค่าต่ำที่สุด

$$S(\phi_1,\phi_2) = \sum_{t=p+1}^{n}E\left[a_t \mid \phi_1,\phi_2\right]^2$$

$$= \sum_{t=3}^{n}\left[(z_t-\overline{Z})-\phi_1(z_{t-1}-\overline{Z})-\phi_2(z_{t-2}-\overline{Z})\right]^2$$

$$\frac{\partial S(\phi_1,\phi_2)}{\partial\phi_1}$$

$$= 2\sum_{t=3}^{n}\left[(z_t-\overline{Z})(z_{t-1}-\overline{Z})-\phi_1(z_{t-1}-\overline{Z})^2-\phi_2(z_{t-1}-\overline{Z})(z_{t-2}-\overline{Z})\right]$$

$$= 0$$

$$\frac{\partial S(\phi_1,\phi_2)}{\partial\phi_2}$$

$$= 2\sum_{t=3}^{n}\left[(z_t-\overline{Z})(z_{t-2}-\overline{Z})-\phi_1(z_{t-1}-\overline{Z})(z_{t-2}-\overline{Z})-\phi_2(z_{t-2}-\overline{Z})^2\right]$$

$$= 0$$

แก้สมการได้

$$\hat{\phi}_1 = \frac{\left[\sum_{t=3}^{n}(z_t-\bar{Z})(z_{t-1}-\bar{Z})\right]\left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-2}-\bar{Z})^2\right]-\left[\sum_{t=3}^{n}(z_t-\bar{Z})(z_{t-2}-\bar{Z})\right]\left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1}-\bar{Z})(z_{t-2}-\bar{Z})\right]}{\left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1}-\bar{Z})^2\right]\left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-2}-\bar{Z})^2\right]-\left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1}-\bar{Z})(z_{t-2}-\bar{Z})\right]^2}$$

$$\hat{\phi}_2 = \frac{\left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1}-\bar{Z})^2\right]\left[\sum_{t=3}^{n}(z_t-\bar{Z})(z_{t-2}-\bar{Z})\right]-\left[\sum_{t=3}^{n}(z_t-\bar{Z})(z_{t-1}-\bar{Z})\right]\left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1}-\bar{Z})(z_{t-2}-\bar{Z})\right]}{\left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1}-\bar{Z})^2\right]\left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-2}-\bar{Z})^2\right]-\left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1}-\bar{Z})(z_{t-2}-\bar{Z})\right]^2}$$

3) กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1)

ตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชัน $S(\theta_1)$ เมื่อกำหนดเงื่อนไข ($a_0 = 0$) มีค่าต่ำที่สุด

$$S(\theta_1) = \sum_{t=p+1}^{n} E\left[a_t \mid \theta_1\right]^2$$

$$S(\theta_1) = \sum_{t=p+1}^{n} E\left[z_t - \mu + \theta_1 a_{t-1} \mid \theta_1\right]^2$$

เนื่องจาก a_t ในฟังก์ชัน $S(\theta_1)$ เป็นฟังก์ชันแบบไม่เป็นเชิงเส้นของพารามิเตอร์ θ_1 แสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
a_t &= z_t - \mu + \theta_1 a_{t-1} \\
&= z_t - \mu + \theta_1 (z_{t-1} - \mu + \theta_1 a_{t-2}) \\
&= z_t + \theta_1 z_{t-1} + \theta_1^2 a_{t-2} - \mu(1+\theta_1)
\end{aligned}$$

ดังนั้นการแก้สมการปกติ ไม่สามารถแก้ได้โดยตรง จำเป็นต้องอาศัยเทคนิคการวิเคราะห์เชิงตัวเลข ในการวิจัยครั้งนี้เลือกใช้วิธีของเกาส์-นิวตัน เพื่อหาค่าประมาณพารามิเตอร์

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial S(\theta_1)}{\partial \theta_1} &= 2\sum_{t=1}^{n}(z_t - \mu + \theta_1 a_{t-1})\frac{\partial \theta_1 E(a_{t-1})}{\partial \theta_1} \\
&= \sum_{t=1}^{n}\theta_1 z_t\left(\frac{\partial E(a_{t-1})}{\partial \theta_1}\right) - \sum_{t=1}^{n}\mu\theta_1\left(\frac{\partial E(a_{t-1})}{\partial \theta_1}\right) + \sum_{t=1}^{n}\theta_1^2 a_{t-1}\left(\frac{\partial E(a_{t-1})}{\partial \theta_1}\right) \\
&= 0
\end{aligned}
$$

ขั้นตอนการประมาณค่าพารามิเตอร์ θ_1 ด้วยวิธีของเกาส์-นิวตัน มีดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> กำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น $\theta_{1,0}$ และ k = 0

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> คำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของ $\theta_1 - \theta_{1,0}$ ได้จาก

$$
\theta_1 - \theta_{1,0} = \Delta\theta_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n} E(a_t / \theta_{1,0}) x_t}{\sum_{t=1}^{n} x_t^2}
$$

โดยที่ $x_t = -\frac{\partial E(a_t / \theta_1)}{\partial \theta_1} = \frac{E(a_t / \theta_{1,0}) - E(a_t / \theta_{1,0} + \delta)}{\delta}$

ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดให้ $\delta = 0.01$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> คำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ ได้จาก

$$
\hat{\theta}_1 = \theta_{1,0} + \Delta\theta_1
$$

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> ตรวจสอบการลู่เข้าของค่า $\hat{\theta}_1$ ที่ได้ ถ้า $\left|\theta_{1,0}^{(k)} - \theta_{1,0}^{(k-1)}\right| < 0.001$ หยุดการกระทำซ้ำ หากค่า $\hat{\theta}_1$ ที่ได้ยังไม่ถึงเกณฑ์การลู่เข้าที่กำหนดไว้ ให้กำหนด k = k+1 และย้อนกลับไปยังขั้นตอนที่ 2 เพื่อทำซ้ำใหม่

4) กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2)

ตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชัน $S(\theta_1, \theta_2)$ เมื่อกำหนดเงื่อนไข $(a_{-1}, a_0 = 0)$ มีค่าต่ำที่สุด

$$S(\theta_1,\theta_2) = \sum_{t=p+1}^{n} E\left[a_t \mid \theta_1,\theta_2\right]^2$$

$$= \sum_{t=p+1}^{n} E\left[z_t - \mu + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} \mid \theta_1,\theta_2\right]^2$$

เนื่องจาก a_t ในฟังก์ชัน $S(\theta_1,\theta_2)$ เป็นฟังก์ชันแบบไม่เป็นเชิงเส้น ของพารามิเตอร์ θ_1 และ θ_2 แสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned} a_t &= z_t - \mu + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} \\ &= z_t + \theta_1(z_{t-1} - \mu + \theta_1 a_{t-2} + \theta_2 a_{t-3}) + \theta_2(z_{t-2} - \mu + \theta_1 a_{t-3} + \theta_2 a_{t-4}) \\ &= z_t + \theta_1 z_{t-1} + \theta_2 z_{t-2} + \theta_1^2 a_{t-2} + 2\theta_1\theta_2 a_{t-3} + \theta_2^2 a_{t-4} - \mu(1 + \theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$

ดังนั้นการแก้สมการปกติ ไม่สามารถแก้ได้โดยตรง จำเป็นต้องอาศัยเทคนิคการวิเคราะห์เชิงตัวเลข ในการวิจัยครั้งนี้เลือกใช้วิธีของเกาส์-นิวตัน เพื่อหาค่าประมาณพารามิเตอร์

$$\frac{\partial S(\theta_1,\theta_2)}{\partial \theta_1} = 2\sum_{t=1}^{n}(z_t - \mu + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2})\frac{\partial \theta_1 E(a_{t-1})}{\partial \theta_1}$$

$$= \sum_{t=1}^{n} \theta_1 z_t \left(\frac{\partial E(a_{t-1})}{\partial \theta_1}\right) - \sum_{t=1}^{n} \mu\theta_1 \left(\frac{\partial E(a_{t-1})}{\partial \theta_1}\right) + \sum_{t=1}^{n} \theta_1^2 a_{t-1} \left(\frac{\partial E(a_{t-1})}{\partial \theta_1}\right)$$

$$+ \sum_{t=1}^{n} \theta_1\theta_2 a_{t-2} \left(\frac{\partial E(a_{t-1})}{\partial \theta_1}\right) = 0$$

$$\frac{\partial S(\theta_1,\theta_2)}{\partial \theta_2} = 2\sum_{t=1}^{n}(z_t - \mu + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2})\frac{\partial \theta_2 E(a_{t-2})}{\partial \theta_2}$$

$$= \sum_{t=1}^{n} \theta_2 z_t \left(\frac{\partial E(a_{t-2})}{\partial \theta_2}\right) - \sum_{t=1}^{n} \mu\theta_2 \left(\frac{\partial E(a_{t-2})}{\partial \theta_2}\right) + \sum_{t=1}^{n} \theta_1\theta_2 a_{t-1} \left(\frac{\partial E(a_{t-2})}{\partial \theta_2}\right)$$

$$+ \sum_{t=1}^{n} \theta_2^2 a_{t-2} \left(\frac{\partial E(a_{t-2})}{\partial \theta_2}\right) = 0$$

ขั้นตอนการประมาณค่าพารามิเตอร์ θ_1 และ θ_2 ด้วยวิธีของเกาส์-นิวตัน มีดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> กำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น $\theta_{1,0}$, $\theta_{2,0}$ และ $k = 0$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> คำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของ $\theta_1 - \theta_{1,0}$ และ $\theta_2 - \theta_{2,0}$ ได้จาก

$$\theta_1 - \theta_{1,0} = \Delta\theta_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n} E(a_t / \theta_{1,0}, \theta_{2,0}) x_{1,t}}{\sum_{t=1}^{n} x_{1,t}^2 + \sum_{t=1}^{n} x_{2,t}^2}$$

$$\theta_2 - \theta_{2,0} = \Delta\theta_2 = \frac{\sum_{t=1}^{n} E(a_t / \theta_{1,0}, \theta_{2,0}) x_{2,t}}{\sum_{t=1}^{n} x_{1,t}^2 + \sum_{t=1}^{n} x_{2,t}^2}$$

โดยที่ $$x_{1,t} = -\frac{\partial E(a_t / \theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1} = \frac{E(a_t / \theta_{1,0}, \theta_{2,0}) - E(a_t / \theta_{1,0} + \delta, \theta_{2,0})}{\delta}$$

$$x_{2,t} = -\frac{\partial E(a_t / \theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_2} = \frac{E(a_t / \theta_{1,0}, \theta_{2,0}) - E(a_t / \theta_{1,0}, \theta_{2,0} + \delta)}{\delta}$$

ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดให้ $\delta = 0.01$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> คำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ได้จาก

$$\hat{\theta}_1 = \theta_{1,0} + \Delta\theta_1$$

$$\hat{\theta}_2 = \theta_{2,0} + \Delta\theta_2$$

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> ตรวจสอบการลู่เข้าของค่า $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ที่ได้ ถ้า $\left|\theta_{1,0}^{(k)} - \theta_{1,0}^{(k-1)}\right| < 0.001$ และ $\left|\theta_{2,0}^{(k)} - \theta_{2,0}^{(k-1)}\right| < 0.001$ หยุดการกระทำซ้ำ หากค่า $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ที่ได้ยังไม่ถึงเกณฑ์การลู่เข้าที่กำหนดไว้ ให้กำหนด $k = k+1$ และย้อนกลับไปยังขั้นตอนที่ 2 เพื่อทำซ้ำใหม่

5) กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1)

ตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชัน $S(\phi_1, \theta_1)$ เมื่อกำหนดเงื่อนไข $(a_0, a_1 = 0)$ มีค่าต่ำที่สุด

$$S(\phi_1,\theta_1) = \sum_{t=p+1}^{n} E\left[a_t \mid \phi_1,\theta_1\right]^2$$

$$= \sum_{t=p+1}^{n} E\left[(z_t-\mu)-\phi_1(z_{t-1}-\mu)+\theta_1 a_{t-1} \mid \phi_1,\theta_1\right]^2$$

เนื่องจาก a_t ในฟังก์ชัน $S(\phi_1,\theta_1)$ เป็นฟังก์ชันแบบไม่เป็นเชิงเส้นของพารามิเตอร์ ϕ_1 และ θ_1 แสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned} a_t &= (z_t-\mu)-\phi_1(z_{t-1}-\mu)+\theta_1 a_{t-1} \\ &= (z_t-\mu)-\phi_1(z_{t-1}-\mu)+\theta_1((z_{t-1}-\mu)-\phi_1(z_{t-2}-\mu)+\theta_1 a_{t-2}) \\ &= (z_t-\mu)-(\phi_1-\theta_1)(z_{t-1}-\mu)-\phi_1\theta_1(z_{t-2}-\mu)+\theta_1^2 a_{t-2} \end{aligned}$$

ดังนั้นการแก้สมการปกติ ไม่สามารถแก้ได้โดยตรง จำเป็นต้องอาศัยเทคนิคการวิเคราะห์เชิงตัวเลข ในการวิจัยครั้งนี้เลือกใช้วิธีของเกาส์-นิวตัน เพื่อหาค่าประมาณพารามิเตอร์

$$\frac{\partial S(\phi_1,\theta_1)}{\partial \phi_1} = -2\sum_{t=-\infty}^{n}\left[(z_t-\mu)-\phi_1(z_{t-1}-\mu)+\theta_1 a_{t-1}\right]\frac{\partial \phi_1 E(z_{t-1})}{\partial \phi_1}$$

$$= 0$$

$$\frac{\partial S(\phi_1,\theta_1)}{\partial \theta_1} = 2\sum_{t=-\infty}^{n}\left[(z_t-\mu)-\phi_1(z_{t-1}-\mu)+\theta_1 a_{t-1}\right]\frac{\partial \theta_1 E(a_{t-1})}{\partial \theta_1}$$

$$= 0$$

ขั้นตอนการประมาณค่าพารามิเตอร์ ϕ_1 และ θ_1 ด้วยวิธีของเกาส์-นิวตัน มีดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> กำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น $\phi_{1,0}$, $\theta_{1,0}$ และ $k = 0$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> คำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของ $\phi_1-\phi_{1,0}$ และ $\theta_1-\theta_{1,0}$ ได้จาก

$$\phi_1-\phi_{1,0} = \Delta\phi_1 = \frac{\sum_{t=2}^{n} E(a_t/\phi_{1,0},\theta_{1,0})x_{1,t}}{\sum_{t=2}^{n} x_{1,t}^2 + \sum_{t=2}^{n} x_{2,t}^2}$$

$$\theta_1 - \theta_{1,0} = \Delta\theta_1 = \frac{\sum\limits_{t=2}^{n} E(a_t / \phi_{1,0}, \theta_{1,0}) x_{2,t}}{\sum\limits_{t=2}^{n} x_{1,t}^2 + \sum\limits_{t=2}^{n} x_{2,t}^2}$$

โดยที่ $$x_{1,t} = -\frac{\partial E(a_t / \phi_1, \theta_1)}{\partial \phi_1} = \frac{E(a_t / \phi_{1,0}, \theta_{1,0}) - E(a_t / \phi_{1,0} + \delta, \theta_{1,0})}{\delta}$$

$$x_{2,t} = -\frac{\partial E(a_t / \phi_1, \theta_1)}{\partial \theta_1} = \frac{E(a_t / \phi_{1,0}, \theta_{1,0}) - E(a_t / \phi_{1,0}, \theta_{1,0} + \delta)}{\delta}$$

ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดให้ $\delta = 0.01$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> คำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\theta}_1$ ได้จาก

$$\hat{\phi}_1 = \phi_{1,0} + \Delta\phi_1$$

$$\hat{\theta}_1 = \theta_{1,0} + \Delta\theta_1$$

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> ตรวจสอบการลู่เข้าของค่า $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\theta}_1$ ที่ได้ ถ้า $\left|\phi_{1,0}^{(k)} - \phi_{1,0}^{(k-1)}\right| < 0.001$ และ $\left|\theta_{1,0}^{(k)} - \theta_{1,0}^{(k-1)}\right| < 0.001$ หยุดการกระทำซ้ำ หากค่า $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\theta}_1$ ที่ได้ยังไม่ถึงเกณฑ์การลู่เข้าที่กำหนดไว้ ให้กำหนด k = k+1 และย้อนกลับไปยังขั้นตอนที่ 2 เพื่อทำซ้ำใหม่

2.2.3 วิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation Method)

หลักการประมาณค่าโดยวิธีนี้ คือการทำให้ค่าของฟังก์ชันความควรจะเป็นภายใต้พารามิเตอร์ของตัวแบบมีค่าสูงที่สุด

จากตัวแบบ ARIMA(p,d,q) ฟังก์ชันความควรจะเป็นของขบวนการนี้คือ

$$L(\phi, \theta | z) = (2\pi\sigma_a^2)^{-n/2} \left|M_n^{(p,q)}\right|^{1/2} \exp\left\{-S(\phi, \theta)/2\sigma_a^2\right\}$$

1) กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1)

ตัวประมาณความควรจะเป็นสูงสุด คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชันความควรจะเป็น $L(\phi_1 | z)$ มีค่าสูงที่สุด

$$\underset{\phi_1}{\text{maximize}}\ L(\phi_1 \mid z) \ = \ (2\pi\sigma_a^2)^{-n/2} \left| M_n^{(1,0)} \right|^{1/2} \exp\left\{ -S(\phi_1)/2\sigma_a^2 \right\}$$

เมื่อ

$$\left| M_n^{(1,0)} \right| \quad = \ 1-\phi_1^2$$

$$S(\phi_1) \quad = \ (1-\phi_1^2)(z_1-\mu)^2 + \sum_{t=2}^{n} \left[(z_t-\mu)-\phi_1(z_{t-1}-\mu) \right]^2$$

$$\begin{aligned} g_1(\phi_1) &= \frac{\partial \ln L(\phi_1 \mid z)}{\partial \phi_1} \\ &= \frac{-\phi_1}{1-\phi_1^2} + \sigma_a^{-2} \left[\sum_{t=2}^{n} (z_t-\bar{Z})(z_{t-1}-\bar{Z}) - \phi_1 \sum_{t=2}^{n-1} (z_t-\bar{Z})^2 \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

เนื่องจากการแก้สมการไม่สามารถแก้ได้โดยตรง จำเป็นต้องใช้วิธีการประมาณ ในการวิจัยครั้งนี้เลือกใช้วิธีของนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson method) เพื่อหาค่าประมาณพารามิเตอร์

ขั้นตอนการหาค่าประมาณพารามิเตอร์ ϕ_1 ด้วยวิธีของนิวตัน-ราฟสัน มีดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> กำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น $\phi_{1,0}$ และ k = 0

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> คำนวณค่าอนุพันธ์อันดับที่ 1 และ 2 ของฟังก์ชันที่ตำแหน่ง $\phi_{1,0}$ ได้จาก

$$\begin{aligned} g_1(\phi_{1,0}) &= \frac{\partial \ln L(\phi_1 \mid z)}{\partial \phi_1} \\ &= \frac{-\phi_{1,0}}{1-\phi_{1,0}^2} + \sigma_a^{-2} \left[\sum_{t=2}^{n} (z_t-\bar{Z})(z_{t-1}-\bar{Z}) - \phi_{1,0} \sum_{t=2}^{n-1} (z_t-\bar{Z})^2 \right] * \end{aligned}$$

---

* ค่าประมาณของ σ_a^2 แสดงไว้ในภาคผนวก ข

$$g_{11}(\phi_{1,0}) = \frac{\partial^2 \ln L(\phi_1 \mid z)}{\partial \phi_1^2}$$

$$= \frac{-\phi_{1,0}^2 - 1}{(1-\phi_{1,0}^2)^2} - \hat{\sigma}_a^{-2}\left[\sum_{t=2}^{n-1}(z_t - \bar{Z})^2\right]$$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> คำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ ได้จาก

$$\hat{\phi}_1 = \phi_{1,0} - \frac{g_1(\phi_{1,0})}{g_{11}(\phi_{1,0})}$$

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> ตรวจสอบการลู่เข้าของค่า $\hat{\phi}_1$ ที่ได้ ถ้า $\left|\phi_{1,0}^{(k)} - \phi_{1,0}^{(k-1)}\right| < 0.001$ หยุดการกระทำซ้ำ หากค่า $\hat{\phi}_1$ ที่ได้ยังไม่ถึงเกณฑ์การลู่เข้าที่กำหนดไว้ ให้กำหนด k = k+1 และย้อนกลับไปยังขั้นตอนที่ 2 เพื่อทำซ้ำใหม่

2) กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2)

ตัวประมาณความควรจะเป็นสูงสุด คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชันความควรจะเป็น $L(\phi_1, \phi_2 \mid z)$ มีค่าสูงที่สุด

$$\underset{\phi_1,\phi_2}{\max imize}\, L(\phi_1, \phi_2 \mid z) = (2\pi\sigma_a^2)^{-n/2}\left|M_n^{(2,0)}\right|^{1/2} \exp\left\{-S(\phi_1,\phi_2)/2\sigma_a^2\right\}$$

เมื่อ

$$\left|M_n^{(2,0)}\right| = (1+\phi_2)^2\left((1-\phi_2)^2 - \phi_1^2\right)$$

$$S(\phi_1,\phi_2) = \sum_{t=-\infty}^{n} E\left[a_t \mid \phi_1, \phi_2\right]^2$$

$$= (1-\phi_2^2)((z_1-\mu)^2 + (z_2-\mu)^2) - 2\phi_1(1+\phi_2)(z_1-\mu)(z_2-\mu)$$

$$+ \sum_{t=3}^{n}\left[(z_t-\mu) - \phi_1(z_{t-1}-\mu) - \phi_2(z_{t-2}-\mu)\right]^2$$

$$g_1(\phi_1,\phi_2) = \frac{\partial \ln L(\phi_1, \phi_2 \mid z)}{\partial \phi_1}$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{-\phi_1}{\left((1-\phi_2)^2-\phi_1^2\right)} \\
&\quad + \sigma_a^{-2}\left[\sum_{t=3}^{n}(z_t-\bar{Z})(z_{t-1}-\bar{Z}) - \phi_1\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1}-\bar{Z})^2\right. \\
&\quad \left. -\phi_2\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1}-\bar{Z})(z_{t-2}-\bar{Z}) - (1+\phi_2)(z_1-\bar{Z})(z_2-\bar{Z})\right] \\
&= 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
g_2(\phi_1,\phi_2) &= \frac{\partial \ln L(\phi_1,\phi_2 \mid z)}{\partial \phi_2} \\
&= \frac{2\phi_2^2-2\phi_2-\phi_1^2}{(1+\phi_2)\left((1-\phi_2)^2-\phi_1^2\right)} \\
&\quad + \sigma_a^{-2}\left[\sum_{t=3}^{n} z_t z_{t-2} - \phi_1\sum_{t=3}^{n} z_{t-1}z_{t-2}\right. \\
&\quad \left. -\phi_2\sum_{t=3}^{n}(z_{t-2}-\bar{Z})^2 - \phi_2((z_1-\bar{Z})^2+(z_2-\bar{Z})^2)\right] \\
&= 0
\end{aligned}
$$

เนื่องจากการแก้สมการไม่สามารถแก้ได้โดยตรง จำเป็นต้องใช้วิธีการประมาณ ในการวิจัยครั้งนี้เลือกใช้วิธีของนิวตัน-ราฟสัน เพื่อหาค่าประมาณพารามิเตอร์

ขั้นตอนการหาค่าประมาณพารามิเตอร์ ϕ_1 และ ϕ_2 ด้วยวิธีของนิวตัน-ราฟสัน มีดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> กำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น $\phi_{1,0}$, $\phi_{2,0}$ และ $k = 0$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> คำนวณค่าอนุพันธ์อันดับที่ 1 และ 2 ของฟังก์ชันที่ตำแหน่ง $\phi_{1,0}$ และ $\phi_{2,0}$ ได้จาก

$$
\begin{aligned}
g_1(\phi_{1,0},\phi_{2,0}) &= \frac{\partial \ln L(\phi_1,\phi_2 \mid z)}{\partial \phi_1} \\
&= \frac{-\phi_{1,0}}{\left((1-\phi_{2,0})^2-\phi_{1,0}^2\right)} \\
&\quad + \sigma_a^{-2}\left[\sum_{t=3}^{n}(z_t-\overline{Z})(z_{t-1}-\overline{Z})-\phi_{1,0}\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1}-\overline{Z})^2\right. \\
&\quad \left. -\phi_{2,0}\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1}-\overline{Z})(z_{t-2}-\overline{Z})-(1+\phi_{2,0})(z_1-\overline{Z})(z_2-\overline{Z})\right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
g_2(\phi_{1,0},\phi_{2,0}) &= \frac{\partial \ln L(\phi_1,\phi_2 \mid z)}{\partial \phi_2} \\
&= \frac{2\phi_{2,0}^2-2\phi_{2,0}-\phi_{1,0}^2}{(1+\phi_{2,0})\left((1-\phi_{2,0})^2-\phi_{1,0}^2\right)} \\
&\quad + \sigma_a^{-2}\left[\sum_{t=3}^{n} z_t z_{t-2}-\phi_{1,0}\sum_{t=3}^{n} z_{t-1} z_{t-2}\right. \\
&\quad \left. -\phi_{2,0}\sum_{t=3}^{n}(z_{t-2}-\overline{Z})^2-\phi_{2,0}\left((z_1-\overline{Z})^2+(z_2-\overline{Z})^2\right)\right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
g_{11}(\phi_{1,0},\phi_{2,0}) &= \frac{\partial^2 \ln L(\phi_1,\phi_2 \mid z)}{\partial \phi_1^2} \\
&= \frac{-(1-\phi_{2,0})^2-\phi_{1,0}^2}{\left((1-\phi_{2,0})^2-\phi_{1,0}^2\right)^2}-\sigma_a^{-2}\left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1}-\overline{Z})^2\right]
\end{aligned}
$$

$$g_{12}(\phi_{1,0},\phi_{2,0}) = \frac{\partial^2 \ln L(\phi_1,\phi_2 \mid z)}{\partial\phi_2 \partial\phi_1}$$

$$= \frac{-2\phi_{1,0}(1-\phi_{2,0})}{\left((1-\phi_{2,0})^2-\phi_{1,0}^2\right)^2}$$

$$-\hat{\sigma}_a^{-2}\left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1}-\overline{Z})(z_{t-2}-\overline{Z})+(z_1-\overline{Z})(z_2-\overline{Z})\right]$$

$$g_{21}(\phi_{1,0},\phi_{2,0}) = \frac{\partial^2 \ln L(\phi_1,\phi_2 \mid z)}{\partial\phi_1 \partial\phi_2}$$

$$= \frac{-2\phi_{1,0}(1-\phi_{2,0}^2)}{(1+\phi_{2,0})\left((1-\phi_{2,0})^2-\phi_{1,0}^2\right)^2}-\hat{\sigma}_a^{-2}\left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-1}-\overline{Z})(z_{t-2}-\overline{Z})\right]$$

$$g_{22}(\phi_{1,0},\phi_{2,0}) = \frac{\partial^2 \ln L(\phi_1,\phi_2 \mid z)}{\partial\phi_2^2}$$

$$= \frac{2(2\phi_{2,0}^2-\phi_{2,0}-1)\left((1-\phi_{2,0})^2-\phi_{1,0}^2\right)-\left((2\phi_{2,0}^2-2\phi_{2,0}-\phi_{1,0}^2)(3\phi_{2,0}^2-2\phi_{2,0}-1)\right)}{(1+\phi_{2,0})\left((1-\phi_{2,0})^2-\phi_{1,0}^2\right)^2}$$

$$-\hat{\sigma}_a^{-2}\left[\sum_{t=3}^{n}(z_{t-2}-\overline{Z})^2+(z_1-\overline{Z})^2+(z_2-\overline{Z})^2\right]$$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> คำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\phi}_2$ ได้จาก

$$\begin{bmatrix}\hat{\phi}_1\\ \hat{\phi}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\phi_{1,0}\\ \phi_{2,0}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}g_{11}(\phi_{1,0},\phi_{2,0}) & g_{12}(\phi_{1,0},\phi_{2,0})\\ g_{21}(\phi_{1,0},\phi_{2,0}) & g_{22}(\phi_{1,0},\phi_{2,0})\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}g_1(\phi_{1,0},\phi_{2,0})\\ g_2(\phi_{1,0},\phi_{2,0})\end{bmatrix}$$

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> ตรวจสอบการลู่เข้าของค่า ϕ_1 และ ϕ_2 ที่ได้ ถ้า $\left|\phi_{1,0}^{(k)} - \phi_{1,0}^{(k-1)}\right| < 0.001$ และ $\left|\phi_{2,0}^{(k)} - \phi_{2,0}^{(k-1)}\right| < 0.001$ หยุดการกระทำซ้ำ หากค่า ϕ_1 และ ϕ_2 ที่ได้ยังไม่ถึงเกณฑ์การลู่เข้าที่กำหนดไว้ ให้กำหนด k = k+1 และย้อนกลับไปยังขั้นตอนที่ 2 เพื่อทำซ้ำใหม่

3) กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1)

ตัวประมาณความควรจะเป็นสูงสุด คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชันความควรจะเป็น $L(\theta_1 | z)$ มีค่าสูงที่สุด

$$\underset{\theta_1}{\max imize}\ L(\theta_1 | z) = (2\pi\sigma_a^2)^{-n/2}\left|M_n^{(0,1)}\right|^{1/2} \exp\left\{-S(\theta_1)/2\sigma_a^2\right\}$$

เมื่อ

$$\left|M_n^{(0,1)}\right| = \frac{1-\theta_1^2}{1-\theta_1^{2(n+1)}}$$

$$S(\theta_1) = \sum_{t=0}^{n} E^2(a_t | z)$$

$$\begin{aligned} g_1(\theta_1) &= \frac{\partial \ln L(\theta_1 | z)}{\partial \theta_1} \\ &= \frac{-\theta_1}{1-\theta_1^2} + \frac{(n+1)\theta_1^{2n+1}}{1-\theta_1^{2n+2}} \\ &\quad -\sigma_a^{-2}\left[\sum_{t=2}^{n}(z_t - \bar{z})a_{t-1} + \theta_1 a_{t-1}^2\right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

เนื่องจากการแก้สมการไม่สามารถแก้ได้โดยตรง จำเป็นต้องใช้วิธีการประมาณ ในการวิจัยครั้งนี้เลือกใช้วิธีของนิวตัน-ราฟสัน เพื่อหาค่าประมาณพารามิเตอร์

ขั้นตอนการหาค่าประมาณพารามิเตอร์ θ_1 ด้วยวิธีของนิวตัน-ราฟสัน มีดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> กำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น $\theta_{1,0}$ และ $k = 0$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> คำนวณค่าอนุพันธ์อันดับที่ 1 และ 2 ของฟังก์ชันที่ตำแหน่ง $\theta_{1,0}$ ได้จาก

$$g_1(\theta_{1,0}) = \frac{\partial \ln L(\theta_1 \mid z)}{\partial \theta_1}$$

$$= \frac{-\theta_{1,0}}{1-\theta_{1,0}^2} + \frac{(n+1)\theta_{1,0}^{2n+1}}{1-\theta_{1,0}^{2n+2}}$$

$$-\sigma_a^{-2}\left[\sum_{t=2}^{n}(z_t - \bar{Z})a_{t-1} + \theta_{1,0}a_{t-1}^2\right]$$

$$g_{11}(\theta_{1,0}) = \frac{\partial^2 \ln L(\theta_1 \mid z)}{\partial \theta_1^2}$$

$$= \frac{-(1+\theta_{1,0}^2)}{(1-\theta_{1,0}^2)^2} + \frac{(2n^2+3n+1)(\theta_{1,0}^{2n} - \theta_{1,0}^{2(2n+1)}) + (2n^2+4n+2)\theta_{1,0}^{2(2n+1)}}{\left(1-\theta_{1,0}^{2n+2}\right)^2}$$

$$-\sigma_a^{-2}\left[\sum_{t=2}^{n}a_{t-1}^2\right]$$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> คำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ ได้จาก

$$\hat{\theta}_1 = \theta_{1,0} - \frac{g_1(\theta_{1,0})}{g_{11}(\theta_{1,0})}$$

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> ตรวจสอบการลู่เข้าของค่า $\hat{\theta}_1$ ที่ได้ ถ้า $\left|\theta_{1,0}^{(k)} - \theta_{1,0}^{(k-1)}\right| < 0.001$ หยุดการกระทำซ้ำ หากค่า $\hat{\theta}_1$ ที่ได้ยังไม่ถึงเกณฑ์การลู่เข้าที่กำหนดไว้ ให้กำหนด $k = k+1$ และย้อนกลับไปยังขั้นตอนที่ 2 เพื่อทำซ้ำใหม่

4) กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2)

ตัวประมาณความควรจะเป็นสูงสุด คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชันความควรจะเป็น $L(\theta_1, \theta_2 \mid z)$ มีค่าสูงที่สุด

$$\underset{\theta_1,\theta_2}{\max\text{imize}}\ L(\theta_1,\theta_2 \mid z) = (2\pi\sigma_a^2)^{-n/2}\left|M_n^{(0,2)}\right|^{1/2}\exp\left\{-S(\theta_1,\theta_2)/2\sigma_a^2\right\}$$

เมื่อ

$$\left|M_n^{(0,2)}\right| = \frac{1-\theta_1^2-\theta_2^2}{1-\theta_1^{2(n+1)}-\theta_2^{2(n+1)}}$$

$$S(\theta_1,\theta_2) = \sum_{t=0}^{n} E^2(a_t \mid z)$$

$$\begin{aligned} g_1(\theta_1,\theta_2) &= \frac{\partial \ln L(\theta_1,\theta_2 \mid z)}{\partial\theta_1} \\ &= \frac{-\theta_1}{1-\theta_1^2-\theta_2^2}+\frac{(n+1)\theta_1^{2n+1}}{1-\theta_1^{2n+2}-\theta_2^{2n+2}} \\ &\quad -\sigma_a^{-2}\left[\sum_{t=3}^{n}(z_t-\bar{Z})a_{t-1}+\theta_1\sum_{t=3}^{n}a_{t-1}^2+\theta_2\sum_{t=3}^{n}a_{t-1}a_{t-2}\right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_2(\theta_1,\theta_2) &= \frac{\partial \ln L(\theta_1,\theta_2 \mid z)}{\partial\theta_2} \\ &= \frac{-\theta_2}{1-\theta_1^2-\theta_2^2}+\frac{(n+1)\theta_2^{2n+1}}{1-\theta_1^{2n+2}-\theta_2^{2n+2}} \\ &\quad -\sigma_a^{-2}\left[\sum_{t=3}^{n}(z_t-\bar{Z})a_{t-2}+\theta_1\sum_{t=3}^{n}a_{t-1}a_{t-2}+\theta_2\sum_{t=3}^{n}a_{t-2}^2\right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

เนื่องจากการแก้สมการไม่สามารถแก้ได้โดยตรง จำเป็นต้องใช้วิธีการประมาณ ในการวิจัยครั้งนี้เลือกใช้วิธีของนิวตัน-ราฟสัน เพื่อหาค่าประมาณพารามิเตอร์

ขั้นตอนการหาค่าประมาณพารามิเตอร์ θ_1 และ θ_2 ด้วยวิธีของนิวตัน-ราฟสัน มีดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> กำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น $\theta_{1,0}$, $\theta_{2,0}$ และ k = 0

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> คำนวณค่าอนุพันธ์อันดับที่ 1 และ 2 ของฟังก์ชันที่ตำแหน่ง $\theta_{1,0}$ และ $\theta_{2,0}$ ได้จาก

$$
\begin{aligned}
g_1(\theta_{1,0},\theta_{2,0}) &= \frac{\partial \ln L(\theta_1,\theta_2 \mid z)}{\partial \theta_1} \\
&= \frac{-\theta_{1,0}}{1-\theta_{1,0}^2-\theta_{2,0}^2} + \frac{(n+1)\theta_{1,0}^{2n+1}}{1-\theta_{1,0}^{2n+2}-\theta_{2,0}^{2n+2}} \\
&\quad -\sigma_a^{-2}\left[\sum_{t=3}^{n}(z_t-\bar{Z})a_{t-1} + \theta_{1,0}\sum_{t=3}^{n}a_{t-1}^2 + \theta_{2,0}\sum_{t=3}^{n}a_{t-1}a_{t-2}\right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
g_2(\theta_{1,0},\theta_{2,0}) &= \frac{\partial \ln L(\theta_1,\theta_2 \mid z)}{\partial \theta_2} \\
&= \frac{-\theta_{2,0}}{1-\theta_{1,0}^2-\theta_{2,0}^2} + \frac{(n+1)\theta_{2,0}^{2n+1}}{1-\theta_{1,0}^{2n+2}-\theta_{2,0}^{2n+2}} \\
&\quad -\sigma_a^{-2}\left[\sum_{t=3}^{n}(z_t-\bar{Z})a_{t-2} + \theta_{1,0}\sum_{t=3}^{n}a_{t-1}a_{t-2} + \theta_{2,0}\sum_{t=3}^{n}a_{t-2}^2\right]
\end{aligned}
$$

$$
g_{11}(\theta_{1,0},\theta_{2,0}) = \frac{\partial^2 \ln L(\theta_1,\theta_2 \mid z)}{\partial \theta_1^2}
$$

$$
= \frac{-(1+\theta_{1,0}^2-\theta_{2,0}^2)}{(1-\theta_{1,0}^2-\theta_{2,0}^2)^2} + \frac{(2n^2+3n+1)\theta_{1,0}^{2n}\left(1-\theta_{1,0}^{2n+2}-\theta_{2,0}^{2n+2}\right)+(2n^2+4n+2)\theta_{1,0}^{2n+2}}{\left(1-\theta_{1,0}^{2n+2}-\theta_{2,0}^{2n+2}\right)^2}
$$

$$
-\sigma_a^{-2}\left[\sum_{t=3}^{n}a_{t-1}^2\right]
$$

$$g_{12}(\theta_{1,0},\theta_{2,0}) = \frac{\partial^2 \ln L(\theta_1,\theta_2 \mid z)}{\partial\theta_2\partial\theta_1}$$

$$= \frac{-2\theta_{1,0}\theta_{2,0}}{(1-\theta_{1,0}^2-\theta_{2,0}^2)^2} - \frac{(2n^2+4n+2)(\theta_{1,0}\theta_{2,0})^{2n+1}}{\left(1-\theta_{1,0}^{2n+2}-\theta_{2,0}^{2n+2}\right)^2} - \sigma_a^{-2}\left[\sum_{t=3}^{n} a_{t-1}a_{t-2}\right]$$

$$= g_{21}(\theta_{1,0},\theta_{2,0})$$

$$g_{22}(\theta_{1,0},\theta_{2,0}) = \frac{\partial^2 \ln L(\theta_1,\theta_2 \mid z)}{\partial\theta_2^2}$$

$$= \frac{-(1-\theta_{1,0}^2+\theta_{2,0}^2)}{(1-\theta_{1,0}^2-\theta_{2,0}^2)^2} + \frac{(2n^2+3n+1)\theta_{2,0}^{2n}\left(1-\theta_{1,0}^{2n+2}-\theta_{2,0}^{2n+2}\right)+(2n^2+4n+2)\theta_{2,0}^{4n+2}}{\left(1-\theta_{1,0}^{2n+2}-\theta_{2,0}^{2n+2}\right)^2}$$

$$-\sigma_a^{-2}\left[\sum_{t=3}^{n} a_{t-2}^2\right]$$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> คำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ได้จาก

$$\begin{bmatrix}\hat{\theta}_1\\ \hat{\theta}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\theta_{1,0}\\ \theta_{2,0}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g_{11}(\theta_{1,0},\theta_{2,0}) & g_{12}(\theta_{1,0},\theta_{2,0}) \\ g_{21}(\theta_{1,0},\theta_{2,0}) & g_{22}(\theta_{1,0},\theta_{2,0})\end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g_1(\theta_{1,0},\theta_{2,0}) \\ g_2(\theta_{1,0},\theta_{2,0})\end{bmatrix}$$

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> ตรวจสอบการลู่เข้าของค่า $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ที่ได้ ถ้า $\left|\theta_{1,0}^{(k)}-\theta_{1,0}^{(k-1)}\right| < 0.001$ และ $\left|\theta_{2,0}^{(k)}-\theta_{2,0}^{(k-1)}\right| < 0.001$ หยุดการกระทำซ้ำ หากค่า $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ที่ได้ยังไม่ถึงเกณฑ์การลู่เข้าที่กำหนดไว้ ให้กำหนด k = k+1 และย้อนกลับไปยังขั้นตอนที่ 2 เพื่อทำซ้ำใหม่

3.5 กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1)

ตัวประมาณความควรจะเป็นสูงสุด คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชันความควรจะเป็น $L(\phi_1,\theta_1 \mid z)$ มีค่าสูงที่สุด

$$\underset{\phi_1,\theta_1}{\text{maximize}}\ L(\phi_1,\theta_1 \mid z) = (2\pi\sigma_a^2)^{-n/2}\left|M_n^{(1,1)}\right|^{1/2} \exp\left\{-S(\phi_1,\theta_1)/2\sigma_a^2\right\}$$

เมื่อ

$$\left|M_n^{(1,1)}\right| = \frac{(1-\theta_1^2)(1-\phi_1^2)+(1-\theta_1^{2n})(\theta_1-\phi_1)^2}{(1-\theta_1^2)(1-\phi_1^2)}$$

$$S(\phi_1,\theta_1) = \sum_{t=1}^{n} E^2(a_t\,|\,\phi_1,\theta_1)+\frac{1-\phi_1^2}{(\theta_1-\phi_1)^2}\Big(E(z_0\,|\,Z)-E(a_0\,|\,\phi_1,\theta_1)\Big)^2$$

การหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของ ϕ_1 และ θ_1 ในการวิจัยครั้งนี้เลือกใช้วิธีการแปรค่าของ ϕ_1 และ θ_1 ซึ่งอยู่ในช่วง $[-0.99, 0.99]$ * ตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชันความควรจะเป็นมีค่าสูงที่สุด ตัวประมาณนั้นจะเป็นตัวประมาณความควรจะเป็นสูงสุด

ในการหาค่าของฟังก์ชันความควรจะเป็นนี้ใช้ค่าของ $E(a_t/\phi_1,\theta_1)$ ซึ่งไม่ทราบค่า ดังนั้นจึงต้องทำการประมาณค่า $E(a_t/\phi_1,\theta_1)$ และวิธีหนึ่งในการประมาณค่าคือวิธีการพยากรณ์ย้อนหลัง รายละเอียดแสดงไว้ในภาคผนวก ก

---

* ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์ ϕ_1 และ θ_1 ด้วยวิธีของนิวตัน-ราฟสัน มีความยุ่งยากและซับซ้อนมากในการหาค่าอนุพันธ์อันดับที่ 1 และ 2 ของ $\ln L(\phi_1,\theta_1\,|\,z)$ ซึ่งไม่สะดวกในการคำนวณ

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ต้องการเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา โดยศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ 3 วิธีคือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข และวิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด โดยจะศึกษาเปรียบเทียบจากค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ หรือค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์

เทคนิคที่ใช้ในการจำลองข้อมูลครั้งนี้อาศัยเทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โลสร้างสถานการณ์ต่างๆ ดังนั้นจึงขอกล่าวถึงวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โลก่อนที่จะแสดงถึงขั้นตอนการวิจัย และโปรแกรมสำหรับการวิจัยในลำดับต่อไป

3.1 วิธีการจำลองโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล

เทคนิคที่ใช้แก้ปัญหาในการคำนวณทางสถิตินั้นมีอยู่หลายวิธี วิธีการจำลองโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลเป็นวิธีหนึ่งที่นิยมนำมาใช้แก้ปัญหากันอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน ซึ่งหลักการของการจำลองโดยใช้เทคนิคดังกล่าว จะใช้เลขสุ่ม (Random Numbers) มาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษา

ขั้นตอนของวิธีการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลที่ใช้กันในปัจจุบันแบ่งได้เป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้คือ

1. การสร้างตัวเลขสุ่ม การใช้ตัวเลขสุ่มเป็นสิ่งสำคัญมากในเทคนิคนี้ ทั้งนี้เพราะว่าหลักการของการจำลองแบบมอนติคาร์โลนั้น จะใช้ตัวเลขสุ่มมาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาโดยลักษณะของตัวเลขสุ่มที่นำมาใช้ จะมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform Distribution) ในช่วง (0,1) สำหรับวิธีการสร้างตัวเลขสุ่มมีผู้เสนอแนะไว้หลายวิธี แต่วิธีที่ดีนั้นลักษณะของเลขสุ่มที่ถูกสร้างขึ้น จะต้องมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอในช่วง (0,1) ตัวเลขสุ่มแต่ละตัวเป็นอิสระต่อกัน และมีช่วงยาวก่อนจะเกิดเลขสุ่มซ้ำ (มีวัฏจักรยาว)

2. การนำเลขสุ่มมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่ต้องการศึกษา ซึ่งขั้นตอนนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะของปัญหาที่ศึกษา บางปัญหาอาจใช้เลขสุ่มได้โดยตรง ในขณะที่บางปัญหาอาจต้องใช้ขั้นตอนอื่นอีกหลายขั้นตอน โดยมีการใช้ตัวเลขสุ่มในบางขั้นตอนเท่านั้น

3. การทดลองกระทำ เมื่อประยุกต์ปัญหาที่สนใจให้ใช้กับตัวเลขสุ่มได้แล้ว ขั้นต่อไปคือการทดลองโดยใช้กระบวนการสุ่ม (Random Process) มากระทำในลักษณะซ้ำๆ กัน (Replication) เพื่อหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษา

3.2 การวางแผนการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้ต้องการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา โดยศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า 3 วิธี ซึ่งมีแผนการทดลองดังนี้

1. ศึกษาในกรณีที่ข้อมูลอนุกรมเวลามีตัวแบบดังนี้

(1) ตัวแบบ AR(1)

(2) ตัวแบบ AR(2)

(3) ตัวแบบ MA(1)

(4) ตัวแบบ MA(2)

(5) ตัวแบบ ARMA(1,1)

โดยในแต่ละตัวแบบจะมีลักษณะของอนุกรมเวลาแบ่งออกเป็น

1) อนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน

2) อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน

3) อนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน

4) อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน

ในกรณีที่อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและ/หรือไม่คงที่ในความแปรปรวน จะทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ ซึ่งทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาด้วยการหาผลต่างและ/หรือลอการิทึมธรรมชาติ

2. กำหนดค่าพารามิเตอร์ในแต่ละอนุกรมเวลาที่จะศึกษาดังนี้

2.1 ตัวแบบ AR(1) กำหนดค่าพารามิเตอร์ (ϕ_1) 6 ระดับคือ
0.3 , 0.4 , 0.5 , 0.6 , 0.7 และ 0.8

2.2 ตัวแบบ AR(2) กำหนดค่าพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) 4 ระดับคือ
(0.6,0.2) , (0.8,-0.5) , (-0.6,0.1) และ (-0.8,-0.6)

2.3 ตัวแบบ MA(1) กำหนดค่าพารามิเตอร์ (θ_1) 6 ระดับคือ
0.3 , 0.4 , 0.5 , 0.6 , 0.7 และ 0.8

2.4 ตัวแบบ MA(2) กำหนดค่าพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) 4 ระดับคือ (0.4,0.2) , (0.5,-0.2) , (-0.5,0.2) และ (-0.5,-0.3)

2.5 ตัวแบบ ARMA(1,1) กำหนดค่าพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) 5 ระดับคือ (0.7,0.1) , (0.2,0.6) , (0.7,-0.3) , (-0.5,0.5) และ (-0.6,-0.2)

3. ขนาดตัวอย่างมี 6 ระดับ คือ 50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120

4. ค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลา (μ) เท่ากับ 100

5. การแจกแจงของความคลาดเคลื่อน (a_t) มีการแจกแจงแบบปกติ มีรูปแบบฟังก์ชันคือ

$$f(a) = \frac{1}{\sigma_a \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_a^2}(a-\mu_a)^2\right)$$

ในที่นี้ให้ $\mu_a = 0$ และ $\sigma_a = 1$

การเปรียบเทียบจะพิจารณาจากค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ เพื่อหาวิธีที่ดีที่สุดในแต่ละสถานการณ์ โดยสถานการณ์ที่สนใจในการวิจัยครั้งนี้มีรวมทั้งสิ้น 600 สถานการณ์

3.3 ขั้นตอนการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีขั้นตอนการวิจัย ดังต่อไปนี้

1. จำลองค่าความคลาดเคลื่อน (a_t) ของข้อมูลอนุกรมเวลาจากที่กำหนดให้ในแผนการทดลอง

2. จำลองข้อมูลอนุกรมเวลา $\{z_t\}$ ตามตัวแบบที่กำหนด ซึ่งมี 5 ตัวแบบคือ AR(1) , AR(2) , MA(1) , MA(2) และ ARMA(1,1)

3. ประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลอนุกรมเวลาทั้ง 3 วิธี

4. คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ แล้วทำการเปรียบเทียบ

ซึ่งรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนมีดังนี้

1. การจำลองค่าความคลาดเคลื่อน

การจำลองความคลาดเคลื่อนจะใช้การสร้างโปรแกรมย่อยสำหรับการสร้างการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนที่ต้องการศึกษา ซึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1

2. การจำลองข้อมูลอนุกรมเวลา

สำหรับการสร้างข้อมูลอนุกรมเวลาทั้ง 5 ตัวแบบ มีรายละเอียดดังนี้

2.1 การสร้างตัวแปร z_t ตามตัวแบบ AR(1) มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

2.1.1 อนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน

สร้าง z_0 ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu = 100$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{\sigma_a^2}{1-\phi_1^2} = \frac{1}{1-\phi_1^2}$ และสร้าง a_t ; t=1,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 = 1$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

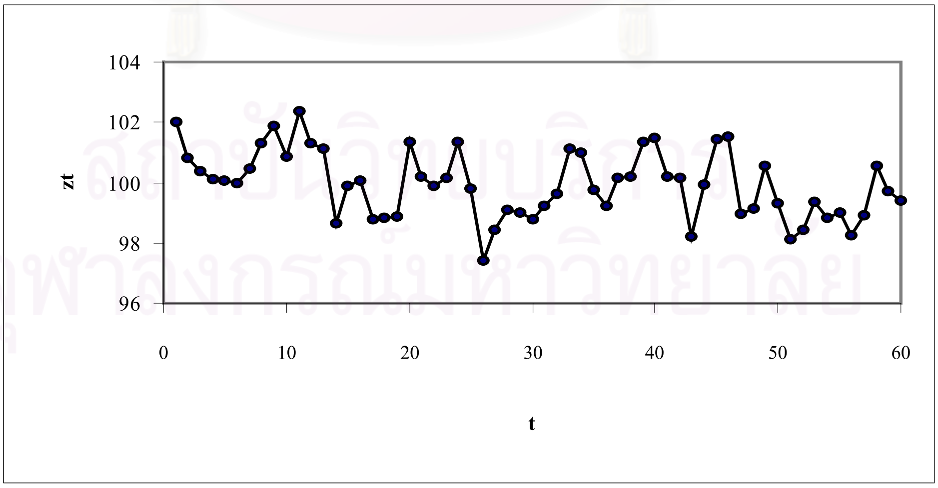
$$z_t = (\mu - \phi_1\mu) + \phi_1 z_{t-1} + a_t$$

ตารางที่ 3.1 และรูปที่ 3.1 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้น ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ AR(1) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF (Sample Autocorrelation Function) และแผนภาพ SPACF (Sample Partial Autocorrelation Function) ในรูปที่ 3.2

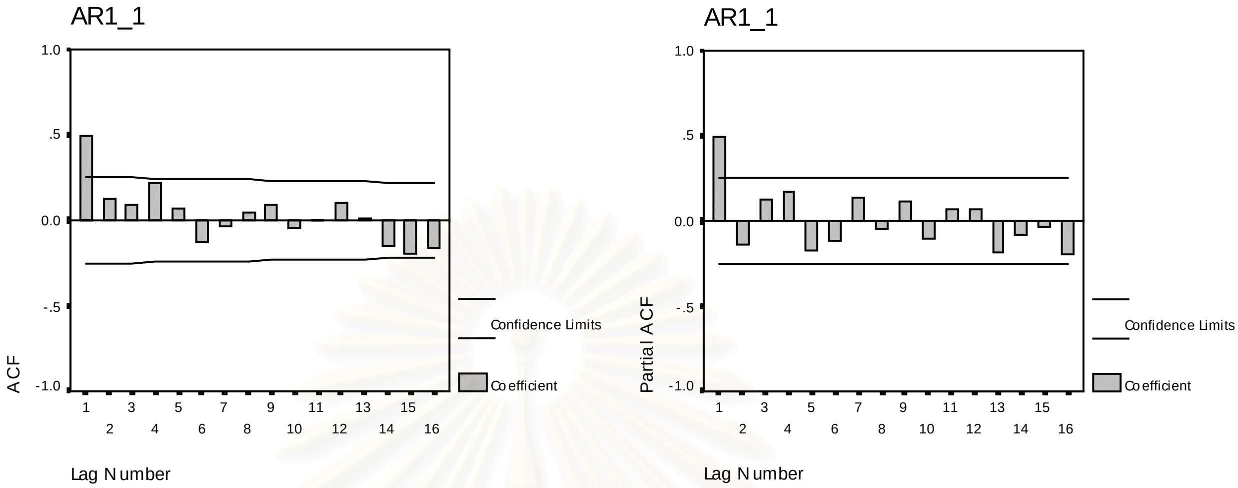
ตารางที่ 3.1 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	102.002	16	100.051	31	99.211	46	101.527
2	100.803	17	98.802	32	99.610	47	98.958
3	100.375	18	98.815	33	101.132	48	99.155
4	100.126	19	98.855	34	100.976	49	100.553
5	100.051	20	101.360	35	99.752	50	99.308
6	99.965	21	100.190	36	99.213	51	98.118
7	100.444	22	99.877	37	100.165	52	98.425
8	101.312	23	100.168	38	100.195	53	99.374
9	101.885	24	101.333	39	101.340	54	98.813
10	100.844	25	99.802	40	101.463	55	99.0123
11	102.371	26	97.412	41	100.208	56	98.258
12	101.312	27	98.410	42	100.136	57	98.914
13	101.109	28	99.076	43	98.193	58	100.556
14	98.648	29	98.991	44	99.946	59	99.734
15	99.879	30	98.770	45	101.437	60	99.399

รูปที่ 3.1 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60



รูปที่ 3.2 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.1



2.1.2 อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน

สร้าง z_{-1}, z_0 ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu = 100$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{\sigma_a^2}{1-\phi_1^2} = \frac{1}{1-\phi_1^2}$ และสร้าง a_t ; t=1,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 = 1$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

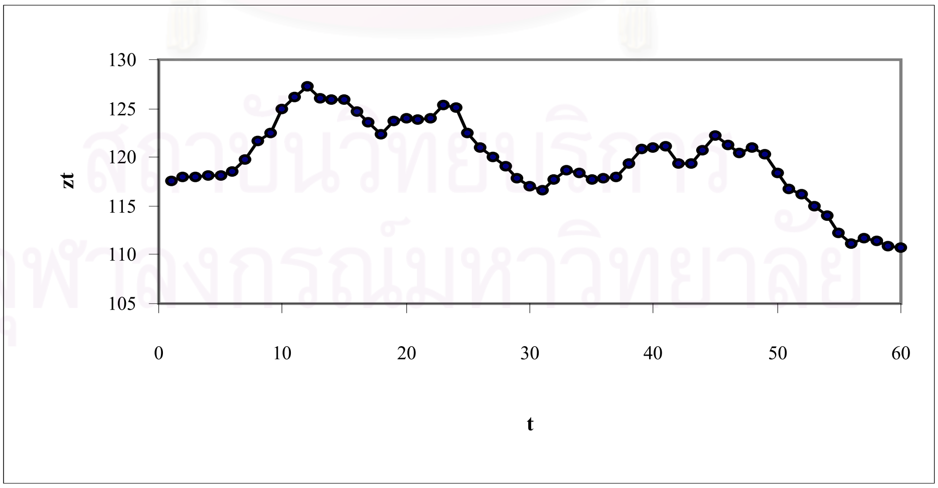
$$z_t = (1+\phi_1)z_{t-1} - \phi_1 z_{t-2} + a_t$$

ตารางที่ 3.2 และรูปที่ 3.3 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้นซึ่งเป็นตัวแบบ ARI(1,1)

ตารางที่ 3.2 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	117.544	16	124.715	31	116.594	46	121.233
2	117.919	17	123.530	32	117.726	47	120.388
3	118.045	18	122.385	33	118.702	48	120.941
4	118.095	19	123.745	34	118.454	49	120.249
5	118.060	20	123.935	35	117.667	50	118.367
6	118.504	21	123.812	36	117.832	51	116.792
7	119.815	22	123.980	37	118.026	52	116.166
8	121.700	23	125.313	38	119.366	53	114.979
9	122.543	24	125.115	39	120.829	54	113.991
10	124.915	25	122.526	40	121.036	55	112.249
11	126.227	26	120.937	41	121.172	56	111.163
12	127.335	27	120.012	42	119.365	57	111.720
13	125.984	28	119.003	43	119.311	58	111.454
14	125.863	29	117.773	44	120.749	59	110.853
15	125.913	30	116.984	45	122.276	60	110.744

รูปที่ 3.3 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60



ขั้นตอนต่อไปทำการแปลงอนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวนให้เป็นอนุกรมเวลาคงที่ โดยแปลงด้วยการหาผลต่าง ดังนี้

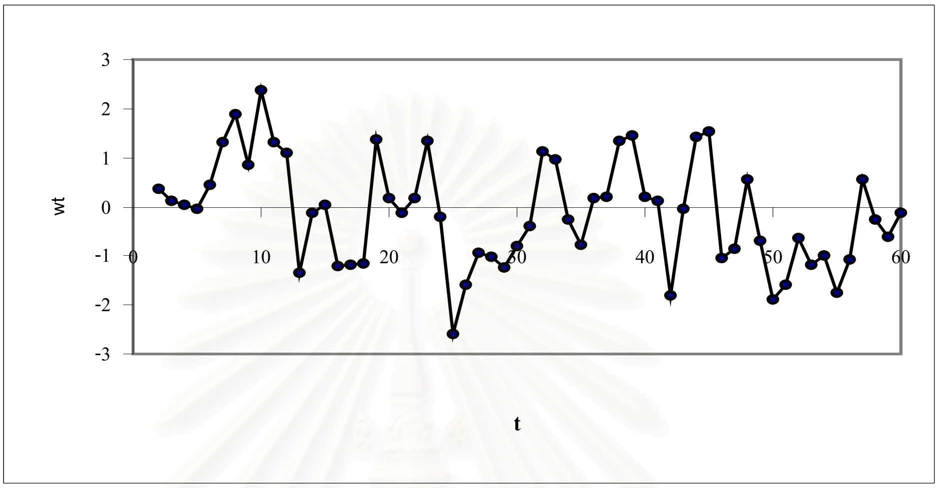
$$w_t = z_t - z_{t-1} \;;\; t=2,\ldots,n$$

ตารางที่ 3.3 และรูปที่ 3.4 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา w_t ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ AR(1) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.5

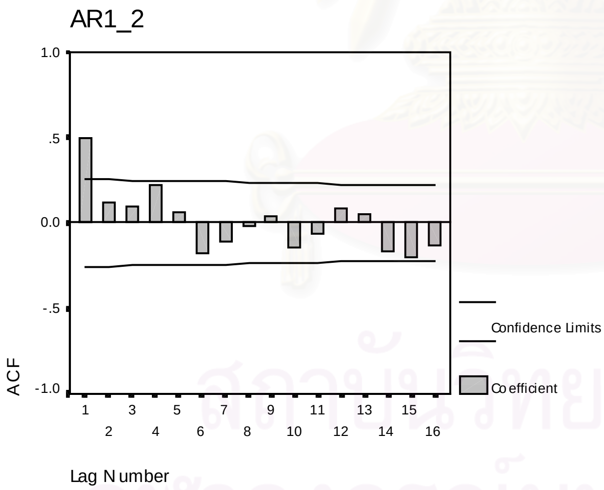
ตารางที่ 3.3 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60

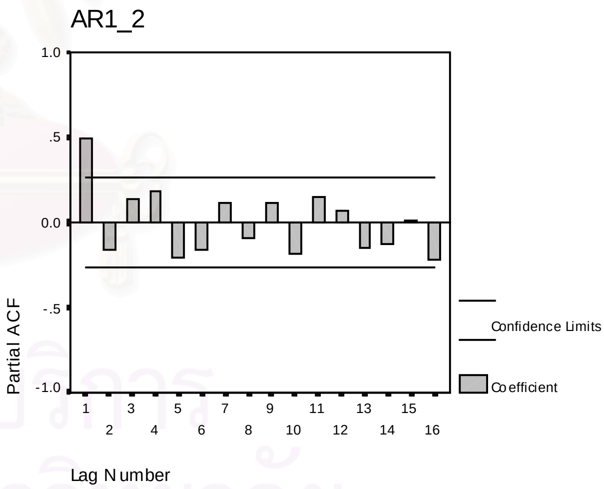
t	w_t	t	w_t	t	w_t	t	w_t
1	-	16	-1.1980	31	-0.3898	46	-1.0424
2	0.3750	17	-1.1851	32	1.1315	47	-0.8451
3	0.1259	18	-1.1452	33	0.9759	48	0.5533
4	0.0506	19	1.3597	34	-0.2478	49	-0.6924
5	-0.0354	20	0.1898	35	-0.7873	50	-1.8820
6	0.4439	21	-0.1230	36	0.1649	51	-1.5751
7	1.3115	22	0.1680	37	0.1945	52	-0.6260
8	1.8847	23	1.3330	38	1.3396	53	-1.1874
9	0.8436	24	-0.1981	39	1.4630	54	-0.9877
10	2.3713	25	-2.5881	40	0.2075	55	-1.7422
11	1.3120	26	-1.5898	41	0.1357	56	-1.0855
12	1.1086	27	-0.9244	42	-1.8067	57	0.5565
13	-1.3518	28	-1.009	43	-0.0539	58	-0.2660
14	-0.1206	29	-1.2298	44	1.4374	59	-0.6011
15	0.0505	30	-0.7892	45	1.5269	60	-0.1086

รูปที่ 3.4 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60



รูปที่ 3.5 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.3





2.1.3 อนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน

สร้าง z_0 ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu = 100$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{\sigma_a^2}{1-\phi_1^2} = \frac{1}{1-\phi_1^2}$ และสร้าง a_t ; t=1,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2.t = t$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

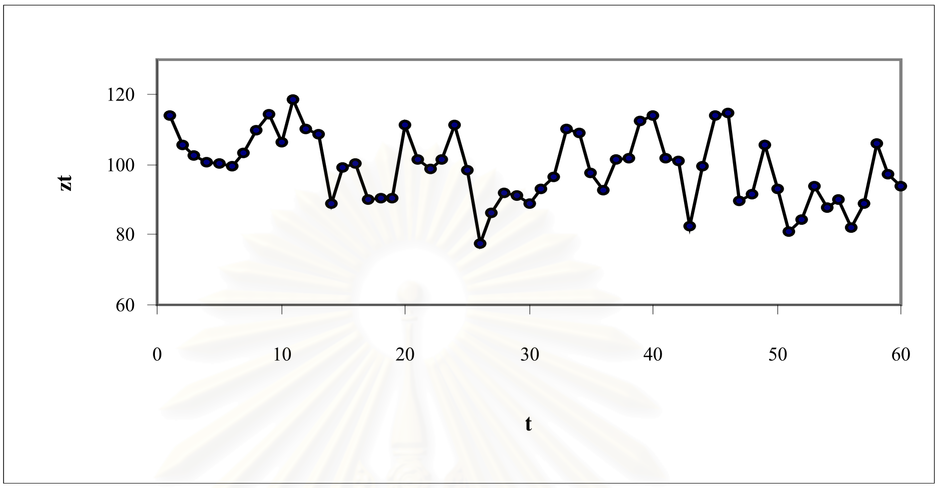
$$z_t = (\mu - \phi_1 \mu) + \phi_1 z_{t-1} + a_t$$

ตารางที่ 3.4 และรูปที่ 3.6 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้น

ตารางที่ 3.4 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	114.161	16	100.399	31	92.992	46	114.930
2	105.628	17	90.186	32	96.552	47	89.668
3	102.598	18	90.266	33	110.372	48	91.627
4	100.830	19	90.5538	34	108.945	49	105.527
5	100.314	20	111.457	35	97.684	50	93.072
6	99.696	21	101.599	36	92.688	51	81.104
7	103.329	22	98.950	37	101.557	52	84.160
8	109.957	23	101.436	38	101.831	53	93.734
9	114.407	24	111.461	39	112.636	54	87.962
10	106.419	25	98.2348	40	113.835	55	89.956
11	118.419	26	77.4143	41	101.907	56	82.138
12	110.179	27	86.1246	42	101.251	57	88.868
13	108.659	28	91.936	43	82.542	58	105.871
14	89.056	29	91.123	44	99.514	59	97.260
15	99.002	30	89.088	45	114.033	60	93.726

รูปที่ 3.6 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60



ขั้นตอนต่อไปทำการแปลงอนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวนให้เป็นอนุกรมเวลาคงที่ โดยแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ ดังนี้

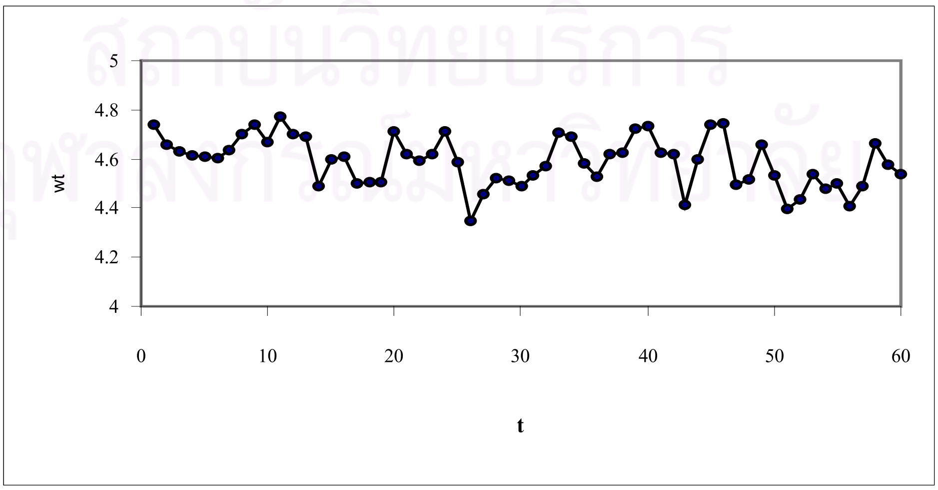
$$w_t = \ln z_t$$

ตารางที่ 3.5 และรูปที่ 3.7 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา w_t ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ AR(1) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.8

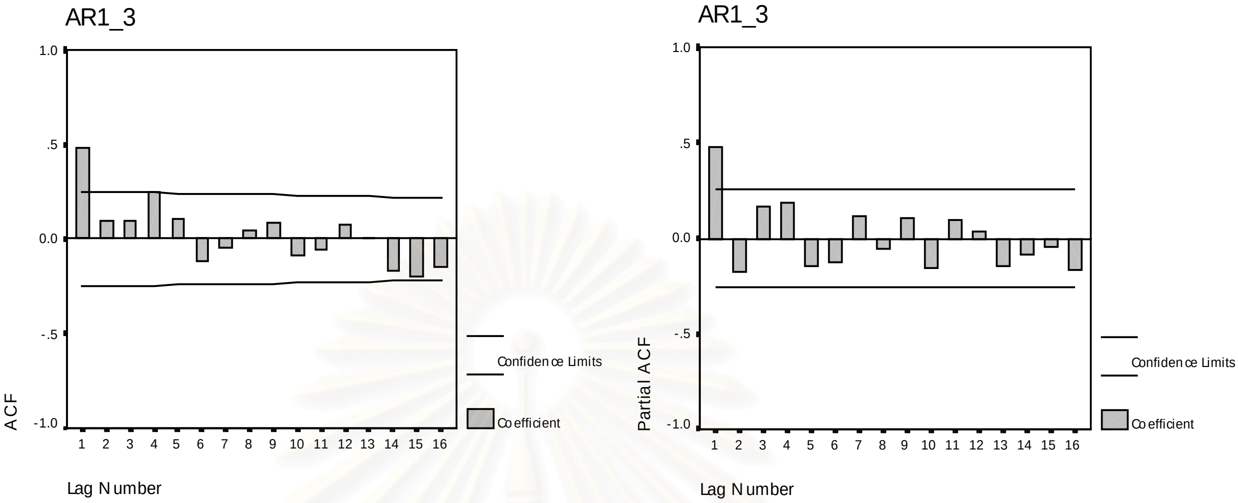
ตารางที่ 3.5 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60

t	w_t	t	w_t	t	w_t	t	w_t
1	4.7376	16	4.6092	31	4.5325	46	4.7443
2	4.6599	17	4.5019	32	4.5701	47	4.4961
3	4.6308	18	4.5028	33	4.7039	48	4.5177
4	4.6134	19	4.5059	34	4.6908	49	4.659
5	4.6083	20	4.7136	35	4.5817	50	4.5334
6	4.6021	21	4.6210	36	4.5292	51	4.3957
7	4.6379	22	4.5946	37	4.6206	52	4.4327
8	4.7001	23	4.6194	38	4.6233	53	4.5405
9	4.7398	24	4.7137	39	4.7242	54	4.4769
10	4.6674	25	4.5874	40	4.7348	55	4.4993
11	4.7742	26	4.3492	41	4.6241	56	4.4084
12	4.7021	27	4.4558	42	4.6176	57	4.4872
13	4.6882	28	4.5211	43	4.4133	58	4.6622
14	4.4893	29	4.5122	44	4.6003	59	4.5774
15	4.5951	30	4.4896	45	4.7365	60	4.5404

รูปที่ 3.7 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60



รูปที่ 3.8 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.5



2.1.4 อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน

สร้าง z_0 ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu = 100$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{\sigma_a^2}{1-\phi_1^2} = \frac{1}{1-\phi_1^2}$ และสร้าง a_t ; t=1,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 . t = t$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

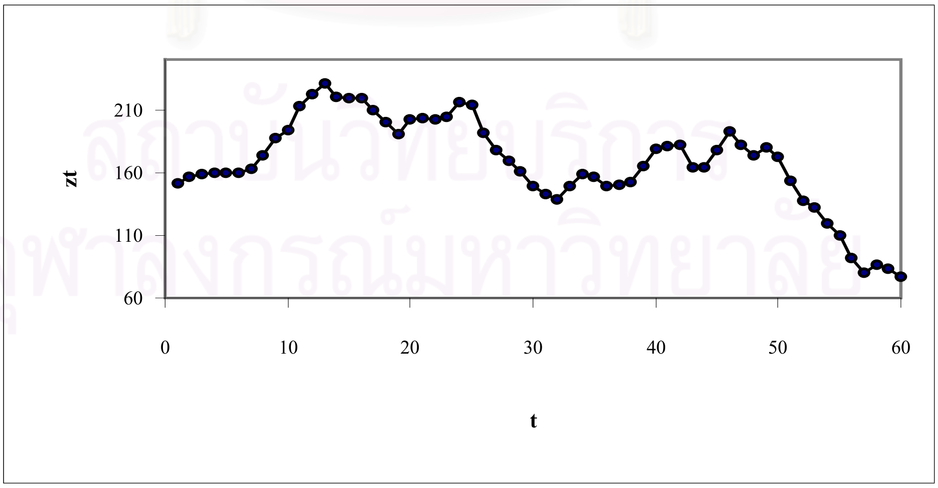
$$z_t = (1+\phi_1) z_{t-1} - \phi_1 z_{t-2} + a_t$$

ตารางที่ 3.6 และรูปที่ 3.9 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้นซึ่งเป็นตัวแบบ ARI(1,1)

ตารางที่ 3.6 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	150.805	16	219.700	31	142.521	46	192.796
2	156.433	17	209.886	32	139.073	47	182.464
3	159.031	18	200.152	33	149.445	48	174.091
4	159.861	19	190.706	34	158.389	49	179.617
5	160.175	20	202.163	35	156.073	50	172.69
6	159.871	21	203.762	36	148.761	51	153.794
7	163.200	22	202.712	37	150.318	52	137.954
8	173.157	23	204.148	38	152.148	53	131.687
9	187.564	24	215.609	39	164.784	54	119.649
10	193.983	25	213.843	40	178.619	55	109.605
11	212.401	26	191.258	41	180.526	56	91.7429
12	222.580	27	177.382	42	181.777	57	80.6106
13	231.239	28	169.318	43	164.319	58	86.4819
14	220.299	29	160.441	44	163.833	59	83.7422
15	219.301	30	149.529	45	177.866	60	77.4678

รูปที่ 3.9 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60



ขั้นตอนต่อไปทำการแปลงอนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ให้เป็นอนุกรมเวลาคงที่ โดยแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง ดังนี้

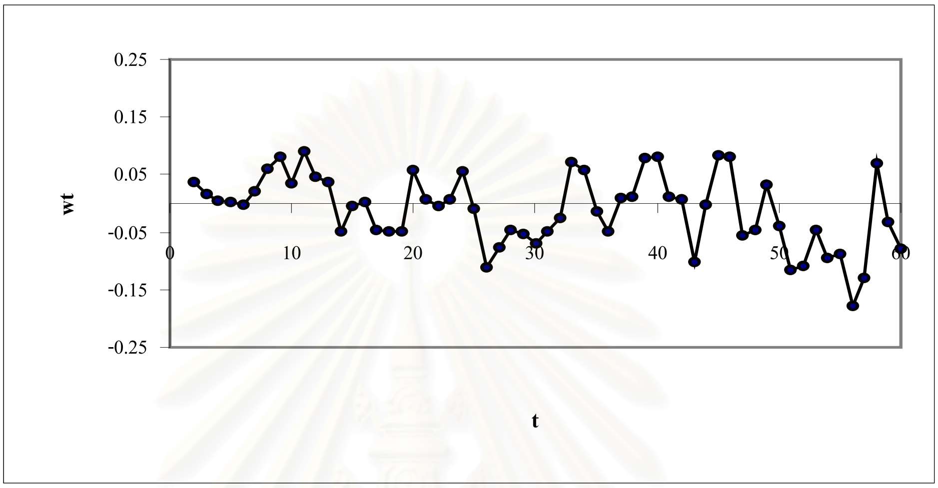
$$w_t = \ln z_t - \ln z_{t-1} \quad ; t=2,\ldots,n$$

ตารางที่ 3.7 และรูปที่ 3.10 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา w_t ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ AR(1) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.11

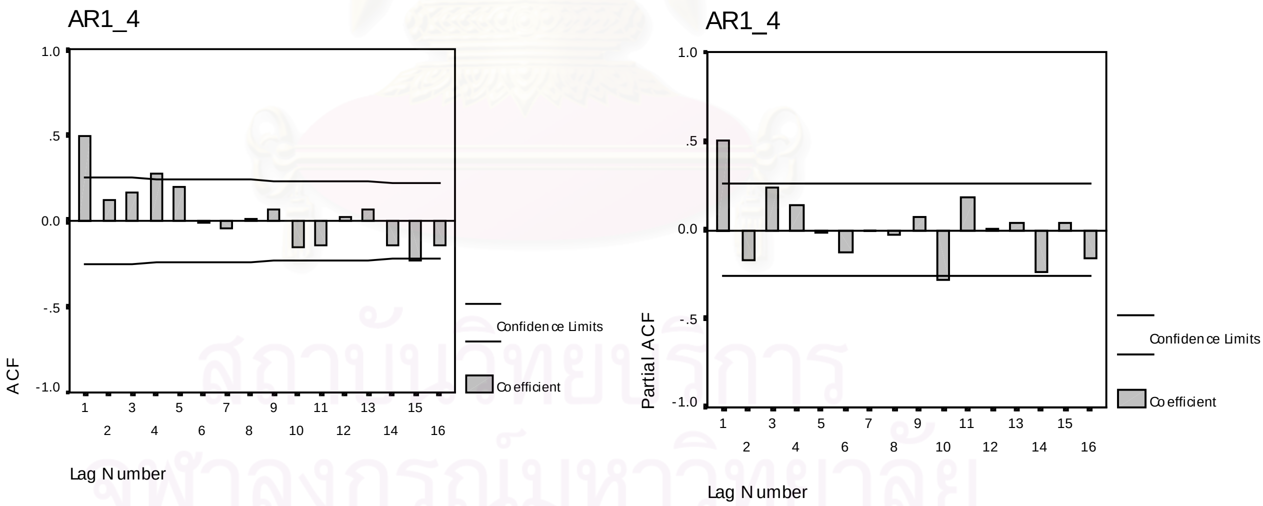
ตารางที่ 3.7 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยรูปแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60

t	w_t	t	w_t	t	w_t	t	w_t
1	-	16	0.0018	31	-0.0480	46	0.0806
2	0.0366	17	-0.0457	32	-0.0245	47	-0.0551
3	0.0165	18	-0.0475	33	0.0719	48	-0.0470
4	0.0052	19	-0.0483	34	0.0581	49	0.0312
5	0.0020	20	0.0583	35	-0.0147	50	-0.0393
6	-0.0019	21	0.0079	36	-0.0480	51	-0.1159
7	0.0206	22	-0.0052	37	0.0104	52	-0.1087
8	0.0592	23	0.0071	38	0.0121	53	-0.0465
9	0.0799	24	0.0546	39	0.0798	54	-0.0959
10	0.0336	25	-0.0082	40	0.0806	55	-0.0877
11	0.0907	26	-0.1116	41	0.0106	56	-0.1779
12	0.0468	27	-0.0753	42	0.0069	57	-0.1294
13	0.0382	28	-0.0465	43	-0.1010	58	0.0703
14	-0.0485	29	-0.0539	44	-0.0030	59	-0.0322
15	-0.0045	30	-0.0704	45	0.0822	60	-0.0779

รูปที่ 3.10 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยรูปแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = 0.6$ และ n=60



รูปที่ 3.11 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.7



2.2 การสร้างตัวแปร z_t ตามตัวแบบ AR(2) มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

2.2.1 อนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน

สร้าง z_{-1} และ z_0 ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu = 100$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{1-\phi_2}{1+\phi_2}\frac{\sigma_a^2}{(1-\phi_2)^2-\phi_1^2}$ และสร้าง a_t ; t=1,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 = 1$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

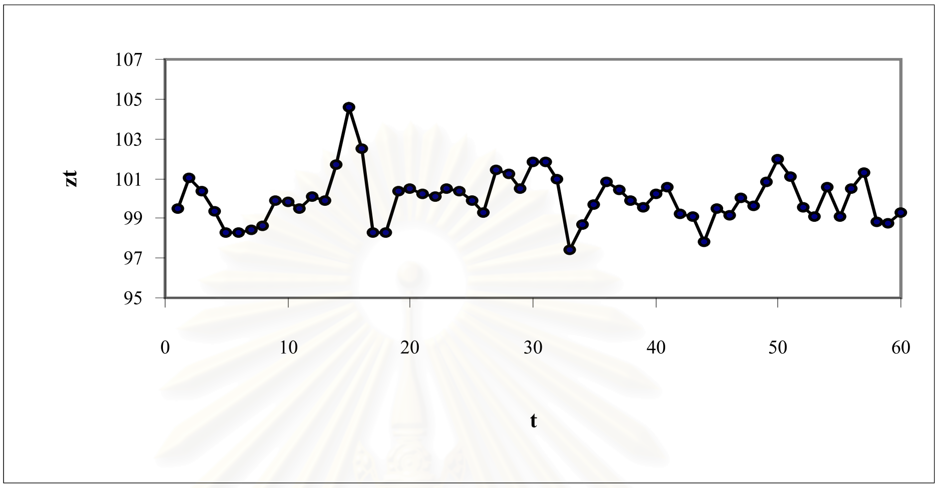
$$z_t = (\mu - \phi_1\mu - \phi_2\mu) + \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + a_t$$

ตารางที่ 3.8 และรูปที่ 3.12 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้น ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ AR(2) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.13

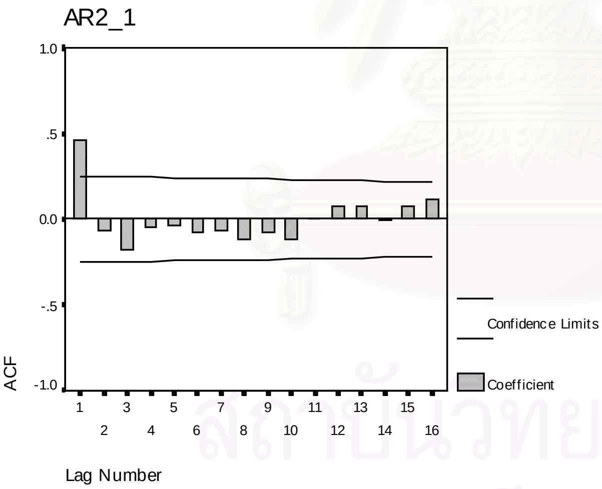
ตารางที่ 3.8 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยรูปแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60

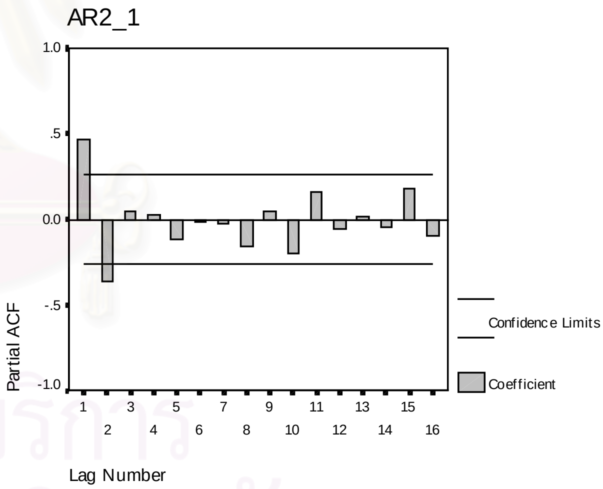
t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	99.4679	16	102.524	31	101.8640	46	99.1873
2	101.022	17	98.3057	32	100.9870	47	100.018
3	100.339	18	98.2876	33	97.4096	48	99.6149
4	99.3648	19	100.394	34	98.7175	49	100.864
5	98.2668	20	100.515	35	99.6598	50	102.004
6	98.2763	21	100.216	36	100.826	51	101.129
7	98.4105	22	100.114	37	100.443	52	99.5282
8	98.6474	23	100.503	38	99.9166	53	99.1100
9	99.8801	24	100.335	39	99.5376	54	100.5380
10	99.8473	25	99.9061	40	100.253	55	99.0961
11	99.4886	26	99.3213	41	100.5640	56	100.4803
12	100.128	27	101.447	42	99.2270	57	101.315
13	99.9122	28	101.231	43	99.0804	58	98.8274
14	101.678	29	100.527	44	97.8378	59	98.7839
15	104.604	30	101.849	45	99.5244	60	99.2879

รูปที่ 3.12 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60



รูปที่ 3.13 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.8





2.2.2 อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน

สร้าง z_{-2}, z_{-1} และ z_0 ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu = 100$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{1-\phi_2}{1+\phi_2}\frac{\sigma_a^2}{(1-\phi_2)^2-\phi_1^2}$ และสร้าง a_t ; t=1,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 = 1$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

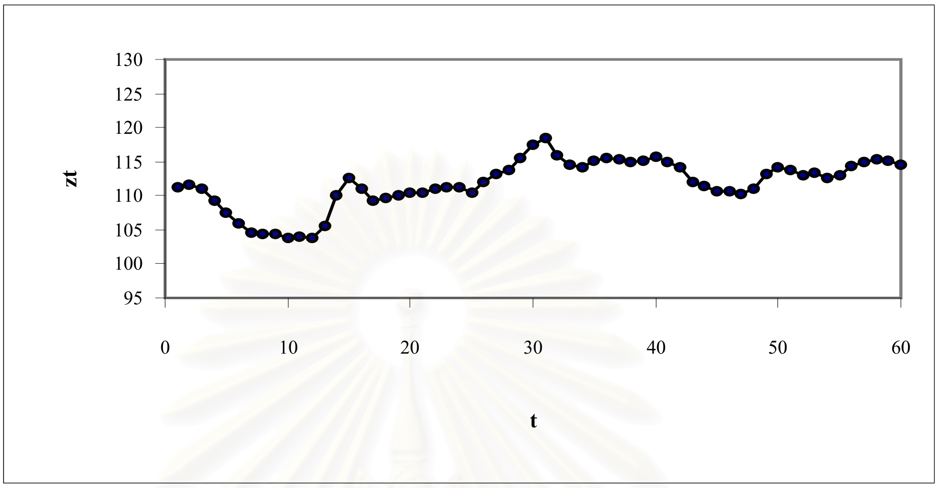
$$z_t = (1+\phi_1)z_{t-1} + (\phi_2 - \phi_1)z_{t-2} - \phi_2 z_{t-3} + a_t$$

ตารางที่ 3.9 และรูปที่ 3.14 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้นซึ่งเป็นตัวแบบ ARI(2,1)

ตารางที่ 3.9 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	111.276	16	110.948	31	118.445	46	110.646
2	111.615	17	109.236	32	115.855	47	110.261
3	110.979	18	109.630	33	114.573	48	111.125
4	109.246	19	110.144	34	114.232	49	113.129
5	107.522	20	110.361	35	115.058	50	114.258
6	105.933	21	110.475	36	115.501	51	113.787
7	104.580	22	110.978	37	115.418	52	112.897
8	104.460	23	111.313	38	114.955	53	113.435
9	104.308	24	111.219	39	115.208	54	112.531
10	103.796	25	110.540	40	115.772	55	113.011
11	103.924	26	111.988	41	114.999	56	114.326
12	103.837	27	113.218	42	114.079	57	115.032
13	105.514	28	113.745	43	111.917	58	115.398
14	110.119	29	115.595	44	111.441	59	115.118
15	112.642	30	117.458	45	110.628	60	114.611

รูปที่ 3.14 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยรูปแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60



ขั้นตอนต่อไปทำการแปลงอนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวนให้เป็นอนุกรมเวลาคงที่ โดยแปลงด้วยการหาผลต่าง ดังนี้

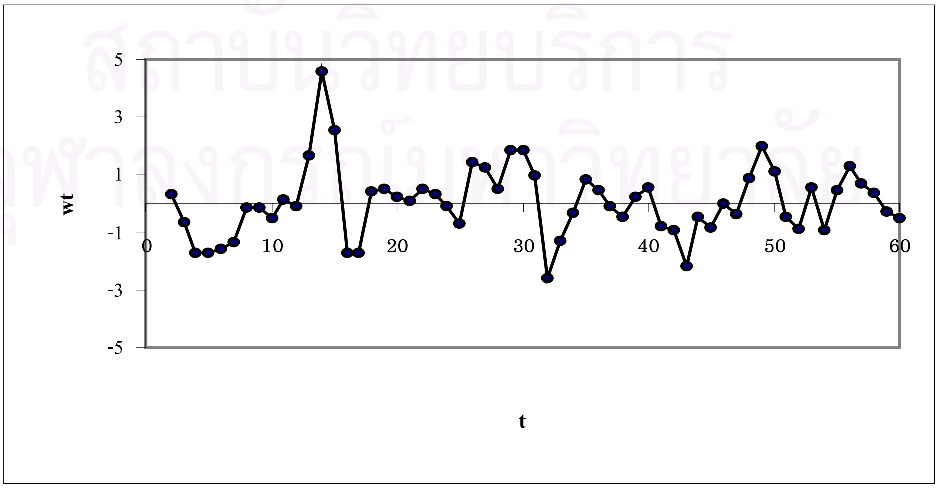
$$w_t = z_t - z_{t-1} \quad ; t=2,\ldots,n$$

ตารางที่ 3.10 และรูปที่ 3.15 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา w_t ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ AR(2) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.16

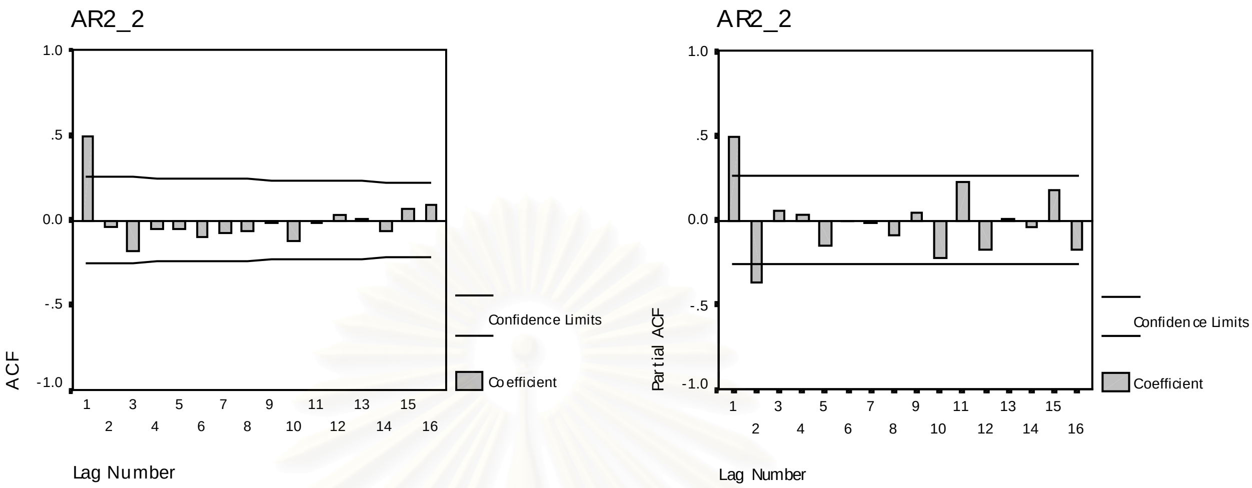
ตารางที่ 3.10 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60

t	w_t	t	w_t	t	w_t	t	w_t
1	-	16	-1.6942	31	0.9871	46	0.0176
2	0.3388	17	-1.7125	32	-2.5904	47	-0.3852
3	-0.6353	18	0.3940	33	-1.2824	48	0.8640
4	-1.7332	19	0.5147	34	-0.3402	49	2.0043
5	-1.7238	20	0.2164	35	0.8255	50	1.1292
6	-1.5895	21	0.1143	36	0.4434	51	-0.4718
7	-1.3526	22	0.5027	37	-0.0834	52	-0.8900
8	-0.1198	23	0.3353	38	-0.4624	53	0.5384
9	-0.1527	24	-0.0939	39	0.2527	54	-0.9039
10	-0.5114	25	-0.6787	40	0.5635	55	0.4802
11	0.1281	26	1.4472	41	-0.7730	56	1.3151
12	-0.0878	27	1.2306	42	-0.9196	57	0.7055
13	1.6777	28	0.5273	43	-2.1623	58	0.3660
14	4.6044	29	1.8492	44	-0.4756	59	-0.2795
15	2.5236	30	1.8636	45	-0.8127	60	-0.5078

รูปที่ 3.15 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่างโดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60



รูปที่ 3.16 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.10



2.2.3 อนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน

สร้าง z_{-1} และ z_0 ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu = 100$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{1-\phi_2}{1+\phi_2}\frac{\sigma_a^2}{(1-\phi_2)^2-\phi_1^2}$ และสร้าง a_t ; t=1,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 .t = t$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

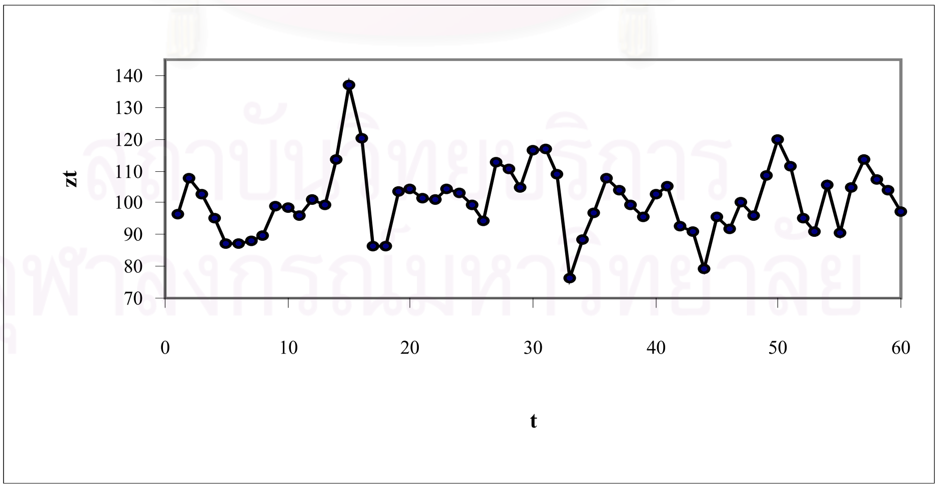
$$z_t = (\mu - \phi_1\mu - \phi_2\mu) + \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + a_t$$

ตารางที่ 3.11 และรูปที่ 3.17 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้น

ตารางที่ 3.11 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	96.274	16	120.302	31	116.787	46	91.978
2	107.565	17	86.176	32	108.948	47	100.103
3	102.495	18	86.251	33	76.4612	48	96.119
4	95.308	19	103.528	34	88.457	49	108.594
5	87.169	20	104.203	35	96.917	50	120.021
6	87.182	21	101.612	36	107.538	51	111.295
7	88.029	22	100.872	37	103.961	52	95.259
8	89.651	23	104.331	38	99.162	53	91.087
9	98.993	24	102.944	39	95.708	54	105.587
10	98.690	25	99.231	40	102.496	55	90.689
11	95.948	26	94.112	41	105.385	56	104.920
12	101.042	27	112.726	42	92.533	57	113.545
13	99.320	28	110.771	43	91.147	58	107.270
14	113.431	29	104.622	44	79.072	59	103.837
15	137.031	30	116.582	45	95.427	60	97.132

รูปที่ 3.17 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60



ขั้นตอนต่อไปทำการแปลงอนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวนให้เป็นอนุกรมเวลาคงที่ โดยแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ ดังนี้

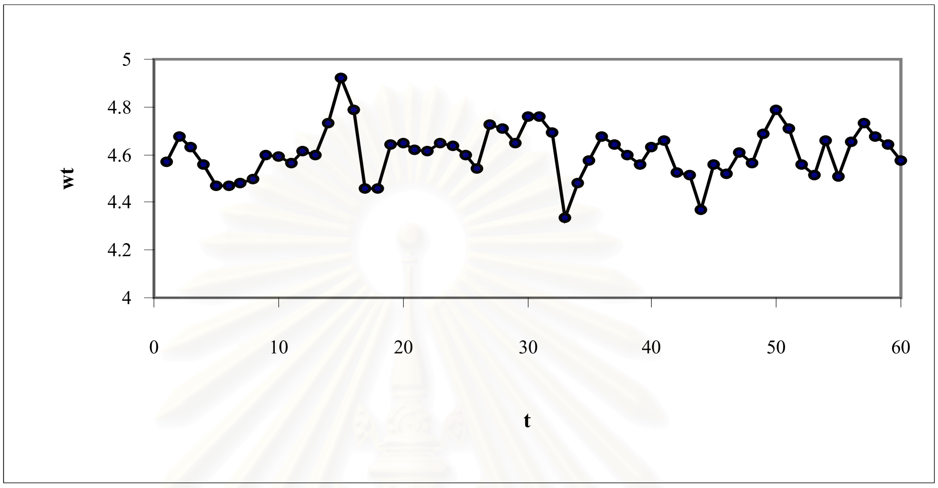
$$w_t = \ln z_t$$

ตารางที่ 3.12 และรูปที่ 3.18 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา w_t ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ AR(2) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.19

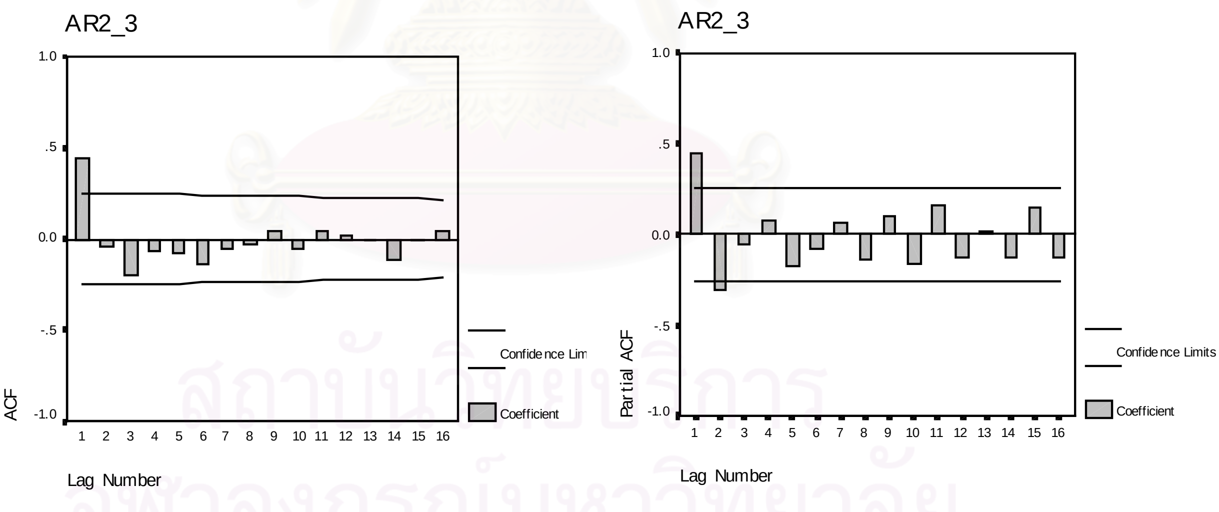
ตารางที่ 3.12 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60

t	w_t	t	w_t	t	w_t	t	w_t
1	4.5672	16	4.7900	31	4.7604	46	4.5216
2	4.6781	17	4.4564	32	4.6909	47	4.6062
3	4.6298	18	4.4573	33	4.3368	48	4.5656
4	4.5571	19	4.6398	34	4.4825	49	4.6876
5	4.4679	20	4.6463	35	4.5739	50	4.7877
6	4.4680	21	4.6212	36	4.6778	51	4.7122
7	4.4777	22	4.6139	37	4.6440	52	4.5566
8	4.4959	23	4.6476	38	4.5968	53	4.5118
9	4.5951	24	4.6342	39	4.5613	54	4.6595
10	4.5920	25	4.5975	40	4.6298	55	4.5074
11	4.5638	26	4.5445	41	4.6576	56	4.6532
12	4.6155	27	4.7250	42	4.5276	57	4.7322
13	4.5983	28	4.7075	43	4.5125	58	4.6754
14	4.7312	29	4.6504	44	4.3704	59	4.6428
15	4.9202	30	4.7586	45	4.5584	60	4.5761

รูปที่ 3.18 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60



รูปที่ 3.19 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.12



2.2.4 อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน

สร้าง z_{-2}, z_{-1} และ z_0 ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ย เท่ากับ $\mu = 100$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{1-\phi_2}{1+\phi_2}\frac{\sigma_a^2}{(1-\phi_2)^2-\phi_1^2}$ และสร้าง a_t ; t=1,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 . t = t$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

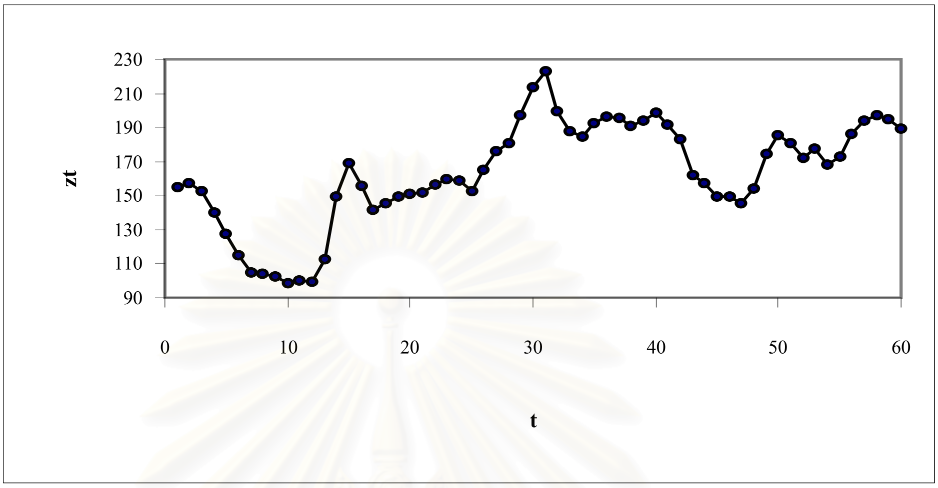
$$z_t = (1+\phi_1)z_{t-1} + (\phi_2 - \phi_1)z_{t-2} - \phi_2 z_{t-3} + a_t$$

ตารางที่ 3.13 และรูปที่ 3.20 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้น ซึ่งเป็นตัวแบบ ARI(2,1)

ตารางที่ 3.13 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.8$, $\phi_2 = -0.5$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	154.834	16	155.650	31	222.753	46	149.512
2	157.306	17	142.009	32	199.357	47	145.650
3	152.657	18	145.515	33	187.886	48	154.200
4	139.944	19	149.686	34	184.821	49	174.120
5	127.242	20	151.284	35	192.314	50	185.359
6	115.377	21	152.148	36	196.250	51	180.641
7	105.117	22	156.450	37	195.416	52	171.773
8	104.117	23	159.375	38	191.149	53	177.333
9	102.816	24	158.612	39	193.632	54	168.067
10	98.796	25	152.763	40	198.987	55	172.963
11	99.830	26	165.407	41	191.560	56	186.444
12	99.155	27	176.107	42	182.755	57	193.680
13	112.481	28	180.698	43	161.939	58	197.500
14	149.225	29	197.177	44	157.391	59	194.645
15	169.370	30	213.859	45	149.411	60	189.390

รูปที่ 3.20 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60



ขั้นตอนต่อไปทำการแปลงอนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวนให้เป็นอนุกรมเวลาคงที่ โดยแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง ดังนี้

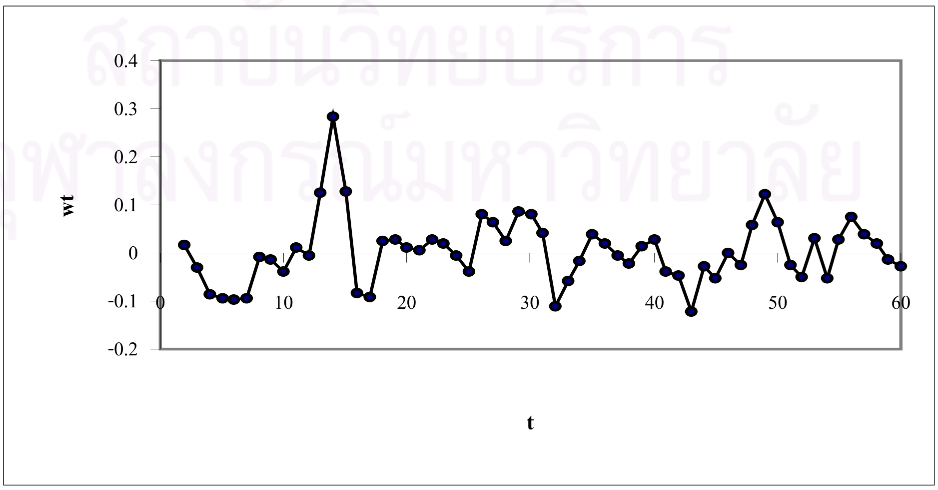
$$z_t = \ln w_t - \ln w_{t-1} \quad ; t=2,\ldots,n$$

ตารางที่ 3.14 และรูปที่ 3.21 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา w_t ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ AR(2) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.22

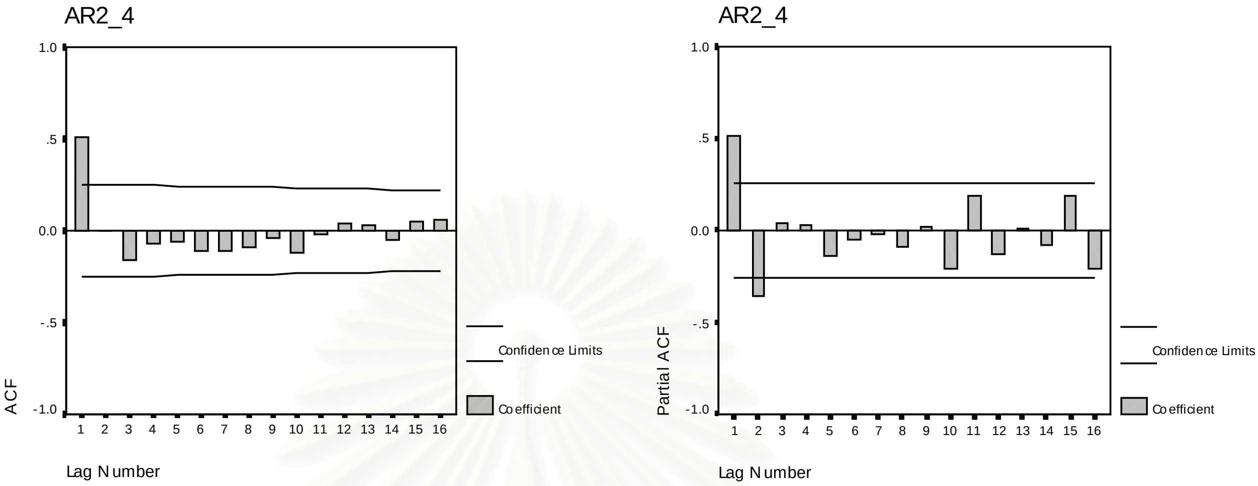
ตารางที่ 3.14 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60

t	w_t	t	w_t	t	w_t	t	w_t
1	-	16	-0.0845	31	0.0407	46	0.0007
2	0.0158	17	-0.0917	32	-0.1110	47	-0.0262
3	-0.0300	18	0.02440	33	-0.0593	48	0.0570
4	-0.0870	19	0.0283	34	-0.0164	49	0.12150
5	-0.0951	20	0.0106	35	0.0397	50	0.0625
6	-0.0979	21	0.0057	36	0.0203	51	-0.0258
7	-0.0931	22	0.0279	37	-0.0043	52	-0.0503
8	-0.0096	23	0.01852	38	-0.0221	53	0.0319
9	-0.0126	24	-0.0048	39	0.0129	54	-0.0537
10	-0.0399	25	-0.0376	40	0.0273	55	0.0287
11	0.0104	26	0.0795	41	-0.0380	56	0.0751
12	-0.0068	27	0.0627	42	-0.0471	57	0.0381
13	0.1261	28	0.0257	43	-0.1209	58	0.0195
14	0.2827	29	0.0873	44	-0.0285	59	-0.0146
15	0.1266	30	0.0812	45	-0.0520	60	-0.0274

รูปที่ 3.21 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = 0.8, \phi_2 = -0.5$ และ n=60



รูปที่ 3.22 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.14



2.3 การสร้างตัวแปร z_t ตามตัวแบบ MA(1) มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

2.3.1 อนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน

สร้าง a_t ; t = 0,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 = 1$ และกำหนดให้ $\mu = 100$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

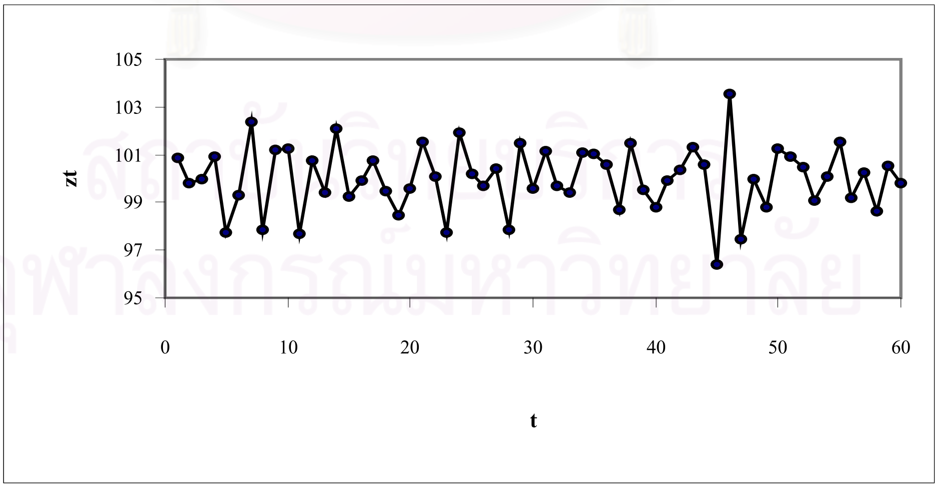
$$z_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

ตารางที่ 3.15 และรูปที่ 3.23 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้น ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ MA(1) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.24

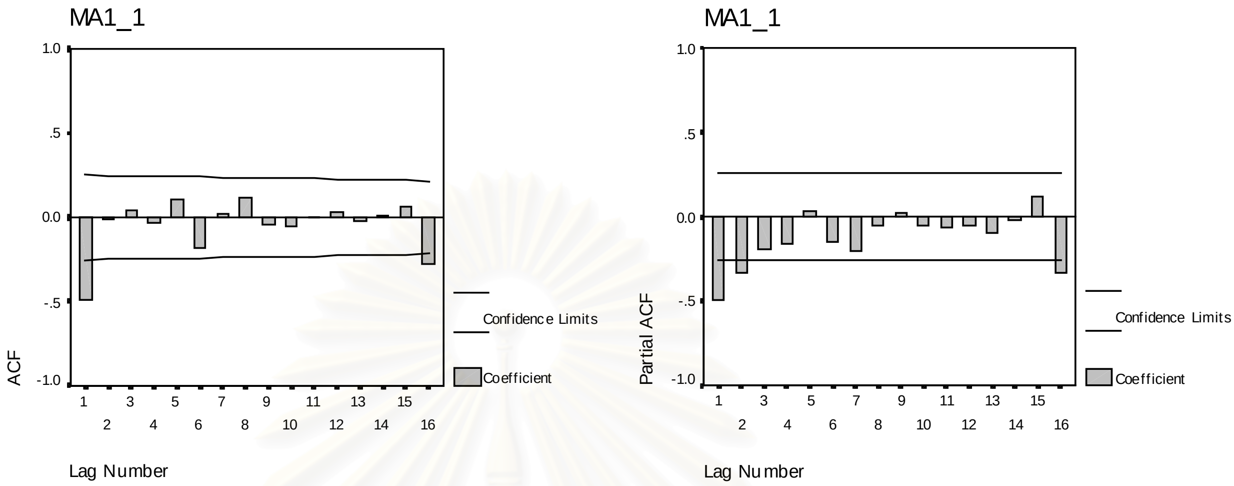
ตารางที่ 3.15 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	100.883	16	99.922	31	101.149	46	103.569
2	99.780	17	100.730	32	99.696	47	97.459
3	99.9971	18	99.455	33	99.399	48	99.959
4	100.945	19	98.488	34	101.071	49	98.815
5	97.7473	20	99.579	35	101.021	50	101.235
6	99.285	21	101.525	36	100.59	51	100.915
7	102.349	22	100.099	37	98.708	52	100.475
8	97.837	23	97.721	38	101.476	53	99.062
9	101.209	24	101.927	39	99.546	54	100.101
10	101.267	25	100.187	40	98.785	55	101.543
11	97.668	26	99.7063	41	99.944	56	99.208
12	100.753	27	100.428	42	100.344	57	100.260
13	99.393	28	97.824	43	101.330	58	98.615
14	102.100	29	101.475	44	100.609	59	100.521
15	99.239	30	99.582	45	96.392	60	99.810

รูปที่ 3.23 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60



รูปที่ 3.24 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.15



2.3.2 อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน

สร้าง z_0 ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu = 100$ และความแปรปรวนเท่ากับ $(1+\theta_1^2)\sigma_a^2 = 1+\theta_1^2$ และสร้าง a_t ; t = 0,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 = 1$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

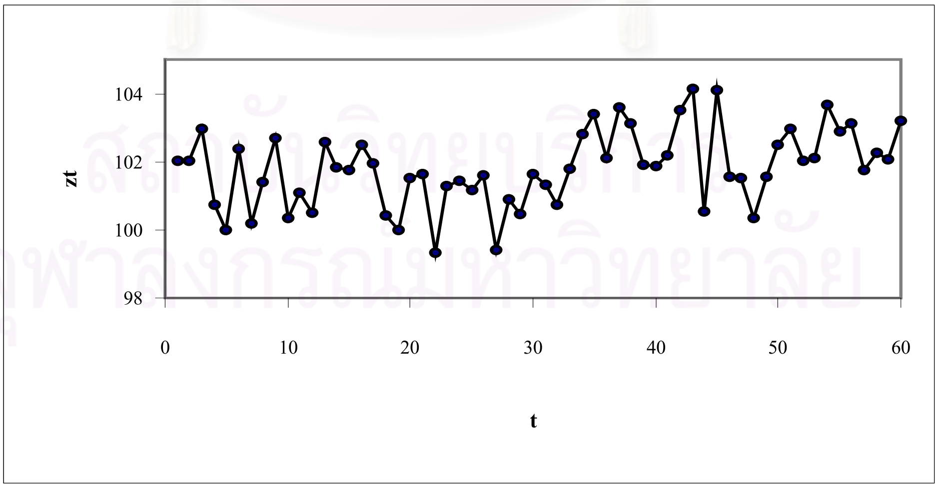
$$z_t = z_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

ตารางที่ 3.16 และรูปที่ 3.25 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้น ซึ่งเป็นตัวแบบ ARIMA(0,1,1) หรือ IMA(1,1)

ตารางที่ 3.16 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	102.039	16	102.478	31	101.319	46	101.563
2	102.036	17	101.933	32	100.718	47	101.522
3	102.981	18	100.421	33	101.789	48	100.337
4	100.728	19	100.000	34	102.810	49	101.572
5	100.013	20	101.526	35	103.400	50	102.487
6	102.362	21	101.625	36	102.108	51	102.962
7	100.199	22	99.3455	37	103.584	52	102.024
8	101.408	23	101.272	38	103.130	53	102.125
9	102.675	24	101.460	39	101.915	54	103.668
10	100.343	25	101.166	40	101.859	55	102.876
11	101.095	26	101.594	41	102.203	56	103.136
12	100.488	27	99.4178	42	103.533	57	101.750
13	102.588	28	100.893	43	104.142	58	102.271
14	101.827	29	100.475	44	100.534	59	102.081
15	101.749	30	101.623	45	104.103	60	103.182

รูปที่ 3.25 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60



ขั้นตอนต่อไปทำการแปลงอนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวนให้เป็นอนุกรมเวลาคงที่ โดยแปลงด้วยการหาผลต่าง ดังนี้

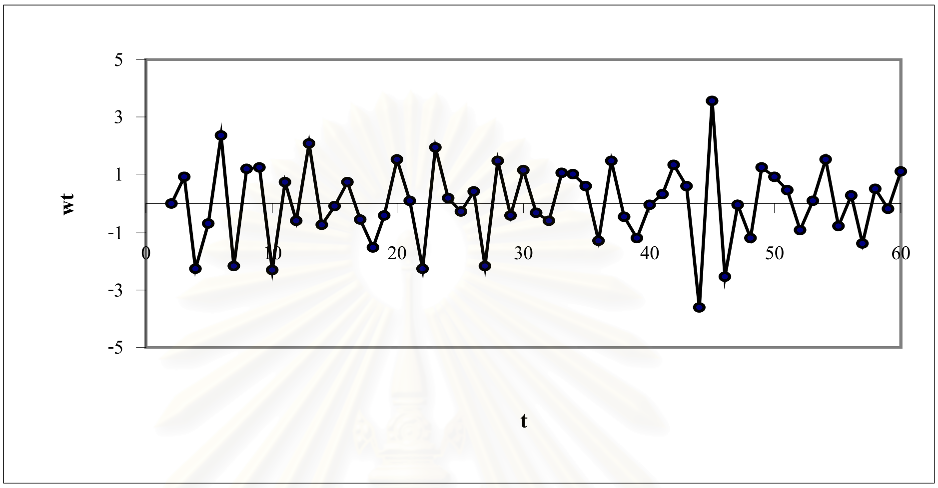
$$w_t = z_t - z_{t-1} \;;\; t=2,\ldots,n$$

ตารางที่ 3.17 และรูปที่ 3.26 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา w_t ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ MA(1) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.27

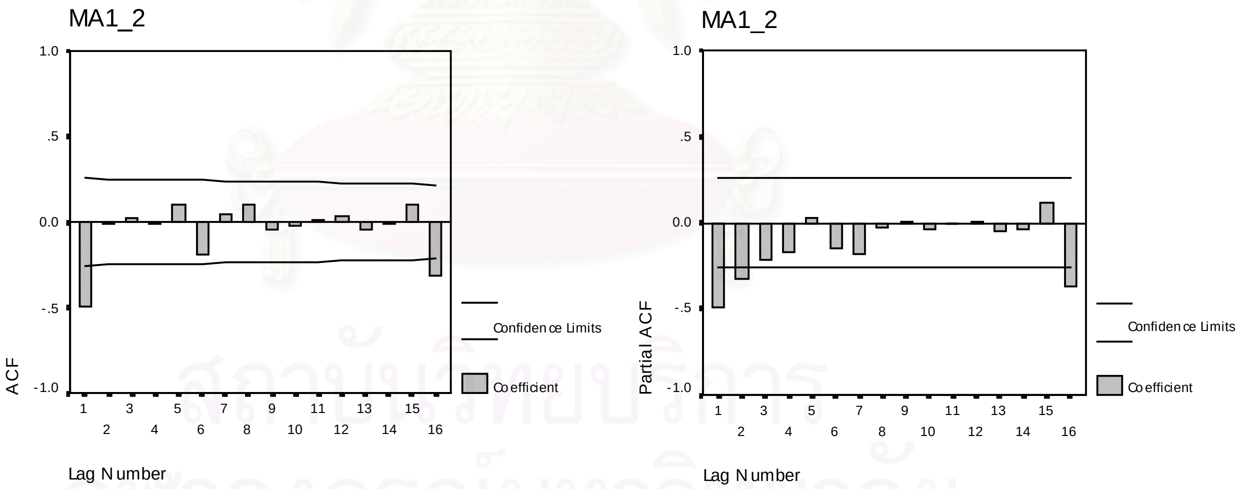
ตารางที่ 3.17 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60

t	w_t	t	w_t	t	w_t	t	w_t
1	-	16	0.7298	31	-0.3045	46	-2.5405
2	-0.0029	17	-0.5453	32	-0.6005	47	-0.0409
3	0.9451	18	-1.5121	33	1.0712	48	-1.1849
4	-2.2527	19	-0.4206	34	1.0210	49	1.2354
5	-0.7152	20	1.5254	35	0.5895	50	0.9149
6	2.3489	21	0.0989	36	-1.2921	51	0.475
7	-2.1629	22	-2.2792	37	1.4759	52	-0.9381
8	1.209	23	1.9266	38	-0.4538	53	0.1013
9	1.2667	24	0.1874	39	-1.2147	54	1.5427
10	-2.3322	25	-0.2937	40	-0.0561	55	-0.7918
11	0.7525	26	0.4283	41	0.3441	56	0.2594
12	-0.6067	27	-2.1763	42	1.3301	57	-1.3851
13	2.0995	28	1.4751	43	0.6085	58	0.5209
14	-0.7613	29	-0.4183	44	-3.6081	59	-0.1904
15	-0.0780	30	1.1486	45	3.5693	60	1.1007

รูปที่ 3.26 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60



รูปที่ 3.27 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.17



2.3.3 อนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน

สร้าง a_t ; t = 0,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 . t = t$ และกำหนดให้ $\mu = 100$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

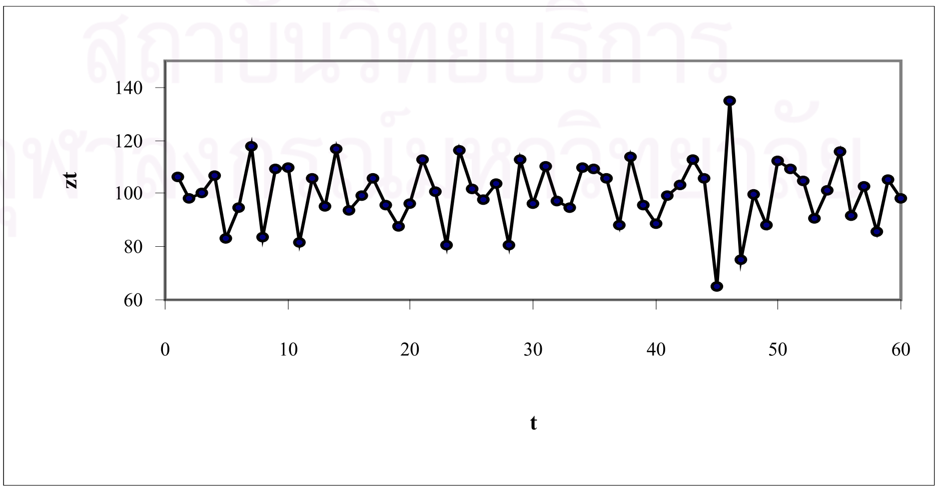
$$z_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

ตารางที่ 3.18 และรูปที่ 3.28 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้น

ตารางที่ 3.18 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	106.285	16	99.386	31	110.320	46	134.879
2	98.446	17	105.985	32	97.2803	47	75.050
3	99.995	18	95.548	33	94.545	48	99.549
4	106.958	19	87.449	34	109.805	49	88.1714
5	83.355	20	96.415	35	109.449	50	112.276
6	94.575	21	112.781	36	105.539	51	109.182
7	117.639	22	100.855	37	88.032	52	104.823
8	83.576	23	80.543	38	113.856	53	90.519
9	109.211	24	116.480	39	95.790	54	101.028
10	109.815	25	101.639	40	88.514	55	115.808
11	81.853	26	97.461	41	99.443	56	91.907
12	105.860	27	103.761	42	103.281	57	102.701
13	95.171	28	80.802	43	112.827	58	85.628
14	116.755	29	113.030	44	105.954	59	105.404
15	93.934	30	96.260	45	64.901	60	97.995

รูปที่ 3.28 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60



ขั้นตอนต่อไปทำการแปลงอนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวนให้เป็นอนุกรมเวลาคงที่ โดยแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ ดังนี้

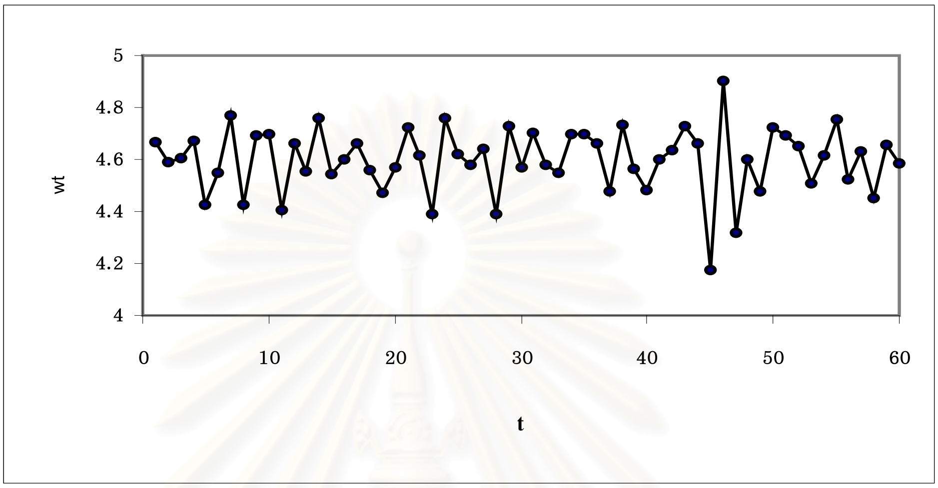
$$w_t = \ln z_t$$

ตารางที่ 3.19 และรูปที่ 3.29 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา w_t ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ MA(1) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.30

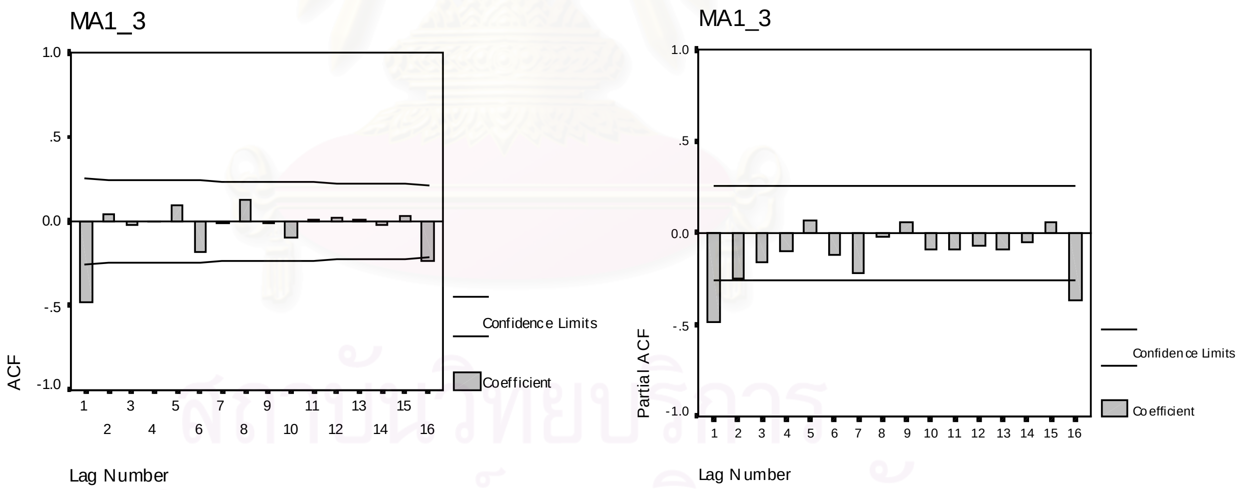
ตารางที่ 3.19 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60

t	w_t	t	w_t	t	w_t	t	w_t
1	4.6661	16	4.5990	31	4.7034	46	4.9044
2	4.5895	17	4.6633	32	4.5776	47	4.3182
3	4.6051	18	4.5596	33	4.5491	48	4.6006
4	4.6724	19	4.4711	34	4.6987	49	4.4793
5	4.4231	20	4.5687	35	4.6955	50	4.7210
6	4.5494	21	4.7255	36	4.6591	51	4.6930
7	4.7676	22	4.6137	37	4.4777	52	4.6523
8	4.4258	23	4.3888	38	4.7349	53	4.5056
9	4.6933	24	4.7577	39	4.5622	54	4.6154
10	4.6988	25	4.6214	40	4.4832	55	4.7519
11	4.4049	26	4.5794	41	4.5996	56	4.5208
12	4.6621	27	4.6421	42	4.6375	57	4.6318
13	4.5557	28	4.3920	43	4.7259	58	4.4500
14	4.7601	29	4.7277	44	4.6630	59	4.6578
15	4.5426	30	4.5671	45	4.1729	60	4.5849

รูปที่ 3.29 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60



รูปที่ 3.30 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.19



2.3.4 อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน

สร้าง z_0 ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu = 100$ และความแปรปรวนเท่ากับ $(1+\theta_1^2)\sigma_a^2 = 1+\theta_1^2$ และสร้าง a_t ; t = 0,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 . t = t$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

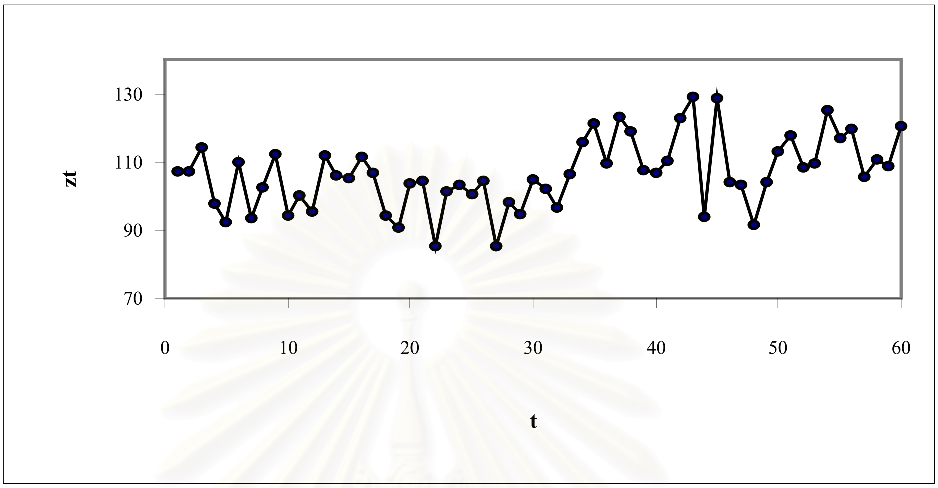
$$z_t = z_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

ตารางที่ 3.20 และรูปที่ 3.31 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้น ซึ่งเป็นตัวแบบ ARIMA(0,1,1) หรือ IMA(1,1)

ตารางที่ 3.20 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	107.257	16	111.301	31	101.996	46	103.845
2	107.252	17	106.882	32	96.574	47	103.396
3	114.145	18	94.422	33	106.320	48	91.627
4	97.653	19	90.862	34	115.714	49	103.841
5	92.276	20	103.552	35	121.222	50	112.976
6	109.757	21	104.401	36	109.323	51	117.776
7	93.476	22	85.078	37	123.101	52	108.342
8	102.608	23	101.445	38	118.915	53	109.364
9	112.341	24	103.073	39	107.494	54	125.097
10	94.345	25	100.551	40	106.940	55	117.042
11	100.156	26	104.287	41	110.203	56	119.731
12	95.365	27	85.212	42	122.960	57	105.426
13	111.988	28	98.159	43	128.883	58	110.805
14	105.97	29	94.442	44	93.970	59	108.809
15	105.36	30	104.698	45	128.666	60	120.341

รูปที่ 3.31 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60



ขั้นตอนต่อไปทำการแปลงอนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวนให้เป็นอนุกรมเวลาคงที่ โดยแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง ดังนี้

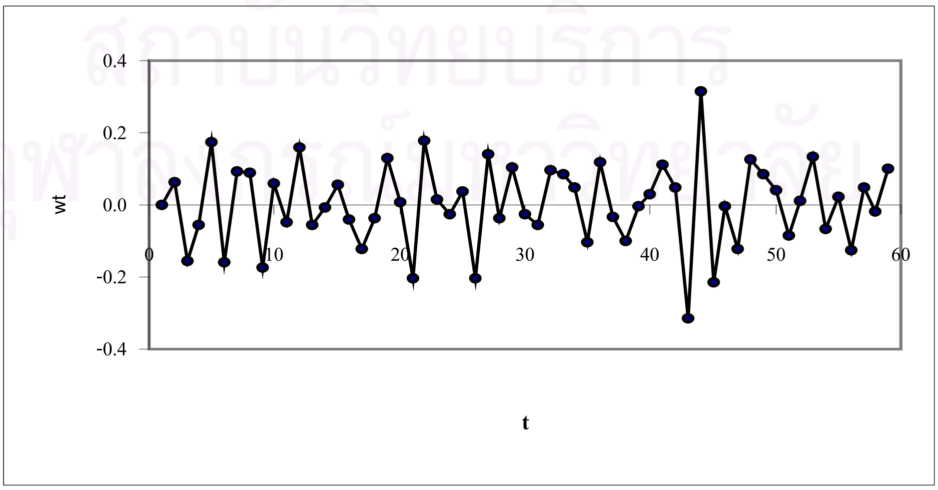
$$w_t = \ln z_t - \ln z_{t-1} \quad ; t=2,\ldots,n$$

ตารางที่ 3.21 และรูปที่ 3.32 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา w_t ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ MA(1) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.33

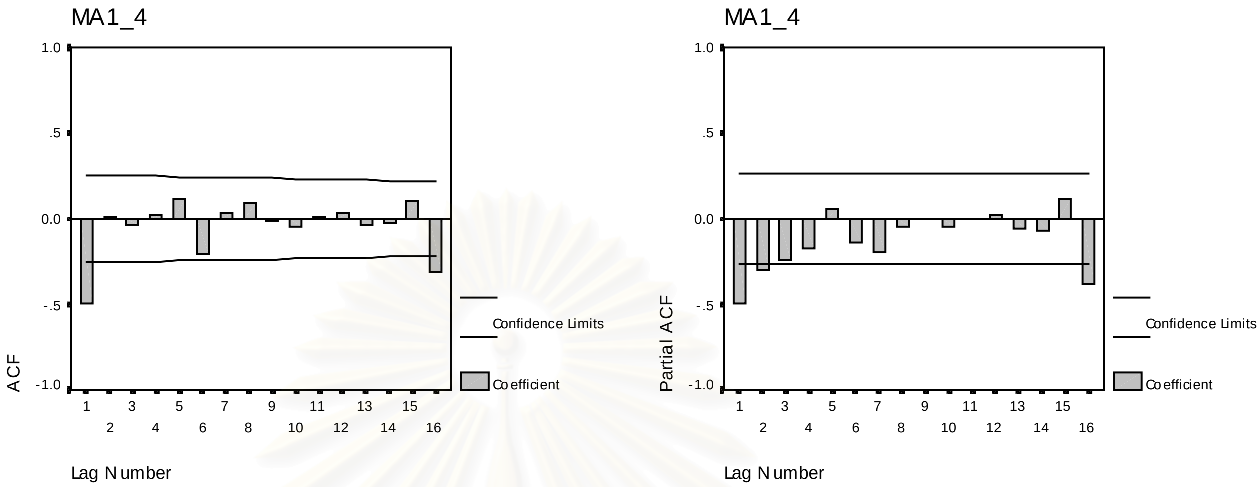
ตารางที่ 3.21 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60

t	w_t	t	w_t	t	w_t	t	w_t
1	-	16	0.0548	31	-0.0262	46	-0.2143
2	0.0000	17	-0.0405	32	-0.0546	47	-0.0043
3	0.0623	18	-0.1239	33	0.0961	48	-0.1208
4	-0.1560	19	-0.0384	34	0.0847	49	0.1251
5	-0.0566	20	0.1307	35	0.0465	50	0.0843
6	0.1735	21	0.0082	36	-0.1033	51	0.0416
7	-0.1606	22	-0.2047	37	0.1187	52	-0.0835
8	0.0932	23	0.1759	38	-0.0346	53	0.0094
9	0.0906	24	0.0159	39	-0.1010	54	0.1344
10	-0.1746	25	-0.0248	40	-0.0052	55	-0.0666
11	0.0598	26	0.0365	41	0.0301	56	0.0227
12	-0.0490	27	-0.2020	42	0.1095	57	-0.1272
13	0.1607	28	0.1414	43	0.0470	58	0.0498
14	-0.0552	29	-0.0386	44	-0.3159	59	-0.0182
15	-0.0058	30	0.1031	45	0.3142	60	0.1007

รูปที่ 3.32 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\theta_1 = 0.8$ และ n=60



รูปที่ 3.33 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.21



2.4 การสร้างตัวแปร z_t ตามรูปแบบ MA(2) มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

2.4.1 อนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน

สร้าง a_t ; t = -1,0,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 = 1$ และกำหนดให้ $\mu = 100$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

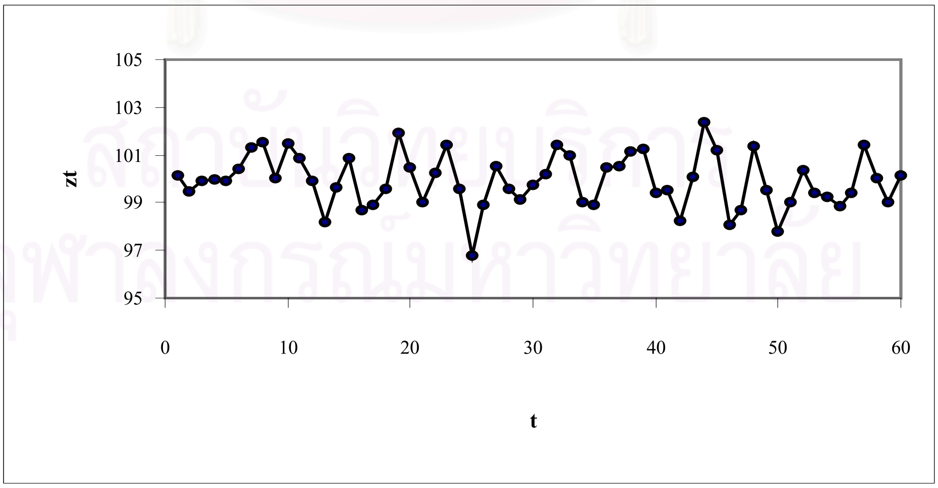
$$z_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$$

ตารางที่ 3.22 และรูปที่ 3.34 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้น ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ MA(2) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.35

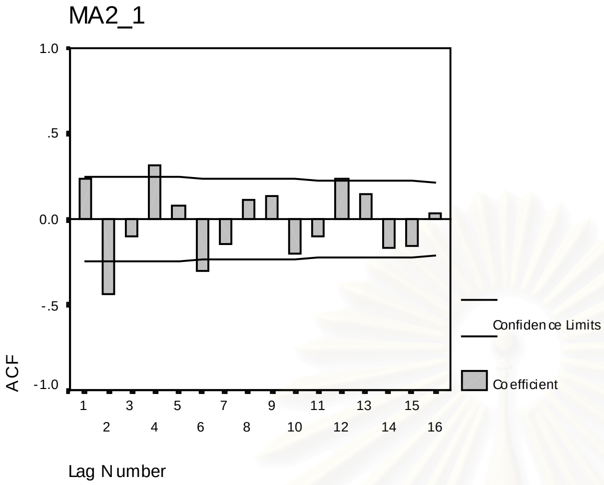
ตารางที่ 3.22 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60

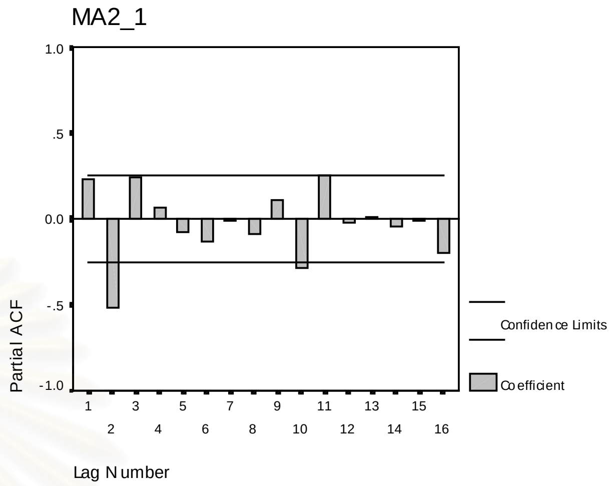
t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	100.156	16	98.695	31	100.183	46	98.080
2	99.456	17	98.895	32	101.418	47	98.668
3	99.927	18	99.578	33	100.963	48	101.342
4	99.947	19	101.923	34	99.042	49	99.550
5	99.942	20	100.484	35	98.885	50	97.809
6	100.437	21	99.041	36	100.485	51	99.026
7	101.291	22	100.249	37	100.542	52	100.389
8	101.527	23	101.400	38	101.143	53	99.437
9	100.053	24	99.570	39	101.252	54	99.255
10	101.502	25	96.785	40	99.415	55	98.875
11	100.879	26	98.928	41	99.544	56	99.440
12	99.893	27	100.505	42	98.252	57	101.418
13	98.166	28	99.568	43	100.084	58	100.012
14	99.618	29	99.142	44	102.363	59	99.017
15	100.871	30	99.727	45	101.193	60	100.151

รูปที่ 3.34 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60



รูปที่ 3.35 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.22





2.4.2 อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน

สร้าง z_0 ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu = 100$ และความแปรปรวนเท่ากับ $(1+\theta_1^2+\theta_2^2)\sigma_a^2 = 1+\theta_1^2+\theta_2^2$ และสร้าง a_t ; t = -1,0,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 = 1$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

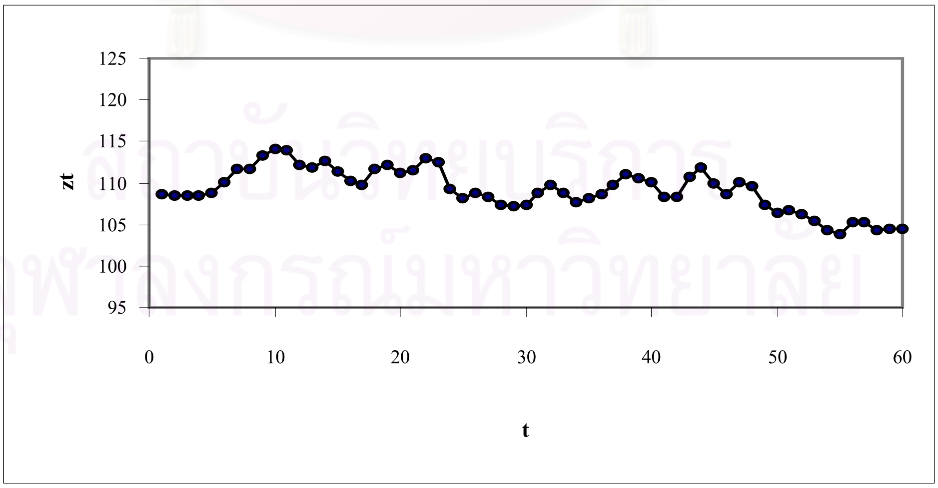
$$z_t = z_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$$

ตารางที่ 3.23 และรูปที่ 3.36 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้น ซึ่งเป็นตัวแบบ ARIMA(0,1,2) หรือ IMA(1,2)

ตารางที่ 3.23 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = -0.5$, $\theta_2 = 0.2$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	108.611	16	110.254	31	108.756	46	108.665
2	108.538	17	109.832	32	109.719	47	110.007
3	108.485	18	111.755	33	108.761	48	109.557
4	108.427	19	112.239	34	107.646	49	107.366
5	108.864	20	111.280	35	108.130	50	106.392
6	110.155	21	111.529	36	108.672	51	106.781
7	111.682	22	112.929	37	109.816	52	106.218
8	111.735	23	112.499	38	111.067	53	105.473
9	113.237	24	109.285	39	110.482	54	104.349
10	114.116	25	108.213	40	110.026	55	103.789
11	114.009	26	108.717	41	108.278	56	105.206
12	112.175	27	108.285	42	108.362	57	105.218
13	111.792	28	107.428	43	110.724	58	104.235
14	112.664	29	107.155	44	111.917	59	104.387
15	111.359	30	107.338	45	109.997	60	104.395

รูปที่ 3.36 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60



ขั้นตอนต่อไปทำการแปลงอนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวนให้เป็นอนุกรมเวลาคงที่ โดยแปลงด้วยการหาผลต่าง ดังนี้

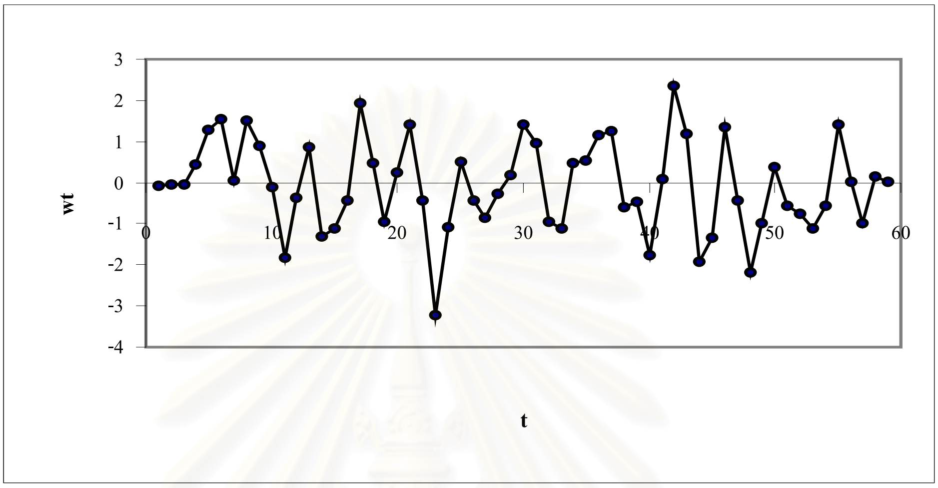
$$w_t = z_t - z_{t-1} \quad ; t=2,\ldots,n$$

ตารางที่ 3.24 และรูปที่ 3.37 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา w_t ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ MA(2) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.38

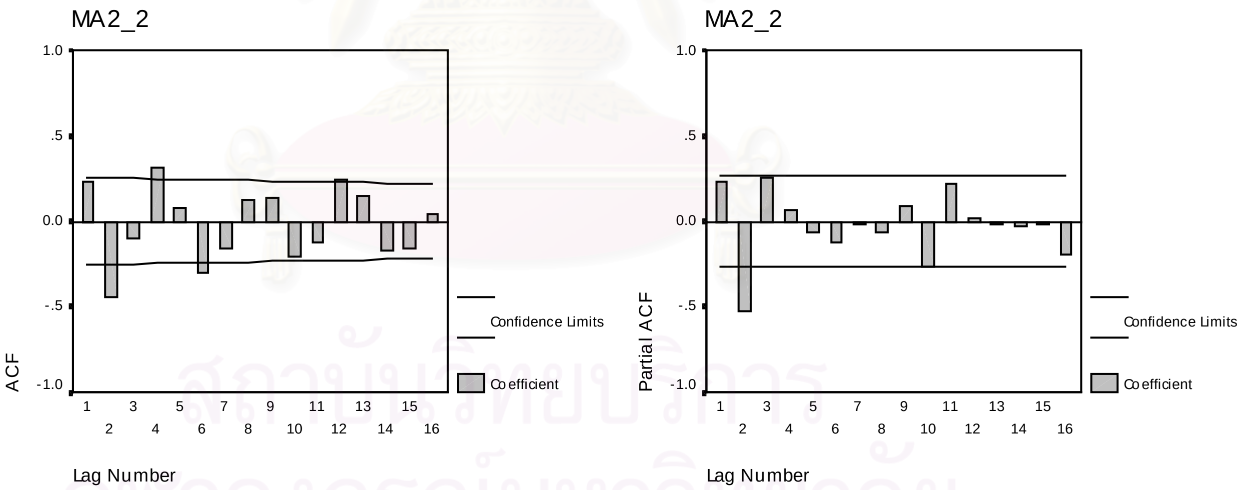
ตารางที่ 3.24 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60

t	w_t	t	w_t	t	w_t	t	w_t
1	-	16	-1.1051	31	1.4176	46	-1.3318
2	-0.0730	17	-0.4216	32	0.9630	47	1.3423
3	-0.0530	18	1.9230	33	-0.9580	48	-0.4503
4	-0.0584	19	0.4842	34	-1.1147	49	-2.1909
5	0.4372	20	-0.9592	35	0.4846	50	-0.9742
6	1.2909	21	0.2486	36	0.5420	51	0.3894
7	1.5273	22	1.4004	37	1.1432	52	-0.5631
8	0.0526	23	-0.4301	38	1.2516	53	-0.7450
9	1.5020	24	-3.2146	39	-0.5853	54	-1.1248
10	0.8793	25	-1.0720	40	-0.4558	55	-0.5599
11	-0.1071	26	0.5049	41	-1.7485	56	1.4175
12	-1.8340	27	-0.4322	42	0.0839	57	0.0121
13	-0.3823	28	-0.8576	43	2.3624	58	-0.9830
14	0.8714	29	-0.2726	44	1.1933	59	0.1513
15	-1.3049	30	0.1829	45	-1.9203	60	0.0083

รูปที่ 3.37 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60



รูปที่ 3.38 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.24



2.4.3 อนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน

สร้าง a_t ; t = -1,0,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 .t = t$ และกำหนดให้ $\mu = 100$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

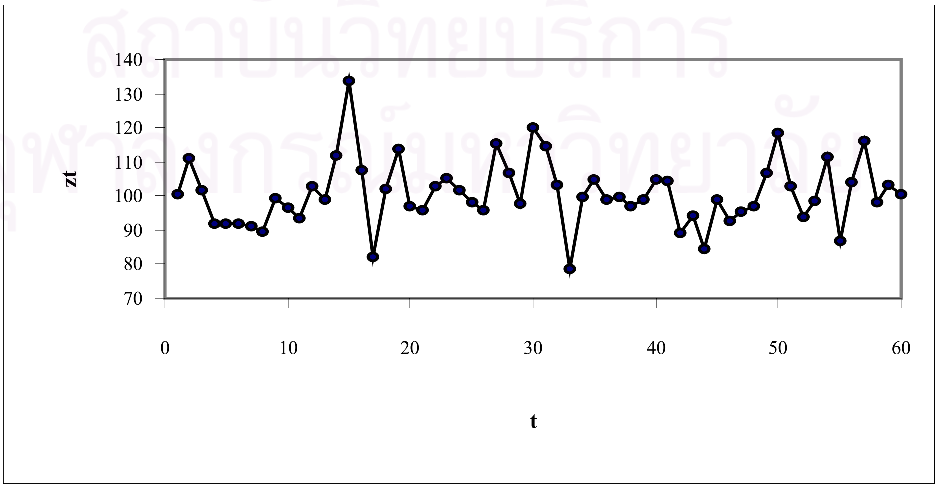
$$z_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$$

ตารางที่ 3.25 และรูปที่ 3.39 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้น

ตารางที่ 3.25 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = -0.5$, $\theta_2 = 0.2$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	100.558	16	107.467	31	114.493	46	92.560
2	111.020	17	81.957	32	103.072	47	95.272
3	101.576	18	102.208	33	78.434	48	97.108
4	91.765	19	113.656	34	99.848	49	106.916
5	91.802	20	96.822	35	104.723	50	118.675
6	91.767	21	95.744	36	99.072	51	102.828
7	90.984	22	102.790	37	99.629	52	93.780
8	89.733	23	105.279	38	97.110	53	98.729
9	99.322	24	101.798	39	98.962	54	111.363
10	96.401	25	98.111	40	104.738	55	86.832
11	93.395	26	95.737	41	104.325	56	103.974
12	103.011	27	115.343	42	88.992	57	116.182
13	98.976	28	106.932	43	94.301	58	98.338
14	112.001	29	97.781	44	84.433	59	103.250
15	133.902	30	119.924	45	98.991	60	100.316

รูปที่ 3.39 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60



ขั้นตอนต่อไปทำการแปลงอนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวนให้เป็นอนุกรมเวลาคงที่ โดยแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ ดังนี้

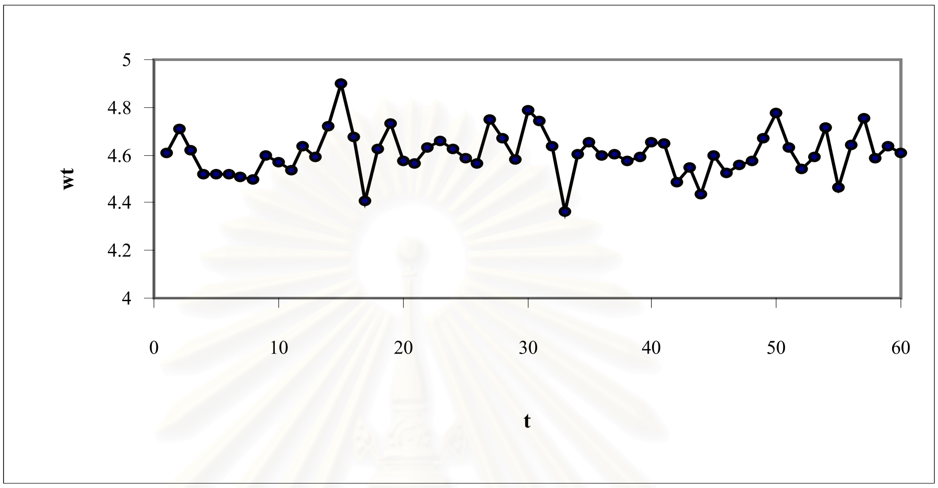
$$w_t = \ln z_t$$

ตารางที่ 3.26 และรูปที่ 3.40 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา w_t ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ MA(2) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.41

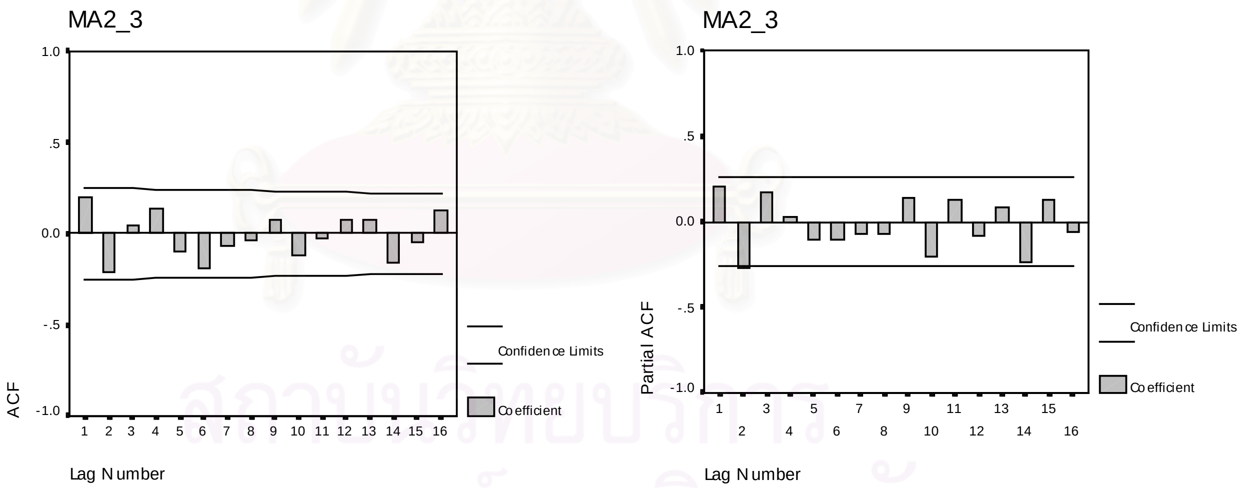
ตารางที่ 3.26 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60

t	w_t	t	w_t	t	w_t	t	w_t
1	4.6107	16	4.6772	31	4.7405	46	4.5279
2	4.7097	17	4.4062	32	4.6354	47	4.5567
3	4.6208	18	4.6270	33	4.3623	48	4.5758
4	4.5192	19	4.7332	34	4.6037	49	4.6720
5	4.5196	20	4.5729	35	4.6513	50	4.7764
6	4.5193	21	4.5617	36	4.5958	51	4.6331
7	4.5107	22	4.6327	37	4.6015	52	4.5409
8	4.4968	23	4.6566	38	4.5758	53	4.5924
9	4.5984	24	4.6230	39	4.5947	54	4.7128
10	4.5685	25	4.5861	40	4.6515	55	4.4640
11	4.5368	26	4.5616	41	4.6475	56	4.6441
12	4.6348	27	4.7479	42	4.4885	57	4.7552
13	4.5949	28	4.6722	43	4.5465	58	4.5884
14	4.7185	29	4.5827	44	4.4360	59	4.6372
15	4.8971	30	4.7869	45	4.5950	60	4.6083

รูปที่ 3.40 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60



รูปที่ 3.41 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.26



2.4.4 อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน

สร้าง z_0 ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu = 100$ และความแปรปรวนเท่ากับ $(1+\theta_1^2+\theta_2^2)\sigma_a^2 = 1+\theta_1^2+\theta_2^2$ และสร้าง a_t ; t = -1,0,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 . t = t$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

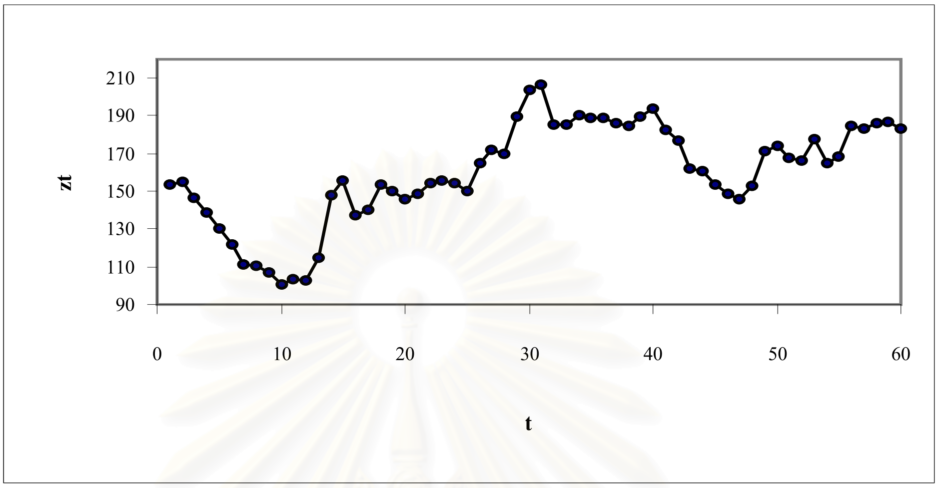
$$z_t = z_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$$

ตารางที่ 3.27 และรูปที่ 3.42 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้น ซึ่งเป็นตัวแบบ ARIMA(0,1,2) หรือ IMA(1,2)

ตารางที่ 3.27 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	153.443	16	137.677	31	206.911	46	148.628
2	155.003	17	139.869	32	185.476	47	145.750
3	146.846	18	153.424	33	185.326	48	152.631
4	138.722	19	150.269	34	190.020	49	171.212
5	130.564	20	146.043	35	189.098	50	174.026
6	121.626	21	148.813	36	188.729	51	167.837
7	111.449	22	154.055	37	185.856	52	166.572
8	110.777	23	155.841	38	184.823	53	177.881
9	107.207	24	153.965	39	189.535	54	164.775
10	100.658	25	149.730	40	193.836	55	168.731
11	103.644	26	164.973	41	182.888	56	184.836
12	102.628	27	171.860	42	177.221	57	183.182
13	114.535	28	169.656	43	161.737	58	186.418
14	148.174	29	189.455	44	160.733	59	186.731
15	155.583	30	203.858	45	153.331	60	183.569

รูปที่ 3.42 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยรูปแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60



ขั้นตอนต่อไปทำการแปลงอนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนให้เป็นอนุกรมเวลาคงที่ โดยแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง ดังนี้

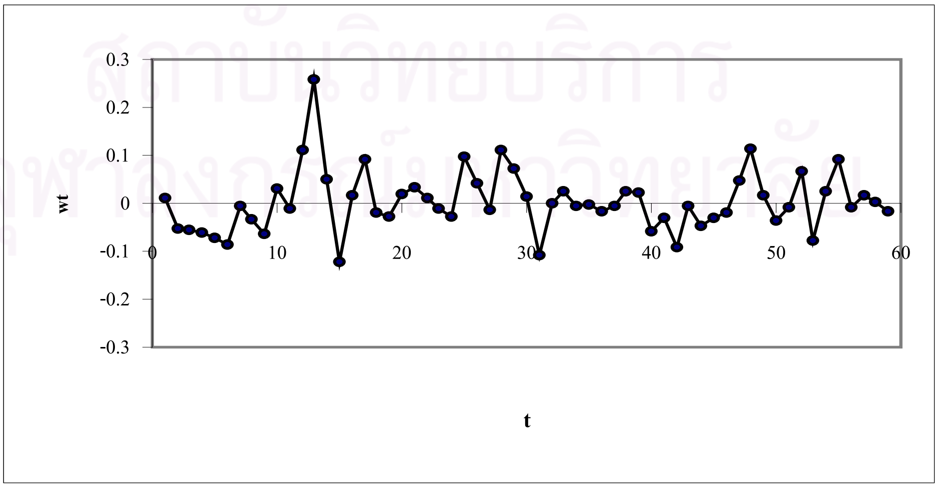
$$w_t = \ln z_t - \ln z_{t-1} \quad ; t=2,\ldots,n$$

ตารางที่ 3.28 และรูปที่ 3.43 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา w_t ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ MA(2) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.44

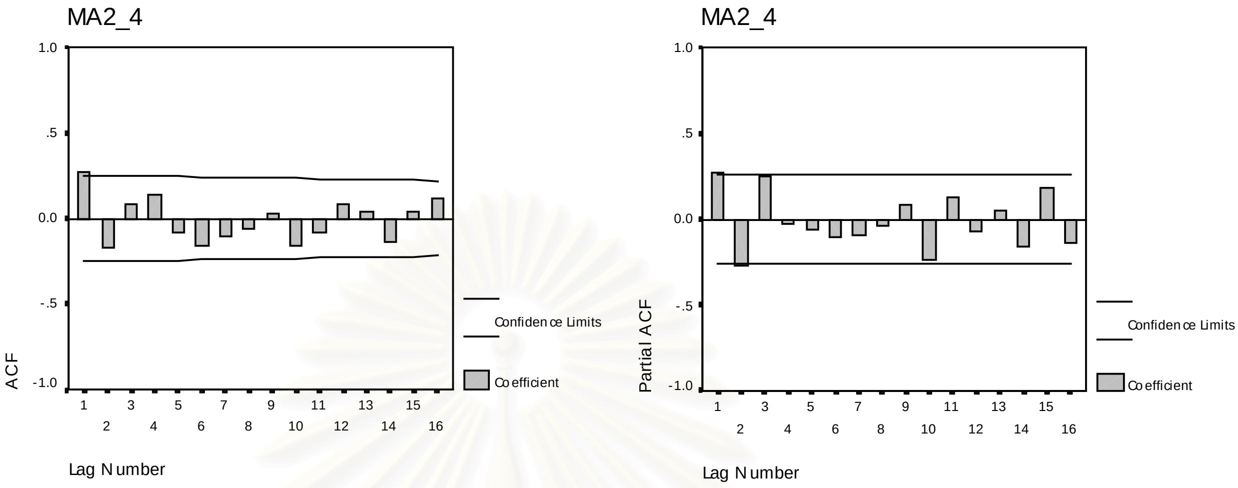
ตารางที่ 3.28 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่างโดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60

t	w_t	t	w_t	t	w_t	t	w_t
1	-	16	-0.1223	31	0.0149	46	-0.0312
2	0.0101	17	0.0158	32	-0.1094	47	-0.0196
3	-0.0541	18	0.0925	33	-0.0008	48	0.0461
4	-0.0569	19	-0.0208	34	0.0250	49	0.1149
5	-0.0606	20	-0.0285	35	-0.0049	50	0.0163
6	-0.0709	21	0.0188	36	-0.0020	51	-0.0362
7	-0.0874	22	0.0346	37	-0.0153	52	-0.0076
8	-0.0060	23	0.0115	38	-0.0056	53	0.0657
9	-0.0328	24	-0.0121	39	0.0252	54	-0.0765
10	-0.0630	25	-0.0279	40	0.0224	55	0.0237
11	0.0292	26	0.0970	41	-0.0581	56	0.0912
12	-0.0099	27	0.0409	42	-0.0315	57	-0.0090
13	0.1098	28	-0.0129	43	-0.0914	58	0.0175
14	0.2575	29	0.1104	44	-0.0062	59	0.0017
15	0.0488	30	0.0733	45	-0.0471	60	-0.0171

รูปที่ 3.43 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60



รูปที่ 3.44 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.28



2.5 การสร้างตัวแปร z_t ตามรูปแบบ ARMA(1,1) มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

2.5.1 อนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน

สร้าง z_0 ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu = 100$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\left(\frac{1-2\phi_1\theta_1+\theta_1^2}{1-\phi_1^2}\right)\sigma_a^2 = \frac{1-2\phi_1\theta_1+\theta_1^2}{1-\phi_1^2}$ และสร้าง a_t ; t=0,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 = 1$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

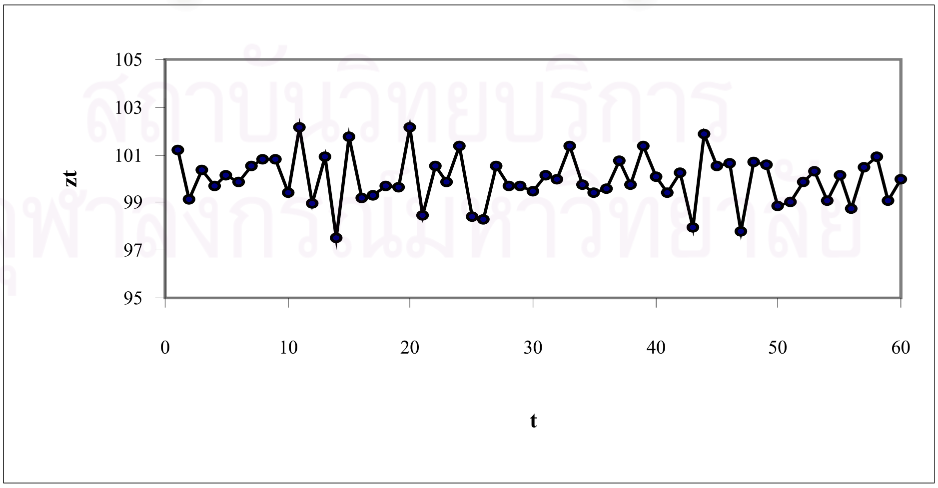
$$z_t = (\mu - \phi_1\mu) + \phi_1 z_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

ตารางที่ 3.29 และรูปที่ 3.45 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้น ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ ARMA(1,1) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.46

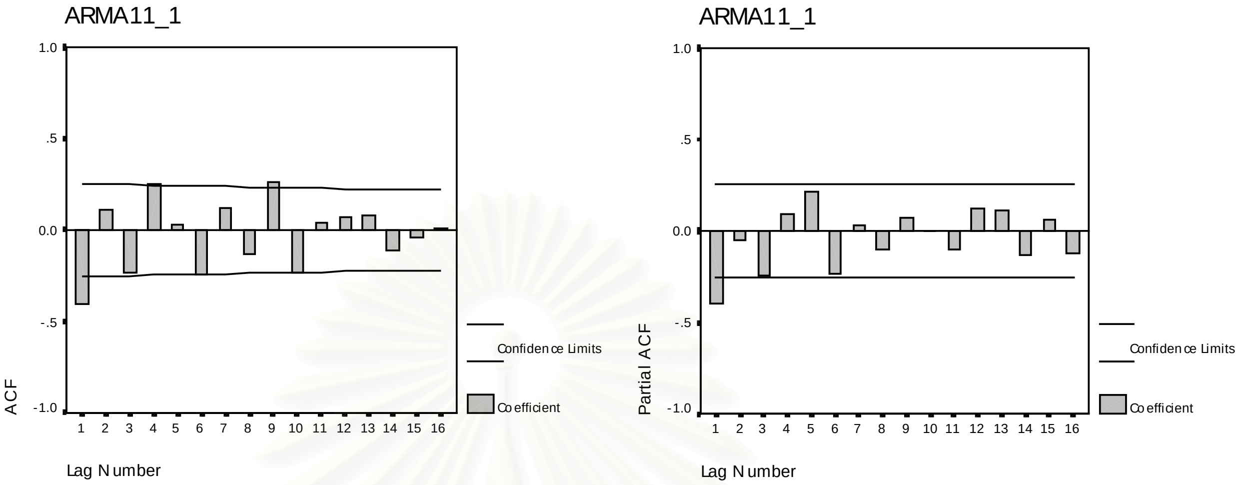
ตารางที่ 3.29 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	101.219	16	99.188	31	100.152	46	100.625
2	99.109	17	99.283	32	99.982	47	97.800
3	100.348	18	99.718	33	101.393	48	100.709
4	99.671	19	99.642	34	99.734	49	100.591
5	100.153	20	102.175	35	99.386	50	98.833
6	99.838	21	98.478	36	99.563	51	99.029
7	100.550	22	100.551	37	100.772	52	99.844
8	100.809	23	99.864	38	99.760	53	100.324
9	100.822	24	101.362	39	101.386	54	99.058
10	99.439	25	98.431	40	100.072	55	100.128
11	102.144	26	98.272	41	99.418	56	98.719
12	98.976	27	100.506	42	100.226	57	100.499
13	100.914	28	99.719	43	97.978	58	100.901
14	97.499	29	99.720	44	101.866	59	99.101
15	101.788	30	99.453	45	100.556	60	99.978

รูปที่ 3.45 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60



รูปที่ 3.46 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.29



2.5.2 อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน

สร้าง z_{-1}, z_0 ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu = 100$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\left(\dfrac{1-2\phi_1\theta_1+\theta_1^2}{1-\phi_1^2}\right)\sigma_a^2 = \dfrac{1-2\phi_1\theta_1+\theta_1^2}{1-\phi_1^2}$ และสร้าง a_t ; t=0,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 = 1$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

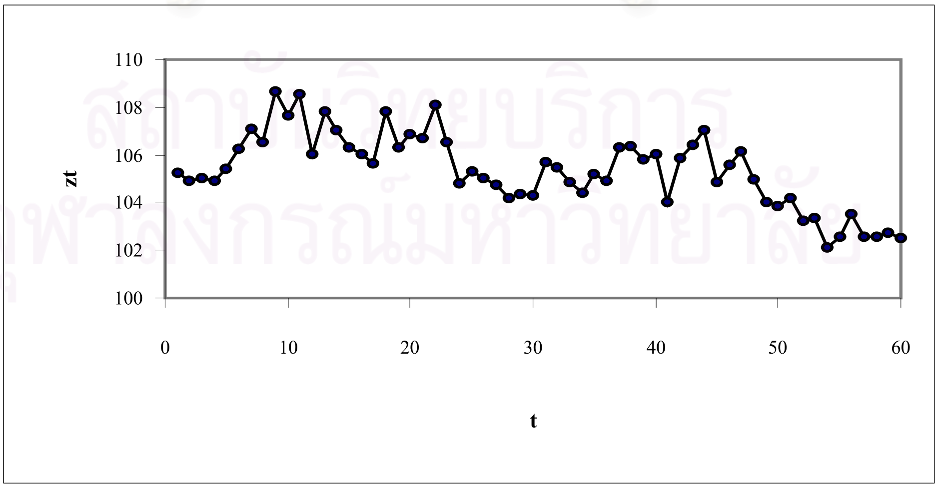
$$z_t = (1+\phi_1)z_{t-1} - \phi_1 z_{t-2} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

ตารางที่ 3.30 และรูปที่ 3.47 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้น ซึ่งเป็นตัวแบบ ARIMA(1,1,1)

ตารางที่ 3.30 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	105.231	16	106.021	31	105.721	46	105.572
2	104.901	17	105.663	32	105.455	47	106.163
3	105.054	18	107.837	33	104.841	48	104.996
4	104.892	19	106.316	34	104.404	49	104.025
5	105.441	20	106.867	35	105.176	50	103.868
6	106.250	21	106.731	36	104.936	51	104.192
7	107.071	22	108.093	37	106.322	52	103.250
8	106.511	23	106.524	38	106.394	53	103.377
9	108.655	24	104.796	39	105.812	54	102.096
10	107.631	25	105.302	40	106.038	55	102.595
11	108.544	26	105.021	41	104.017	56	103.495
12	106.043	27	104.741	42	105.882	57	102.597
13	107.831	28	104.194	43	106.439	58	102.574
14	107.019	29	104.346	44	107.063	59	102.752
15	106.303	30	104.328	45	104.863	60	102.490

รูปที่ 3.47 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60



ขั้นตอนต่อไปทำการแปลงอนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวนให้เป็นอนุกรมเวลาคงที่ โดยแปลงด้วยการหาผลต่าง ดังนี้

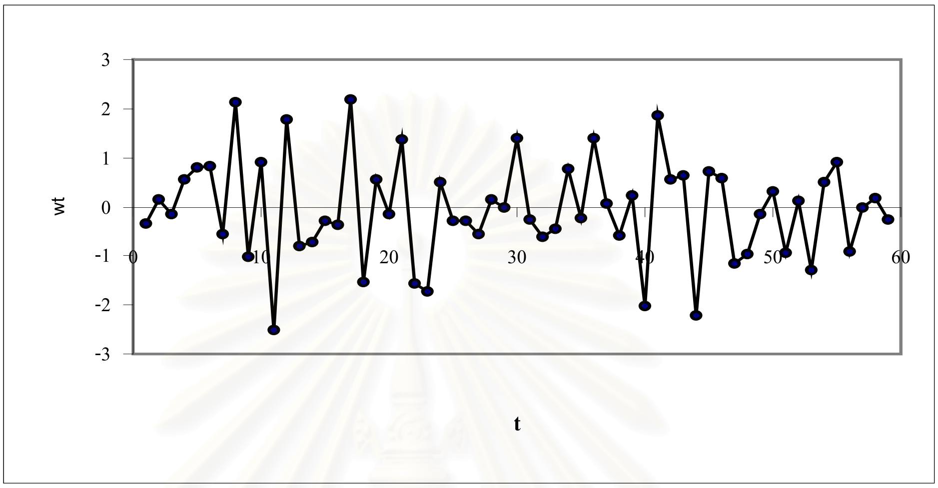
$$w_t = z_t - z_{t-1} \quad ; t=2,\ldots,n$$

ตารางที่ 3.31 และรูปที่ 3.48 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา w_t ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ ARMA(1,1) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.49

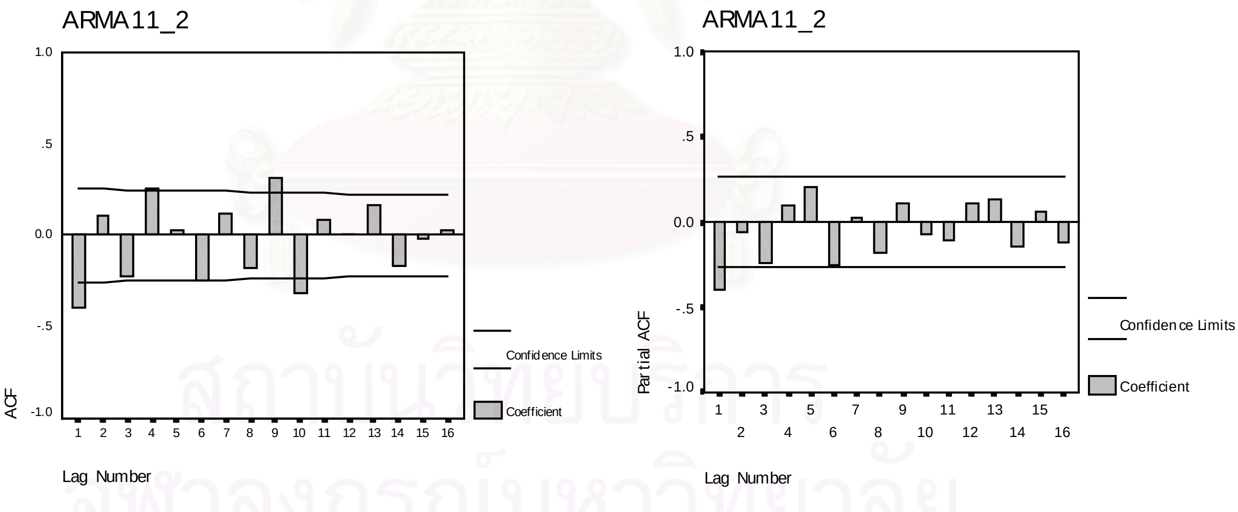
ตารางที่ 3.31 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60

t	w_t	t	w_t	t	w_t	t	w_t
1	-	16	-0.2820	31	1.3930	46	0.7090
2	-0.3293	17	-0.3581	32	-0.2657	47	0.5910
3	0.1529	18	2.1748	33	-0.6146	48	-1.1669
4	-0.1625	19	-1.5215	34	-0.4365	49	-0.9713
5	0.5495	20	0.5509	35	0.7715	50	-0.1563
6	0.8085	21	-0.1361	36	-0.2399	51	0.3236
7	0.8217	22	1.3621	37	1.3860	52	-0.9422
8	-0.5607	23	-1.5687	38	0.0722	53	0.1277
9	2.1441	24	-1.7276	39	-0.5818	54	-1.2812
10	-1.0242	25	0.5058	40	0.2262	55	0.4986
11	0.9138	26	-0.2813	41	-2.0217	56	0.9005
12	-2.5009	27	-0.2797	42	1.8656	57	-0.8986
13	1.7875	28	-0.5476	43	0.5564	58	-0.0223
14	-0.8116	29	0.1524	44	0.6246	59	0.1772
15	-0.7167	30	-0.0180	45	-2.2005	60	-0.2620

รูปที่ 3.48 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60



รูปที่ 3.49 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.31



2.5.3 อนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน

สร้าง z_0 ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu = 100$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\left(\frac{1-2\phi_1\theta_1+\theta_1^2}{1-\phi_1^2}\right)\sigma_a^2 = \frac{1-2\phi_1\theta_1+\theta_1^2}{1-\phi_1^2}$ และสร้าง a_t ; t=0,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 . t = t$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

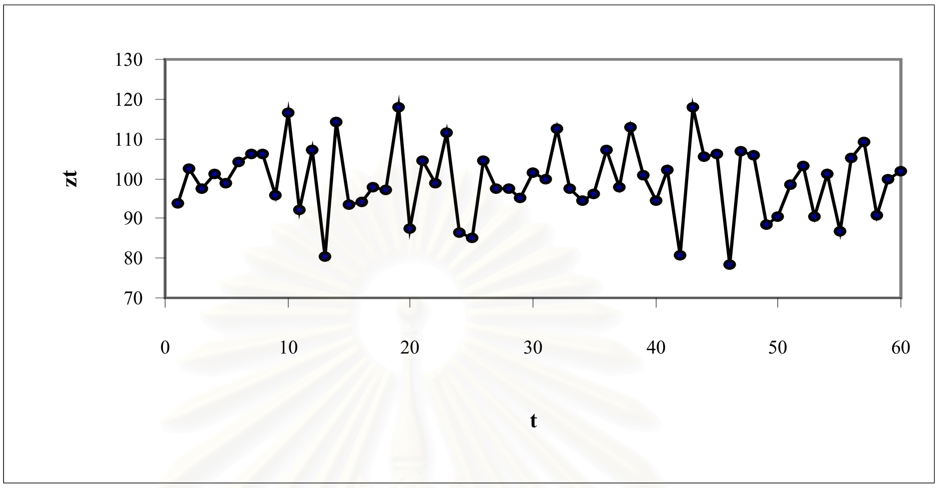
$$z_t = (\mu - \phi_1\mu) + \phi_1 z_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

ตารางที่ 3.32 และรูปที่ 3.50 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้น

ตารางที่ 3.32 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	93.665	16	94.069	31	99.852	46	78.478
2	102.461	17	97.745	32	112.605	47	106.912
3	97.648	18	97.010	33	97.616	48	105.917
4	101.084	19	118.080	34	94.334	49	88.357
5	98.825	20	87.315	35	95.984	50	90.281
6	104.088	21	104.568	36	107.142	51	98.418
7	106.134	22	98.912	37	97.788	52	103.275
8	106.258	23	111.591	38	112.978	53	90.441
9	95.710	24	86.567	39	100.727	54	101.280
10	116.580	25	84.959	40	94.449	55	86.891
11	92.076	26	104.426	41	102.165	56	105.096
12	107.112	27	97.539	42	80.611	57	109.352
13	80.230	28	97.515	43	117.946	58	90.654
14	114.183	29	95.138	44	105.469	59	99.752
15	93.585	30	101.349	45	106.045	60	101.871

รูปที่ 3.50 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60



ขั้นตอนต่อไปทำการแปลงอนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวนให้เป็นอนุกรมเวลาคงที่ โดยแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ ดังนี้

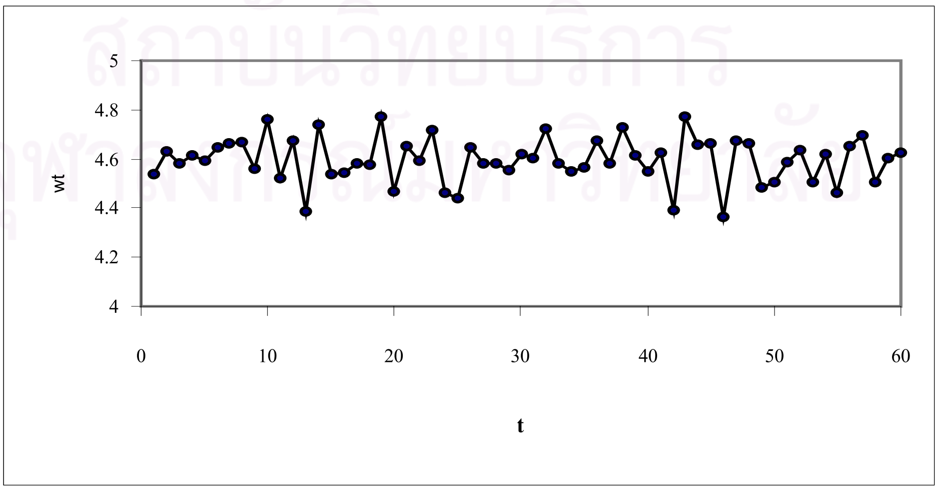
$$w_t = \ln z_t$$

ตารางที่ 3.33 และรูปที่ 3.51 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา w_t ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ ARMA(1,1) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.52

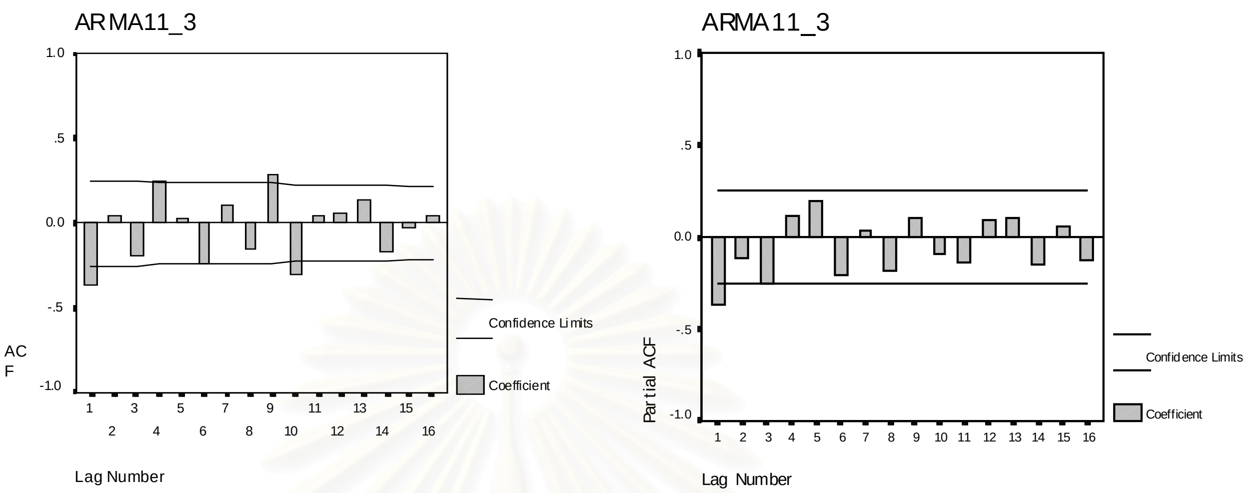
ตารางที่ 3.33 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60

t	w_t	t	w_t	t	w_t	t	w_t
1	4.5397	16	4.5440	31	4.6037	46	4.3628
2	4.6295	17	4.5824	32	4.7239	47	4.6720
3	4.5814	18	4.5748	33	4.5810	48	4.6627
4	4.6160	19	4.7714	34	4.5468	49	4.4814
5	4.5933	20	4.4695	35	4.5642	50	4.5029
6	4.6452	21	4.6498	36	4.6742	51	4.5892
7	4.6647	22	4.5942	37	4.5828	52	4.6374
8	4.6659	23	4.7148	38	4.7272	53	4.5047
9	4.5613	24	4.4609	39	4.6124	54	4.6179
10	4.7586	25	4.4422	40	4.5481	55	4.4647
11	4.5226	26	4.6485	41	4.6266	56	4.6549
12	4.6739	27	4.5803	42	4.3896	57	4.6946
13	4.3849	28	4.5800	43	4.7702	58	4.5070
14	4.7378	29	4.5553	44	4.6584	59	4.6027
15	4.5389	30	4.6186	45	4.6639	60	4.6237

รูปที่ 3.51 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติ โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60



รูปที่ 3.52 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.33



2.5.4 อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน

สร้าง z_{-1}, z_0 ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu = 100$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\left(\frac{1-2\phi_1\theta_1+\theta_1^2}{1-\phi_1^2}\right)\sigma_a^2 = \frac{1-2\phi_1\theta_1+\theta_1^2}{1-\phi_1^2}$ และสร้าง a_t ; t=0,…,n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu_a = 0$ และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_a^2 . t = t$

จากนั้นสร้าง z_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

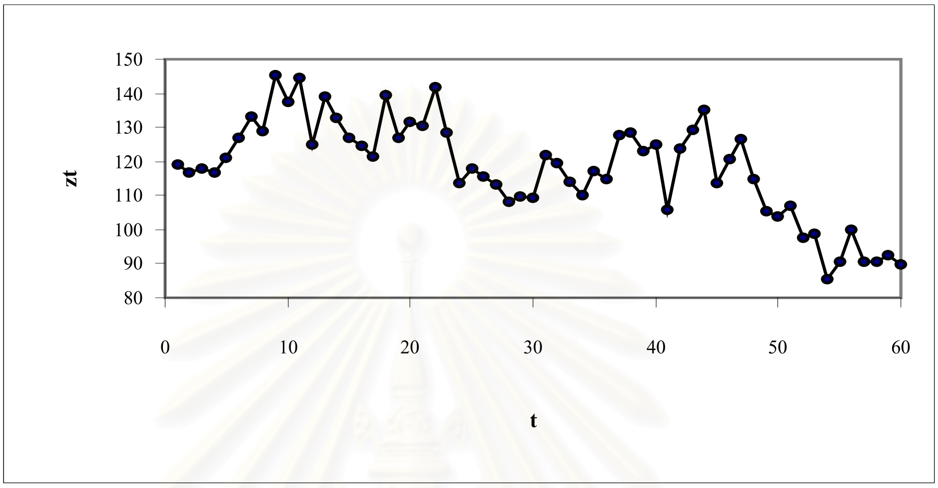
$$z_t = (1+\phi_1)z_{t-1} - \phi_1 z_{t-2} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

ตารางที่ 3.34 และรูปที่ 3.53 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา z_t ตามสมการข้างต้น ซึ่งเป็นตัวแบบ ARIMA(1,1,1)

ตารางที่ 3.34 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = -0.6$, $\theta_1 = -0.2$ และ n=60

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	119.245	16	124.517	31	121.958	46	120.611
2	116.916	17	121.548	32	119.589	47	126.498
3	117.990	18	139.497	33	113.956	48	114.914
4	116.826	19	126.903	34	109.964	49	105.243
5	120.877	20	131.438	35	117.064	50	103.669
6	126.958	21	130.358	36	114.866	51	106.928
7	133.162	22	141.869	37	127.769	52	97.416
8	128.909	23	128.528	38	128.492	53	98.689
9	145.350	24	113.586	39	122.972	54	85.643
10	137.493	25	117.983	40	125.125	55	90.715
11	144.546	26	115.538	41	105.842	56	100.023
12	124.935	27	113.069	42	123.691	57	90.720
13	139.005	28	108.238	43	129.132	58	90.473
14	132.642	29	109.579	44	135.144	59	92.335
15	126.754	30	109.431	45	113.735	60	89.583

รูปที่ 3.53 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60



ขั้นตอนต่อไปทำการแปลงอนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวนให้เป็นอนุกรมเวลาคงที่ โดยแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง ดังนี้

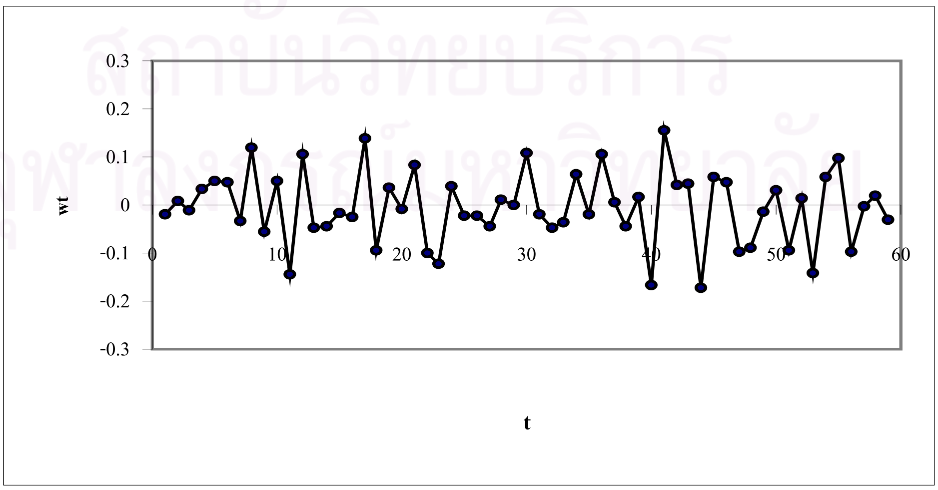
$$w_t = \ln z_t - \ln z_{t-1} \quad ; t=2,\ldots,n$$

ตารางที่ 3.35 และรูปที่ 3.54 แสดงตัวอย่างข้อมูลอนุกรมเวลา w_t ซึ่งได้ทำการตรวจสอบด้วยว่าข้อมูลในตารางเป็นข้อมูลที่มีตัวแบบ ARMA(1,1) จริง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows แสดงให้เห็นแผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF ในรูปที่ 3.55

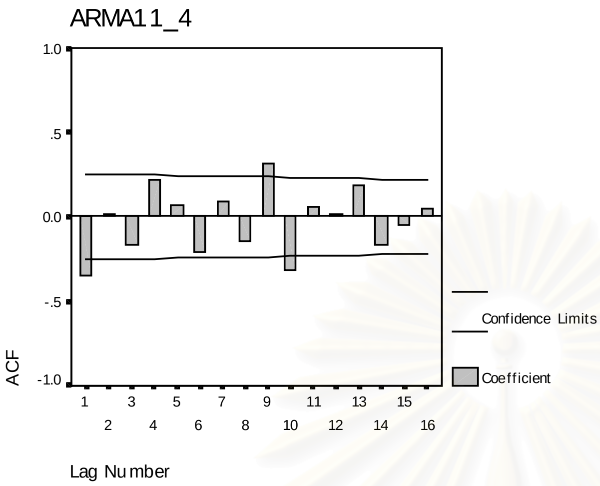
ตารางที่ 3.35 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\theta_1 = -0.5, \theta_2 = 0.2$ และ n=60

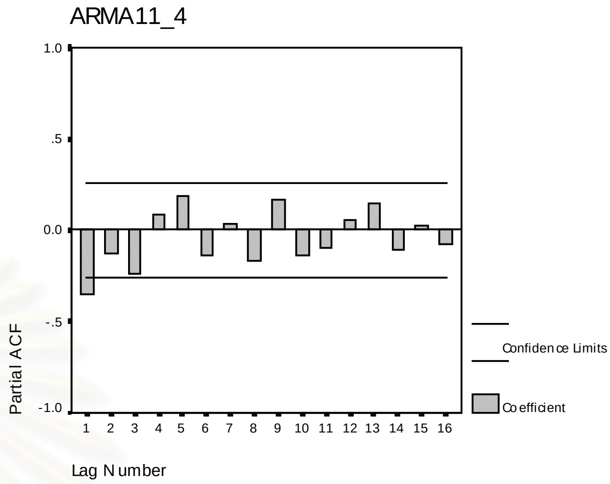
t	w_t	t	w_t	t	w_t	t	w_t
1	-	16	-0.0178	31	0.1084	46	0.0587
2	-0.0197	17	-0.0241	32	-0.0196	47	0.0477
3	0.0091	18	0.1377	33	-0.0482	48	-0.0960
4	-0.0099	19	-0.0946	34	-0.0357	49	-0.0879
5	0.0341	20	0.0351	35	0.0626	50	-0.0151
6	0.0491	21	-0.0082	36	-0.0190	51	0.0310
7	0.0477	22	0.0846	37	0.1065	52	-0.0932
8	-0.0325	23	-0.0988	38	0.0056	53	0.0130
9	0.1200	24	-0.1236	39	-0.0439	54	-0.1418
10	-0.0556	25	0.0380	40	0.0174	55	0.0575
11	0.0500	26	-0.0209	41	-0.1674	56	0.0977
12	-0.1458	27	-0.0216	42	0.1558	57	-0.0976
13	0.1067	28	-0.0437	43	0.0430	58	-0.0027
14	-0.0469	29	0.0123	44	0.0455	59	0.0204
15	-0.0454	30	-0.0013	45	-0.1725	60	-0.0303

รูปที่ 3.54 แสดงข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้จากการจำลองด้วยตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ภายหลังจากการแปลงด้วยลอการิทึมธรรมชาติและการหาผลต่าง โดยที่ $\phi_1 = -0.6, \theta_1 = -0.2$ และ n=60



รูปที่ 3.55 แผนภาพ SACF และแผนภาพ SPACF จากข้อมูลอนุกรมเวลาในตารางที่ 3.35





3. การประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลอนุกรมเวลาจากทั้ง 3 วิธี

รายละเอียดของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แสดงไว้ในบทที่ 2

4. คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์แล้วทำการเปรียบเทียบ

การทดลองในสถานการณ์หนึ่งๆ เมื่อได้ค่าประมาณพารามิเตอร์ครบทั้ง 3 วิธีแล้ว จะนำค่าประมาณมาเปรียบเทียบกับค่าจริง เพื่อคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ และทำซ้ำเช่นเดิมจนครบ 1,000 ครั้ง แล้วจึงคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ หรือค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ตามสูตรดังนี้

$$\text{MSE} = \frac{\sum_{i=1}^{1000} (\phi - \hat{\phi}_i)^2}{1000}$$

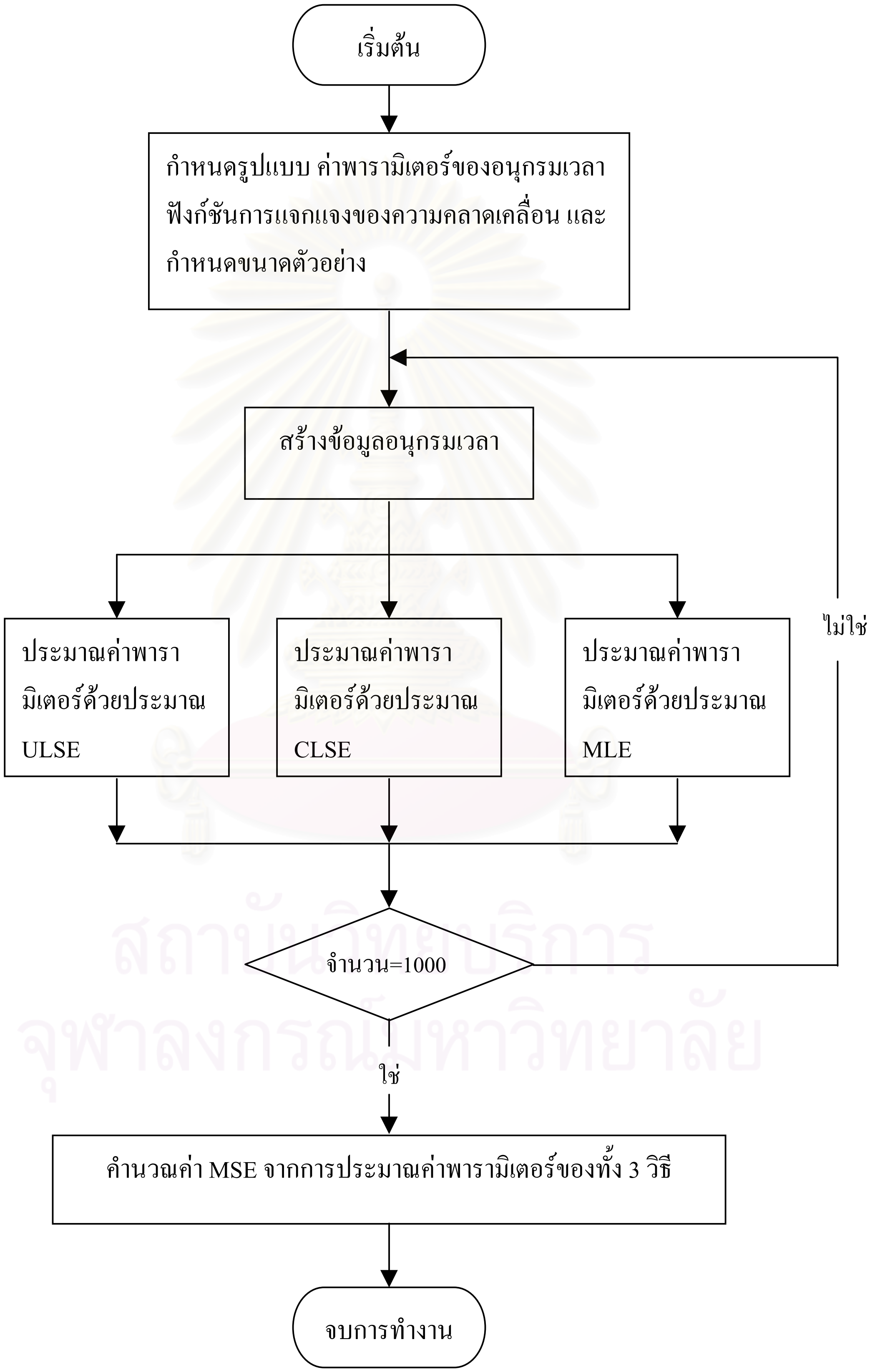
$$\text{AV.MSE} = \frac{\text{MSE}(\hat{\phi}_1) + \text{MSE}(\hat{\phi}_2)}{2}$$

ซึ่งขั้นตอนของการทดลองดังกล่าวนี้สรุปเป็นผังงานได้ดังรูปที่ 3.56

3.4 โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัยทั้งหมดเขียนด้วยภาษาฟอร์แทรนเพาวเวอร์สเตชัน โดยใช้เครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ ซึ่งในแต่ละสถานการณ์ของการทดลองลักษณะของการทำงานของโปรแกรมจะเหมือนกัน

รูปที่ 3.56 แสดงผังงานสำหรับหาค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์



บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อหาข้อสรุปที่เหมาะสมในการเลือกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา โดยจะศึกษาเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ หรือค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ 3 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข และวิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด เพื่อหาข้อสรุปว่า วิธีการใดจะให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย หรือค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ต่ำสุดในสถานการณ์ต่างๆ ที่จำลองขึ้นมาในการทดลองครั้งนี้

จากการศึกษาถึงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการต่างๆ ดังกล่าว จะใช้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย หรือค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์เป็นเกณฑ์ในการวัด ซึ่งผลจากการวิจัยครั้งนี้จะเสนอเป็นตาราง และรูปกราฟ เพื่อความสะดวกในการอธิบายจะใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้แทนความหมายต่างๆ ดังนี้

ULSE	หมายถึง	วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข
CLSE	หมายถึง	วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข
MLE	หมายถึง	วิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด
MSE	หมายถึง	ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย
AV.MSE	หมายถึง	ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์
*	หมายถึง	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า MSE หรือ AV.MSE ต่ำสุด

สำหรับผลการวิจัยครั้งนี้ นำเสนอเป็น 2 ส่วนดังนี้

4.1 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีดังกล่าวนั้น วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพ หมายถึง วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย หรือค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ต่ำสุด

ในกรณีที่อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและ/หรือไม่คงที่ในความแปรปรวน จะทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ ซึ่งทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาด้วยการหาผลต่างและ/หรือลอการิทึมธรรมชาติ ซึ่งนำเสนอโดยจำแนกตามตัวแบบอนุกรมเวลา ดังนี้

4.1.1 ผลการเปรียบเทียบเมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง AR(1) สามารถแบ่งออกได้ดังนี้

1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.1 และรูปที่ 4.1

2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.2 และรูปที่ 4.2

3) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.3 และรูปที่ 4.3

4) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.4 และรูปที่ 4.4

4.1.2 ผลการเปรียบเทียบเมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง AR(2) สามารถแบ่งออกได้ดังนี้

1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.6 และรูปที่ 4.5

2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.7 และรูปที่ 4.6

3) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.8 และรูปที่ 4.7

4) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.9 และรูปที่ 4.8

4.1.3 ผลการเปรียบเทียบเมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง MA(1) สามารถแบ่งออกได้ดังนี้

1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.11 และรูปที่ 4.9

2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.12 และรูปที่ 4.10

3) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.13 และรูปที่ 4.11

4) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.14 และรูปที่ 4.12

4.1.4 ผลการเปรียบเทียบเมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง MA(2) สามารถแบ่งออกได้ดังนี้

1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.16 และรูปที่ 4.13

2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.17 และรูปที่ 4.14

3) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.18 และรูปที่ 4.15

4) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.19 และรูปที่ 4.16

4.15 ผลการเปรียบเมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง ARMA(1,1) สามารถแบ่งออกได้ดังนี้

1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.21 และรูปที่ 4.17

2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.22 และรูปที่ 4.18

3) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.23 และรูปที่ 4.19

4) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน นำเสนอด้วยตารางที่ 4.24 และรูปที่ 4.20

4.2 ผลการศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์

ปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ศึกษาในครั้งนี้ คือ ขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ และลักษณะของอนุกรมเวลา ซึ่งนำเสนอโดยจำแนกตามตัวแบบอนุกรมเวลาได้ดังนี้

4.2.1 ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง AR(1) นำเสนอด้วยตารางที่ 4.26 ถึง 4.28

4.2.2 ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง AR(2) นำเสนอด้วยตารางที่ 4.29 ถึง 4.31

4.2.3 ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง MA(1) นำเสนอด้วยตารางที่ 4.32 ถึง 4.34

4.2.4 ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง MA(2) นำเสนอด้วยตารางที่ 4.35 ถึง 4.37

4.2.5 ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง ARMA(1,1) นำเสนอด้วยตารางที่ 4.38 ถึง 4.40

4.1 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี นำเสนอโดยจำแนกตามตัวแบบอนุกรมเวลา มีดังนี้

4.1.1 ผลการเปรียบเทียบเมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง AR(1)

ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง AR(1) ที่ศึกษาในครั้งนี้มีสมการคือ

$$z_t - \mu = \phi_1(z_{t-1} - \mu) + a_t$$

โดยที่ $|\phi_1| < 1$

ผลการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ 3 วิธีดังกล่าว เมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง AR(1) มีการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง จำแนกตามลักษณะของอนุกรมเวลา นำเสนอด้วยตารางที่ 4.1 ถึง 4.4 และรูปที่ 4.1 ถึง 4.4

1) ตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 6 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.1 และรูปที่ 4.1

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 เท่ากับ 0.3 และ 0.4 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุดในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง (50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120) แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 เพิ่มขึ้นเป็น 0.5 , 0.6 , 0.7 และ 0.8 วิธี ULSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

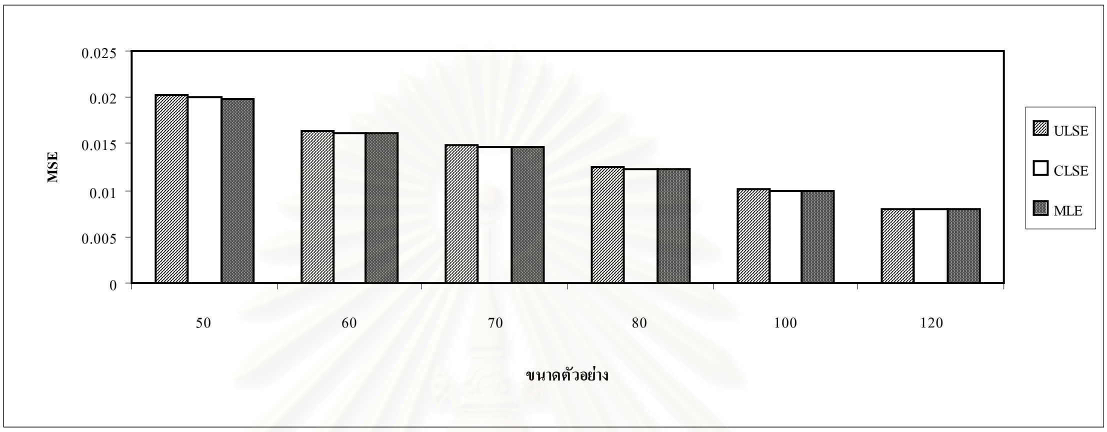
เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 เพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.1 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (AR(1)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1)

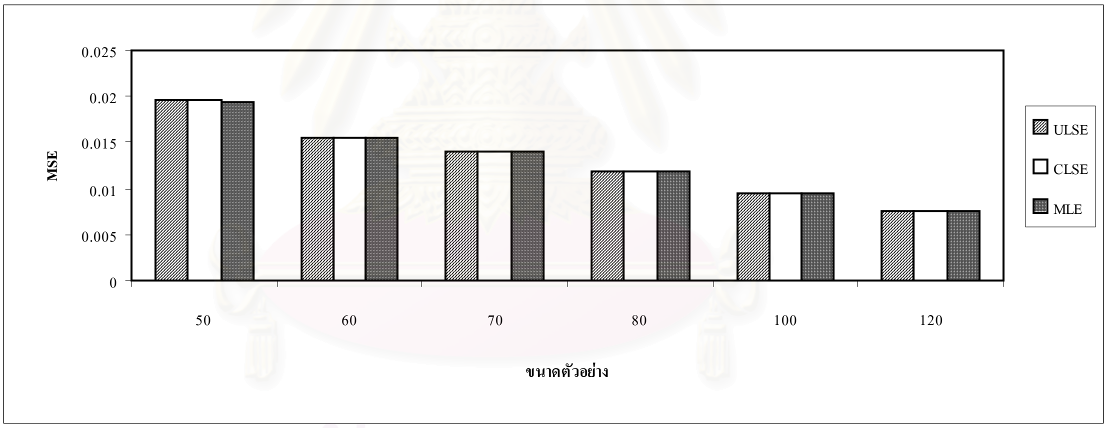
ขนาดตัวอย่าง และ	วิธีการประมาณค่า	$\phi_1 = 0.3$		$\phi_1 = 0.4$		$\phi_1 = 0.5$		$\phi_1 = 0.6$		$\phi_1 = 0.7$		$\phi_1 = 0.8$	
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE
n = 50	ULSE	0.2628594	0.0202321	0.3596117	0.0195464	0.4561686	0.0185507*	0.5524519	0.0172366*	0.6484742	0.0155783*	0.7443285	0.0136060*
	CLSE	0.2573985	0.0199359	0.3520723	0.0195360	0.4465312	0.0188751	0.5407031	0.0179506	0.6345403	0.0167610	0.7277869	0.0153967
	MLE	0.2573612	0.0198884*	0.3520615	0.0194641*	0.4465380	0.0187812	0.5406866	0.0178369	0.6344510	0.0166108	0.7276925	0.0151406
n = 60	ULSE	0.2736763	0.0163574	0.3729820	0.0156236	0.4705857	0.0148114*	0.5664777	0.0136041*	0.6619344	0.0122075*	0.7569768	0.0105719*
	CLSE	0.2689656	0.0161006	0.3664231	0.0155001	0.4620801	0.0148892	0.5560173	0.0140048	0.6493272	0.0130344	0.7417352	0.0120113
	MLE	0.2689282	0.0160857*	0.3664801	0.0154905*	0.4623346	0.0148588	0.5564457	0.0139050	0.6500092	0.0128173	0.7428710	0.0115644
n = 70	ULSE	0.2762972	0.0148107	0.3739485	0.0140160	0.4714234	0.0130072*	0.5686519	0.0118051*	0.6655481	0.0104417*	0.7620318	0.0089383*
	CLSE	0.2719941	0.0146563	0.3680365	0.0140122	0.4638514	0.0131872	0.5593562	0.0122097	0.6544284	0.0111127	0.7487926	0.0099585
	MLE	0.2722089	0.0146007*	0.3683955	0.0139377*	0.4643839	0.0130866	0.5600844	0.0120702	0.6553630	0.0109247	0.7499916	0.0096790
n = 80	ULSE	0.2800002	0.0124554	0.3776743	0.0118019	0.4752151	0.0109217*	0.5726131	0.0098260*	0.6698571	0.0085297*	0.7668479	0.0070301*
	CLSE	0.2761934	0.0123397	0.3725249	0.0118149	0.4687088	0.0111038	0.5647167	0.0102178	0.6605024	0.0091668	0.7558928	0.0079517
	MLE	0.2763985	0.0123038*	0.3728040	0.0117524*	0.4690637	0.0109973	0.5651545	0.0100511	0.6610324	0.0089295	0.7564992	0.0076342
n = 100	ULSE	0.2855019	0.0100667	0.3830164	0.0095272	0.4805507	0.0087902*	0.5781414	0.0078359*	0.6758468	0.0066548*	0.7736729	0.0052837*
	CLSE	0.2826723	0.0099888	0.3791783	0.0095362	0.4756847	0.0089051	0.5722080	0.0080745	0.6687596	0.0070314	0.7652584	0.0058104
	MLE	0.2825809	0.0099583*	0.3790898	0.0094859*	0.4756092	0.0088319	0.5721668	0.0079764	0.6688001	0.0069094	0.7654518	0.0056679
n = 120	ULSE	0.2863030	0.0080196	0.3847595	0.0075823	0.4830109	0.0070241*	0.5810573	0.0063213*	0.6789953	0.0054539*	0.7770050	0.0044207*
	CLSE	0.2839248	0.0079807	0.3815263	0.0075977	0.4789009	0.0071051	0.5760315	0.0064835	0.6729650	0.0057200	0.7697425	0.0048214
	MLE	0.2838720	0.0079593*	0.3814872	0.0075676*	0.4788921	0.0070653	0.5760810	0.0064305	0.6731353	0.0056439	0.7701877	0.0047039

รูปที่ 4.1 แสดงค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)

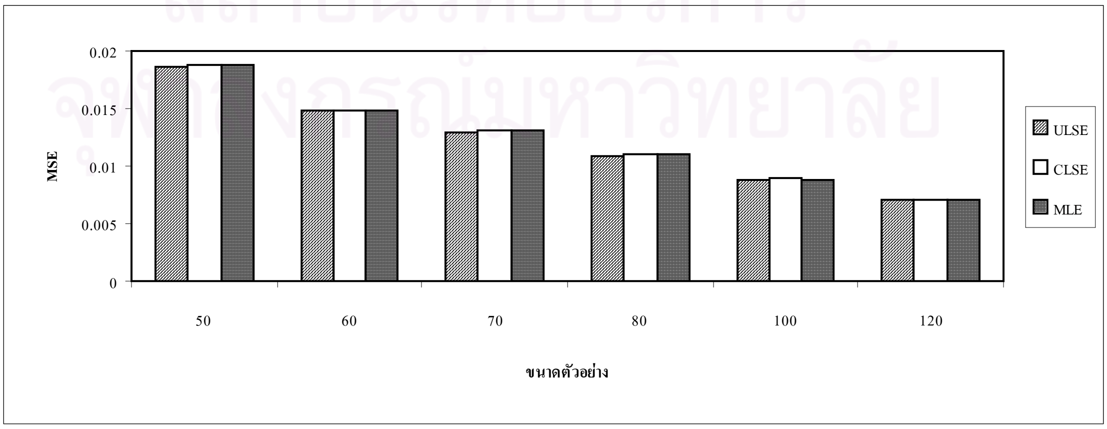
$\phi_1 = 0.3$



$\phi_1 = 0.4$

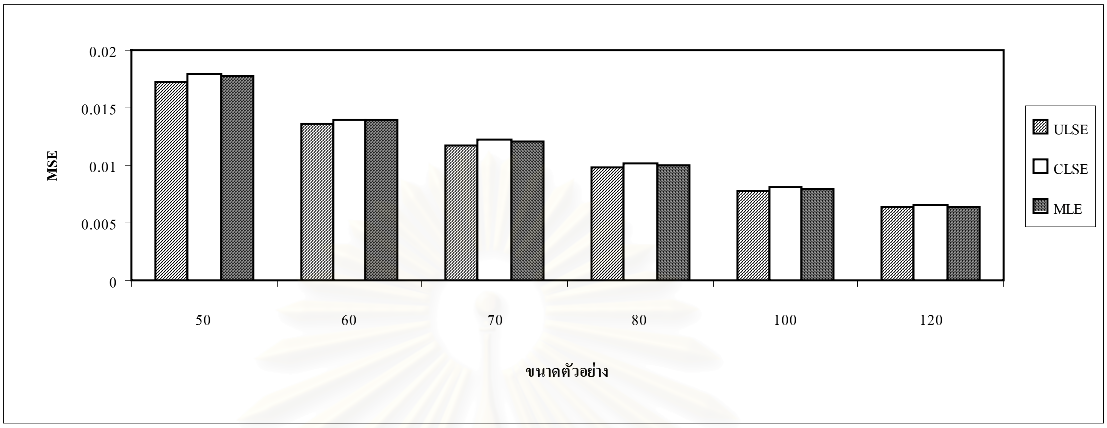


$\phi_1 = 0.5$

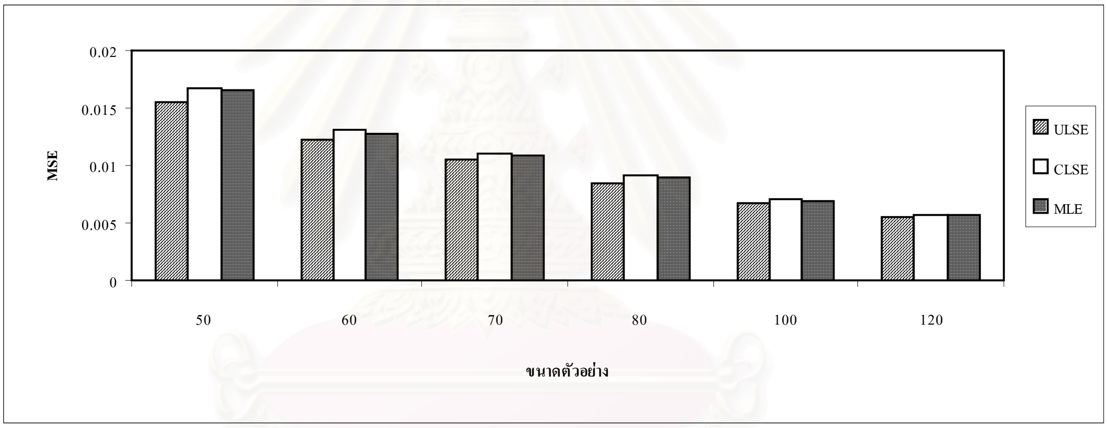


รูปที่ 4.1 (ต่อ)

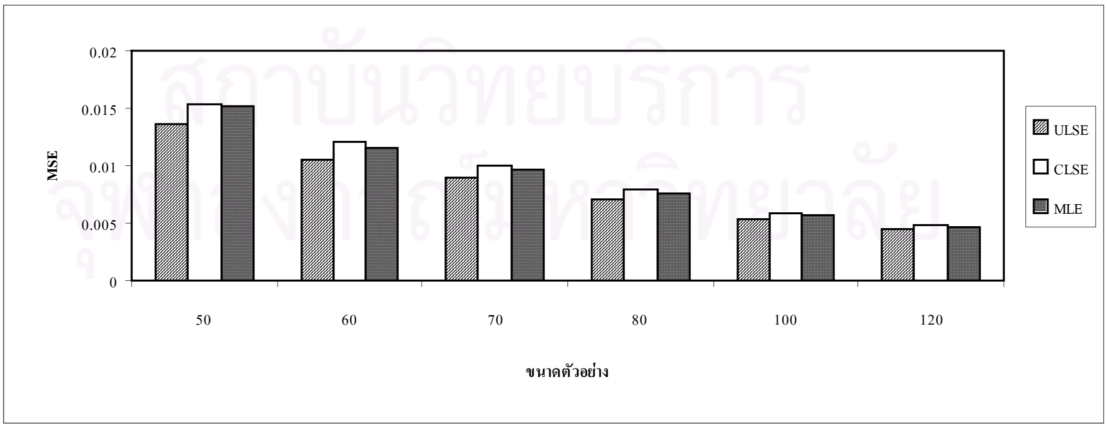
$\phi_1 = 0.6$



$\phi_1 = 0.7$



$\phi_1 = 0.8$



2) ตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 6 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.2 และรูปที่ 4.2

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 เท่ากับ 0.3 และ 0.4 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง (50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120) แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 เพิ่มขึ้นเป็น 0.5 , 0.6 , 0.7 และ 0.8 วิธี ULSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

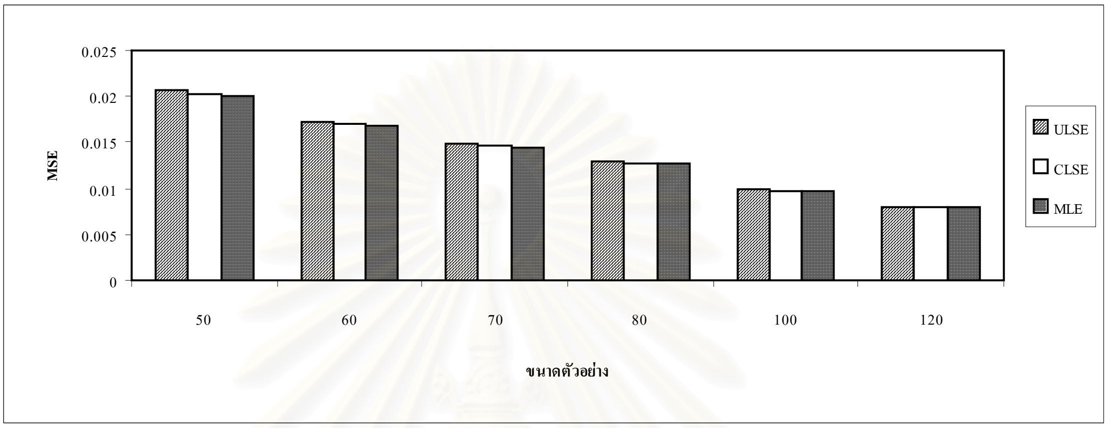
เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 เพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.2 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (AR(1)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1)

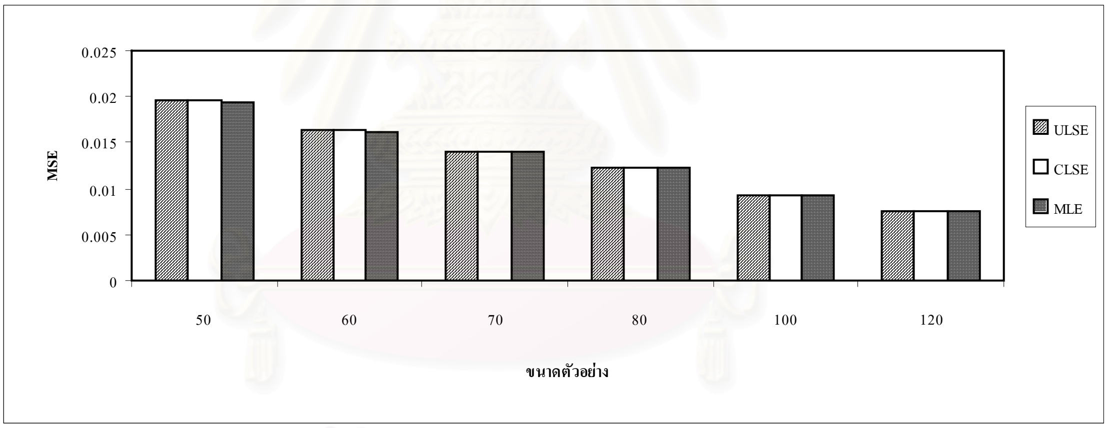
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.3$		$\phi_1 = 0.4$		$\phi_1 = 0.5$		$\phi_1 = 0.6$		$\phi_1 = 0.7$		$\phi_1 = 0.8$	
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE
n = 50	ULSE	0.2727891	0.0206168	0.3688367	0.0197191	0.4645042	0.0185644*	0.5596873	0.0171765*	0.6543313	0.0156018*	0.7484455	0.0139948*
	CLSE	0.2671356	0.0202134	0.3610971	0.0196010	0.4545628	0.0187902	0.5473636	0.0178164	0.6392716	0.0167634	0.7297907	0.0158845
	MLE	0.2670622	0.0201261*	0.3610554	0.0194646*	0.4546276	0.0186024	0.5476323	0.0175682	0.6399143	0.0164155	0.7312037	0.0153159
n = 60	ULSE	0.2738385	0.0171958	0.3710061	0.0163903	0.4679833	0.0153348*	0.5647210	0.0140085*	0.6612100	0.0123763*	0.7574587	0.0104116*
	CLSE	0.2690511	0.0170148	0.3643970	0.0164227	0.4594522	0.0156404	0.5540971	0.0146623	0.6481956	0.0134676	0.7414804	0.0120521
	MLE	0.2690834	0.0168947*	0.3645394	0.0162612*	0.4597774	0.0154139	0.5547212	0.0143365	0.6492976	0.0130004	0.7433275	0.0113925
n = 70	ULSE	0.2785768	0.0147689	0.3751661	0.0140006	0.4716511	0.0130480*	0.5680486	0.0119268*	0.6643514	0.0106412*	0.7603825	0.0092147*
	CLSE	0.2745492	0.0145776	0.3696985	0.0139999	0.4646640	0.0132801	0.5594281	0.0124217	0.6539439	0.0114132	0.7479352	0.0102788
	MLE	0.2744642	0.0145401*	0.3696123	0.0139098*	0.4646371	0.0131267	0.5595365	0.0122068	0.6542587	0.0111556	0.7484956	0.0100033
n = 80	ULSE	0.2780368	0.0128621	0.3758832	0.0122749	0.4736747	0.0114691*	0.5713983	0.0104153*	0.6690539	0.0090712*	0.7666435	0.0073949*
	CLSE	0.2744154	0.0127453	0.3709353	0.0122796	0.4673534	0.0116234	0.5636386	0.0107548	0.6597484	0.0096466	0.7555282	0.0082845
	MLE	0.2744526	0.0127133*	0.3710246	0.0122285*	0.4675269	0.0115456	0.5639337	0.0106374	0.6602150	0.0094649	0.7562788	0.0079918
n = 100	ULSE	0.2874546	0.0098372	0.3848096	0.0093511	0.4822049	0.0086914*	0.5796332	0.0078301*	0.6770387	0.0067309*	0.7743341	0.0053908*
	CLSE	0.2847264	0.0097404	0.3811047	0.0093255	0.4774679	0.0087542	0.5737892	0.0080038	0.6699721	0.0070506	0.7657872	0.0059066
	MLE	0.2845156	0.0097221*	0.3808677	0.0092992*	0.4772499	0.0087185	0.5736467	0.0079524	0.6699831	0.0069664	0.7661128	0.0057612
n = 120	ULSE	0.2864348	0.0079477	0.3845179	0.0075290	0.4823793	0.0070093*	0.5800191	0.0063716*	0.6774938	0.0055885*	0.7749247	0.0046322*
	CLSE	0.2841271	0.0079028	0.3814362	0.0075353	0.4785222	0.0070780	0.5753821	0.0065170	0.6720540	0.0058281	0.7685589	0.0049854
	MLE	0.2840029	0.0078882*	0.3812487	0.0075173*	0.4782692	0.0070568	0.5750601	0.0064915	0.6716672	0.0057950	0.7681767	0.0049402

รูปที่ 4.2 แสดงค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)

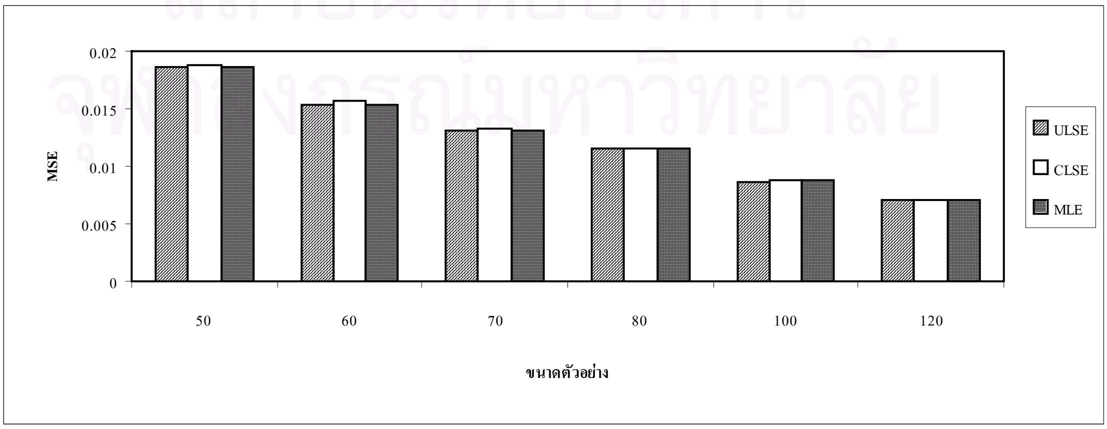
$\phi_1 = 0.3$



$\phi_1 = 0.4$

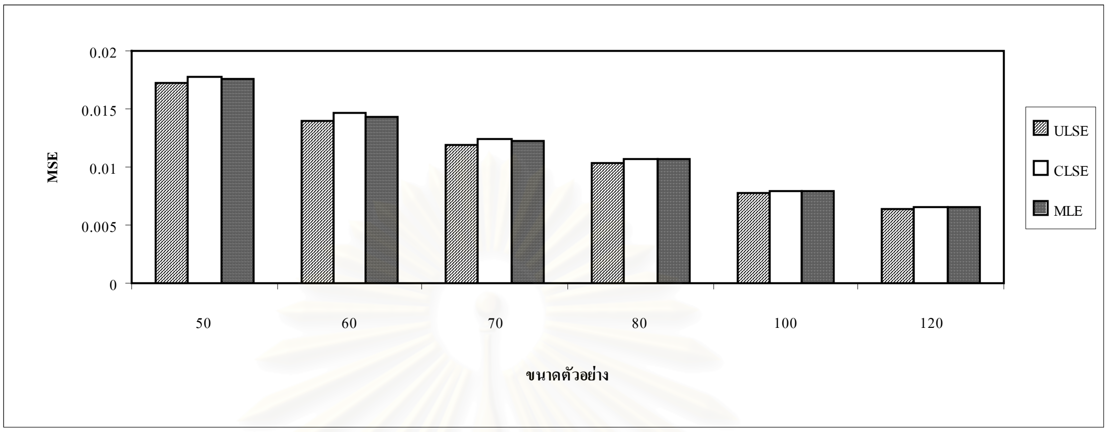


$\phi_1 = 0.5$

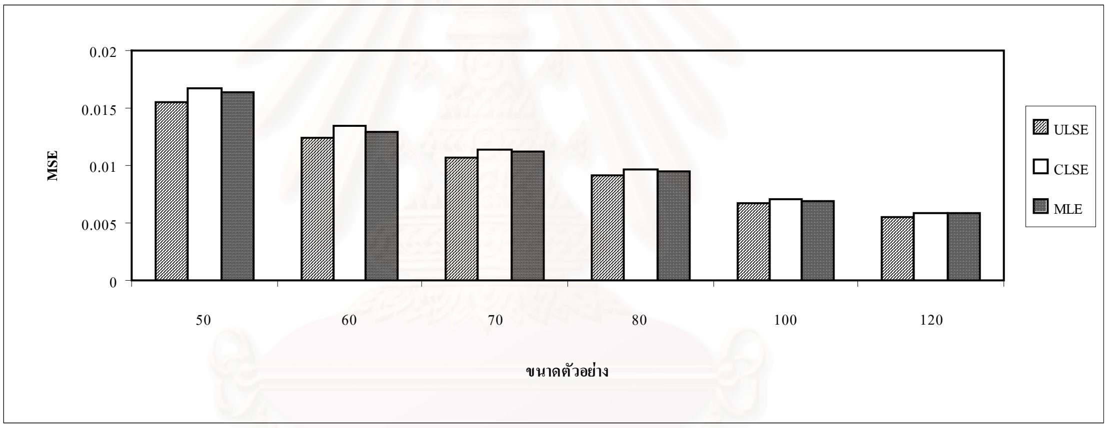


รูปที่ 4.2 (ต่อ)

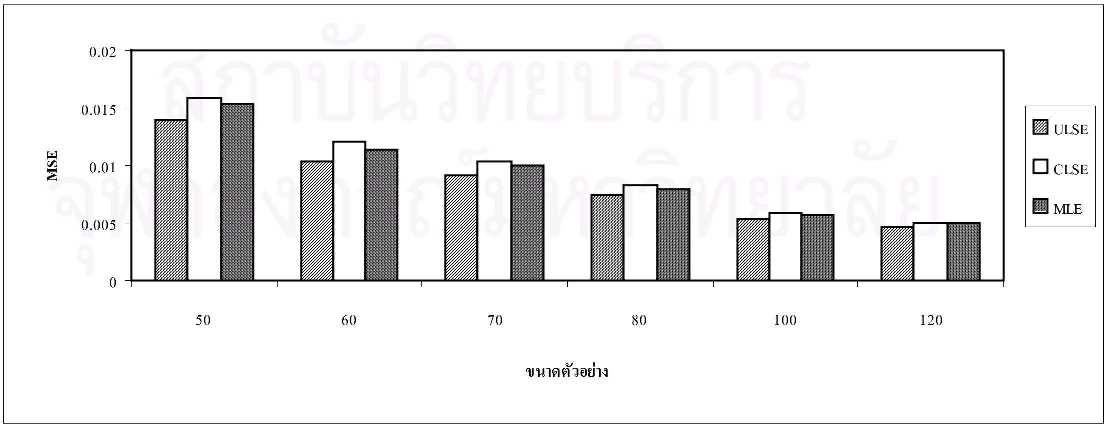
$\phi_1 = 0.6$



$\phi_1 = 0.7$



$\phi_1 = 0.8$



3) ตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 6 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.3 และรูปที่ 4.3

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 เท่ากับ 0.3 และ 0.4 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง (50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120) แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 เพิ่มขึ้นเป็น 0.5 , 0.6 , 0.7 และ 0.8 วิธี ULSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

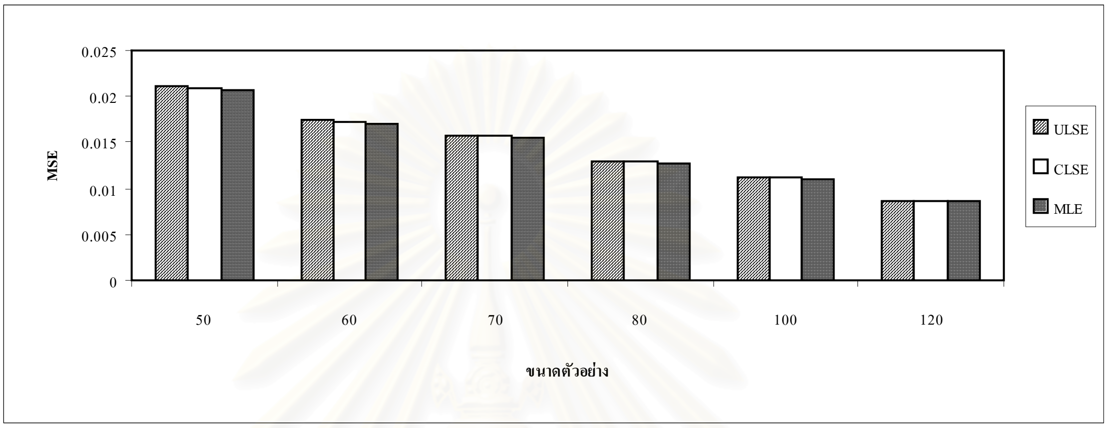
เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 เพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.3 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (AR(1)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1)

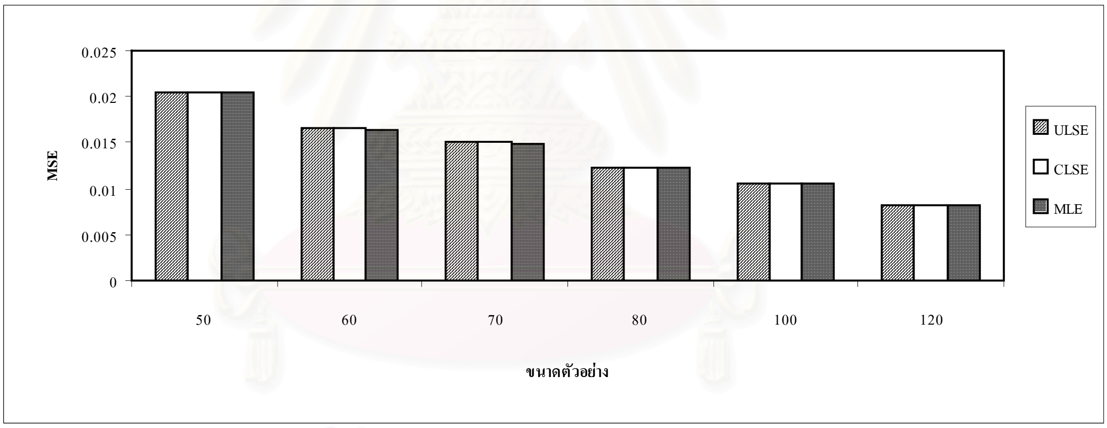
ขนาดตัวอย่าง และ	วิธีการประมาณค่า	$\phi_1 = 0.3$		$\phi_1 = 0.4$		$\phi_1 = 0.5$		$\phi_1 = 0.6$		$\phi_1 = 0.7$		$\phi_1 = 0.8$	
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE
n = 50	ULSE	0.2598804	0.0210656	0.3558581	0.0204222	0.4516720	0.0194666*	0.5472941	0.0181908	0.6427895	0.0165780*	0.7383059	0.0146536*
	CLSE	0.2561609	0.0208843	0.3506812	0.0204612	0.4449976	0.0197663	0.5390708	0.0187952*	0.6328959	0.0175460	0.7263125	0.0160931
	MLE	0.2544507	0.0207256*	0.3483956	0.0203678*	0.4421496	0.0197556	0.5356590	0.0188852	0.6289212	0.0177422	0.7218587	0.0163545
n = 60	ULSE	0.2747696	0.0174314	0.3707432	0.0166151	0.4663914	0.0155912*	0.5616658	0.0143833*	0.6565385	0.0130032*	0.7510242	0.0114420*
	CLSE	0.2716361	0.0172205	0.3664631	0.0165420	0.4608939	0.0157009	0.5548425	0.0147297	0.6481978	0.0136600	0.7407067	0.0125438
	MLE	0.2700009	0.0171080*	0.3642839	0.0164758*	0.4582153	0.0156813	0.5517214	0.0147532	0.6447151	0.0137111	0.7370425	0.0125625
n = 70	ULSE	0.2722199	0.0157890	0.3693303	0.0150257	0.4663162	0.0140335*	0.5631095	0.0128330*	0.6596449	0.0114460*	0.7558930	0.0098910*
	CLSE	0.2696062	0.0157107	0.3657079	0.0150574	0.4616349	0.0141968	0.5572999	0.0131573	0.6525845	0.0119699	0.7472653	0.0106779
	MLE	0.2681929	0.0155848*	0.3638478	0.0149707*	0.4593562	0.0141566	0.5546306	0.0131650	0.6495576	0.0120211	0.7439630	0.0107497
n = 80	ULSE	0.2780153	0.0129296	0.3750401	0.0123111	0.4719357	0.0114783*	0.5687019	0.0104421*	0.6653259	0.0092139*	0.7617174	0.0077898*
	CLSE	0.2758277	0.0128617	0.3720800	0.0123263	0.4681851	0.0116056	0.5641215	0.0107122	0.6598316	0.0096569	0.7551231	0.0084400
	MLE	0.2744426	0.0127812*	0.3702087	0.0122756*	0.4658331	0.0115813	0.5613018	0.0107104	0.6565682	0.0096752	0.7514411	0.0084764
n = 100	ULSE	0.2818827	0.0111396	0.3782265	0.0106403	0.4746718	0.0099271*	0.5712095	0.0089848*	0.6677966	0.0078086*	0.7650150	0.0064132*
	CLSE	0.2804579	0.0111061	0.3762821	0.0106596	0.4721904	0.0100110	0.5681583	0.0091463	0.6641037	0.0080642	0.7606300	0.0068192
	MLE	0.2789961	0.0110300*	0.3743447	0.0106129*	0.4697827	0.0100015	0.5652903	0.0091793	0.6607948	0.0081394	0.7568442	0.0069172
n = 120	ULSE	0.2852055	0.0086341	0.3831432	0.0081609	0.4808835	0.0075653*	0.5784202	0.0068294*	0.6758239	0.0059419*	0.7732105	0.0049082*
	CLSE	0.2840765	0.0086160	0.3816019	0.0081733	0.4789132	0.0076153	0.5759922	0.0069261	0.6728773	0.0060980	0.7695920	0.0051431
	MLE	0.2827835	0.0085689*	0.3798841	0.0081471*	0.4767822	0.0076150	0.5734653	0.0069560	0.6699890	0.0061597	0.7664233	0.0052320

รูปที่ 4.3 แสดงค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)

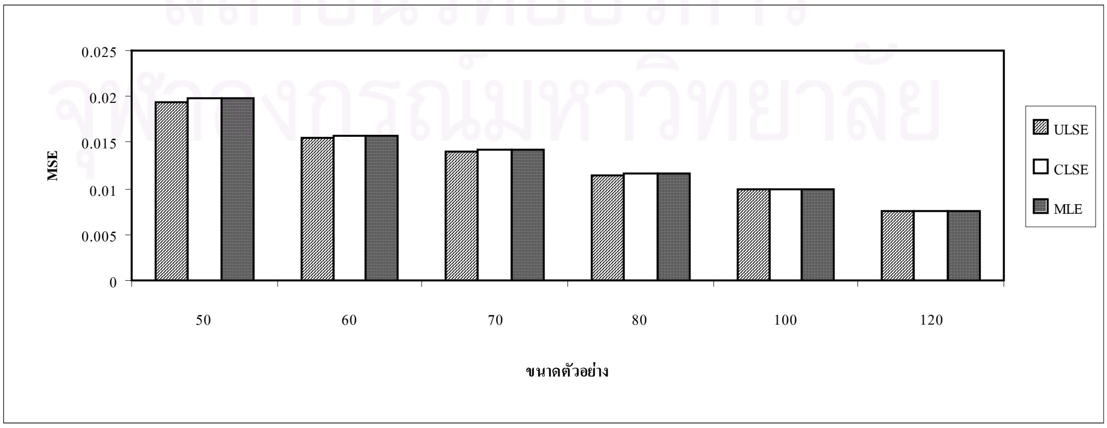
$\phi_1 = 0.3$



$\phi_1 = 0.4$

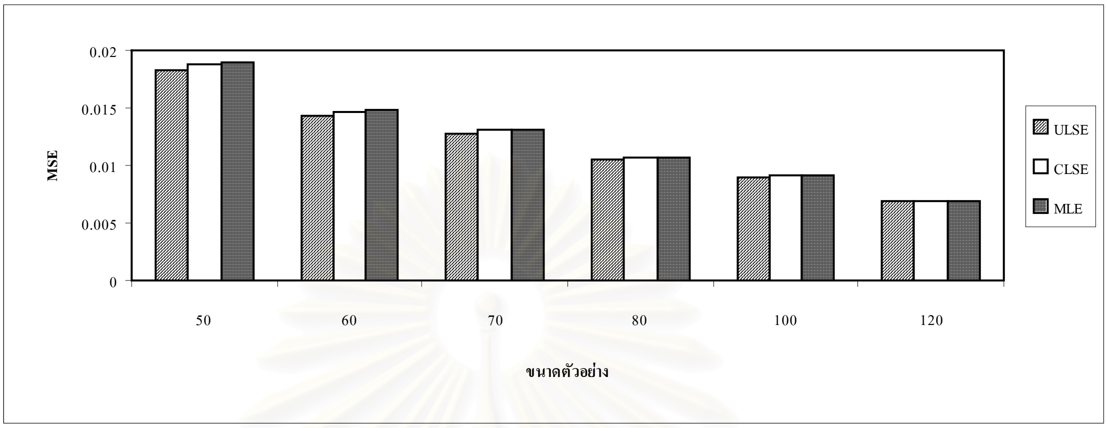


$\phi_1 = 0.5$

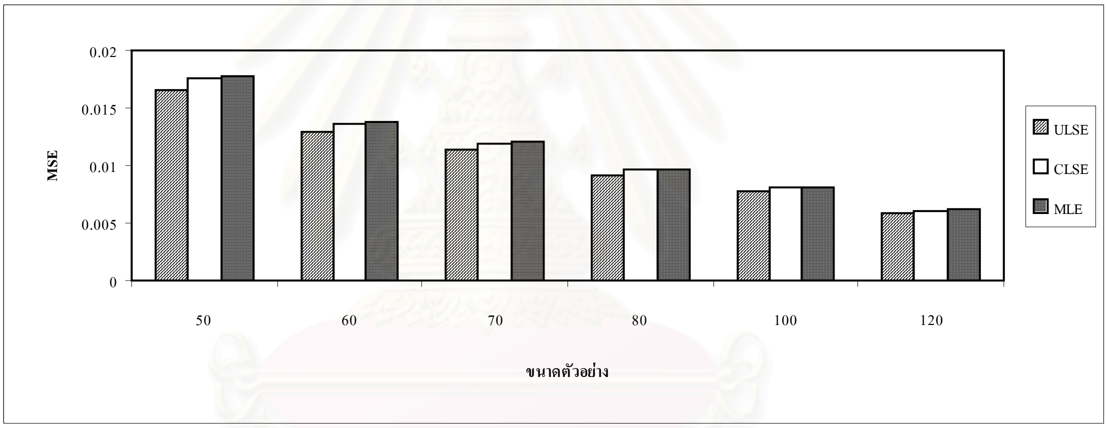


รูปที่ 4.3 (ต่อ)

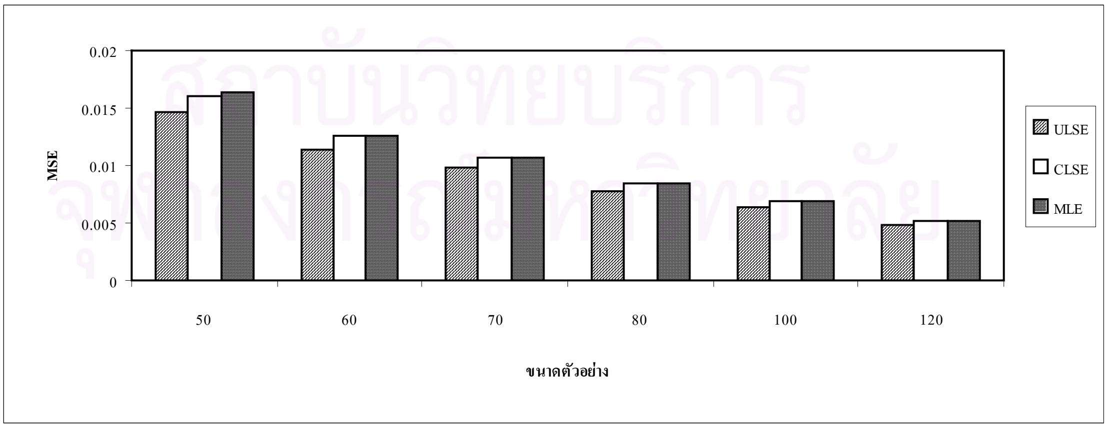
$\phi_1 = 0.6$



$\phi_1 = 0.7$



$\phi_1 = 0.8$



4) ตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 6 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.4 และรูปที่ 4.4

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 เท่ากับ 0.3 และ 0.4 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง (50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120) แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 เพิ่มขึ้นเป็น 0.5 , 0.6 , 0.7 และ 0.8 วิธี ULSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

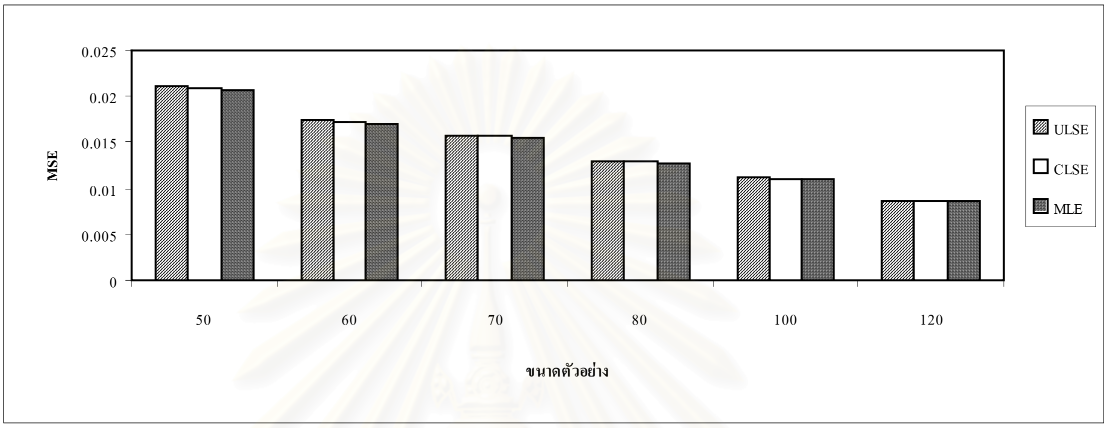
เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 เพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.4 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (AR(1)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1)

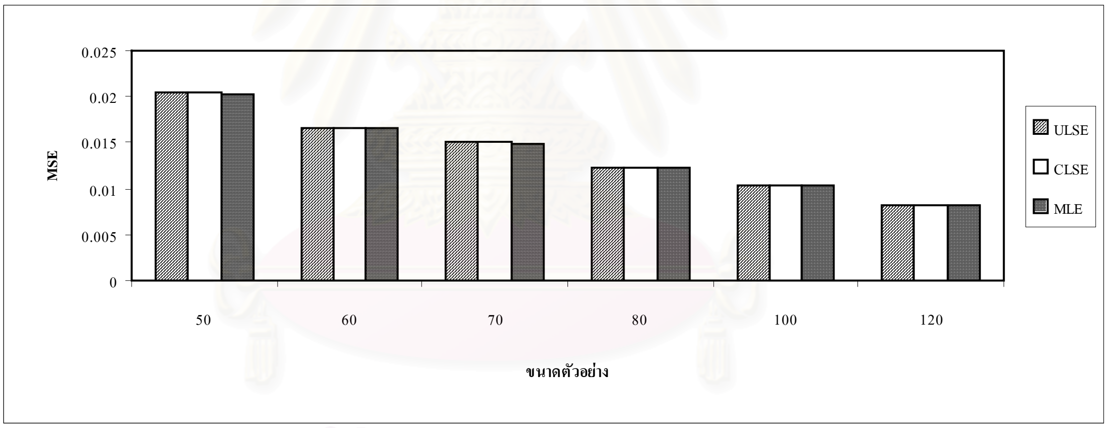
ขนาดตัวอย่าง และ		$\phi_1 = 0.3$		$\phi_1 = 0.4$		$\phi_1 = 0.5$		$\phi_1 = 0.6$		$\phi_1 = 0.7$		$\phi_1 = 0.8$	
วิธีการประมาณค่า		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE
	ULSE	0.2600714	0.0210336	0.3560434	0.0203857	0.4518318	0.0194280*	0.5473927	0.0181589*	0.6427637	0.0165809*	0.7380740	0.0147686*
n = 50	CLSE	0.2563369	0.0208512	0.3508449	0.0204242	0.4451323	0.0197280	0.5391474	0.0187643	0.6328633	0.0175474	0.7261101	0.0161943
	MLE	0.2546369	0.0206923*	0.3485757	0.0203294*	0.4423040	0.0197146	0.5357525	0.0188508	0.6288894	0.0177435	0.7216043	0.0164669
	ULSE	0.2746853	0.0174446	0.3706146	0.0166465	0.4662034	0.0156468*	0.5613984	0.0144670*	0.6561763	0.0131184*	0.7505812	0.0116102*
n = 60	CLSE	0.2715615	0.0172370	0.3663421	0.0165772	0.4607186	0.0157608	0.5545953	0.0148190	0.6478800	0.0137837	0.7403794	0.0127229
	MLE	0.2699166	0.0171211*	0.3641546	0.0165067*	0.4580249	0.0157359	0.5514472	0.0148352	0.6443337	0.0138222	0.7365315	0.0127169
	ULSE	0.2722832	0.0157816	0.3693800	0.0150233	0.4663356	0.0140346*	0.5630826	0.0128357*	0.6595592	0.0114541*	0.7557416	0.0099380*
n = 70	CLSE	0.269654	0.0157035	0.3657347	0.0150564	0.4616232	0.0142018	0.5572335	0.0131674	0.6524562	0.0119878	0.7471087	0.0107271
	MLE	0.2682548	0.0155770*	0.3638955	0.0149677*	0.4593728	0.0141570	0.5545984	0.0131671	0.6494582	0.0120279	0.7437612	0.0107892
	ULSE	0.2781725	0.0129726	0.3751891	0.0123543	0.4720577	0.0115246*	0.5687743	0.0104984*	0.6653414	0.0092944*	0.7617534	0.0079416*
n = 80	CLSE	0.2759887	0.0129042	0.3722374	0.0123676	0.4683238	0.0116468	0.5642254	0.0107576	0.6599054	0.0097166	0.7552629	0.0085536
	MLE	0.2745978	0.0128220*	0.3703556	0.0123162*	0.4659528	0.0116249	0.5613706	0.0107638	0.6565731	0.0097517	0.7514165	0.0086140
	ULSE	0.2847833	0.0111203	0.3821551	0.0104272	0.4793059	0.0095748*	0.5762077	0.0085776*	0.6728759	0.0074477*	0.7694676	0.0062271*
n = 100	CLSE	0.2832578	0.0110579	0.3801264	0.0104118	0.4767769	0.0096210	0.5731595	0.0087040	0.6692384	0.0076769	0.7650570	0.0065807
	MLE	0.2818678	0.0109947*	0.3782346	0.0103743*	0.4743726	0.0096128	0.5702448	0.0087264	0.6658430	0.0077290	0.7612234	0.0066576
	ULSE	0.2853354	0.0086813	0.3832254	0.0082188	0.4808893	0.0076351*	0.5783097	0.0069133*	0.6755389	0.0060494*	0.7726612	0.0051021*
n = 120	CLSE	0.2842092	0.0086607	0.3816930	0.0082279	0.4789371	0.0076806	0.5759135	0.0070036	0.6726455	0.0061964	0.7691395	0.0053260
	MLE	0.2829122	0.0086147*	0.3799653	0.0082035*	0.4767870	0.0076835	0.5733531	0.0070395	0.6696972	0.0062679	0.7658220	0.0054211

รูปที่ 4.4 แสดงค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)

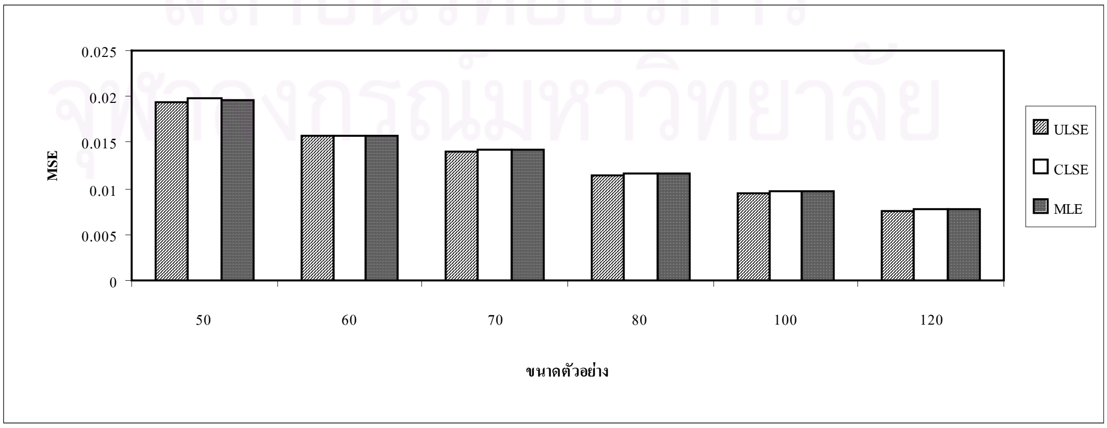
$\phi_1 = 0.3$



$\phi_1 = 0.4$

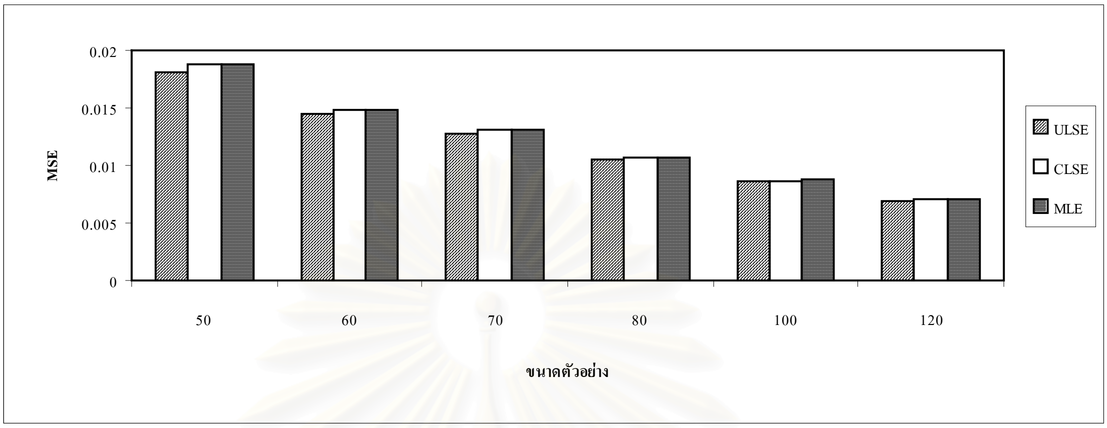


$\phi_1 = 0.5$

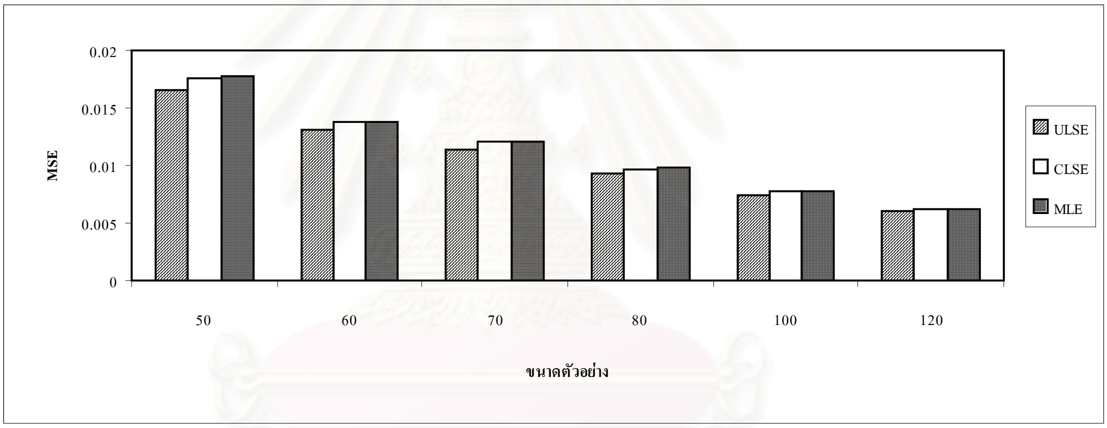


รูปที่ 4.4 (ต่อ)

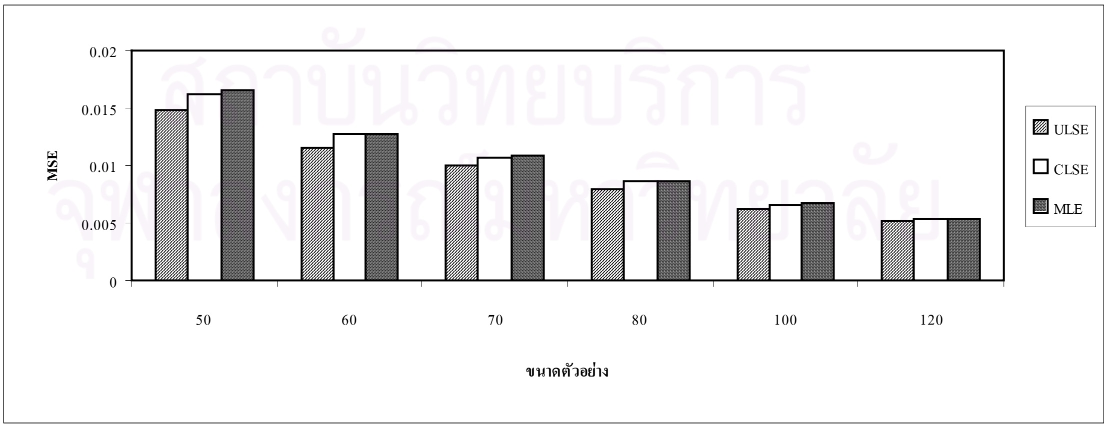
$\phi_1 = 0.6$



$\phi_1 = 0.7$



$\phi_1 = 0.8$



สรุปโดยรวม เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 มีค่าน้อย (0.3 และ 0.4) วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ϕ_1 มีค่าปานกลางและมาก (0.5 , 0.6 , 0.7 และ 0.8) วิธี ULSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกลักษณะของอนุกรมเวลา การเพิ่มขนาดตัวอย่างมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง

ผลการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จากตารางที่ 4.1 ถึง 4.4 ทำให้ได้ข้อสรุปของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม ภายใต้เกณฑ์ค่า MSE ต่ำสุด ดังตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีที่ให้ค่า MSE ต่ำสุด ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1)

ขนาดตัวอย่าง	ระดับของพารามิเตอร์ ϕ_1					
	$\phi_1 = 0.3$	$\phi_1 = 0.4$	$\phi_1 = 0.5$	$\phi_1 = 0.6$	$\phi_1 = 0.7$	$\phi_1 = 0.8$
n = 50	MLE	MLE	ULSE	ULSE	ULSE	ULSE
n = 60	MLE	MLE	ULSE	ULSE	ULSE	ULSE
n = 70	MLE	MLE	ULSE	ULSE	ULSE	ULSE
n = 80	MLE	MLE	ULSE	ULSE	ULSE	ULSE
n = 100	MLE	MLE	ULSE	ULSE	ULSE	ULSE
n = 120	MLE	MLE	ULSE	ULSE	ULSE	ULSE

4.2 ผลการเปรียบเทียบเมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง AR(2)

ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง AR(2) ที่ศึกษาในครั้งนี้มีสมการคือ

$$z_t - \mu = \phi_1(z_{t-1} - \mu) + \phi_2(z_{t-2} - \mu) + a_t$$

โดยที่ $\phi_1 + \phi_2 < 1$, $\phi_2 - \phi_1 < 1$ และ $|\phi_2| < 1$

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ 3 วิธีดังกล่าว เมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง AR(2) มีการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง จำแนกตามลักษณะของอนุกรมเวลา นำเสนอด้วยตารางที่ 4.6 ถึง 4.9 และรูปที่ 4.5 ถึง 4.8

1) ตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์การถดถอย (ϕ_1, ϕ_2) 4 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.6 และรูปที่ 4.5

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่หนึ่งและสอง (ϕ_1, ϕ_2) เท่ากับ (0.6,0.2) , (0.8,-0.5) และ (-0.8,-0.6) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง (50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120) ส่วนค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่หนึ่งและสอง (ϕ_1, ϕ_2) เท่ากับ (-0.6,0.1) วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า AV.MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

เมื่อเปรียบเทียบค่า MSE ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่หนึ่งและสอง ($\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$) พบว่า $\hat{\phi}_2$ ให้ค่า MSE ที่น้อยกว่า $\hat{\phi}_1$ ในทุกระดับของพารามิเตอร์ ทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.6 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง (AR(2)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2)

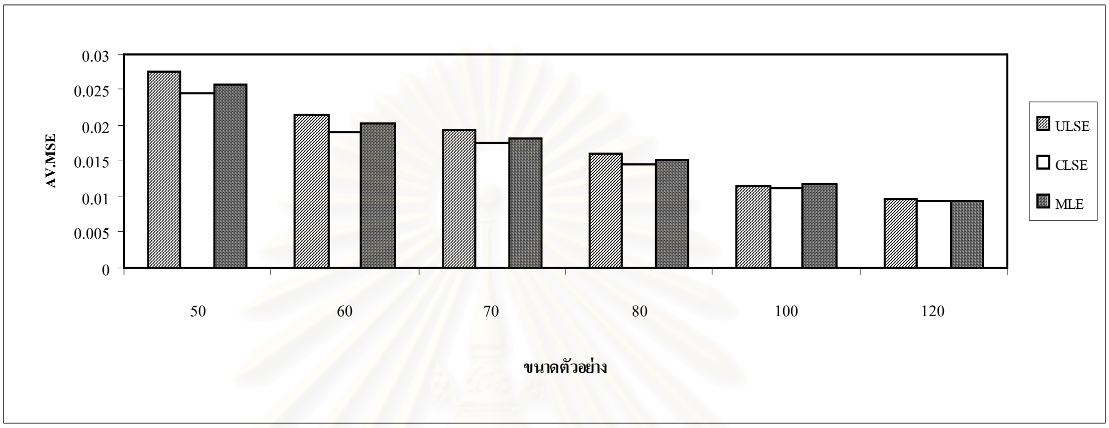
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.6$		$\phi_2 = 0.2$		AV.MSE	$\phi_1 = 0.8$		$\phi_2 = -0.5$		AV.MSE
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE	
n = 50	ULSE	0.5203413	0.0326964	0.1286696	0.0224599	0.02758	0.7521790	0.0196411	-0.4722338	0.0158709	0.01776
	CLSE	0.5612226	0.0252009	0.1373524	0.0240303	0.02462*	0.7788730	0.0169953	-0.4988258	0.0151431	0.01607*
	MLE	0.5205699	0.0308332	0.1453778	0.0206301	0.02573	0.7415007	0.0192875	-0.4509103	0.0161046	0.01770
n = 60	ULSE	0.5315073	0.0247044	0.1406592	0.0181921	0.02145	0.7587957	0.0150119	-0.4748893	0.0132386	0.01413
	CLSE	0.5644518	0.0191159	0.1487371	0.0193726	0.01924*	0.7801923	0.0132982	-0.4963408	0.0128000	0.01305*
	MLE	0.5318105	0.0233640	0.1546935	0.0171215	0.02024	0.7498717	0.0148285	-0.4569858	0.0134507	0.01414
n = 70	ULSE	0.5430861	0.0217361	0.1460541	0.0168035	0.01927	0.7656027	0.0131810	-0.4835307	0.0109457	0.01206
	CLSE	0.5720735	0.0178647	0.1538418	0.0175345	0.01770*	0.7851630	0.0119153	-0.5031741	0.0107411	0.01133*
	MLE	0.5437263	0.0206783	0.1589674	0.0157712	0.01822	0.7581383	0.0129545	-0.4677365	0.0109812	0.01197
n = 80	ULSE	0.5452552	0.0184207	0.1601258	0.0135865	0.01600	0.7641621	0.0119473	-0.4807149	0.0095388	0.01074
	CLSE	0.5712948	0.0150202	0.1672648	0.0142610	0.01464*	0.7818667	0.0104385	-0.4973842	0.0091929	0.00982*
	MLE	0.5459327	0.0175140	0.1715329	0.0127050	0.01511	0.7579856	0.0117535	-0.4667298	0.0098488	0.01080
n = 100	ULSE	0.5703136	0.0125874	0.1688441	0.0107191	0.01165	0.7804638	0.0083510	-0.4905439	0.0075503	0.00795
	CLSE	0.5789103	0.0114991	0.1712758	0.0109469	0.01122*	0.7886512	0.0079282	-0.5003517	0.0074538	0.00769*
	MLE	0.5578653	0.0132889	0.1747005	0.0100814	0.01169	0.7692500	0.0088005	-0.4751427	0.0078772	0.00834
n = 120	ULSE	0.5676292	0.0103695	0.1684324	0.0091361	0.00975	0.7805379	0.0068835	-0.4887423	0.0067874	0.00684
	CLSE	0.5823999	0.0092082	0.1738684	0.0093687	0.00929*	0.7913724	0.0064377	-0.4998194	0.0067309	0.00658*
	MLE	0.5677618	0.0099777	0.1754274	0.0088172	0.00940	0.7760414	0.0067974	-0.4793482	0.0068511	0.00682

ตารางที่ 4.6 (ต่อ)

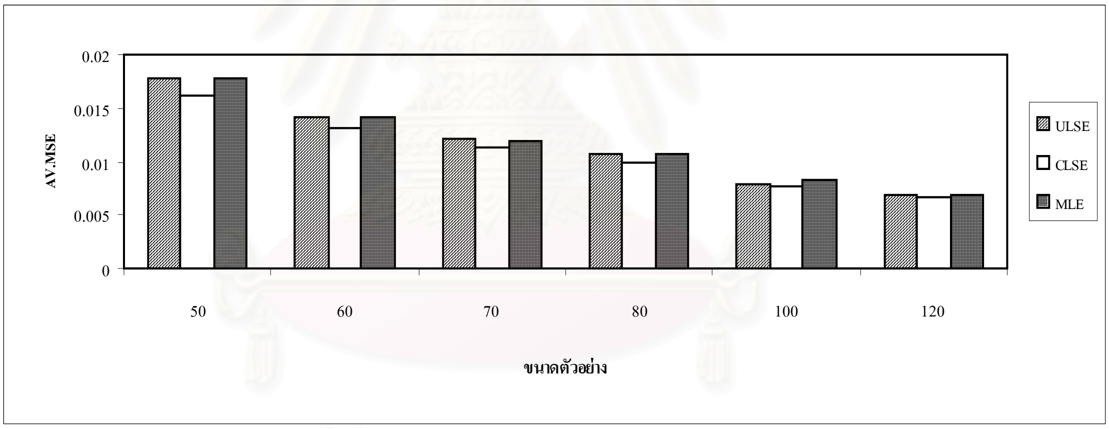
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = -0.6$		$\phi_2 = 0.1$		AV.MSE	$\phi_1 = -0.8$		$\phi_2 = -0.6$		AV.MSE
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE	
	ULSE	-0.5727682	0.0257103	0.0548834	0.0206762	0.02319	-0.7641955	0.0175600	-0.5584378	0.0162949	0.01693
n = 50	CLSE	-0.6048208	0.0215674	0.0565010	0.0227797	0.02217	-0.7917680	0.0148570	-0.5888662	0.0139236	0.01439*
	MLE	-0.5675146	0.0239454	0.0662920	0.0192400	0.02159*	-0.7535455	0.0168445	-0.5346539	0.0173326	0.01709
	ULSE	-0.5794550	0.0199322	0.0610994	0.0170385	0.01849	-0.7704260	0.0141907	-0.5666133	0.0132607	0.01373
n = 60	CLSE	-0.6071763	0.0181102	0.0629001	0.0186949	0.01840	-0.7940841	0.0124110	-0.5926419	0.0116209	0.01202*
	MLE	-0.5758151	0.0186039	0.0717117	0.0161979	0.01740*	-0.7616969	0.0136434	-0.5462699	0.0139233	0.01378
	ULSE	-0.5826999	0.0174331	0.0643584	0.0145050	0.01597	-0.7733141	0.0127840	-0.5708577	0.0113831	0.01208
n = 70	CLSE	-0.6039344	0.0162081	0.0666372	0.0157048	0.01596	-0.7930440	0.0110797	-0.5930716	0.0099881	0.01053*
	MLE	-0.5792405	0.0164292	0.0726212	0.0138708	0.01515*	-0.7656648	0.0123062	-0.5532823	0.0119418	0.01212
	ULSE	-0.5878521	0.0149015	0.0676313	0.0126411	0.01377	-0.7783722	0.0101740	-0.5742450	0.0098137	0.00999
n = 80	CLSE	-0.6083909	0.0138347	0.0698017	0.0135100	0.01367	-0.7953607	0.0089214	-0.5931113	0.0086140	0.00877*
	MLE	-0.5853349	0.0140721	0.0758042	0.0121524	0.01311*	-0.7717215	0.0098044	-0.5585522	0.0102791	0.01004
	ULSE	-0.5983593	0.0111259	0.0752121	0.0100756	0.01060	-0.7890558	0.0073540	-0.5829904	0.0065472	0.00695
n = 100	CLSE	-0.6051560	0.0106972	0.0760615	0.0103820	0.01054	-0.7975178	0.0071946	-0.5952626	0.0061509	0.00667*
	MLE	-0.5874767	0.0110681	0.0801901	0.0096130	0.01034*	-0.7782257	0.0075686	-0.5663165	0.0072171	0.00739
	ULSE	-0.5886738	0.0093752	0.0777275	0.0080958	0.00874	-0.7856756	0.0061733	-0.5820554	0.0063838	0.00628
n = 120	CLSE	-0.6034825	0.0086501	0.0800095	0.0085074	0.00858	-0.7978637	0.0057027	-0.5960513	0.0058581	0.00578*
	MLE	-0.5876016	0.0089550	0.0839947	0.0079753	0.00847*	-0.7814397	0.0060096	-0.5713671	0.0065972	0.00630

รูปที่ 4.5 แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) และขนาดตัวอย่าง (n)

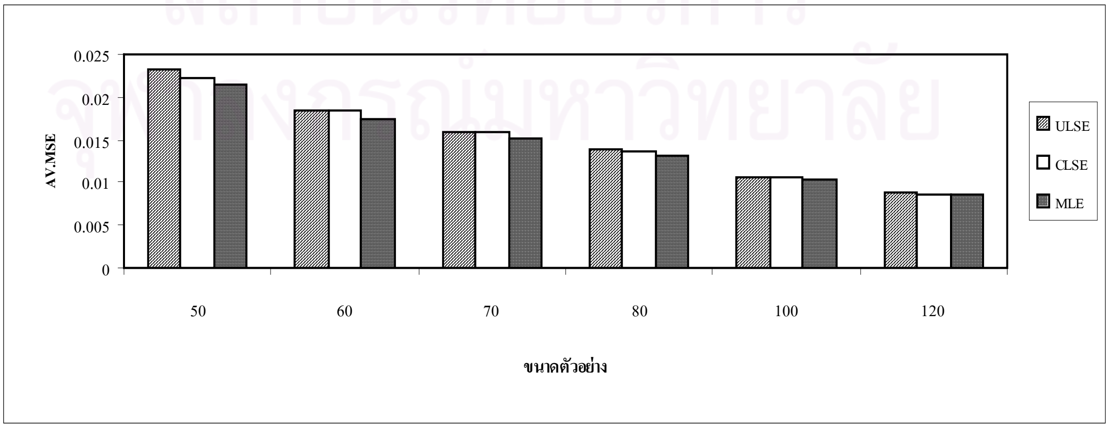
$\phi_1 = 0.6$ และ $\phi_2 = 0.2$



$\phi_1 = 0.8$ และ $\phi_2 = -0.5$

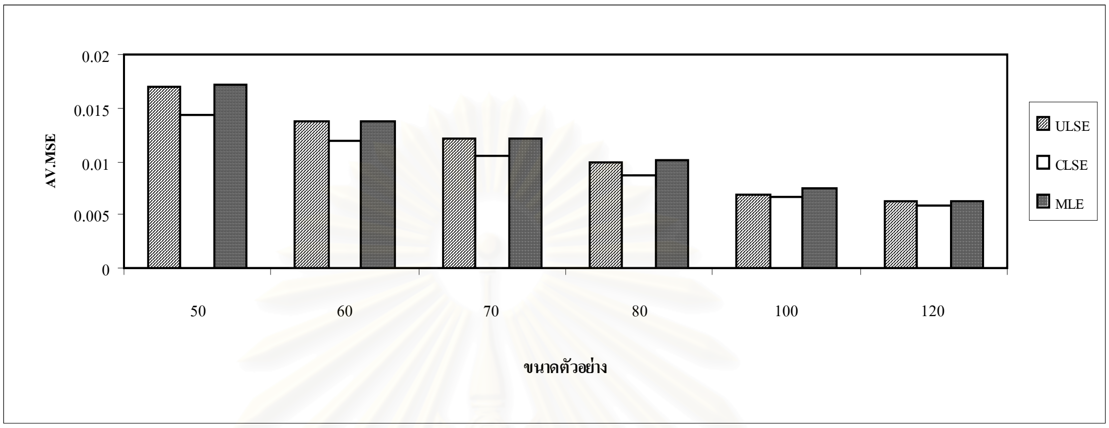


$\phi_1 = -0.6$ และ $\phi_2 = 0.1$



รูปที่ 4.5 (ต่อ)

$\phi_1 = -0.8$ และ $\phi_2 = -0.6$



2) ตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์การถดถอย (ϕ_1, ϕ_2) 4 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.7 และรูปที่ 4.6

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่หนึ่งและสอง (ϕ_1, ϕ_2) เท่ากับ (0.6,0.2) , (0.8,-0.5) และ (-0.8,-0.6) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง (50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120) ส่วนค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่หนึ่งและสอง (ϕ_1, ϕ_2) เท่ากับ (-0.6,0.1) วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า AV.MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

เมื่อเปรียบเทียบค่า MSE ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่หนึ่งและสอง ($\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$) พบว่า $\hat{\phi}_2$ ให้ค่า MSE ที่น้อยกว่า $\hat{\phi}_1$ ในทุกระดับของพารามิเตอร์ ทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.7 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง (AR(2)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2)

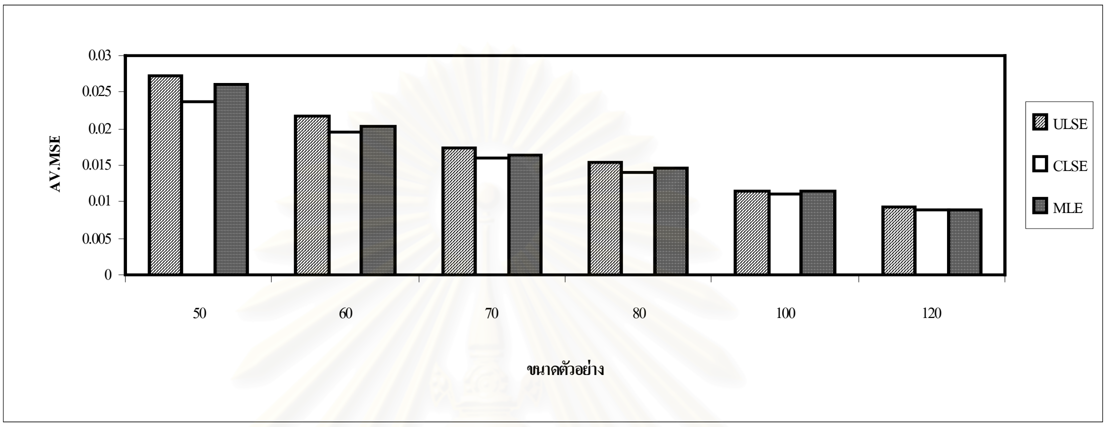
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.6$		$\phi_2 = 0.2$		AV.MSE	$\phi_1 = 0.8$		$\phi_2 = -0.5$		AV.MSE
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE	
n = 50	ULSE	0.5251305	0.0329971	0.1318859	0.0214775	0.02724	0.7559792	0.0195889	-0.4763927	0.0153604	0.01747
	CLSE	0.5660917	0.0242809	0.1403210	0.0228924	0.02359*	0.7827625	0.0163440	-0.5029347	0.0146848	0.01551*
	MLE	0.5240863	0.0313075	0.1492825	0.0206261	0.02597	0.7449983	0.0189745	-0.4548588	0.0155197	0.01725
n = 60	ULSE	0.5275455	0.0260760	0.1465862	0.0173812	0.02173	0.7560078	0.0151720	-0.4763816	0.0127942	0.01398
	CLSE	0.5631691	0.0204230	0.1549386	0.0186292	0.01953*	0.7794468	0.0131036	-0.4987583	0.0121849	0.01264*
	MLE	0.5284461	0.0246136	0.1618251	0.0161321	0.02037	0.7476065	0.0149140	-0.4581264	0.0131430	0.01403
n = 70	ULSE	0.5429415	0.0202009	0.1527236	0.0146664	0.01743	0.7651060	0.0124032	-0.4818149	0.0101846	0.01129
	CLSE	0.5703834	0.0165977	0.1598958	0.0152216	0.01591*	0.7836223	0.0110699	-0.5001193	0.0098829	0.01048*
	MLE	0.5430813	0.0191748	0.1643690	0.0134562	0.01632	0.7575343	0.0122543	-0.4661303	0.0103883	0.01132
n = 80	ULSE	0.5439410	0.0179774	0.1603346	0.0128967	0.01544	0.7630963	0.0111786	-0.4781685	0.0103756	0.01078
	CLSE	0.5695546	0.0145826	0.1681596	0.0135713	0.01408*	0.7810753	0.0097505	-0.4954073	0.0098161	0.00978*
	MLE	0.5446827	0.0170164	0.1721031	0.0123665	0.01469	0.7569803	0.0110416	-0.4642826	0.0106384	0.01084
n = 100	ULSE	0.5702958	0.0121069	0.1692797	0.0107204	0.01141	0.7788230	0.0079597	-0.4885918	0.0076730	0.00782
	CLSE	0.5779255	0.0112886	0.1717172	0.0108846	0.01109*	0.7869199	0.0075436	-0.4983452	0.0076438	0.00759*
	MLE	0.5583073	0.0126438	0.1745498	0.0100595	0.01135	0.7677127	0.0084691	-0.4733710	0.0080836	0.00828
n = 120	ULSE	0.5676189	0.0100690	0.1698862	0.0086067	0.00934	0.7792299	0.0068858	-0.4885081	0.0061740	0.00653
	CLSE	0.5852010	0.0089416	0.1754864	0.0087640	0.00885*	0.7904752	0.0062629	-0.4996081	0.0060599	0.00616*
	MLE	0.5684967	0.0096410	0.1783138	0.0080927	0.00887	0.7749135	0.0067686	-0.4790502	0.0062616	0.00652

ตารางที่ 4.7 (ต่อ)

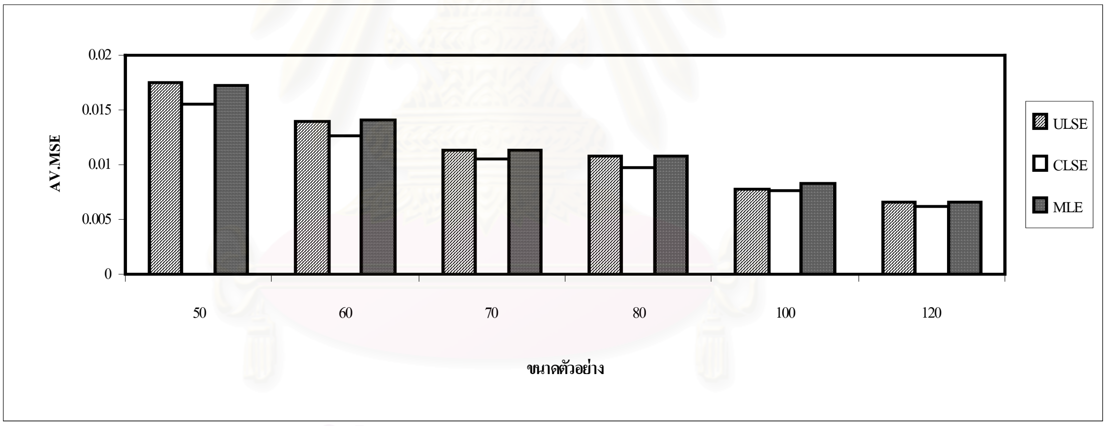
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = -0.6$		$\phi_2 = 0.1$		AV.MSE	$\phi_1 = -0.8$		$\phi_2 = -0.6$		AV.MSE
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE	
	ULSE	-0.5657138	0.0251459	0.0586617	0.0189955	0.02207	-0.7597795	0.0168230	-0.5555773	0.0162949	0.01656
n = 50	CLSE	-0.6012570	0.0218391	0.0603439	0.0211873	0.02151	-0.7896839	0.0142266	-0.5880814	0.0135785	0.01390*
	MLE	-0.5617967	0.0233353	0.0720728	0.0178771	0.02061*	-0.7498909	0.0162442	-0.5319628	0.0175066	0.01688
	ULSE	-0.5820980	0.0194796	0.0594273	0.0159922	0.01774	-0.7734073	0.0137091	-0.5654092	0.0131198	0.01341
n = 60	CLSE	-0.6098109	0.0178980	0.0616009	0.0175536	0.01773	-0.7961848	0.0121850	-0.5908376	0.0114644	0.01182*
	MLE	-0.5784325	0.0181597	0.0700969	0.0149541	0.01656*	-0.7645218	0.0131806	-0.5451913	0.0138562	0.01352
	ULSE	-0.5799286	0.0165215	0.0651965	0.0137715	0.01515	-0.7774011	0.0106082	-0.5709345	0.0107594	0.01068
n = 70	CLSE	-0.6062371	0.0150754	0.0670524	0.0149760	0.01503	-0.7963910	0.0096175	-0.5919942	0.0094709	0.00954*
	MLE	-0.5777030	0.0156374	0.0752954	0.0129147	0.01428*	-0.7697608	0.0102827	-0.5532816	0.0113096	0.01080
	ULSE	-0.5889454	0.0139017	0.0672396	0.0118549	0.01288	-0.7805837	0.0100015	-0.5732081	0.0102658	0.01013
n = 80	CLSE	-0.6096604	0.0129339	0.0692099	0.0127060	0.01282	-0.7984763	0.0087840	-0.5933579	0.0091804	0.00898*
	MLE	-0.5864731	0.0131199	0.0753807	0.0112825	0.01220*	-0.7740235	0.0096078	-0.5575379	0.0107621	0.01018
	ULSE	-0.5984705	0.0109640	0.0749356	0.0097382	0.01035	-0.7889465	0.0071201	-0.5816706	0.0070442	0.00708
n = 100	CLSE	-0.6054048	0.0104910	0.0757736	0.0100492	0.01027	-0.7975189	0.0068025	-0.5936965	0.0066018	0.00670*
	MLE	-0.5875590	0.0108415	0.0799825	0.0091728	0.01001*	-0.7780589	0.0074403	-0.5649108	0.0079119	0.00768
	ULSE	-0.5868309	0.0091027	0.0781960	0.0079448	0.00852	-0.7854859	0.0059843	-0.5841022	0.0061256	0.00605
n = 120	CLSE	-0.6016623	0.0083904	0.0801904	0.0083503	0.00837	-0.7968779	0.0054734	-0.5970668	0.0055927	0.00553*
	MLE	-0.5857662	0.0087249	0.0843111	0.0077416	0.00823*	-0.7810779	0.0058168	-0.5734169	0.0063327	0.00607

รูปที่ 4.6 แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) และขนาดตัวอย่าง (n)

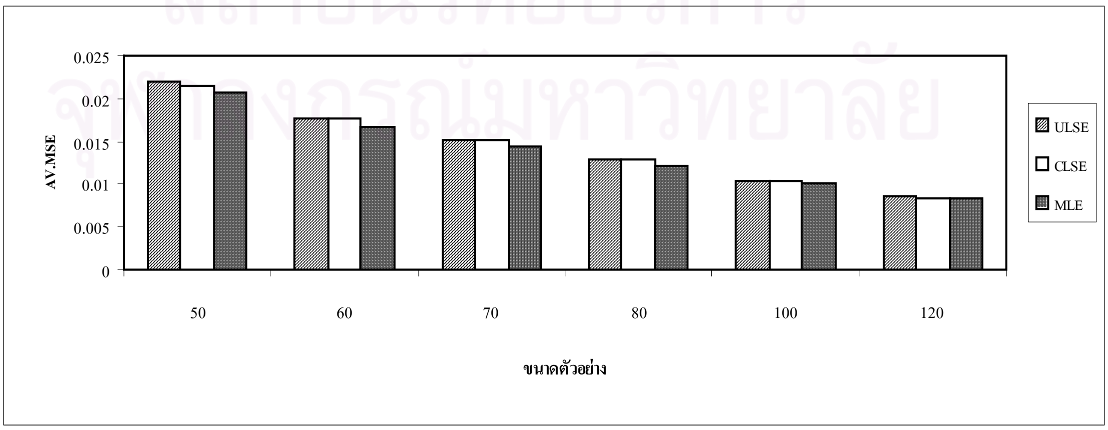
$\phi_1 = 0.6$ และ $\phi_2 = 0.2$



$\phi_1 = 0.8$ และ $\phi_2 = -0.5$

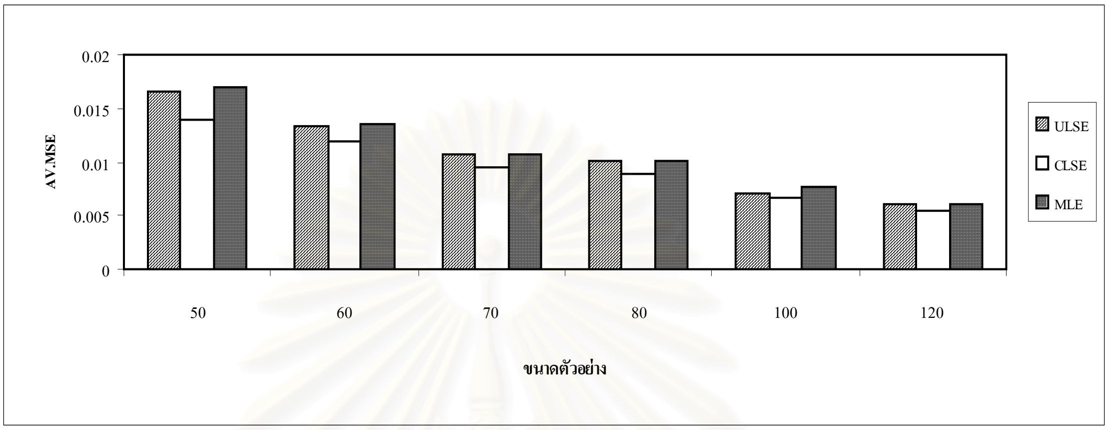


$\phi_1 = -0.6$ และ $\phi_2 = 0.1$



รูปที่ 4.6 (ต่อ)

$\phi_1 = -0.8$ และ $\phi_2 = -0.6$



3) ตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์การถดถอย (ϕ_1, ϕ_2) 4 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.8 และรูปที่ 4.7

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่หนึ่งและสอง (ϕ_1, ϕ_2) เท่ากับ (0.6,0.2) , (0.8,-0.5) และ (-0.8,-0.6) วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง (50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120) ส่วนค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่หนึ่งและสอง (ϕ_1, ϕ_2) เท่ากับ (-0.6,0.1) วิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า AV.MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

เมื่อเปรียบเทียบค่า MSE ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่หนึ่งและสอง ($\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$) พบว่า $\hat{\phi}_2$ ให้ค่า MSE ที่น้อยกว่า $\hat{\phi}_1$ ในทุกระดับของพารามิเตอร์ ทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.8 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง (AR(2)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2)

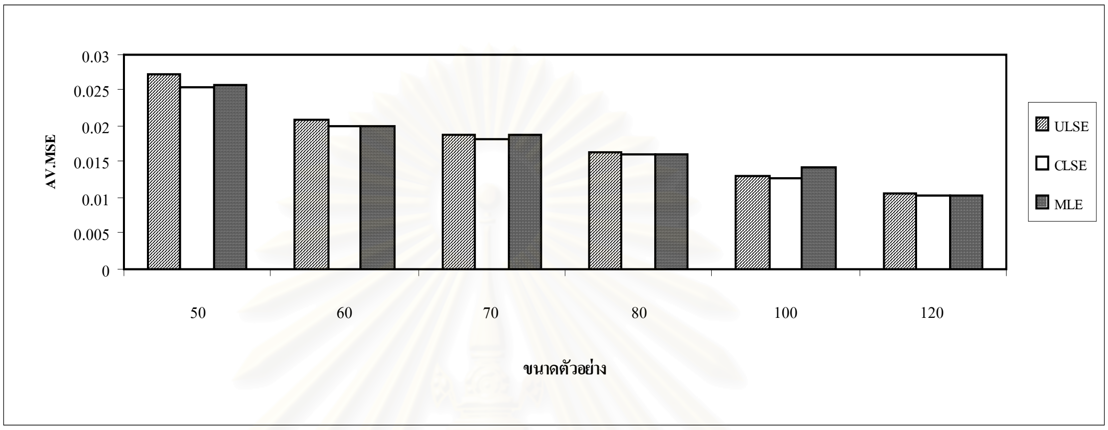
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.6$		$\phi_2 = 0.2$		AV.MSE	$\phi_1 = 0.8$		$\phi_2 = -0.5$		AV.MSE
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE	
n = 50	ULSE	0.5304678	0.0304276	0.1289761	0.0239009	0.02716	0.7594635	0.0191308	-0.4811023	0.0162209	0.01768
	CLSE	0.5610327	0.0259252	0.1362439	0.0251219	0.02552*	0.7783646	0.0177110	-0.5001001	0.0160762	0.01689*
	MLE	0.5286170	0.0292198	0.1405040	0.0220750	0.02565	0.7471067	0.0188966	-0.4593059	0.0158465	0.01737
n = 60	ULSE	0.5386546	0.0230811	0.1493045	0.0187020	0.02089	0.7643666	0.0151096	-0.4803271	0.0140470	0.01458
	CLSE	0.5619745	0.0201533	0.1557111	0.0196128	0.01988*	0.7785439	0.0142668	-0.4946140	0.0139506	0.01411*
	MLE	0.5370299	0.0224433	0.1579235	0.0174367	0.01994	0.7539085	0.0150378	-0.4623033	0.0138309	0.01443
n = 70	ULSE	0.5436031	0.0209581	0.1538662	0.0167903	0.01887	0.7691899	0.0130044	-0.4901893	0.0114914	0.01225
	CLSE	0.5613507	0.0187511	0.1592825	0.0174392	0.01810*	0.7815229	0.0123288	-0.5023656	0.0114849	0.01191*
	MLE	0.5406320	0.0207274	0.1611501	0.0166519	0.01869	0.7602779	0.0129367	-0.4743480	0.0111994	0.01207
n = 80	ULSE	0.5555885	0.0177896	0.1595552	0.0152387	0.01651	0.7716747	0.0120075	-0.4875368	0.0100298	0.01102
	CLSE	0.5720648	0.0164347	0.1644282	0.0157496	0.01609*	0.7821018	0.0113577	-0.4973998	0.0099805	0.01067*
	MLE	0.5538865	0.0173700	0.1655889	0.0149913	0.01618	0.7638798	0.0119187	-0.4737276	0.0099348	0.01093
n = 100	ULSE	0.5760121	0.0134367	0.1639947	0.0124032	0.01292	0.7753381	0.0092905	-0.4870360	0.0084984	0.00889
	CLSE	0.5800803	0.0131592	0.1655808	0.0125150	0.01284*	0.7794788	0.0090199	-0.4920174	0.0084198	0.00872*
	MLE	0.5681745	0.0153357	0.1643651	0.0130452	0.01419	0.7657214	0.0096496	-0.4741077	0.0086231	0.00914
n = 120	ULSE	0.5757530	0.0104750	0.1692098	0.0104606	0.01047	0.7714882	0.0083309	-0.4856402	0.0067611	0.00755
	CLSE	0.5835269	0.0101349	0.1721792	0.0105189	0.01033*	0.7771603	0.0079918	-0.4910463	0.0067120	0.00735*
	MLE	0.5737644	0.0103560	0.1716536	0.0103900	0.01037	0.7662061	0.0084023	-0.4767172	0.0066911	0.00755

ตารางที่ 4.8 (ต่อ)

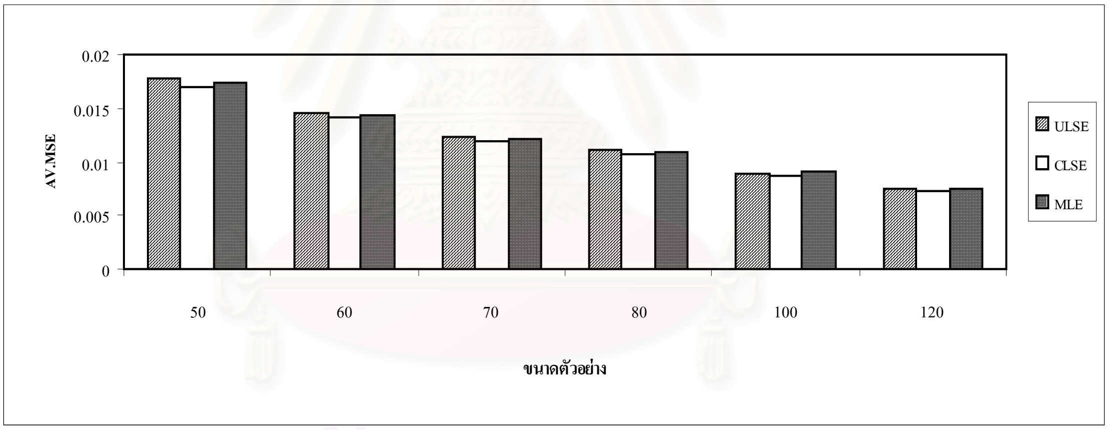
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = -0.6$		$\phi_2 = 0.1$		AV.MSE	$\phi_1 = -0.8$		$\phi_2 = -0.6$		AV.MSE
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE	
	ULSE	-0.5828488	0.0241917	0.0540819	0.0221375	0.02316	-0.7644751	0.0160077	-0.5596688	0.0156176	0.01581
n = 50	CLSE	-0.6047148	0.0222997	0.0556851	0.0237059	0.02300	-0.7758501	0.0150136	-0.5754169	0.0145649	0.01479*
	MLE	-0.5754847	0.0227247	0.0612937	0.0203867	0.02156*	-0.7449575	0.0172038	-0.5304613	0.0177285	0.01747
	ULSE	-0.5904852	0.0192899	0.0600686	0.0185652	0.01893	-0.7674330	0.0133137	-0.5643002	0.0132119	0.01326
n = 60	CLSE	-0.6082840	0.0189705	0.0616319	0.0197310	0.01935	-0.7763551	0.0127206	-0.5766112	0.0125157	0.01262*
	MLE	-0.5845563	0.0182464	0.0663274	0.0174218	0.01783*	-0.7511072	0.0142261	-0.5396078	0.0147519	0.01449
	ULSE	-0.5899842	0.0171578	0.0650635	0.0157208	0.01644	-0.7702383	0.0102602	-0.5697649	0.0103889	0.01032
n = 70	CLSE	-0.6027125	0.0169406	0.0667591	0.0165162	0.01673	-0.7772178	0.0098230	-0.5796588	0.0098090	0.00982*
	MLE	-0.5844647	0.0164252	0.0693250	0.0148949	0.01566*	-0.7566907	0.0110033	-0.5490981	0.0115790	0.01129
	ULSE	-0.5953060	0.0153394	0.0679466	0.0139963	0.01467	-0.7678111	0.0101221	-0.5664842	0.0100222	0.01007
n = 80	CLSE	-0.6069467	0.0151974	0.0694739	0.0145678	0.01488	-0.7733962	0.0096244	-0.5742720	0.0094813	0.00955*
	MLE	-0.5905851	0.0147276	0.0719102	0.0133369	0.01403*	-0.7561710	0.0108056	-0.5486349	0.0111709	0.01099
	ULSE	-0.5778287	0.0100302	0.0950766	0.0105058	0.01027	-0.7680183	0.0080574	-0.5647156	0.0077634	0.00791
n = 100	CLSE	-0.5809832	0.0097504	0.0959399	0.0107112	0.01023	-0.7721704	0.0078167	-0.5707861	0.0073576	0.00759*
	MLE	-0.5697830	0.0101740	0.0962101	0.0100603	0.01012*	-0.7589052	0.0085328	-0.5507699	0.0086073	0.00857
	ULSE	-0.5952013	0.0097720	0.0782235	0.0092695	0.00952	-0.7627608	0.0071917	-0.5628417	0.0076174	0.00740
n = 120	CLSE	-0.6020275	0.0096604	0.0794614	0.0095016	0.00958	-0.7659459	0.0069370	-0.5674291	0.0072882	0.00711*
	MLE	-0.5920117	0.0095223	0.0804594	0.0090311	0.00928*	-0.7553161	0.0076834	-0.5513636	0.0083465	0.00801

รูปที่ 4.7 แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) และขนาดตัวอย่าง (n)

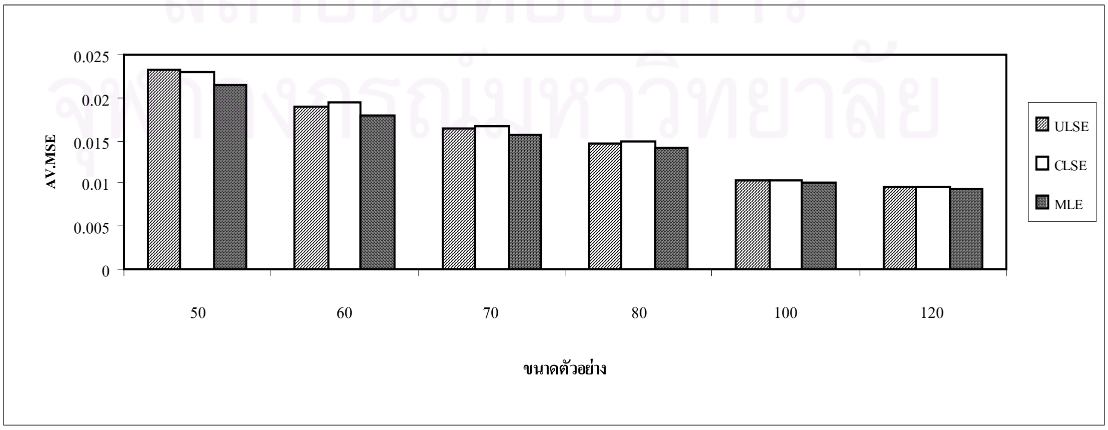
$\phi_1 = 0.6$ และ $\phi_2 = 0.2$



$\phi_1 = 0.8$ และ $\phi_2 = -0.5$

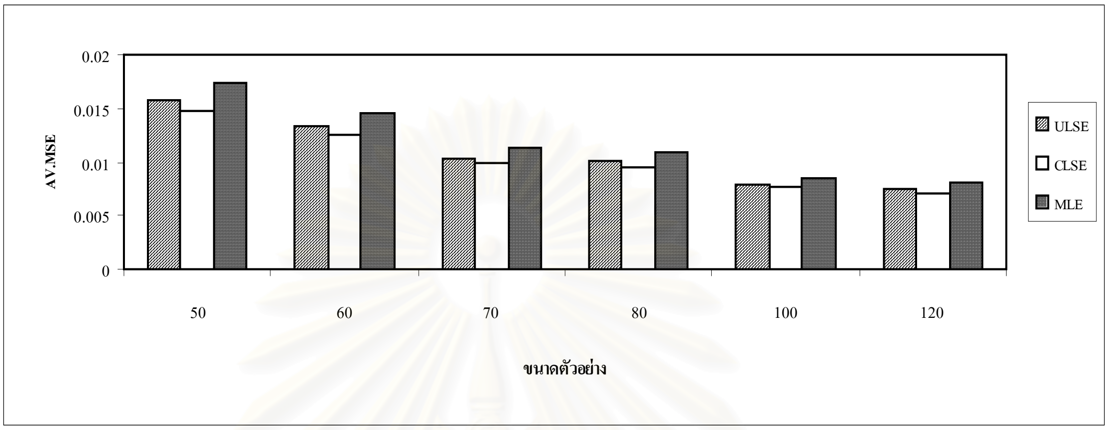


$\phi_1 = -0.6$ และ $\phi_2 = 0.1$



รูปที่ 4.7 (ต่อ)

$\phi_1 = -0.8$ และ $\phi_2 = -0.6$



4) ตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์การถดถอย (ϕ_1, ϕ_2) 4 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.9 และรูปที่ 4.8

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่หนึ่งและสอง (ϕ_1, ϕ_2) เท่ากับ (0.6,0.2) , (0.8,-0.5) และ (-0.8,-0.6) วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง (50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120) ส่วนค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่หนึ่งและสอง (ϕ_1, ϕ_2) เท่ากับ (-0.6,0.1) วิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า AV.MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

เมื่อเปรียบเทียบค่า MSE ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่หนึ่งและสอง ($\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$) พบว่า $\hat{\phi}_2$ ให้ค่า MSE ที่น้อยกว่า $\hat{\phi}_1$ ในทุกระดับของพารามิเตอร์ ทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.9 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง (AR(2)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2)

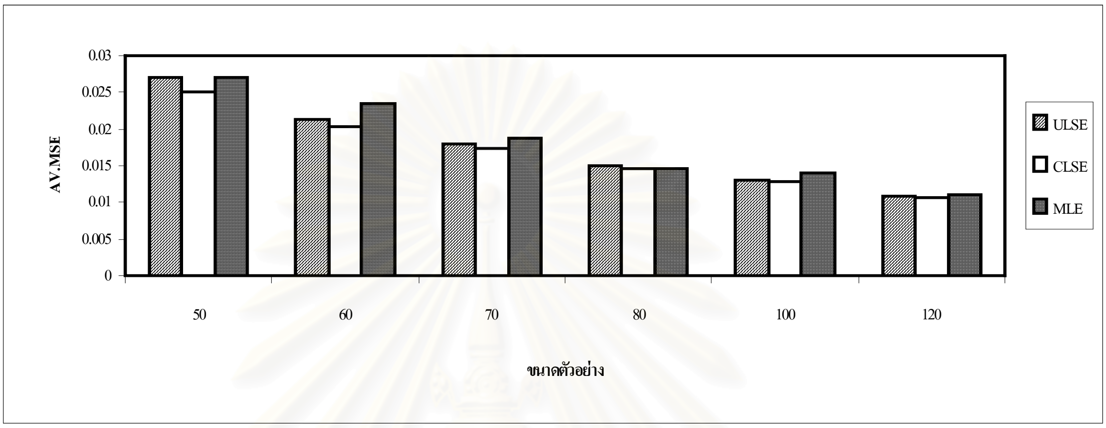
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.6$		$\phi_2 = 0.2$		AV.MSE	$\phi_1 = 0.8$		$\phi_2 = -0.5$		AV.MSE
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE	
n = 50	ULSE	0.5344836	0.0307206	0.1314355	0.0234463	0.02708	0.7626345	0.0192664	-0.4845517	0.0156990	0.01748
	CLSE	0.5651875	0.0254705	0.1385406	0.0245505	0.02501*	0.7816581	0.0173790	-0.5035824	0.0155534	0.01647*
	MLE	0.5298897	0.0302505	0.1458101	0.0239367	0.02709	0.7500378	0.0187963	-0.4625688	0.0152734	0.01703
n = 60	ULSE	0.5458981	0.0236443	0.1409028	0.0190167	0.02133	0.7623765	0.0149472	-0.4832663	0.0131001	0.01402
	CLSE	0.5691269	0.0210778	0.1471810	0.0196384	0.02036*	0.7779883	0.0139738	-0.4982212	0.0129218	0.01345*
	MLE	0.5465363	0.0262266	0.1476575	0.0206604	0.02344	0.7523385	0.0148803	-0.4649697	0.0129732	0.01393
n = 70	ULSE	0.5519361	0.0195080	0.1532460	0.0163519	0.01793	0.7721197	0.0121218	-0.4891558	0.0105301	0.01133
	CLSE	0.5704037	0.0177581	0.1582568	0.0167721	0.01727*	0.7835773	0.0115694	-0.5005953	0.0105351	0.01105*
	MLE	0.5509955	0.0209357	0.1585858	0.0166291	0.01878	0.7629958	0.0120655	-0.4734864	0.0103089	0.01119
n = 80	ULSE	0.5673909	0.0158220	0.1627267	0.0140548	0.01494	0.7703311	0.0112936	-0.4848871	0.0109455	0.01112
	CLSE	0.5742948	0.0148863	0.1648608	0.0143060	0.01460*	0.7809074	0.0107649	-0.4950695	0.0107853	0.01078*
	MLE	0.5553169	0.0161341	0.1658020	0.0130645	0.01460	0.7626141	0.0112829	-0.4711728	0.0108118	0.01105
n = 100	ULSE	0.5765836	0.0136751	0.1667568	0.0124171	0.01305	0.7824342	0.0085192	-0.4940707	0.0083189	0.00842
	CLSE	0.5807491	0.0132466	0.1683714	0.0125165	0.01288*	0.7866458	0.0083563	-0.4992453	0.0083863	0.00837*
	MLE	0.5679445	0.0150888	0.1676356	0.0129576	0.01402	0.7726836	0.0087523	-0.4809170	0.0082623	0.00851
n = 120	ULSE	0.5743803	0.0111891	0.1711681	0.0104218	0.01081	0.7823147	0.0073942	-0.4943239	0.0067806	0.00709
	CLSE	0.5833133	0.0108857	0.1742199	0.0106052	0.01075*	0.7876862	0.0071854	-0.4996702	0.0068094	0.00700*
	MLE	0.5719954	0.0113578	0.1750017	0.0107938	0.01108	0.7767512	0.0073629	-0.4852206	0.0066327	0.00700

ตารางที่ 4.9 (ต่อ)

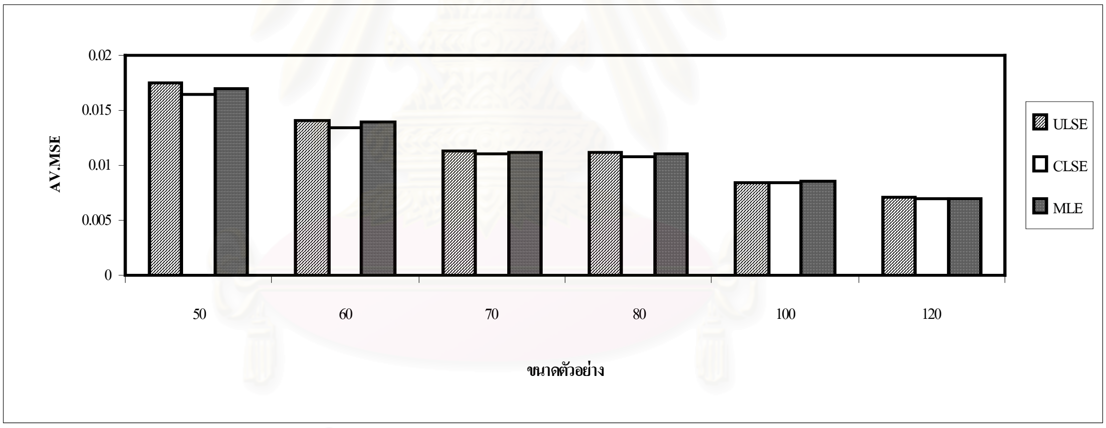
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = -0.6$		$\phi_2 = 0.1$		AV.MSE	$\phi_1 = -0.8$		$\phi_2 = -0.6$		AV.MSE
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE	
	ULSE	-0.5771568	0.0238461	0.0573979	0.0207722	0.02231	-0.7769553	0.0154702	-0.5706986	0.0155197	0.01549
n = 50	CLSE	-0.6015961	0.0228058	0.0590282	0.0224331	0.02262	-0.7894540	0.0149141	-0.5878678	0.0146589	0.01479*
	MLE	-0.5708698	0.0225242	0.0661180	0.0191816	0.02085*	-0.7563088	0.0162199	-0.5398889	0.0172002	0.01671
	ULSE	-0.5929273	0.0189171	0.0578372	0.0173979	0.01816	-0.7877758	0.0130840	-0.5789372	0.0125225	0.01280
n = 60	CLSE	-0.6106805	0.0187492	0.0595928	0.0185264	0.01864	-0.7966454	0.0128193	-0.5915034	0.0120930	0.01246*
	MLE	-0.5868977	0.0178717	0.0640892	0.0161362	0.01700*	-0.7711089	0.0133042	-0.5537956	0.0133505	0.01333
	ULSE	-0.5897358	0.0159853	0.0648255	0.0151779	0.01558	-0.7889967	0.0105033	-0.5818434	0.0105163	0.01051
n = 70	CLSE	-0.6055366	0.0157531	0.0662984	0.0160027	0.01588	-0.7959220	0.0103191	-0.5915844	0.0101515	0.01024*
	MLE	-0.5849975	0.0153681	0.0702251	0.0141838	0.01478*	-0.7749030	0.0106622	-0.5604008	0.0111231	0.01089
	ULSE	-0.5973176	0.0140666	0.0668348	0.0131697	0.01362	-0.7921006	0.0097467	-0.5842358	0.0101434	0.00995
n = 80	CLSE	-0.6090578	0.0140294	0.0682108	0.0137113	0.01387	-0.7983368	0.0094971	-0.5931240	0.0099162	0.00971*
	MLE	-0.5926036	0.0134934	0.0707996	0.0124531	0.01297*	-0.7797758	0.0098607	-0.5653736	0.0106201	0.01024
	ULSE	-0.6014414	0.0115518	0.0744282	0.0108549	0.01120	-0.7921053	0.0076475	-0.5862699	0.0074388	0.00754
n = 100	CLSE	-0.6048272	0.0113724	0.0751145	0.0110385	0.01121	-0.7965443	0.0074991	-0.5926111	0.0072468	0.00737*
	MLE	-0.5927581	0.0111982	0.0763724	0.0103125	0.01076*	-0.7825036	0.0077918	-0.5714972	0.0077918	0.00779
	ULSE	-0.5967486	0.0095129	0.0762792	0.0092133	0.00936	-0.7938632	0.0062108	-0.5926432	0.0063570	0.00628
n = 120	CLSE	-0.6035838	0.0094296	0.0773776	0.0094386	0.00943	-0.7970609	0.0061497	-0.5972513	0.0062762	0.00621*
	MLE	-0.5935355	0.0092558	0.0784888	0.0089420	0.00910*	-0.7859838	0.0062607	-0.5804441	0.0064815	0.00637

รูปที่ 4.8 แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) และขนาดตัวอย่าง (n)

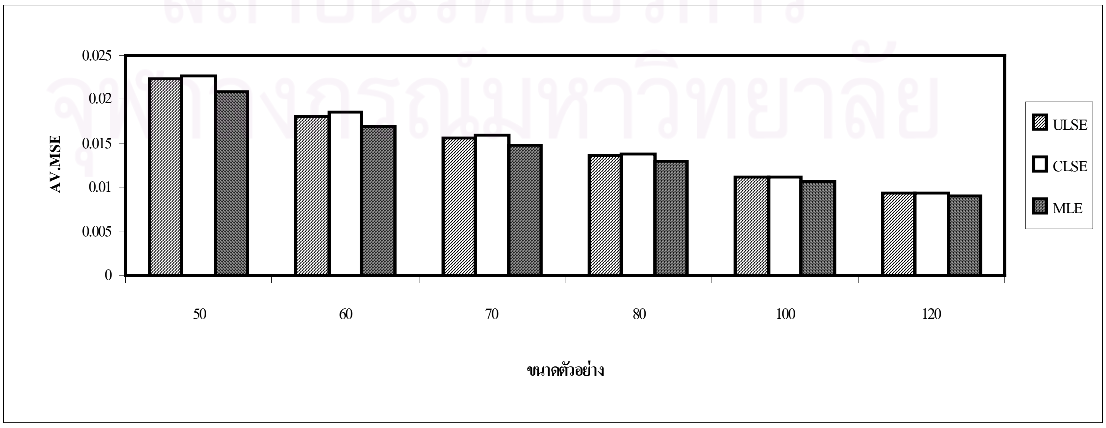
$\phi_1 = 0.6$ และ $\phi_2 = 0.2$



$\phi_1 = 0.8$ และ $\phi_2 = -0.5$

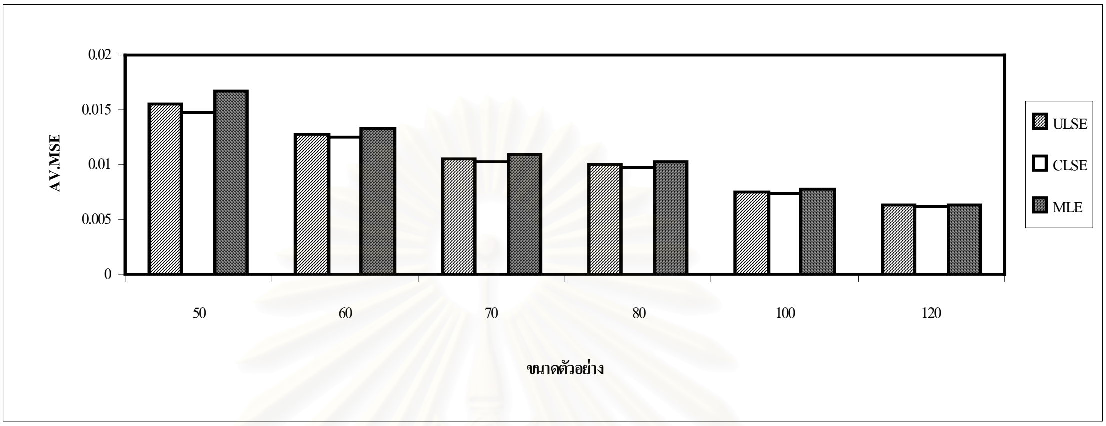


$\phi_1 = -0.6$ และ $\phi_2 = 0.1$



รูปที่ 4.8 (ต่อ)

$\phi_1 = -0.8$ และ $\phi_2 = -0.6$



สรุปโดยรวม เมื่อค่า (ϕ_1, ϕ_2) เท่ากับ (0.6,0.2) , (0.8,-0.5) และ (-0.8,-0.6) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด แต่เมื่อค่า (ϕ_1, ϕ_2) เท่ากับ (-0.6,0.1) วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกลักษณะของอนุกรมเวลา การเพิ่มขนาดตัวอย่างมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จากตารางที่ 4.6 ถึง 4.9 ทำให้ได้ข้อสรุปของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม ภายใต้เกณฑ์ค่า AV.MSE ต่ำสุด ดังตารางที่ 4.10

ตารางที่ 4.10 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีที่ให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2)

ขนาดตัวอย่าง	ระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2)			
	(0.6 , 0.2)	(0.8 , -0.5)	(-0.6 , 0.1)	(-0.8 , -0.6)
n = 50	CLSE	CLSE	MLE	CLSE
n = 60	CLSE	CLSE	MLE	CLSE
n = 70	CLSE	CLSE	MLE	CLSE
n = 80	CLSE	CLSE	MLE	CLSE
n = 100	CLSE	CLSE	MLE	CLSE
n = 120	CLSE	CLSE	MLE	CLSE

4.1.3 ผลการเปรียบเทียบเมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง MA(1)

ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง MA(1) ที่ศึกษาในครั้งนี้มีสมการคือ

$$z_t - \mu = a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

โดยที่ $|\theta_1| < 1$

ผลการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ 3 วิธีดังกล่าว เมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง MA(1) มีการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง จำแนกตามลักษณะของอนุกรมเวลา นำเสนอด้วยตารางที่ 4.11 ถึง 4.14 และรูปที่ 4.9 ถึง 4.12

1) ตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 6 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.11 และรูปที่ 4.9

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เท่ากับ 0.3 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง (50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120) แต่เมื่อสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เพิ่มขึ้นเป็น 0.4 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 , 60 และ 70 ส่วนขนาดตัวอย่างเท่ากับ 80 , 100 และ 120 วิธี CLSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด

สำหรับสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เท่ากับ 0.5 และ 0.6 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 60 ส่วนขนาดตัวอย่างเท่ากับ 70 , 80 , 100 และ 120 วิธี CLSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด แต่เมื่อสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เพิ่มขึ้นเป็น 0.7 และ 0.8 วิธี CLSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

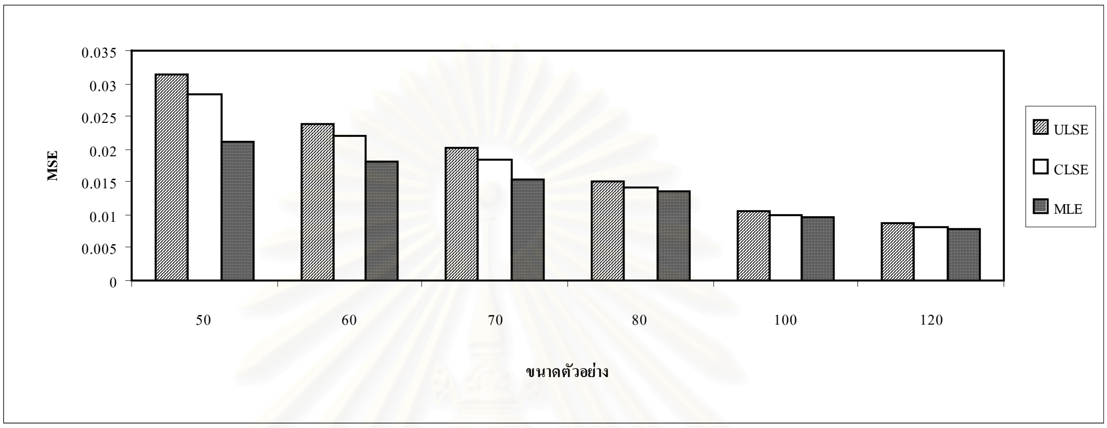
เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.11 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (MA(1)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1)

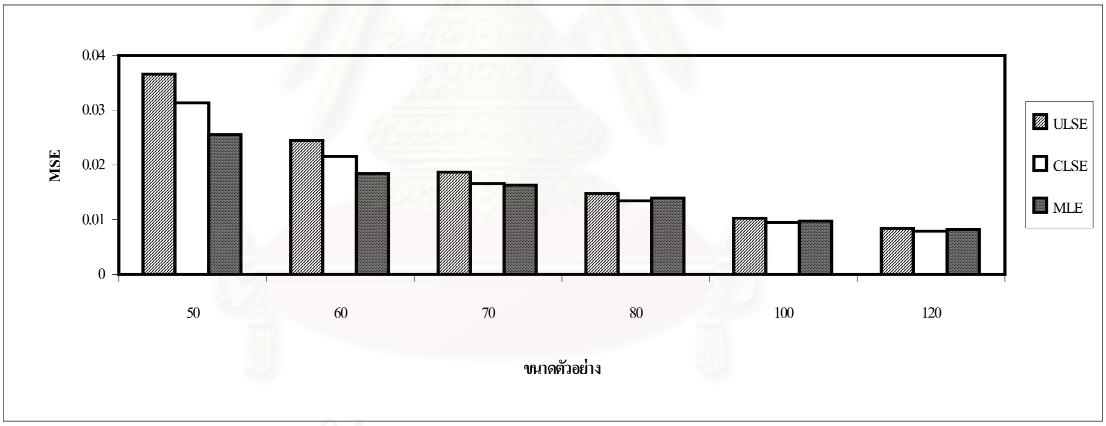
ขนาดตัวอย่าง และ	วิธีการประมาณค่า	$\theta_1 = 0.3$		$\theta_1 = 0.4$		$\theta_1 = 0.5$		$\theta_1 = 0.6$		$\theta_1 = 0.7$		$\theta_1 = 0.8$	
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE
n = 50	ULSE	0.3514715	0.0312470	0.4612293	0.0366313	0.5817028	0.0378544	0.6881241	0.0346263	0.7667513	0.0207564	0.8625166	0.0126171
	CLSE	0.3414103	0.0283255	0.4442323	0.0314024	0.5581602	0.0296889	0.6589609	0.0263576	0.7314793	0.0161203*	0.8265308	0.0097807*
	MLE	0.3088350	0.0211749*	0.3980652	0.0254854*	0.4990071	0.0254437*	0.5869211	0.0255166*	0.6688994	0.0225196	0.7244318	0.0200849
n = 60	ULSE	0.3422198	0.0239682	0.4490172	0.0244109	0.5502486	0.0211774	0.6770812	0.0269781	0.7277838	0.0140503	0.8705106	0.0157761
	CLSE	0.3341087	0.0220437	0.4371858	0.0217001	0.5356151	0.0188205	0.6520043	0.0210228	0.6967736	0.0126670*	0.8238548	0.0132030*
	MLE	0.3082764	0.0180500*	0.4047459	0.0185355*	0.4920364	0.0173859*	0.5903823	0.0184886*	0.6480849	0.0266696	0.7276151	0.0318155
n = 70	ULSE	0.3362436	0.0202317	0.4320384	0.0185558	0.5386128	0.0182334	0.6505703	0.0185856	0.7570612	0.0160211	0.8465900	0.0131111
	CLSE	0.3287175	0.0183185	0.4215722	0.0165905	0.5248311	0.0161819*	0.6319473	0.0153755*	0.7287079	0.0120589*	0.8049342	0.0112758*
	MLE	0.3076392	0.0152486*	0.3940885	0.0163499*	0.4899901	0.0167827	0.5904051	0.0171968	0.6810454	0.0166231	0.7434662	0.0192520
n = 80	ULSE	0.3278686	0.0150152	0.4323148	0.0147654	0.5383537	0.0166105	0.6427622	0.0142303	0.7479143	0.0138193	0.8500609	0.0102671
	CLSE	0.3225202	0.0141209	0.4243579	0.0133830*	0.5267278	0.0147241*	0.6270853	0.0117583*	0.7233667	0.0105921*	0.8142527	0.0082403*
	MLE	0.3068884	0.0135674*	0.4041003	0.0139161	0.4964117	0.0149879	0.5948385	0.0142282	0.6806588	0.0155575	0.7624749	0.0123353
n = 100	ULSE	0.3218065	0.0104856	0.4246090	0.0101424	0.5275674	0.0096822	0.6313443	0.0091580	0.7365862	0.0095537	0.8369403	0.0075934
	CLSE	0.3174888	0.0099936	0.4185230	0.0096050*	0.5190331	0.0090560*	0.6190425	0.0082784*	0.7191612	0.0077326*	0.8106313	0.0063609*
	MLE	0.3045226	0.0095442*	0.4027776	0.0097106	0.5003549	0.0098255	0.5963108	0.0098576	0.6830385	0.0121097	0.7658398	0.0128751
n = 120	ULSE	0.3215764	0.0086208	0.4242387	0.0083736	0.5272054	0.0080045	0.6253638	0.0078295	0.7295775	0.0071906	0.8338820	0.0061838
	CLSE	0.3181809	0.0082311	0.4193233	0.0078577*	0.5202873	0.0073390*	0.6160947	0.0071625*	0.7158466	0.0063662*	0.8116084	0.0048509*
	MLE	0.3063180	0.0079652*	0.4047704	0.0081169	0.5027987	0.0082101	0.5923697	0.0096939	0.6856779	0.0099752	0.7762171	0.0100911

รูปที่ 4.9 แสดงค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (θ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)

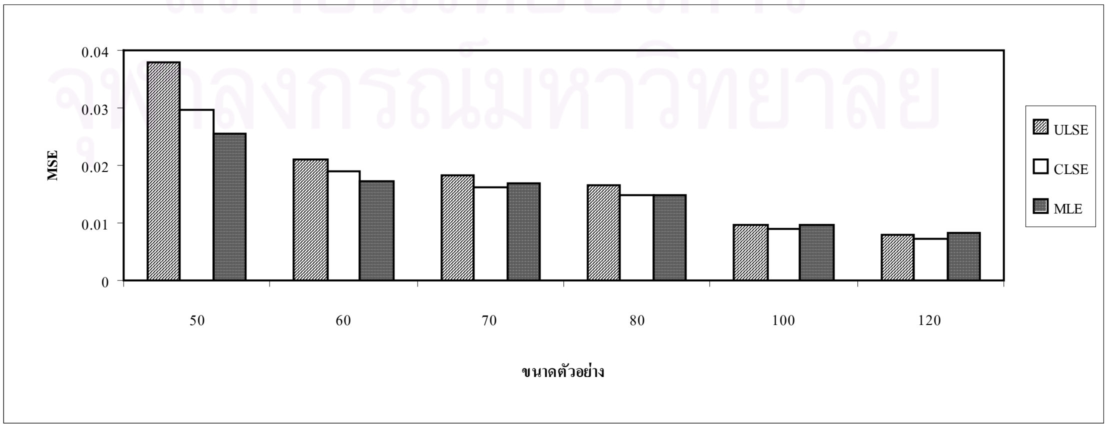
$\theta_1 = 0.3$



$\theta_1 = 0.4$

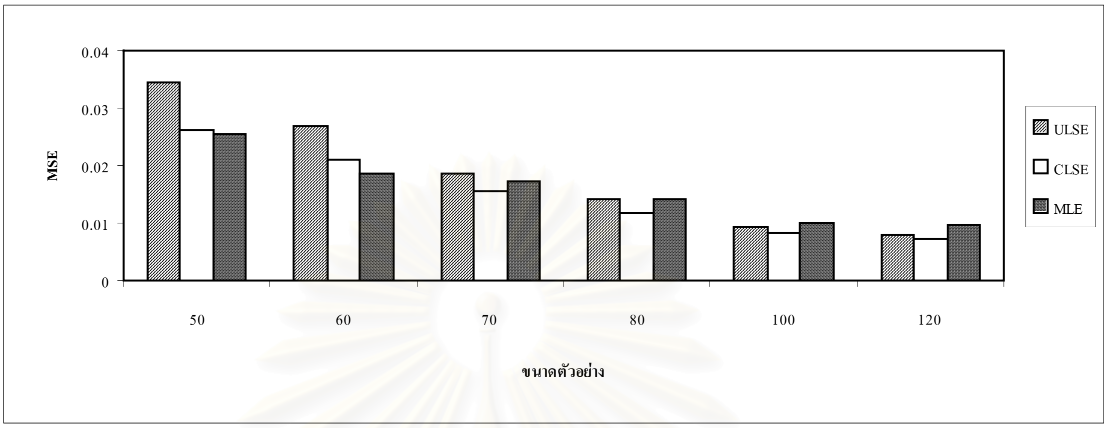


$\theta_1 = 0.5$

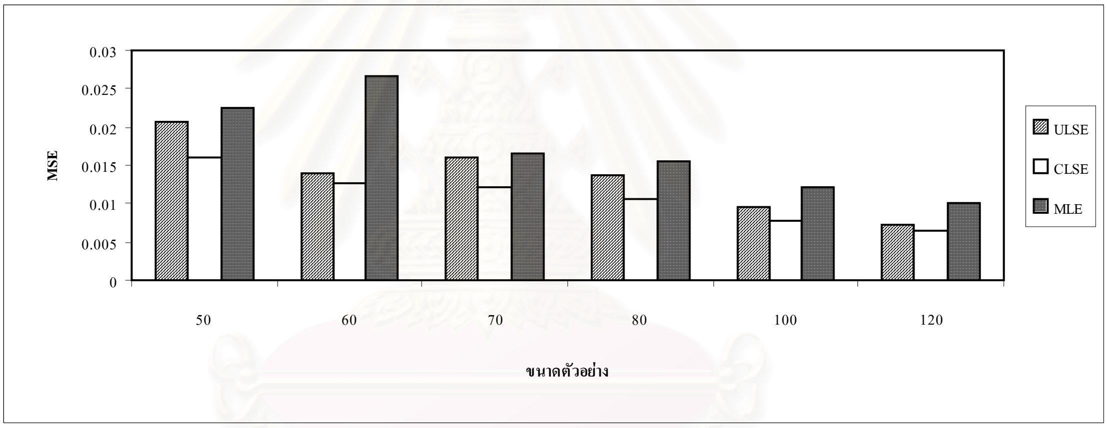


รูปที่ 4.9 (ต่อ)

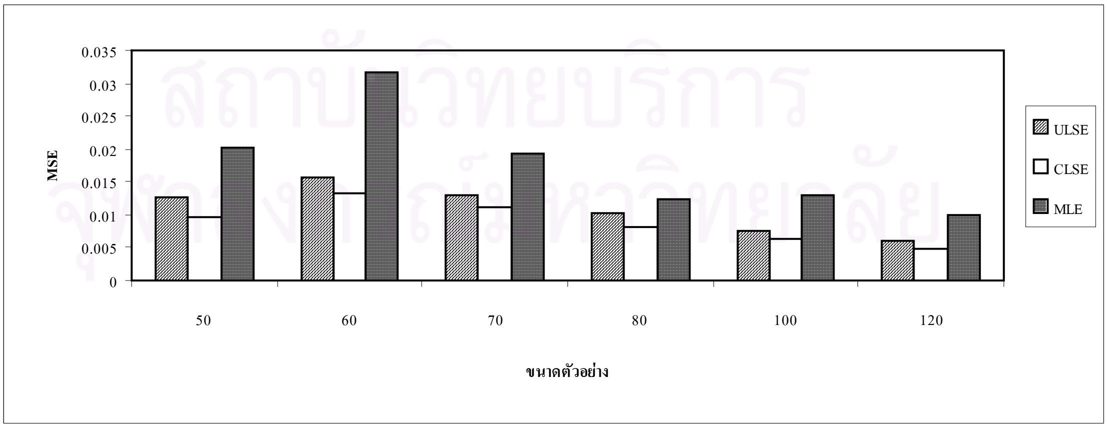
$\theta_1 = 0.6$



$\theta_1 = 0.7$



$\theta_1 = 0.8$



2) ตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 6 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.12 และรูปที่ 4.10

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เท่ากับ 0.3 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง (50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120) แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เพิ่มขึ้นเป็น 0.4 และ 0.5 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 , 60 , 70 และ 80 ส่วนขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 120 วิธี CLSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เท่ากับ 0.6 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 60 ส่วนขนาดตัวอย่างเท่ากับ 70 , 80 , 100 และ 120 วิธี CLSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เพิ่มขึ้นเป็น 0.7 และ 0.8 วิธี CLSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

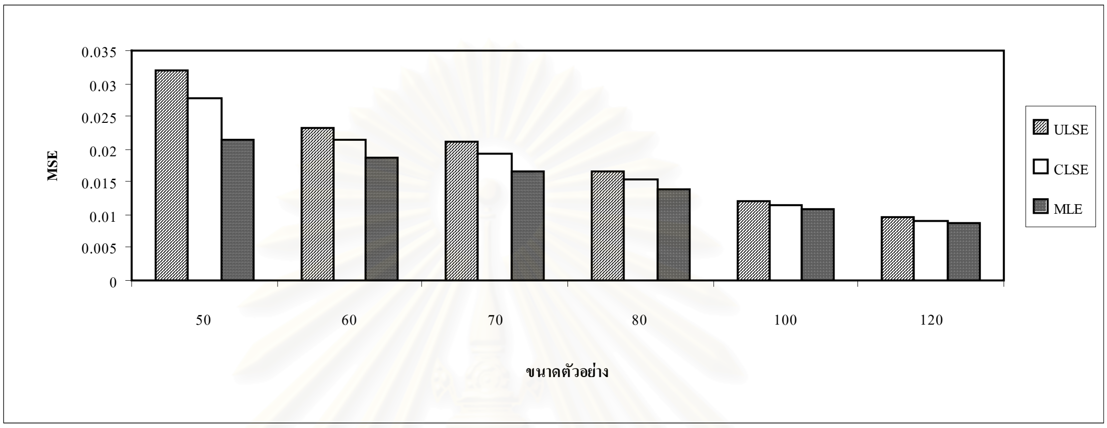
เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.12 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (MA(1)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1)

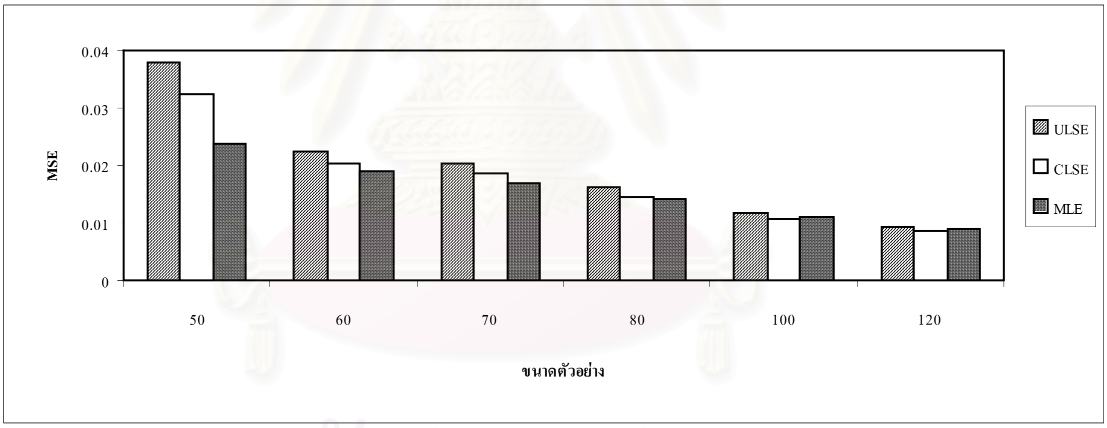
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = 0.3$		$\theta_1 = 0.4$		$\theta_1 = 0.5$		$\theta_1 = 0.6$		$\theta_1 = 0.7$		$\theta_1 = 0.8$	
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE
n = 50	ULSE	0.3455451	0.0319779	0.4654915	0.0380661	0.5573587	0.0316801	0.6720452	0.0292591	0.7589854	0.0189011	0.8418092	0.0134481
	CLSE	0.3343758	0.0276418	0.4479161	0.0322931	0.5337236	0.0258095	0.6445876	0.0233274	0.7261255	0.0145505*	0.7973666	0.0130900*
	MLE	0.3025316	0.0214435*	0.4025910	0.0239628*	0.4826418	0.0242224*	0.5786821	0.0223818*	0.6450285	0.0222785	0.7118066	0.0253321
n = 60	ULSE	0.3380882	0.0231405	0.4440560	0.0225135	0.5570837	0.0240218	0.6659493	0.0237421	0.7662226	0.0201574	0.8475412	0.0118284
	CLSE	0.3301312	0.0213479	0.4329152	0.0203646	0.5400593	0.0195052	0.6415266	0.0187030	0.7420306	0.0165436*	0.8047841	0.0096975*
	MLE	0.3050515	0.0185866*	0.4002931	0.0189356*	0.4992241	0.0186171*	0.5807530	0.0180249*	0.6721390	0.0170893	0.7390541	0.0164380
n = 70	ULSE	0.3308761	0.0210332	0.4361235	0.0204278	0.5499625	0.0191271	0.6559260	0.0185600	0.7599309	0.0164896	0.8386161	0.0100950
	CLSE	0.3237486	0.0193076	0.4262706	0.0184859	0.5361420	0.0165074	0.6354242	0.0146320*	0.7322859	0.0126909*	0.8079200	0.0100093*
	MLE	0.3007373	0.0166478*	0.3946454	0.0167626*	0.5027383	0.0155113*	0.5946347	0.0153025	0.6794687	0.0151858	0.7511708	0.0154827
n = 80	ULSE	0.3306485	0.0165118	0.4349594	0.0162436	0.5437213	0.0147831	0.6476610	0.0142235	0.7448361	0.0124830	0.8592740	0.0118938
	CLSE	0.3248546	0.0153410	0.4265188	0.0145153	0.5327181	0.0131053	0.6320257	0.0117837*	0.7233249	0.0101251*	0.8256831	0.0078108*
	MLE	0.3064547	0.0137784*	0.4036697	0.0140572*	0.5053814	0.0120877*	0.5986659	0.0119143	0.6790782	0.0141776	0.7583660	0.0163855
n = 100	ULSE	0.3221810	0.0120101	0.4264191	0.0117199	0.5307383	0.0112076	0.6351345	0.0105175	0.7412400	0.0099565	0.8391833	0.0071591
	CLSE	0.3176462	0.0113578	0.4199037	0.0108428*	0.5218009	0.0100844*	0.6227925	0.0090442*	0.7227560	0.0080350*	0.8096851	0.0055952*
	MLE	0.3030496	0.0108796*	0.4011173	0.0111655	0.4984827	0.0113331	0.5942211	0.0113855	0.6902496	0.0105258	0.7665402	0.0116248
n = 120	ULSE	0.3181624	0.0095603	0.4216329	0.0093317	0.5247883	0.0077206	0.6285101	0.0075044	0.7303600	0.0069914	0.8338646	0.0063273
	CLSE	0.3146721	0.0091682	0.4164267	0.0087728*	0.5176626	0.0071021*	0.6185129	0.0066367*	0.7152444	0.0056185*	0.8122574	0.0050868*
	MLE	0.3022889	0.0088787*	0.4001468	0.0090257	0.4999923	0.0081413	0.5956880	0.0081686	0.6864115	0.0081507	0.7713020	0.0085988

รูปที่ 4.10 แสดงค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (θ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)

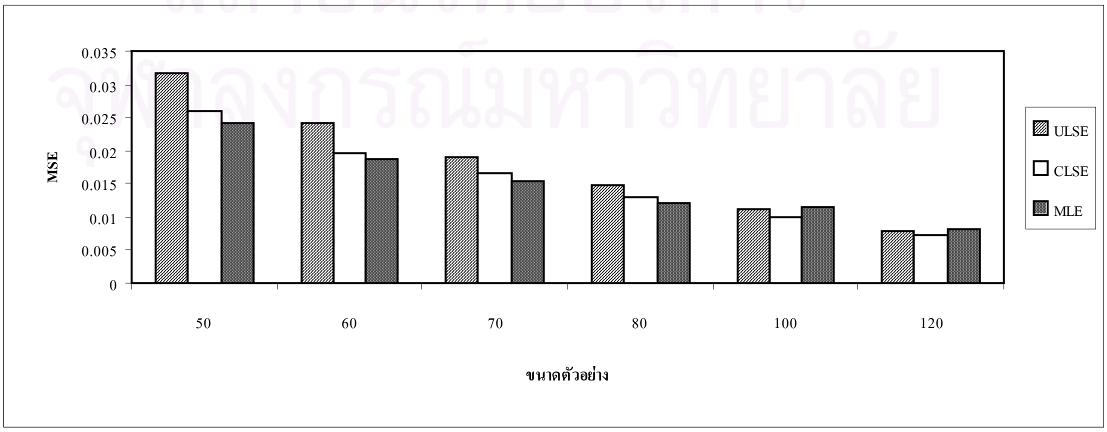
$\theta_1 = 0.3$



$\theta_1 = 0.4$

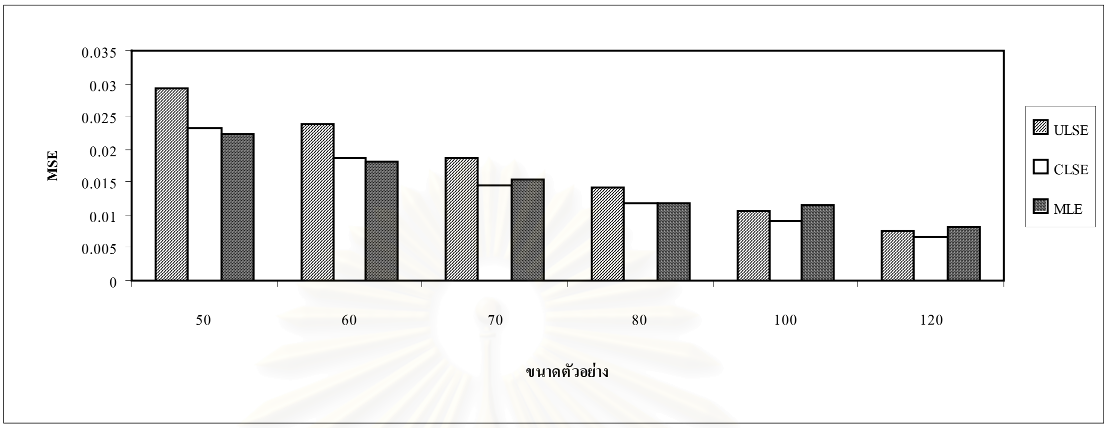


$\theta_1 = 0.5$

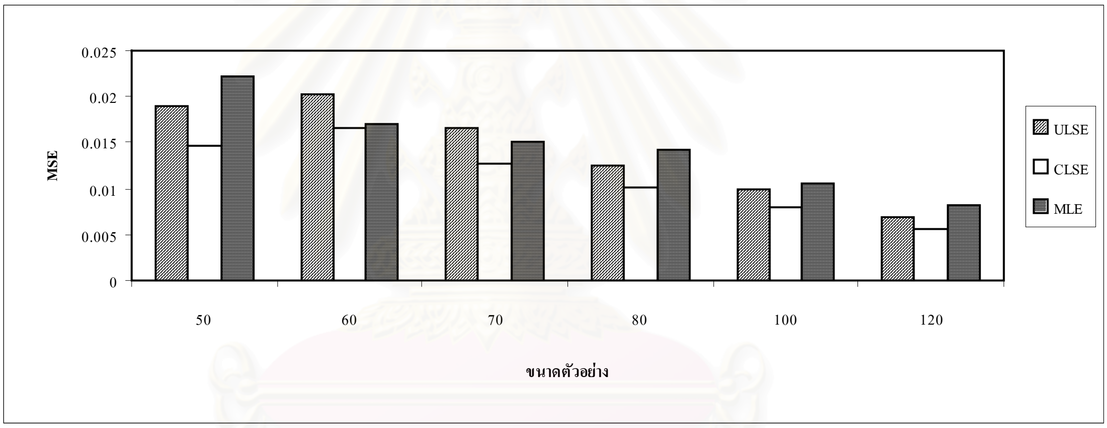


รูปที่ 4.10 (ต่อ)

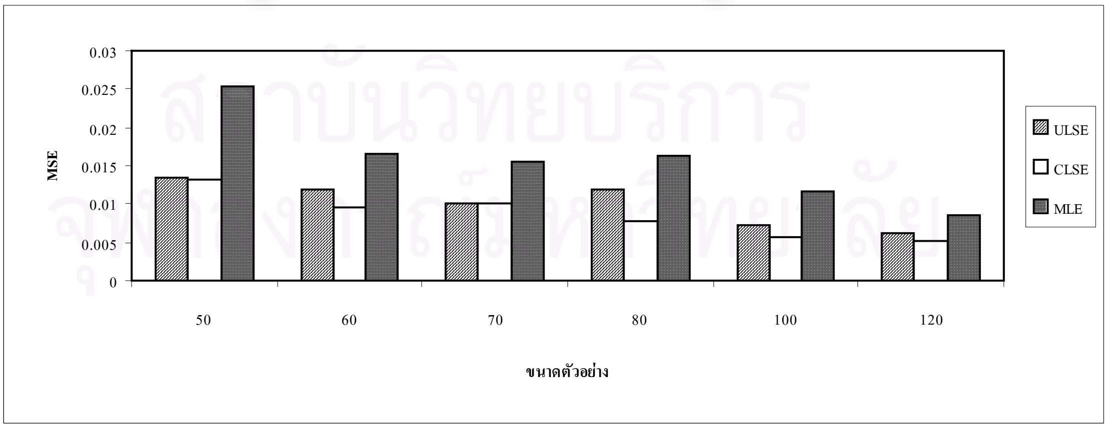
$\theta_1 = 0.6$



$\theta_1 = 0.7$



$\theta_1 = 0.8$



3) ตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 6 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.13 และรูปที่ 4.11

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เท่ากับ 0.3 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง (50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120) แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เพิ่มขึ้นเป็น 0.4 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 , 60 , 70 และ 80 ส่วนขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 120 วิธี CLSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เท่ากับ 0.5 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 60 ส่วนขนาดตัวอย่างเท่ากับ 70 , 80 , 100 และ 120 วิธี CLSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เพิ่มขึ้นเป็น 0.6 , 0.7 และ 0.8 วิธี CLSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

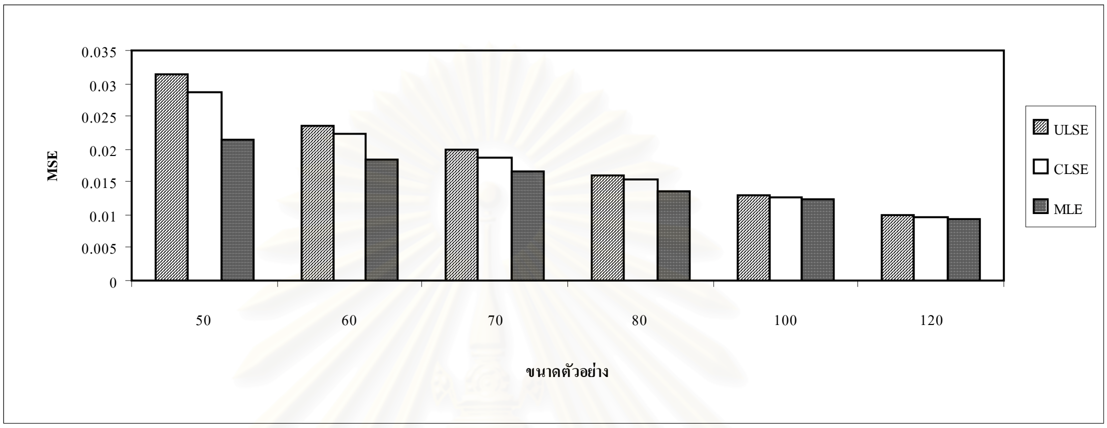
เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.13 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลารูปแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (MA(1)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1)

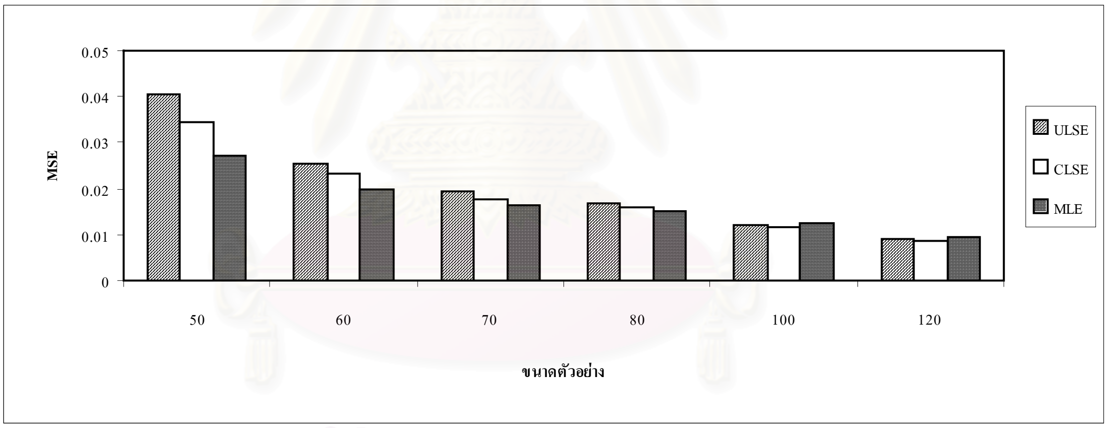
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = 0.3$		$\theta_1 = 0.4$		$\theta_1 = 0.5$		$\theta_1 = 0.6$		$\theta_1 = 0.7$		$\theta_1 = 0.8$	
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE
n = 50	ULSE	0.3461345	0.0314946	0.4610432	0.0403826	0.5678629	0.0390211	0.6647772	0.0276102	0.7421356	0.0189553	0.8333362	0.0132116
	CLSE	0.3383295	0.0287435	0.4471220	0.0343623	0.5499535	0.0320582	0.6428337	0.0225025	0.7135189	0.0144398*	0.7943001	0.0118775*
	MLE	0.3050445	0.0215422*	0.3951607	0.0272727*	0.4833340	0.0274134*	0.5793931	0.0187230*	0.6184172	0.0291161	0.7100365	0.0263412
n = 60	ULSE	0.3368251	0.0234732	0.4386973	0.0253987	0.5461449	0.0256491	0.6467041	0.0192042	0.7368320	0.0184154	0.8107497	0.0104475
	CLSE	0.3314162	0.0222370	0.4306510	0.0232505	0.5341739	0.0225572	0.6316096	0.0165006*	0.7092943	0.0149987*	0.7837130	0.0094942*
	MLE	0.3054715	0.0185538*	0.3905735	0.0196541*	0.4817837	0.0197362*	0.5773911	0.0187087	0.6422974	0.0171071	0.7027093	0.0248816
n = 70	ULSE	0.3310747	0.0198030	0.4254702	0.0192363	0.5359418	0.0188507	0.6361838	0.0167942	0.7249984	0.0126952	0.8013048	0.0097680
	CLSE	0.3264021	0.0186354	0.4184985	0.0177612	0.5268100	0.0165891*	0.6226879	0.0142709*	0.7093014	0.0108523*	0.7788514	0.0090954*
	MLE	0.3065405	0.0166324*	0.3877274	0.0165870*	0.4916118	0.0169336	0.5789995	0.0160415	0.6499540	0.0177318	0.7175688	0.0213221
n = 80	ULSE	0.3229794	0.0161308	0.4263488	0.0169617	0.5262396	0.0143346	0.6241116	0.0128096	0.7181622	0.0114347	0.7972101	0.0082800
	CLSE	0.3196948	0.0155053	0.4215585	0.0160665	0.5193917	0.0131070*	0.6149943	0.0115407*	0.7036837	0.0095580*	0.7781509	0.0077055*
	MLE	0.3013481	0.0137139*	0.3943458	0.0150820*	0.4897550	0.0140320	0.5773247	0.0140286	0.6564038	0.0148110	0.7216201	0.0174248
n = 100	ULSE	0.3127711	0.0128420	0.4135160	0.0120539	0.5171455	0.0095820	0.6104984	0.0096898	0.7013704	0.0082102	0.7793464	0.0073534
	CLSE	0.3105480	0.0125787	0.4102578	0.0117022*	0.5123996	0.0091867*	0.6036533	0.0089545*	0.6915810	0.0073644*	0.7679010	0.0073210*
	MLE	0.2968927	0.0123098*	0.3924191	0.0124254	0.4921003	0.0100424	0.5749052	0.0125326	0.6561747	0.0132860	0.7259067	0.0159624
n = 120	ULSE	0.3122309	0.0098560	0.4114519	0.0089226	0.5149425	0.0080622	0.6042669	0.0070553	0.6922581	0.0062939	0.7639130	0.0061166
	CLSE	0.3105274	0.0096317	0.4091022	0.0087014*	0.5114877	0.0076771*	0.5997353	0.0067934*	0.6855523	0.0059678*	0.7549077	0.0063938*
	MLE	0.2988123	0.0094623*	0.3923197	0.0094046	0.4923848	0.0086600	0.5755833	0.0095752	0.6553022	0.0105516	0.7219688	0.0134155

รูปที่ 4.11 แสดงค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (θ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)

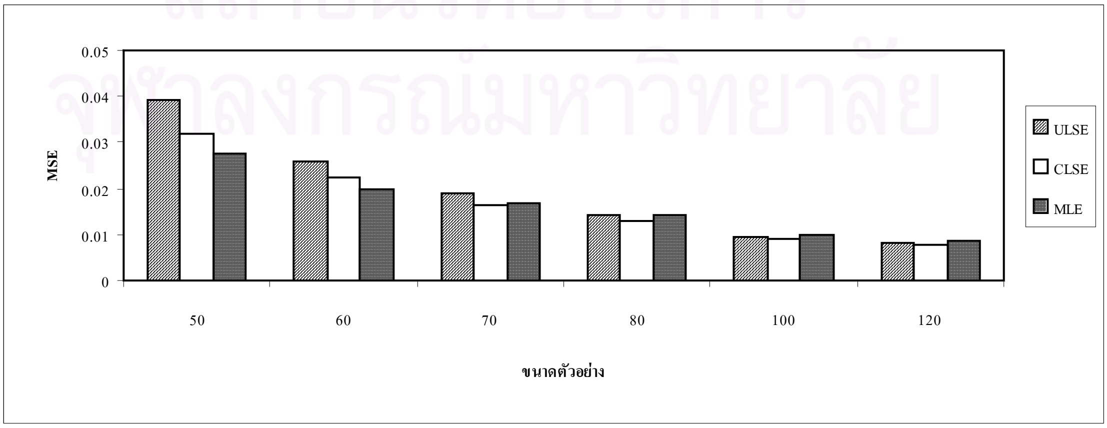
$\theta_1 = 0.3$



$\theta_1 = 0.4$

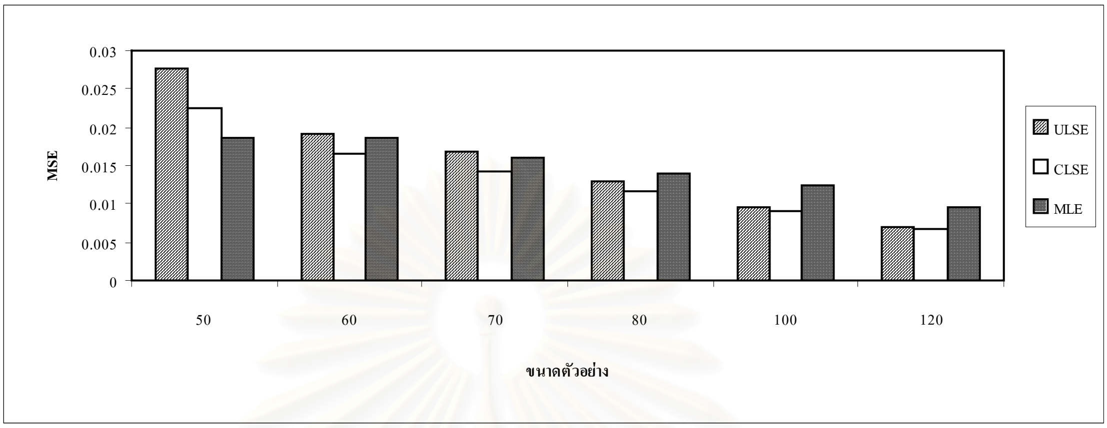


$\theta_1 = 0.5$

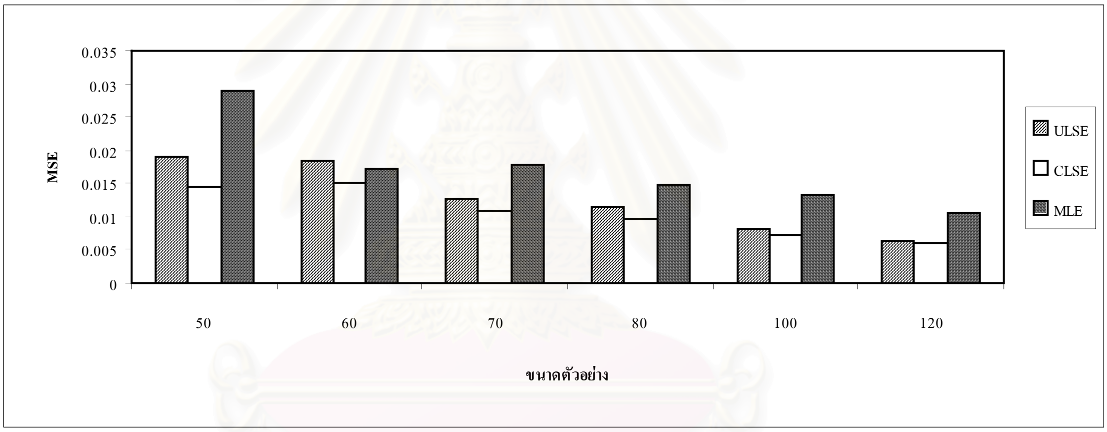


รูปที่ 4.11 (ต่อ)

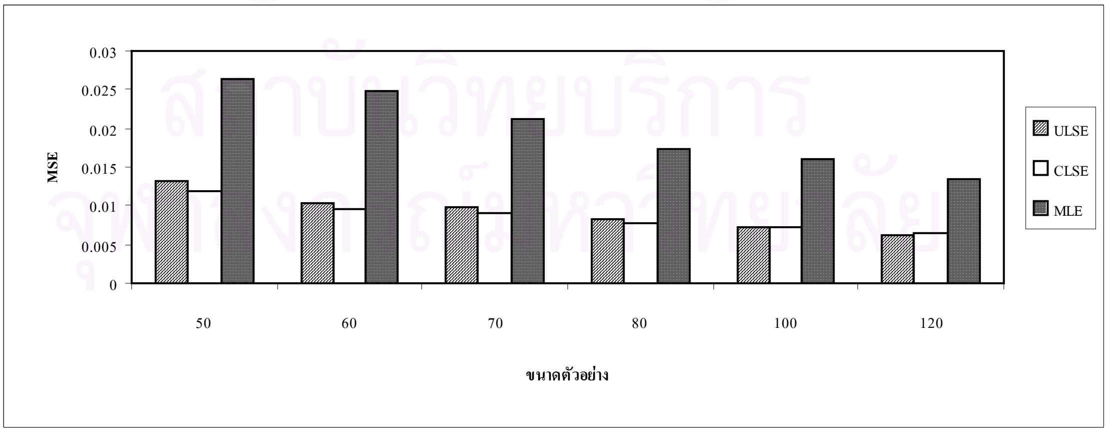
$\theta_1 = 0.6$



$\theta_1 = 0.7$



$\theta_1 = 0.8$



4) ตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 6 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.14 และรูปที่ 4.12

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เท่ากับ 0.3 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง (50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120) แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เพิ่มขึ้นเป็น 0.4 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 , 60 และ 70 ส่วนขนาดตัวอย่างเท่ากับ 80 , 100 และ 120 วิธี CLSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เท่ากับ 0.5 และ 0.6 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 60 ส่วนขนาดตัวอย่างเท่ากับ 70 , 80 , 100 และ 120 วิธี CLSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เพิ่มขึ้นเป็น 0.7 และ 0.8 วิธี CLSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

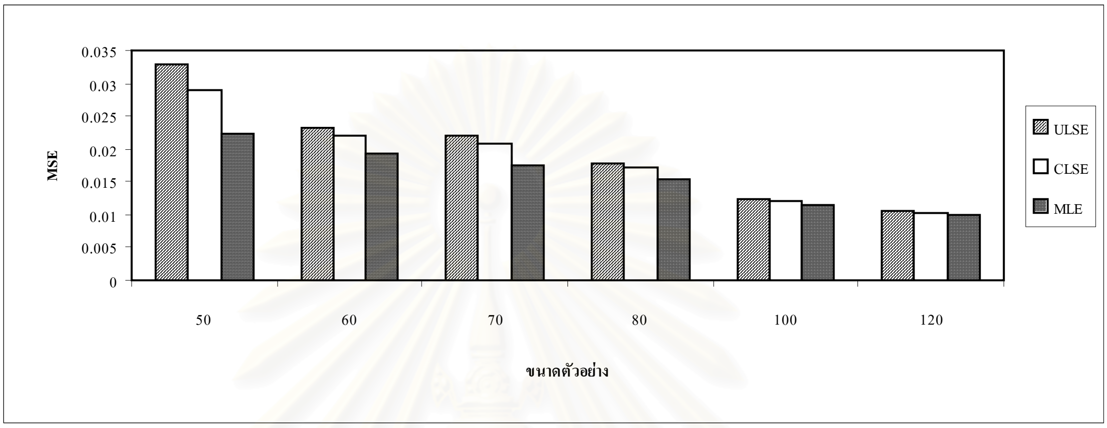
เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 เพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสามมีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.14 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (MA(1)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1)

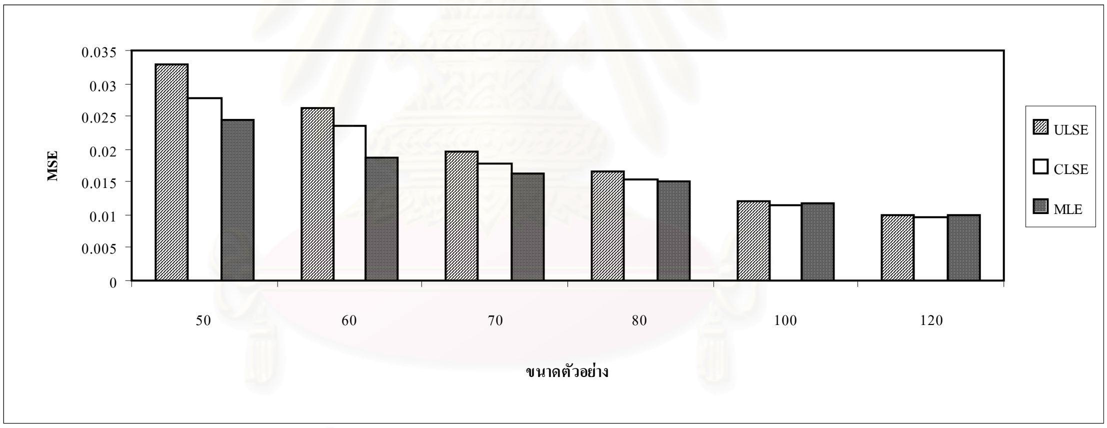
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = 0.3$		$\theta_1 = 0.4$		$\theta_1 = 0.5$		$\theta_1 = 0.6$		$\theta_1 = 0.7$		$\theta_1 = 0.8$	
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE
n = 50	ULSE	0.3429711	0.0327380	0.4522476	0.0328693	0.5765631	0.0368489	0.6664976	0.0287562	0.7766287	0.0260453	0.8401750	0.0133386
	CLSE	0.3340457	0.0288765	0.4391469	0.0278032	0.5546935	0.0292085	0.6445363	0.0233256	0.7428148	0.0205825*	0.8048736	0.0122667*
	MLE	0.3010252	0.0221807*	0.3947083	0.0243281*	0.5002503	0.0249544*	0.5775254	0.0224659*	0.6486213	0.0237937	0.7129270	0.0253430
n = 60	ULSE	0.3363703	0.0233347	0.4497874	0.0261392	0.5461472	0.0224568	0.6514739	0.0213792	0.7544351	0.0165873	0.8505605	0.0121718
	CLSE	0.3309202	0.0220328	0.4402713	0.0235690	0.5353867	0.0201528	0.6338754	0.0177319*	0.7345042	0.0126903*	0.8254770	0.0109861*
	MLE	0.3056013	0.0192664*	0.3955018	0.0185677*	0.4914367	0.0182748*	0.5800648	0.0195336	0.6741214	0.0173895	0.7385611	0.0212175
n = 70	ULSE	0.3287931	0.0218795	0.4335351	0.0197070	0.5462634	0.0193616	0.6520181	0.0184969	0.7599720	0.0165927	0.8347921	0.0109614
	CLSE	0.3243949	0.0208957	0.4266677	0.0178665	0.5365729	0.0170505	0.6372475	0.0151200*	0.7387695	0.0132353*	0.8139653	0.0097987*
	MLE	0.2997040	0.0175742*	0.3972507	0.0162857*	0.5005296	0.0162030*	0.5917137	0.0160654	0.6737328	0.0165229	0.7379786	0.0172569
n = 80	ULSE	0.3276922	0.0178615	0.4311566	0.0165988	0.5363956	0.0162136	0.6478916	0.0150681	0.7405560	0.0133557	0.8368118	0.0088162
	CLSE	0.3241405	0.0170799	0.4253305	0.0153526	0.5282487	0.0145502*	0.6366085	0.0127471*	0.7243761	0.0105359*	0.8159008	0.0074170*
	MLE	0.3046346	0.0152733*	0.3978777	0.0149547*	0.4934581	0.0150844	0.5993946	0.0129706	0.6765105	0.0151278	0.7419537	0.0164263
n = 100	ULSE	0.3205744	0.0124273	0.4243395	0.0121702	0.5280427	0.0115183	0.6318941	0.0107221	0.7378044	0.0100411	0.8387884	0.0081392
	CLSE	0.3180806	0.0120385	0.4205164	0.0114990*	0.5227778	0.0106496*	0.6245425	0.0095530*	0.7269000	0.0083746*	0.8195597	0.0060409*
	MLE	0.3032542	0.0115095*	0.4009559	0.0117432	0.4979939	0.0117810	0.5932947	0.0118999	0.6880646	0.0108262	0.7635994	0.0133057
n = 120	ULSE	0.3153266	0.0104825	0.4182466	0.0098194	0.5207461	0.0090706	0.6246927	0.0083880	0.7272767	0.0071648	0.8288239	0.0061351
	CLSE	0.3135679	0.0102281	0.4159148	0.0095940*	0.5174014	0.0087068*	0.6189969	0.0077286*	0.7192101	0.0062080*	0.8138094	0.0045851*
	MLE	0.30033739	0.0099220*	0.3993975	0.0099427	0.4964828	0.0099141	0.5901486	0.0101373	0.6848623	0.0087470	0.7599625	0.0107327

รูปที่ 4.12 แสดงค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (θ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)

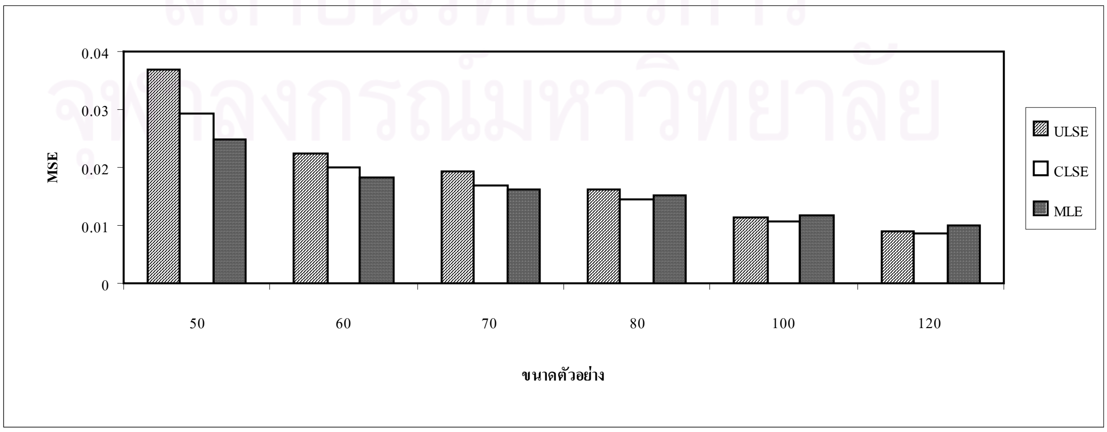
$\theta_1 = 0.3$



$\theta_1 = 0.4$

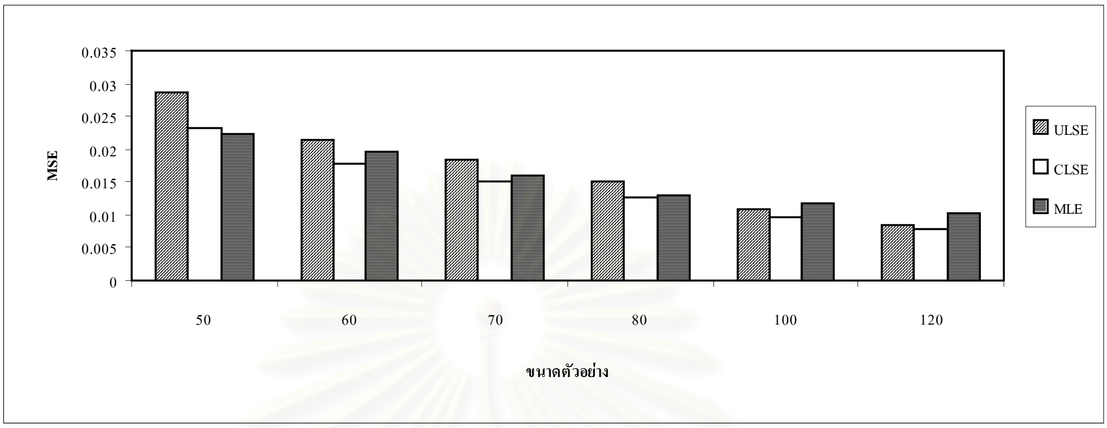


$\theta_1 = 0.5$

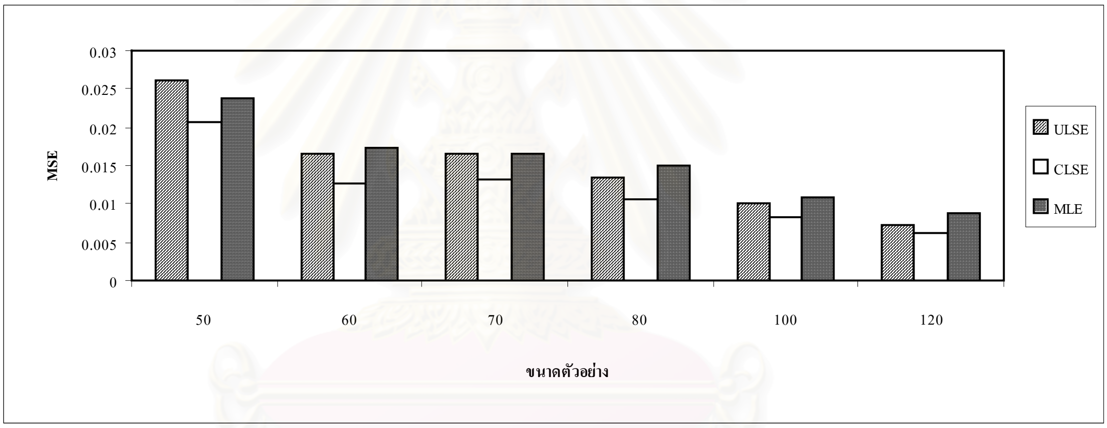


รูปที่ 4.12 (ต่อ)

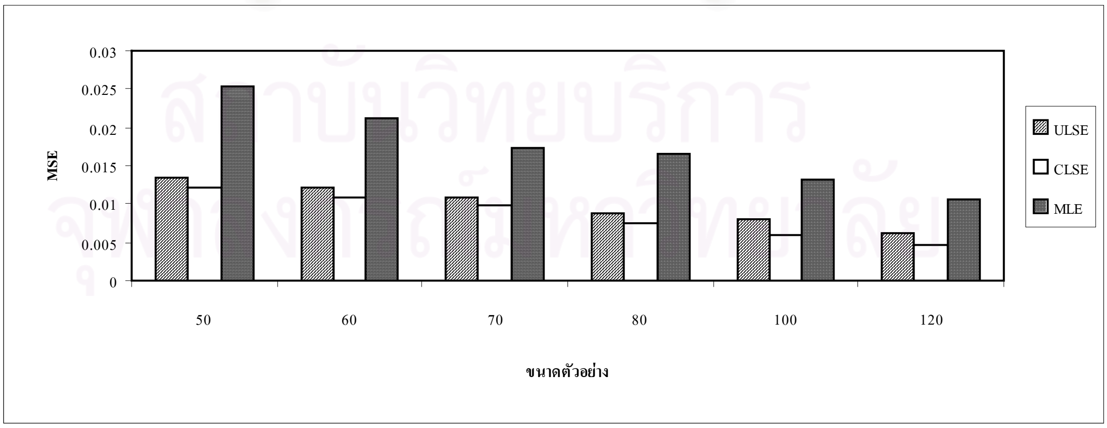
$\theta_1 = 0.6$



$\theta_1 = 0.7$



$\theta_1 = 0.8$



สรุปโดยรวม กรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 มีค่าน้อย (0.3) วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง แต่ในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 มีค่าปานกลาง (0.4 , 0.5 และ 0.6) วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุดเมื่อขนาดตัวอย่างน้อย และวิธี CLSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุดเมื่อขนาดตัวอย่างปานกลางและมาก ส่วนในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 มีค่ามาก (0.7 และ 0.8) วิธี CLSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง การเพิ่มขนาดตัวอย่างและค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ θ_1 มีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง

ผลการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จากตารางที่ 4.11 ถึง 4.14 ทำให้ได้ข้อสรุปของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม ภายใต้เกณฑ์ค่า MSE ต่ำสุด ดังตารางที่ 4.15

ตารางที่ 4.15 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีที่ให้ค่า MSE ต่ำสุด ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1)

ขนาด	ระดับของพารามิเตอร์ θ_1					
ตัวอย่าง	$\theta_1 = 0.3$	$\theta_1 = 0.4$	$\theta_1 = 0.5$	$\theta_1 = 0.6$	$\theta_1 = 0.7$	$\theta_1 = 0.8$
n = 50	MLE	MLE	MLE	MLE	CLSE	CLSE
n = 60	MLE	MLE	MLE	MLE	CLSE	CLSE
n = 70	MLE	MLE	CLSE/MLE	CLSE	CLSE	CLSE
n = 80	MLE	CLSE/MLE	CLSE/MLE	CLSE	CLSE	CLSE
n = 100	MLE	CLSE	CLSE	CLSE	CLSE	CLSE
n = 120	MLE	CLSE	CLSE	CLSE	CLSE	CLSE

4.1.4 ผลการเปรียบเทียบเมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง MA(2)

ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง MA(2) ที่ศึกษาในครั้งนี้มีสมการคือ

$$z_t - \mu = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$$

โดยที่ $\theta_1 + \theta_2 < 1$, $\theta_2 - \theta_1 < 1$ และ $|\theta_2| < 1$

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ 3 วิธีดังกล่าว เมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง MA(2) มีการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง จำแนกตามลักษณะของอนุกรมเวลา นำเสนอด้วยตารางที่ 4.16 ถึง 4.19 และรูปที่ 4.13 ถึง 4.16

1) ตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ 4 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.16 และรูปที่ 4.13

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่งและสอง (θ_1, θ_2) เท่ากับ (0.4,0.2) , (0.5,-0.2) และ (-0.5,0.2) วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 , 60 และ 70 แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 80 , 100 และ 120 วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด

สำหรับสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่งและสอง (θ_1, θ_2) เท่ากับ (-0.5,-0.3) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า AV.MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

เมื่อเปรียบเทียบค่า MSE ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่หนึ่งและสอง (θ_1, θ_2) พบว่า θ_1 จะให้ค่า MSE ที่น้อยกว่า θ_2 ในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่สอง θ_2 มีค่าน้อยกว่าศูนย์ ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.16 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง (MA(2)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2)

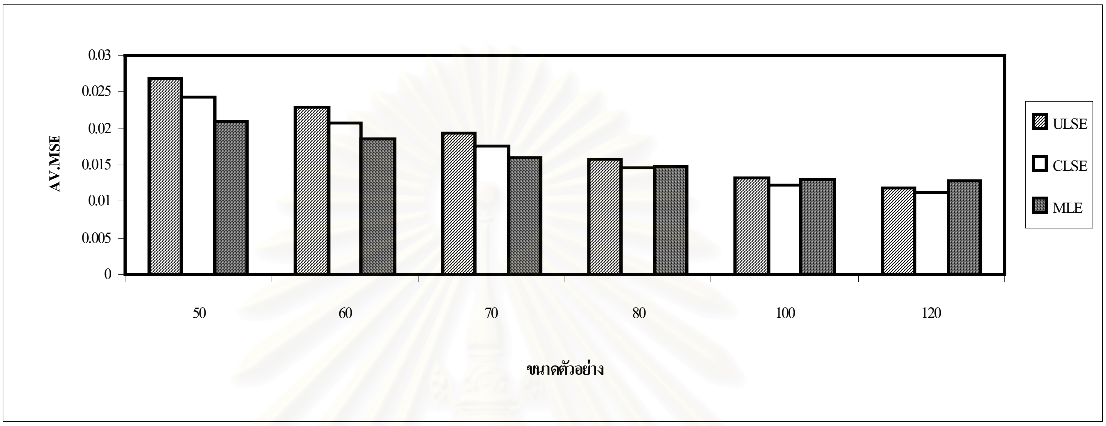
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = 0.4$		$\theta_2 = 0.2$		AV.MSE	$\theta_1 = 0.5$		$\theta_2 = -0.2$		AV.MSE
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE	
n = 50	ULSE	0.5024689	0.0367330	0.1738678	0.0170777	0.02691	0.5570732	0.0222548	-0.1628705	0.0302075	0.02623
	CLSE	0.4769630	0.0302650	0.1676146	0.0181038	0.02418	0.5449836	0.0207409	-0.1634037	0.0265525	0.02365
	MLE	0.4180751	0.0253418	0.1159269	0.0163133	0.02083*	0.5013455	0.0162963	-0.1046401	0.0235929	0.01994*
n = 60	ULSE	0.4933820	0.0265163	0.1401286	0.0194652	0.02299	0.5260473	0.0205053	-0.1429619	0.0235563	0.02203
	CLSE	0.4716642	0.0215405	0.1317923	0.0199405	0.02074	0.5158349	0.0194383	-0.1400919	0.0230247	0.02123
	MLE	0.4326909	0.0175942	0.0987257	0.0195914	0.01859*	0.4833286	0.0171208	-0.0923245	0.0226900	0.01991*
n = 70	ULSE	0.5003123	0.0235186	0.1489404	0.0153118	0.01942	0.5273911	0.0182063	-0.1464739	0.0210808	0.01964
	CLSE	0.4840859	0.0195748	0.1443154	0.0155766	0.01758	0.5191814	0.0175346	-0.1444909	0.0204760	0.01901
	MLE	0.4465567	0.0171513	0.1118665	0.0149026	0.01603*	0.4876471	0.0149418	-0.0976972	0.0196775	0.01731*
n = 80	ULSE	0.4733958	0.0182208	0.1424802	0.0134393	0.01583	0.5189020	0.0157607	-0.1426987	0.0173914	0.01658
	CLSE	0.4602439	0.0158029	0.1369084	0.0134940	0.01465*	0.5114537	0.0150322	-0.1411545	0.0166834	0.01586*
	MLE	0.4259396	0.0139309	0.0992768	0.0157320	0.01483	0.4848176	0.0140462	-0.0968645	0.0183334	0.01619
n = 100	ULSE	0.4717130	0.0148206	0.1407413	0.0115529	0.01319	0.5060049	0.0112700	-0.1412206	0.0138494	0.01256
	CLSE	0.4604857	0.0128991	0.1369909	0.0116333	0.01227*	0.5003365	0.0110787	-0.1395089	0.0138015	0.01244*
	MLE	0.4313080	0.0111947	0.0971887	0.0149574	0.01308	0.4772473	0.0106820	-0.0964335	0.0164475	0.01356
n = 120	ULSE	0.4682883	0.0127342	0.1308370	0.0109090	0.01182	0.5010171	0.0091955	-0.1407924	0.0129469	0.01107
	CLSE	0.4601385	0.0114655	0.1277255	0.0110272	0.01125*	0.4961099	0.0090801	-0.1397277	0.0127209	0.01090*
	MLE	0.4332746	0.0101114	0.0895985	0.0156682	0.01289	0.4757474	0.0089494	-0.0980968	0.0154113	0.01218

ตารางที่ 4.16 (ต่อ)

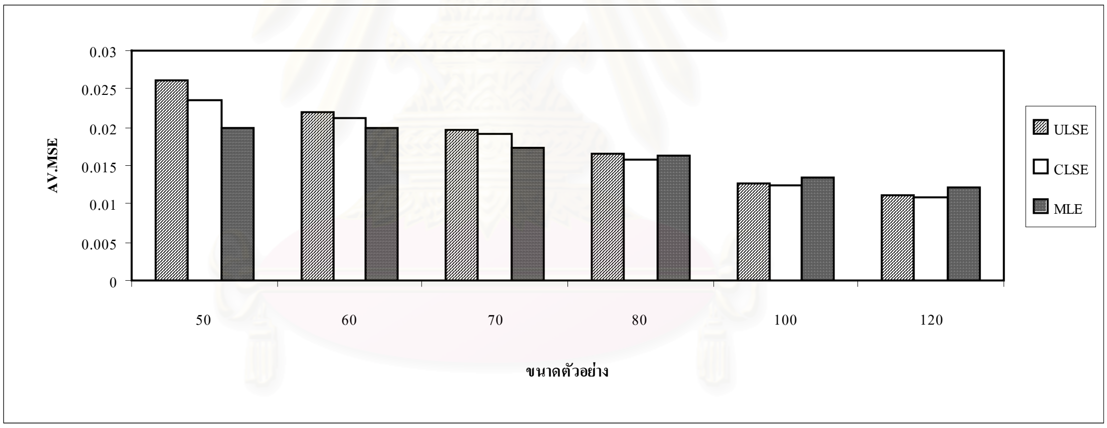
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = -0.5$		$\theta_2 = 0.2$			$\theta_1 = -0.5$		$\theta_2 = -0.3$		
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE	AV.MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE	AV.MSE
n = 50	ULSE	-0.5490993	0.0273780	0.1588898	0.0248922	0.02614	-0.5053064	0.0279175	-0.2543194	0.0360444	0.03198
	CLSE	-0.5210333	0.0221185	0.1509789	0.0231654	0.02264	-0.4944695	0.0265681	-0.2452648	0.0333377	0.02995*
	MLE	-0.4787117	0.0237566	0.1249494	0.0170603	0.02041*	-0.4375194	0.0253337	-0.1425828	0.0386723	0.03200
n = 60	ULSE	-0.5682443	0.0206143	0.1612607	0.0168203	0.01872	-0.5033663	0.0186754	-0.2424721	0.0274639	0.02307
	CLSE	-0.5473108	0.0176309	0.1536277	0.0167997	0.01722	-0.4954078	0.0181350	-0.2359660	0.0260939	0.02211*
	MLE	-0.5058082	0.0178767	0.1207395	0.0147275	0.01630*	-0.4452453	0.0185950	-0.1433962	0.0357534	0.02717
n = 70	ULSE	-0.5649238	0.0160174	0.1504293	0.0141757	0.01510	-0.5052218	0.0168227	-0.2479673	0.0209690	0.01890
	CLSE	-0.5441439	0.0131525	0.1406911	0.0143361	0.01374	-0.4988374	0.0166680	-0.2426687	0.0208569	0.01876*
	MLE	-0.5125877	0.0134656	0.1115332	0.0140226	0.01374*	-0.4489877	0.0176573	-0.1491720	0.0316588	0.02466
n = 80	ULSE	-0.5624297	0.0162940	0.1457003	0.0132854	0.01479	-0.4976610	0.0145416	-0.2347914	0.0208834	0.01771
	CLSE	-0.5442448	0.0133897	0.1397123	0.0131178	0.01325*	-0.4911874	0.0142634	-0.2303349	0.0206735	0.01747*
	MLE	-0.5166733	0.0145588	0.1123717	0.0127414	0.01365	-0.4488904	0.0155366	-0.1464693	0.0319193	0.02373
n = 100	ULSE	-0.5519976	0.0114166	0.1419715	0.0109861	0.01120	-0.4953607	0.0115306	-0.2311761	0.0172088	0.01437
	CLSE	-0.5383073	0.0098113	0.1368296	0.0111648	0.01049*	-0.4903969	0.0113998	-0.2275192	0.0171498	0.01427*
	MLE	-0.5136394	0.0106258	0.1042923	0.0136394	0.01213	-0.4497072	0.0130584	-0.1446806	0.0301279	0.02159
n = 120	ULSE	-0.5476319	0.0094323	0.1435435	0.0096394	0.00954	-0.4857846	0.0096586	-0.2216998	0.0162463	0.01295
	CLSE	-0.5364911	0.0083035	0.1400778	0.0098786	0.00909*	-0.4896716	0.0095735	-0.2245951	0.0160018	0.01279*
	MLE	-0.5128363	0.0091170	0.1006529	0.0135962	0.01136	-0.4468735	0.0112160	-0.1411998	0.0296693	0.02044

รูปที่ 4.13 แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) และขนาดตัวอย่าง (n)

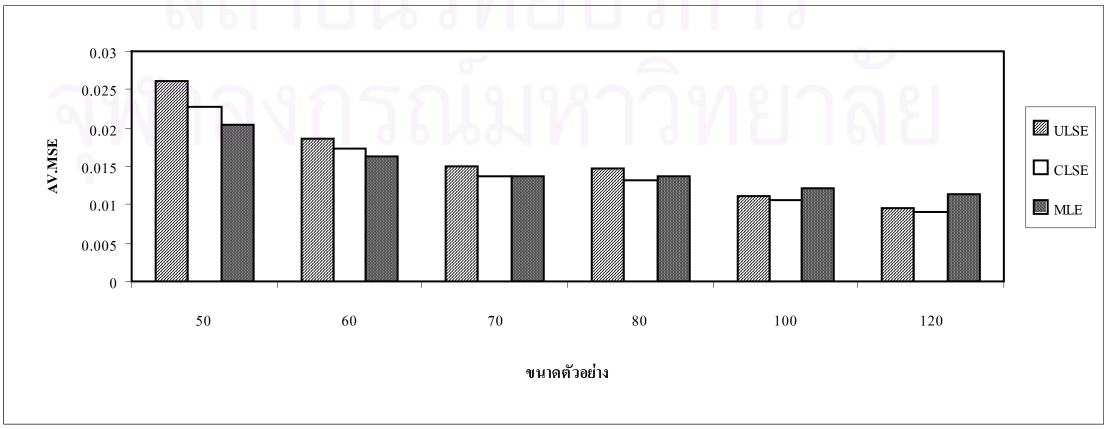
$\theta_1 = 0.4$ และ $\theta_2 = 0.2$



$\theta_1 = 0.5$ และ $\theta_2 = -0.2$

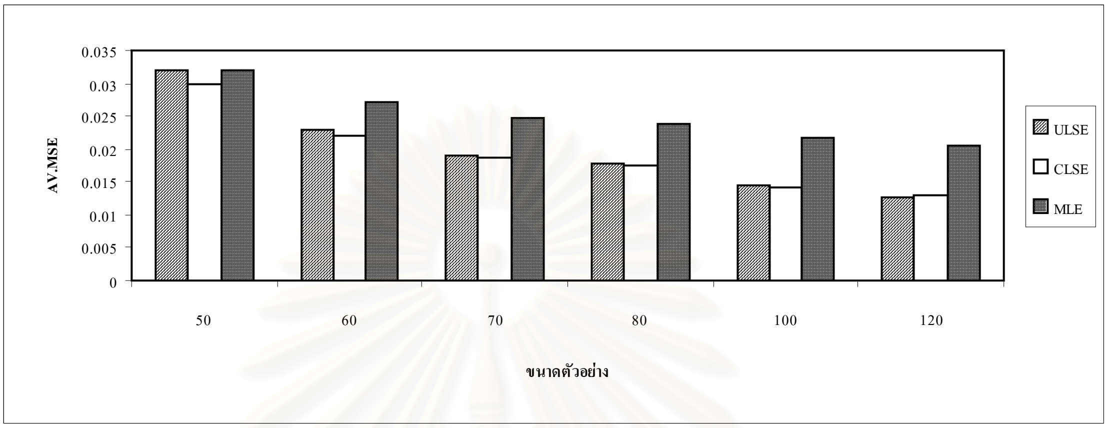


$\theta_1 = -0.5$ และ $\theta_2 = 0.2$



รูปที่ 4.13 (ต่อ)

$\theta_1 = -0.5$ และ $\theta_2 = -0.3$



2) ตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (θ_1, θ_2) 4 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.17 และรูปที่ 4.14

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่งและสอง (θ_1, θ_2) เท่ากับ (0.4,0.2) , (0.5,-0.2) และ (-0.5,0.2) วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 , 60 และ 70 แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 80 , 100 และ 120 วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด

สำหรับสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่งและสอง (θ_1, θ_2) เท่ากับ (-0.5,-0.3) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า AV.MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

เมื่อเปรียบเทียบค่า MSE ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่หนึ่งและสอง (θ_1, θ_2) พบว่า θ_1 จะให้ค่า MSE ที่น้อยกว่า θ_2 ในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่สอง θ_2 มีค่าน้อยกว่าศูนย์ ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.17 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง (MA(2)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2)

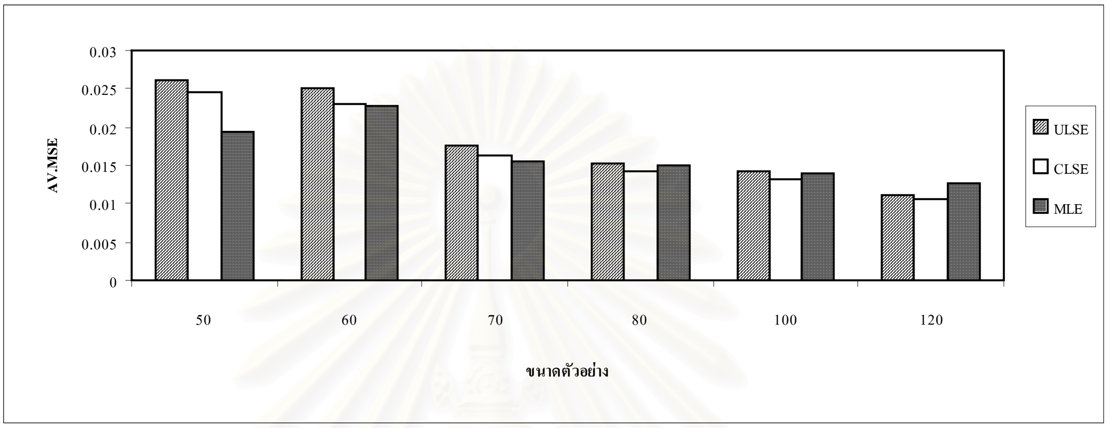
ขนาดตัวอย่าง และ		$\theta_1 = 0.4$		$\theta_2 = 0.2$		AV.MSE	$\theta_1 = 0.5$		$\theta_2 = -0.2$		AV.MSE
วิธีการประมาณค่า		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE	
	ULSE	0.4890226	0.0285241	0.1463622	0.0239198	0.02622	0.5161701	0.0255420	-0.1300812	0.0311696	0.02836
n = 50	CLSE	0.4686112	0.0246128	0.1417589	0.0242919	0.02445	0.5022103	0.0239918	-0.1283257	0.0292842	0.02664
	MLE	0.4092906	0.0185085	0.0931112	0.0203104	0.01941*	0.4622925	0.0215906	-0.0761450	0.0257278	0.02366*
	ULSE	0.4941344	0.0322187	0.1396400	0.0179661	0.02509	0.5137355	0.0200193	-0.1280871	0.0268430	0.02343
n = 60	CLSE	0.4750605	0.0275690	0.1338657	0.0186863	0.02313	0.5029559	0.0187033	-0.1264692	0.0249768	0.02184
	MLE	0.4266036	0.0234382	0.0847122	0.0220829	0.02276*	0.4670069	0.0169254	-0.0749464	0.0243369	0.02063*
	ULSE	0.4821354	0.0217325	0.1617588	0.0132891	0.01751	0.5105705	0.0174667	-0.1322944	0.0214107	0.01944
n = 70	CLSE	0.4656643	0.0188385	0.1539952	0.0134998	0.01617	0.5020675	0.0166412	-0.1303197	0.0205528	0.01860
	MLE	0.4162615	0.0154372	0.0986594	0.0156467	0.01554*	0.4702820	0.0155118	-0.0805266	0.0216109	0.01856*
	ULSE	0.4748455	0.0169968	0.1438800	0.0137133	0.01536	0.5021903	0.0143170	-0.1338405	0.0162965	0.01531
n = 80	CLSE	0.4602714	0.0143955	0.1379602	0.0138683	0.01413*	0.4947517	0.0138522	-0.1318559	0.0158781	0.01487*
	MLE	0.4201930	0.0126195	0.0908862	0.0173559	0.01499	0.4658675	0.0135465	-0.0806550	0.0201370	0.01684
	ULSE	0.4753573	0.0157438	0.1343601	0.0124528	0.01410	0.5096145	0.0111055	-0.1414717	0.0146507	0.01288
n = 100	CLSE	0.4651005	0.0139910	0.1299821	0.0124341	0.01321*	0.5042113	0.0108851	-0.1397650	0.0144586	0.01267*
	MLE	0.4356979	0.0120532	0.0925414	0.0160733	0.01406	0.4808632	0.0103184	-0.0969903	0.0168601	0.01359
	ULSE	0.4631556	0.0116187	0.1275763	0.0107610	0.01119	0.4957527	0.0090260	-0.1343834	0.0121499	0.01059
n = 120	CLSE	0.4548191	0.0103581	0.1243019	0.0108779	0.01062*	0.4912694	0.0089677	-0.1333725	0.0120425	0.01051*
	MLE	0.4267099	0.0089872	0.0836273	0.0163278	0.01266	0.4686990	0.0092110	-0.0858069	0.0166413	0.01293

ตารางที่ 4.17 (ต่อ)

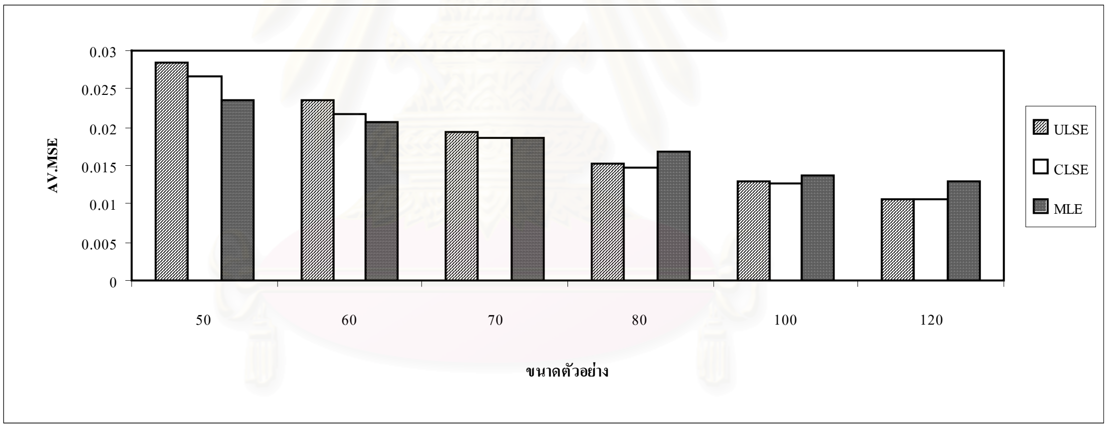
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = -0.5$		$\theta_2 = 0.2$			$\theta_1 = -0.5$		$\theta_2 = -0.3$		
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE	AV.MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE	AV.MSE
n = 50	ULSE	-0.5745857	0.0350533	0.1521119	0.0213949	0.02822	-0.4742450	0.0283115	-0.2247784	0.0384668	0.03339
	CLSE	-0.5433590	0.0270383	0.1537817	0.0204444	0.02374	-0.4638836	0.0276113	-0.2171480	0.0360474	0.03183*
	MLE	-0.4860947	0.0263718	0.1071359	0.0178075	0.02209*	-0.4076074	0.0294366	-0.1162104	0.0458160	0.03763
n = 60	ULSE	-0.5863153	0.0252715	0.1543859	0.0193406	0.02231	-0.4799524	0.0212935	-0.2254952	0.0281597	0.02473
	CLSE	-0.5497737	0.0172910	0.1330868	0.0170723	0.01718	-0.4716305	0.0211267	-0.2190089	0.0278136	0.02447*
	MLE	-0.5257780	0.0167191	0.1130497	0.0169465	0.01683*	-0.4173423	0.0232695	-0.1240942	0.0396186	0.03144
n = 70	ULSE	-0.5615737	0.0199019	0.1391878	0.0172418	0.01857	-0.4790060	0.0184635	-0.2170789	0.0251993	0.02183
	CLSE	-0.5377412	0.0146515	0.1316549	0.0169865	0.01582	-0.4719262	0.0183119	-0.2120671	0.0247807	0.02155*
	MLE	-0.5025932	0.0150650	0.1008443	0.0165565	0.01581*	-0.4231000	0.0204746	-0.1198618	0.0402757	0.03038
n = 80	ULSE	-0.5542738	0.0160403	0.1343665	0.0143938	0.01522	-0.4885958	0.0150994	-0.2361680	0.0207871	0.01794
	CLSE	-0.5347984	0.0126497	0.1285361	0.0142197	0.01343*	-0.4822706	0.0150738	-0.2324000	0.0203486	0.01771*
	MLE	-0.5050662	0.0138345	0.0932063	0.0165557	0.01520	-0.4383010	0.0168839	-0.1457517	0.0317931	0.02434
n = 100	ULSE	-0.5573050	0.0123263	0.1393401	0.0109704	0.01165	-0.4952346	0.0116693	-0.2318464	0.0163006	0.01398
	CLSE	-0.5437308	0.0107107	0.1336670	0.0113057	0.01101*	-0.4898704	0.0115839	-0.2278051	0.0161479	0.01387*
	MLE	-0.5194739	0.0110759	0.1029741	0.0137605	0.01242	-0.4501138	0.0134939	-0.1452099	0.0297441	0.02162
n = 120	ULSE	-0.5490545	0.0094571	0.1362081	0.0098604	0.00966	-0.4700084	0.0100102	-0.2056405	0.0176640	0.01384
	CLSE	-0.5386506	0.0084039	0.1318454	0.0101781	0.00929*	-0.4739172	0.0099951	-0.2084596	0.0174231	0.01371*
	MLE	-0.5138018	0.0088456	0.0910761	0.0148521	0.01185	-0.4308362	0.0127271	-0.1225951	0.0349244	0.02383

รูปที่ 4.14 แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) และขนาดตัวอย่าง (n)

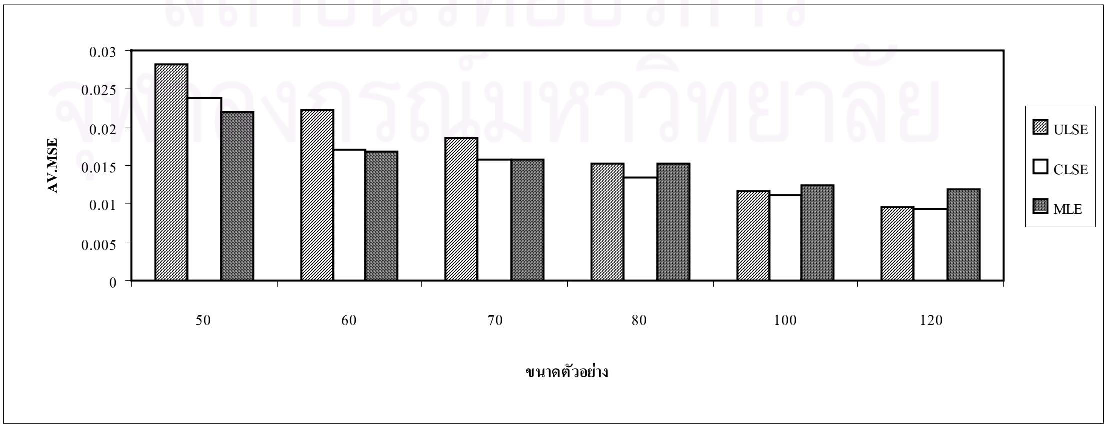
$\theta_1 = 0.4$ และ $\theta_2 = 0.2$



$\theta_1 = 0.5$ และ $\theta_2 = -0.2$

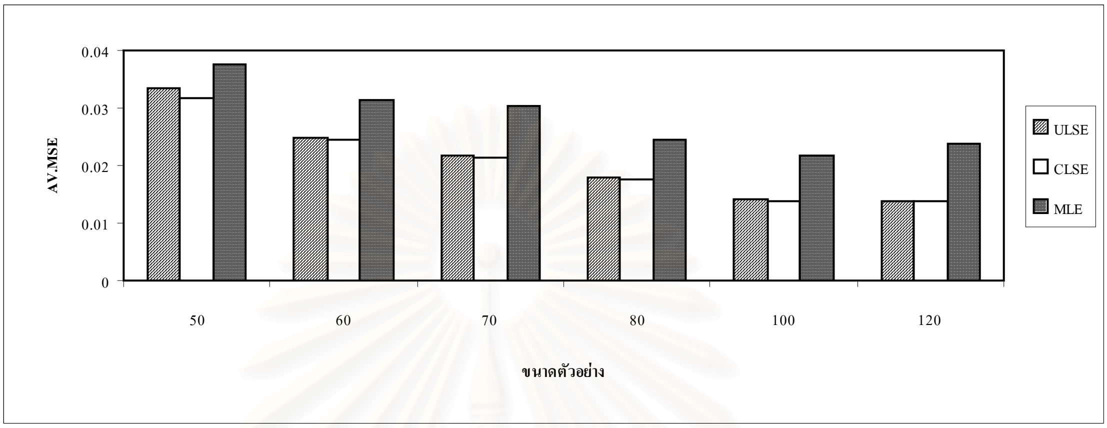


$\theta_1 = -0.5$ และ $\theta_2 = 0.2$



รูปที่ 4.14 (ต่อ)

$\theta_1 = -0.5$ และ $\theta_2 = -0.3$



3) ตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (θ_1, θ_2) 4 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.18 และรูปที่ 4.15

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่งและสอง (θ_1, θ_2) เท่ากับ (0.4,0.2) , (0.5,-0.2) และ (-0.5,0.2) วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 , 60 และ 70 แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 80 , 100 และ 120 วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด

สำหรับสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่งและสอง (θ_1, θ_2) เท่ากับ (-0.5,-0.3) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 , 60 , 70 , 80 และ 100 แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 120 วิธี ULSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด

เมื่อพิจารณาค่า AV.MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

เมื่อเปรียบเทียบค่า MSE ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่หนึ่งและสอง ($\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$) พบว่า $\hat{\theta}_1$ จะให้ค่า MSE ที่น้อยกว่า $\hat{\theta}_2$ ในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่สอง θ_2 มีค่าน้อยกว่าศูนย์ ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.18 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง (MA(2)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2)

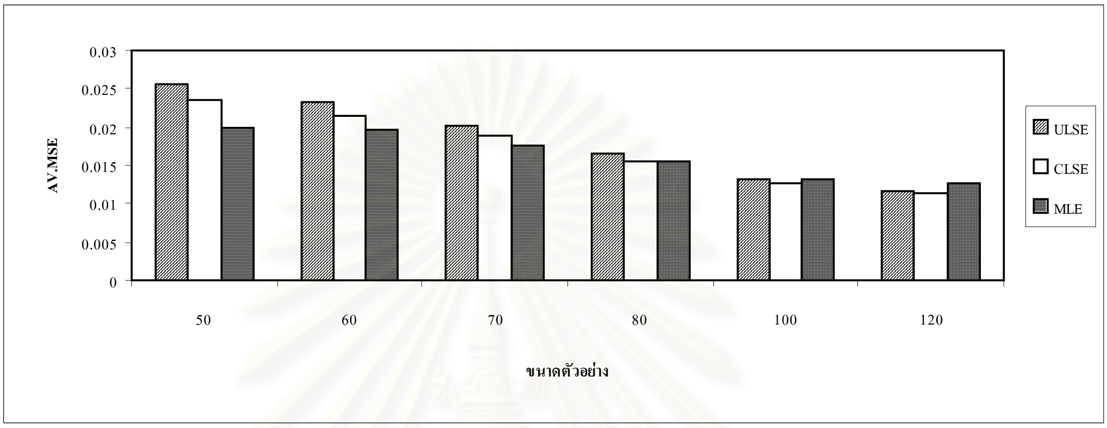
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = 0.4$		$\theta_2 = 0.2$		AV.MSE	$\theta_1 = 0.5$		$\theta_2 = -0.2$		AV.MSE
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE	
n = 50	ULSE	0.4985290	0.0303237	0.1669165	0.0210693	0.02570	0.5337008	0.0277111	-0.1915741	0.0408844	0.03430
	CLSE	0.4820698	0.0258081	0.1608714	0.0214202	0.02361	0.5241349	0.0261387	-0.1908206	0.0375793	0.03186
	MLE	0.4234371	0.0225685	0.1110004	0.0170303	0.01980*	0.4887165	0.0209397	-0.1634997	0.0305604	0.02575*
n = 60	ULSE	0.4875219	0.0261507	0.1475210	0.0201708	0.02316	0.5234167	0.0210235	-0.1953039	0.0268927	0.02396
	CLSE	0.4715301	0.0223274	0.1398833	0.0204310	0.02138	0.5175627	0.0203459	-0.1934200	0.0254079	0.02288
	MLE	0.4278149	0.0194659	0.0994645	0.0200535	0.01976*	0.4933918	0.0170006	-0.1726835	0.0259650	0.02148*
n = 70	ULSE	0.4951422	0.0247844	0.1558039	0.0156366	0.02021	0.5132681	0.0176891	-0.1851296	0.0227797	0.02023
	CLSE	0.4836548	0.0215500	0.1491412	0.0164270	0.01899	0.5085195	0.0172787	-0.1832653	0.0221426	0.01971
	MLE	0.4386022	0.0193429	0.1015272	0.0160205	0.01768*	0.4887921	0.0154885	-0.1705318	0.0219117	0.01870*
n = 80	ULSE	0.4674561	0.0178164	0.1386531	0.0155217	0.01667	0.5137131	0.0151069	-0.1929782	0.0184102	0.01676
	CLSE	0.4579887	0.0158302	0.1339574	0.0152243	0.01553*	0.5099856	0.0148171	-0.1917951	0.0178309	0.01632*
	MLE	0.4213970	0.0139587	0.0951002	0.0171490	0.01555	0.4940467	0.0137746	-0.1784313	0.0192962	0.01654
n = 100	ULSE	0.4599994	0.0129438	0.1322288	0.0134641	0.01320	0.4980963	0.0126579	-0.1385665	0.0151558	0.01391
	CLSE	0.4546484	0.0119451	0.1295116	0.0135141	0.01273*	0.4953306	0.0125737	-0.1377897	0.0150439	0.01381*
	MLE	0.4232804	0.0105609	0.0936565	0.0158156	0.01319	0.4706541	0.0121013	-0.0933302	0.0173830	0.01474
n = 120	ULSE	0.4526937	0.0112743	0.1281400	0.0120888	0.01168	0.5012025	0.0095566	-0.1917885	0.0122687	0.01091
	CLSE	0.4485389	0.0105648	0.1259756	0.0121853	0.01138*	0.4992763	0.0095101	-0.1910591	0.0121234	0.01082*
	MLE	0.4214099	0.0096051	0.0900697	0.0158876	0.01275	0.4887192	0.0091478	-0.1837529	0.0133936	0.01127

ตารางที่ 4.18 (ต่อ)

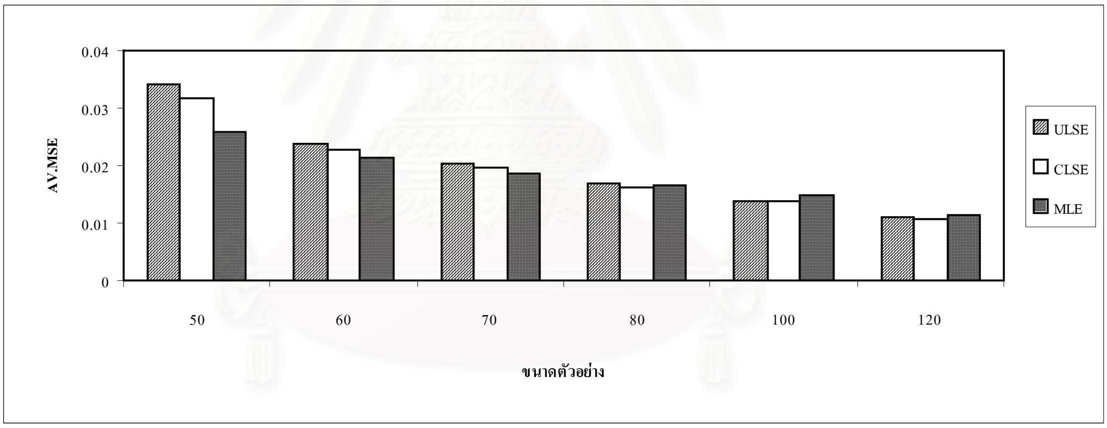
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = -0.5$		$\theta_2 = 0.2$		AV.MSE	$\theta_1 = -0.5$		$\theta_2 = -0.3$		AV.MSE
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE	
n = 50	ULSE	-0.5520974	0.0223446	0.1628136	0.0219492	0.02215	-0.4889136	0.0259537	-0.2447050	0.0356867	0.03082
	CLSE	-0.5289255	0.0198587	0.1554587	0.0194204	0.01964	-0.4810059	0.0252804	-0.2351026	0.0316516	0.02847*
	MLE	-0.4939535	0.0192962	0.1400851	0.0161467	0.01772*	-0.4265443	0.0262248	-0.1396168	0.0396707	0.03295
n = 60	ULSE	-0.5495498	0.0230366	0.1503823	0.0202939	0.02167	-0.4986243	0.0198263	-0.2935383	0.0240457	0.02194
	CLSE	-0.5301478	0.0174866	0.1503900	0.0194998	0.01849	-0.4941695	0.0195727	-0.2890441	0.0230442	0.02131*
	MLE	-0.4843000	0.0185557	0.1193440	0.0173400	0.01795*	-0.4633409	0.0182562	-0.2392560	0.0270488	0.02265
n = 70	ULSE	-0.5513458	0.0174223	0.1439247	0.0161055	0.01676	-0.4996921	0.0165515	-0.3042693	0.0183608	0.01746
	CLSE	-0.5393518	0.0192453	0.1346511	0.0179427	0.01859	-0.4961524	0.0164407	-0.2999549	0.0173240	0.01688*
	MLE	-0.5007046	0.0159780	0.1106521	0.0149827	0.01548*	-0.4675557	0.0160301	-0.2546628	0.0200316	0.01803
n = 80	ULSE	-0.5573485	0.0156196	0.1465563	0.0142674	0.01494	-0.4976603	0.0148161	-0.2996834	0.0161482	0.01548
	CLSE	-0.5465090	0.0139711	0.1418476	0.0142877	0.01413*	-0.4948223	0.0147461	-0.2969255	0.0157527	0.01525*
	MLE	-0.5142103	0.0146403	0.1104792	0.0141656	0.01440	-0.4713146	0.0147405	-0.2577808	0.0179380	0.01634
n = 100	ULSE	-0.5398145	0.0113010	0.1417229	0.0107824	0.01104	-0.4932390	0.0134078	-0.2298887	0.0182946	0.01585
	CLSE	-0.5324239	0.0103242	0.1381473	0.0106471	0.01049*	-0.4909219	0.0133165	-0.2282001	0.0181466	0.01573*
	MLE	-0.5077190	0.0115500	0.1120045	0.0115834	0.01157	-0.4498107	0.0143008	-0.1451580	0.0301333	0.02222
n = 120	ULSE	-0.5389886	0.0079739	0.1449247	0.0095089	0.00874	-0.4884251	0.0110174	-0.2203915	0.0171904	0.01410*
	CLSE	-0.5333031	0.0074843	0.1421911	0.0095182	0.00850*	-0.4866831	0.0110351	-0.2192153	0.0172437	0.01414
	MLE	-0.5061585	0.0086447	0.1011312	0.0139446	0.01129	-0.4478956	0.0125681	-0.1392082	0.0308655	0.02172

รูปที่ 4.15 แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) และขนาดตัวอย่าง (n)

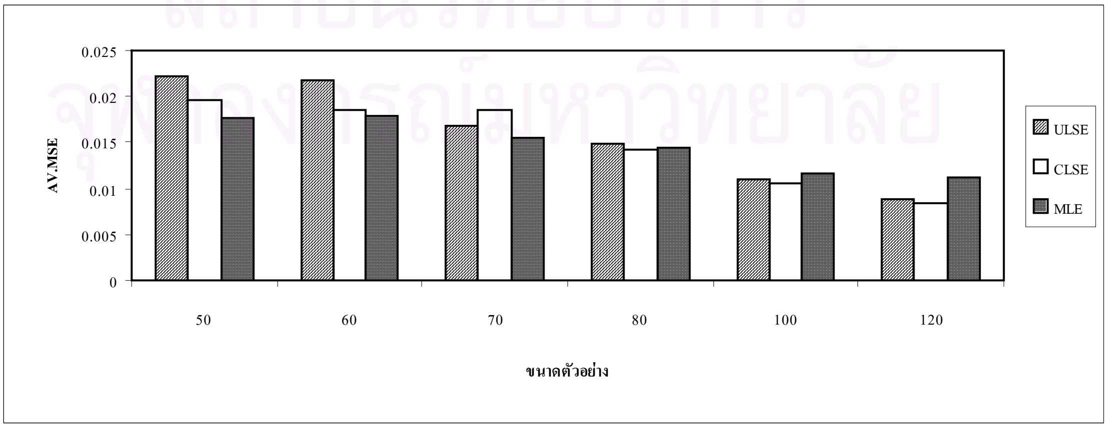
$\theta_1 = 0.4$ และ $\theta_2 = 0.2$



$\theta_1 = 0.5$ และ $\theta_2 = -0.2$

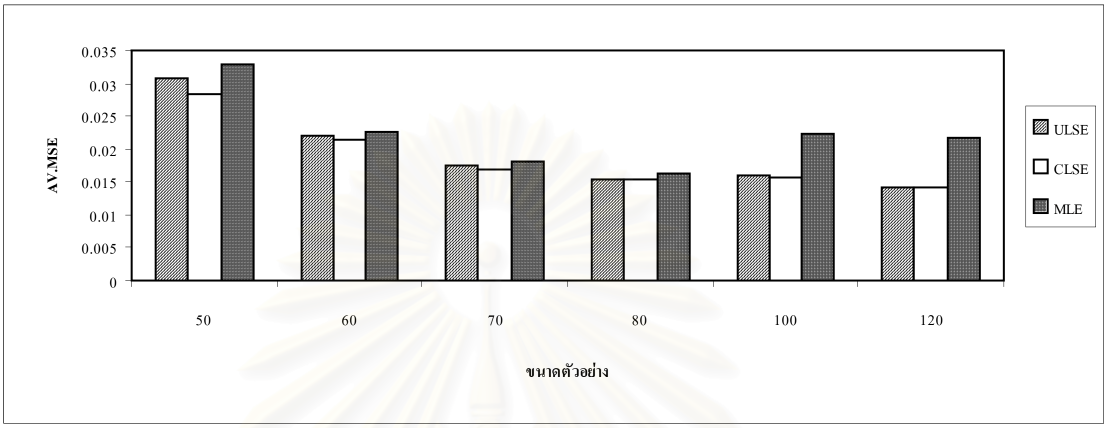


$\theta_1 = -0.5$ และ $\theta_2 = 0.2$



รูปที่ 4.15 (ต่อ)

$\theta_1 = -0.5$ และ $\theta_2 = -0.3$



4) ตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (θ_1, θ_2) 4 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.19 และรูปที่ 4.16

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่งและสอง (θ_1, θ_2) เท่ากับ (0.4,0.2) , (0.5,-0.2) และ (-0.5,0.2) วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 , 60 และ 70 แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 80 , 100 และ 120 วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด

สำหรับสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่งและสอง (θ_1, θ_2) เท่ากับ (-0.5,-0.3) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า AV.MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

เมื่อเปรียบเทียบค่า MSE ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่หนึ่งและสอง ($\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$) พบว่า $\hat{\theta}_1$ จะให้ค่า MSE ที่น้อยกว่า $\hat{\theta}_2$ ในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่สอง θ_2 มีค่าน้อยกว่าศูนย์ ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.19 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$ ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง (MA(2)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2)

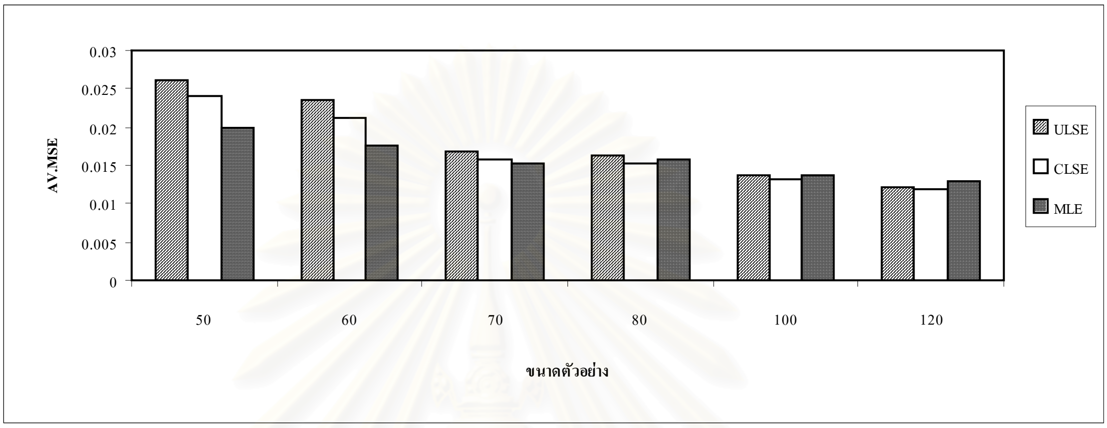
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = 0.4$		$\theta_2 = 0.2$		AV.MSE	$\theta_1 = 0.5$		$\theta_2 = -0.2$		AV.MSE
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE	
n = 50	ULSE	0.5007645	0.0335893	0.1724566	0.0185695	0.02608	0.5352447	0.0267715	-0.1550376	0.0349137	0.03084
	CLSE	0.4843203	0.0293086	0.1653681	0.0188610	0.02408	0.5245992	0.0251249	-0.1520271	0.0329358	0.02903
	MLE	0.4193639	0.0232195	0.1121875	0.0164395	0.01983*	0.4809061	0.0206294	-0.0910962	0.0261872	0.02341*
n = 60	ULSE	0.4883232	0.0260916	0.1697257	0.0212261	0.02366	0.5340232	0.0206665	-0.1479856	0.0266318	0.02365
	CLSE	0.4718397	0.0221702	0.1623666	0.0201153	0.02114	0.5265610	0.0197577	-0.1472851	0.0252824	0.02252
	MLE	0.4202593	0.0197367	0.1128095	0.0156654	0.01770*	0.4896902	0.0171368	-0.0978023	0.0215068	0.01932*
n = 70	ULSE	0.4711881	0.0185481	0.1263620	0.0151750	0.01686	0.5222722	0.0179102	-0.1484991	0.0218798	0.01990
	CLSE	0.4622353	0.0164955	0.1235229	0.0152381	0.01587	0.5167193	0.0174048	-0.1472430	0.0213239	0.01936
	MLE	0.4299793	0.0134296	0.0954946	0.0168449	0.01514*	0.4853971	0.0158423	-0.0974928	0.0203317	0.01809*
n = 80	ULSE	0.4830987	0.0186011	0.1442743	0.0141839	0.01639	0.5118867	0.0147943	-0.1410554	0.0183750	0.01658
	CLSE	0.4738772	0.0164536	0.1404609	0.0142755	0.01536*	0.5074846	0.0144256	-0.1403841	0.0178664	0.01615*
	MLE	0.4364559	0.0136013	0.0994221	0.0179581	0.01578	0.4791401	0.0135832	-0.0943500	0.0191530	0.01637
n = 100	ULSE	0.4706129	0.0150465	0.1349221	0.0122345	0.01364	0.5039150	0.0116330	-0.1409361	0.0144524	0.01304
	CLSE	0.4646089	0.0138344	0.1319855	0.0123034	0.01307*	0.5013413	0.0114950	-0.1400483	0.0143232	0.01291*
	MLE	0.4343594	0.0122565	0.0960456	0.0150875	0.01367	0.4767471	0.0111163	-0.0959071	0.0168533	0.01398
n = 120	ULSE	0.4659809	0.0136616	0.1343383	0.0108676	0.01226	0.5013058	0.0094978	-0.1387771	0.0130128	0.01126
	CLSE	0.4615269	0.0128207	0.1320139	0.0109024	0.01186*	0.4988018	0.0093790	-0.1380906	0.0128441	0.01111*
	MLE	0.4327213	0.0109347	0.0929148	0.0147288	0.01283	0.4769924	0.0089509	-0.0940423	0.0158246	0.01239

ตารางที่ 4.19 (ต่อ)

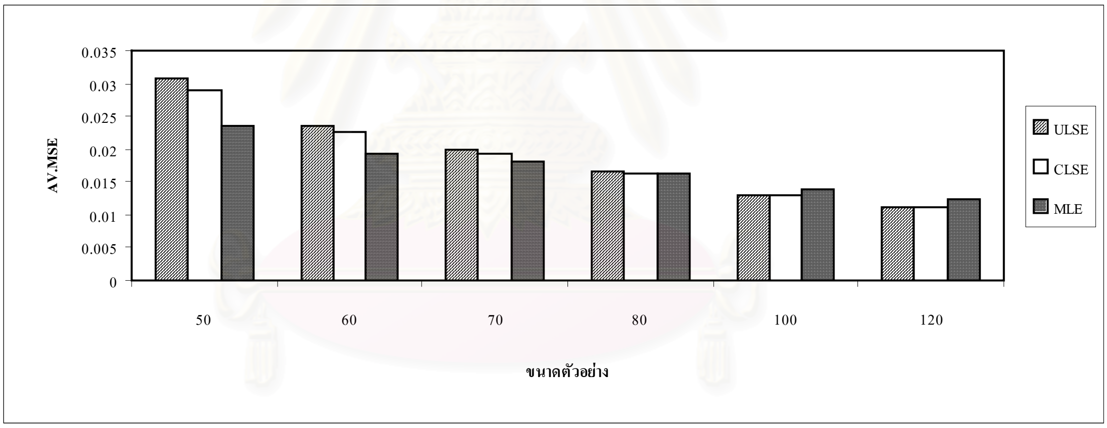
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = -0.5$		$\theta_2 = 0.2$		AV.MSE	$\theta_1 = -0.5$		$\theta_2 = -0.3$		AV.MSE
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE	
n = 50	ULSE	-0.5629491	0.0224609	0.1438723	0.0207073	0.02158	-0.5096089	0.0242550	-0.2483531	0.0340644	0.02916
	CLSE	-0.5447688	0.0205224	0.1305115	0.0200697	0.02030	-0.5030845	0.0236977	-0.2429861	0.0337975	0.02875*
	MLE	-0.4931286	0.0188926	0.1116840	0.0184390	0.01867*	-0.4414673	0.0238063	-0.1424388	0.0373137	0.03056
n = 60	ULSE	-0.5899160	0.0272177	0.1419409	0.0186792	0.02295	-0.5021238	0.0218406	-0.2456250	0.0283061	0.02507
	CLSE	-0.5655461	0.0219784	0.1270278	0.0180105	0.01999	-0.4965237	0.0212564	-0.2418825	0.0273991	0.02433*
	MLE	-0.5329940	0.0195705	0.1040214	0.0188624	0.01922*	-0.4437965	0.0215908	-0.1433990	0.0360564	0.02882
n = 70	ULSE	-0.5532406	0.0162921	0.1443493	0.0172848	0.01679	-0.4969954	0.0174853	-0.2324775	0.0230965	0.02029
	CLSE	-0.5435914	0.0142366	0.1423414	0.0169545	0.01560	-0.4924951	0.0172656	-0.2288015	0.0227318	0.02000*
	MLE	-0.5100522	0.0158998	0.1156867	0.0148539	0.01538*	-0.4468798	0.0183187	-0.1439092	0.0335137	0.02592
n = 80	ULSE	-0.5332446	0.0137799	0.1581488	0.0127147	0.01325	-0.4986899	0.0142667	-0.2385538	0.0212297	0.01775
	CLSE	-0.5205767	0.0128344	0.1518340	0.0125985	0.01272*	-0.4950967	0.0140872	-0.2358700	0.0209244	0.01751*
	MLE	-0.4860415	0.0148380	0.1144861	0.0131322	0.01399	-0.4495221	0.0152573	-0.1471897	0.0311372	0.02320
n = 100	ULSE	-0.5468081	0.0116398	0.1437449	0.0113726	0.01151	-0.4972880	0.0123401	-0.2301213	0.0176869	0.01501
	CLSE	-0.5399387	0.0110719	0.1393320	0.0113812	0.01123*	-0.4950698	0.0123061	-0.2285749	0.0177110	0.01501*
	MLE	-0.5095180	0.0112145	0.1008276	0.0145469	0.01288	-0.4537970	0.0132737	-0.1435669	0.0306169	0.02195
n = 120	ULSE	-0.5527369	0.0099559	0.1364953	0.0105109	0.01023	-0.4922338	0.0103683	-0.2226841	0.0172743	0.01382
	CLSE	-0.5468985	0.0090426	0.1334792	0.0106924	0.00987*	-0.4938170	0.0103620	-0.2239058	0.0171954	0.01378*
	MLE	-0.5221001	0.0093711	0.0993739	0.0139291	0.01165	-0.4529508	0.0113453	-0.1406642	0.0305963	0.02097

รูปที่ 4.16 แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) และขนาดตัวอย่าง (n)

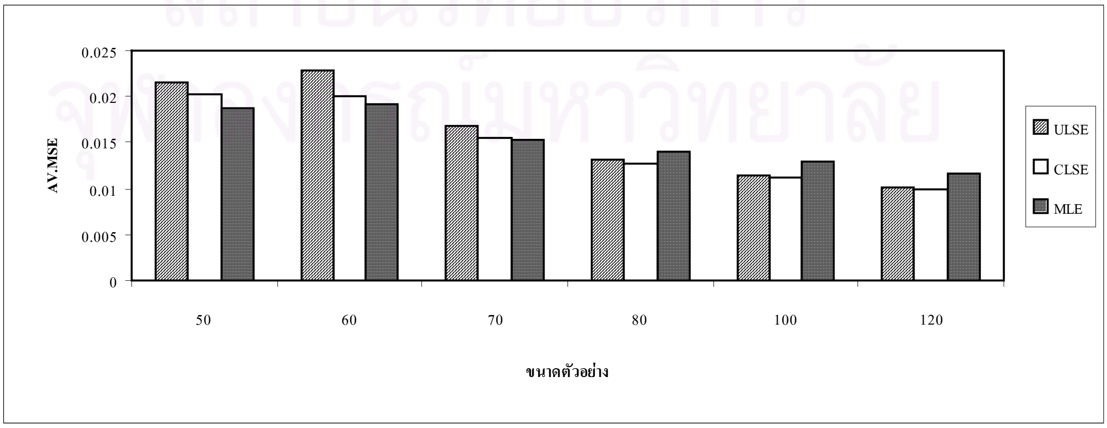
$\theta_1 = 0.4$ และ $\theta_2 = 0.2$



$\theta_1 = 0.5$ และ $\theta_2 = -0.2$

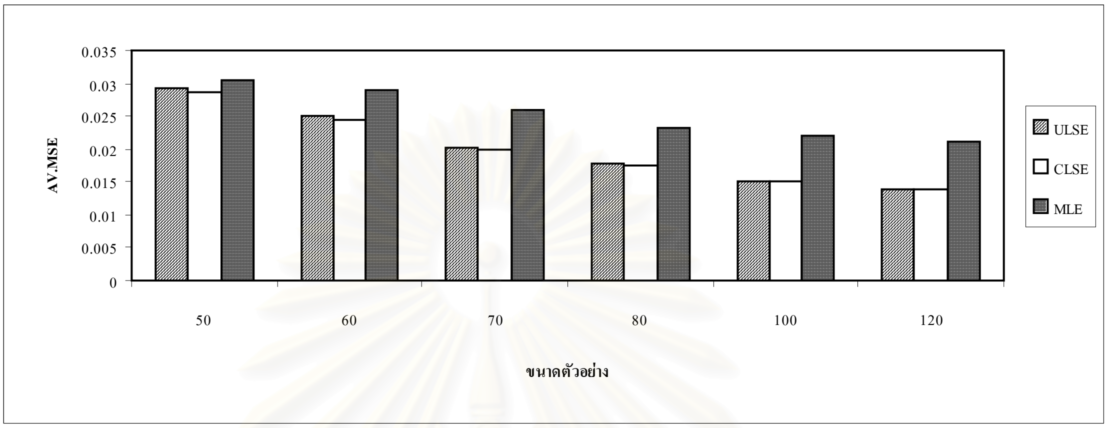


$\theta_1 = -0.5$ และ $\theta_2 = 0.2$



รูปที่ 4.16 (ต่อ)

$\theta_1 = -0.5$ และ $\theta_2 = -0.3$



สรุปโดยรวม เมื่อค่า (θ_1, θ_2) เท่ากับ (0.4,0.2) , (0.5,-0.2) และ (-0.5,-0.2) วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กและปานกลาง (50 , 60 และ 70) แต่เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (80 , 100 และ 120) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ส่วนค่า (θ_1, θ_2) เท่ากับ (-0.5,-0.3) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง การเพิ่มขนาดตัวอย่างมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จากตารางที่ 4.16 ถึง 4.19 ทำให้ได้ข้อสรุปของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม ภายใต้เกณฑ์ค่า AV.MSE ต่ำสุด ดังตารางที่ 4.20

ตารางที่ 4.20 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีที่ให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2)

ขนาดตัวอย่าง	ระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2)			
	(0.4 , 0.2)	(0.5 , -0.2)	(-0.5 , 0.2)	(-0.5 , -0.3)
n = 50	MLE	MLE	MLE	CLSE
n = 60	MLE	MLE	MLE	CLSE
n = 70	MLE	MLE	MLE	CLSE
n = 80	CLSE	CLSE	CLSE	CLSE
n = 100	CLSE	CLSE	CLSE	CLSE
n = 120	CLSE	CLSE	CLSE	CLSE

4.1.5 ผลการเปรียบเมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง ARMA(1,1)

ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง ARMA(1,1) ที่ศึกษาในครั้งนี้มีสมการคือ

$$z_t - \mu = \phi_1(z_{t-1} - \mu) + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

โดยที่ $|\phi_1| < 1$ และ $|\theta_1| < 1$

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ 3 วิธีดังกล่าว เมื่ออนุกรมเวลาเป็นตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง ARMA(1,1) มีการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง จำแนกตามลักษณะของอนุกรมเวลา นำเสนอด้วยตารางที่ 4.21 ถึง 4.24 และรูปที่ 4.17 ถึง 4.20

1) ตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) 5 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.21 และรูปที่ 4.17

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (0.2,0.6) , (0.7,-0.3) และ (-0.6,-0.2) วิธี ULSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับขนาดตัวอย่าง (50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120)

สำหรับสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (0.7,0.1) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับขนาดตัวอย่าง แต่เมื่อสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (-0.5,0.5) วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า AV.MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

เมื่อเปรียบเทียบค่า MSE ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) พบว่า ϕ_1 จะให้ค่า MSE ที่น้อยกว่า θ_1 ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.21 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1, \hat{\theta}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (ARMA(1,1)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.7$		$\theta_1 = 0.1$		AV.MSE	$\phi_1 = 0.2$		$\theta_1 = 0.6$		AV.MSE
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	
n = 50	ULSE	0.5944331	0.0542730	0.0106567	0.0665949	0.06043	0.0666535	0.1218134	0.5434412	0.1418741	0.13184*
	CLSE	0.6212780	0.0466739	0.0479883	0.0666752	0.05667*	0.0718216	0.1787405	0.5258293	0.2007842	0.18976
	MLE	0.5961750	0.0587470	0.0330500	0.0712620	0.06500	0.0700000	0.1550822	0.5170270	0.1772935	0.16619
n = 60	ULSE	0.6011320	0.0433369	0.0127817	0.0536323	0.04848	0.1281106	0.1063620	0.5805649	0.1053584	0.10586*
	CLSE	0.6177868	0.0406369	0.0357411	0.0549329	0.04778*	0.1355530	0.1506056	0.5720255	0.1506363	0.15062
	MLE	0.6002625	0.0453656	0.0275500	0.0562200	0.05079	0.1271000	0.1343262	0.5558400	0.1332676	0.1338
n = 70	ULSE	0.6308395	0.0450010	0.0463505	0.0463505	0.04568	0.1279241	0.0895152	0.5742056	0.0819279	0.08572*
	CLSE	0.6407185	0.0334091	0.0599870	0.0488913	0.04115*	0.1429956	0.1217858	0.5798165	0.1085055	0.11515
	MLE	0.6262000	0.0367612	0.0442400	0.0512944	0.04403	0.1409000	0.0988086	0.5714400	0.0899808	0.09439
n = 80	ULSE	0.6362842	0.0286949	0.0480826	0.0399623	0.03433	0.1515762	0.0756392	0.5918941	0.0753593	0.07550*
	CLSE	0.6453572	0.0275597	0.0608414	0.0397088	0.03363*	0.1627775	0.1086904	0.5938260	0.1072577	0.10797
	MLE	0.6320800	0.0309316	0.0462200	0.0423790	0.03666	0.1689600	0.0875684	0.5950800	0.0791640	0.08337
n = 100	ULSE	0.6509369	0.0180411	0.0594506	0.0293893	0.02372	0.1624501	0.0684133	0.5900314	0.0512536	0.03421*
	CLSE	0.6579297	0.0169122	0.0691090	0.0290309	0.02297*	0.1754883	0.0891022	0.6013775	0.1003478	0.04455
	MLE	0.6493000	0.0183830	0.0602400	0.0303408	0.02436	0.1780558	0.0701455	0.6024432	0.0527780	0.03507
n = 120	ULSE	0.6569251	0.0166706	0.0602606	0.0245097	0.02059	0.1722685	0.0522847	0.5931173	0.0448945	0.04859*
	CLSE	0.6626425	0.0162116	0.0684831	0.0245866	0.02040*	0.1854192	0.0662729	0.6000661	0.0559070	0.06109
	MLE	0.6553600	0.0169020	0.0610200	0.0248118	0.02086	0.1815400	0.0551830	0.5951600	0.0444080	0.04980

ตารางที่ 4.21 (ต่อ)

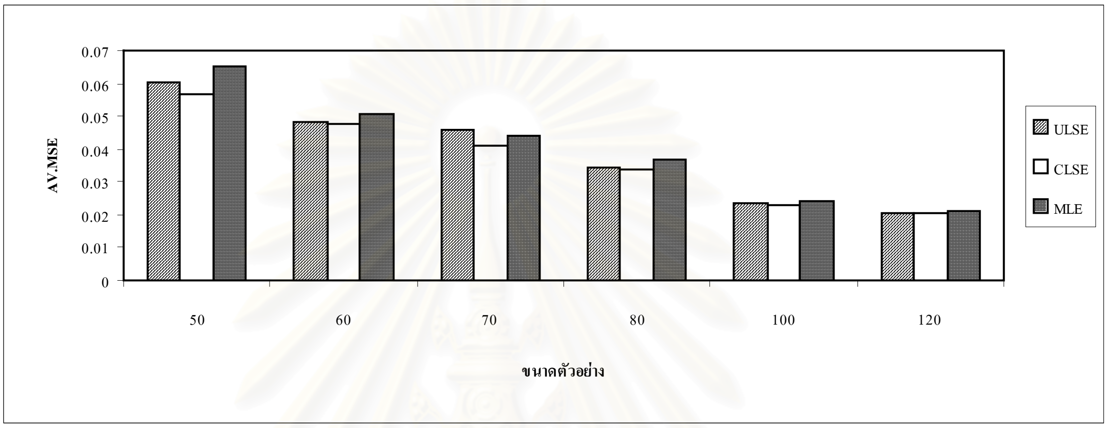
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.7$		$\theta_1 = -0.3$			$\phi_1 = -0.5$		$\theta_1 = 0.5$		
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	AV.MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	AV.MSE
n = 50	ULSE	0.6234549	0.0287714	-0.3520314	0.0383849	0.03358*	-0.4744923	0.0311853	0.5680470	0.0405462	0.03587
	CLSE	0.6290890	0.0306643	-0.3412083	0.0393849	0.03502	-0.4753964	0.0322608	0.5565483	0.0377598	0.03501
	MLE	0.6186861	0.0306956	-0.3491606	0.0390755	0.03489	-0.4705600	0.0300380	0.5600600	0.0378778	0.03396*
n = 60	ULSE	0.6446783	0.0196792	-0.3394966	0.0279291	0.02380*	-0.4834589	0.0236584	0.5540308	0.0315274	0.02759
	CLSE	0.6516369	0.0206947	-0.3278434	0.0291641	0.02493	-0.4808633	0.0268916	0.5482817	0.0320453	0.02947
	MLE	0.6396600	0.0218826	-0.3371400	0.0282206	0.02505	-0.4797000	0.0233926	0.5477800	0.0287478	0.02607*
n = 70	ULSE	0.6541383	0.0153811	-0.3293608	0.0242599	0.01982*	-0.4809306	0.0199359	0.5417030	0.0277167	0.02383
	CLSE	0.6603410	0.0159477	-0.3190788	0.0252035	0.02058	-0.4804814	0.0217527	0.5358590	0.0273333	0.02454
	MLE	0.6494800	0.0166224	-0.3268800	0.0251108	0.02087	-0.4782600	0.0197806	0.5358400	0.0258924	0.02284*
n = 80	ULSE	0.6576954	0.0138769	-0.3290385	0.0202630	0.01707*	-0.4758921	0.0179558	0.5514674	0.0236377	0.02080
	CLSE	0.6628577	0.0139490	-0.3205942	0.0207723	0.01736	-0.4741004	0.0197687	0.5488709	0.0246841	0.02223
	MLE	0.6535800	0.0147590	-0.3272800	0.0206196	0.01769	-0.4726200	0.0178862	0.5478400	0.0227000	0.02029*
n = 100	ULSE	0.6680413	0.0092940	-0.3227591	0.0164960	0.01290*	-0.4835448	0.0142564	0.5369316	0.0164423	0.01535
	CLSE	0.6718386	0.0094296	-0.3165851	0.0166879	0.01306	-0.4844041	0.0145378	0.5323234	0.0153558	0.01495
	MLE	0.6644000	0.0102328	-0.3221200	0.0167872	0.01351	-0.4809200	0.0140752	0.5342800	0.0155180	0.01480*
n = 120	ULSE	0.6729394	0.0081236	-0.3208542	0.0125538	0.01034*	-0.4847340	0.0117622	0.5347356	0.0131182	0.01244
	CLSE	0.6766540	0.0082116	-0.3150406	0.0126938	0.01045	-0.4846278	0.0122377	0.5328290	0.0132870	0.01276
	MLE	0.6704600	0.0084306	-0.3197600	0.0126664	0.01055	-0.4818600	0.0118022	0.5333400	0.0126386	0.01222*

ตารางที่ 4.21 (ต่อ)

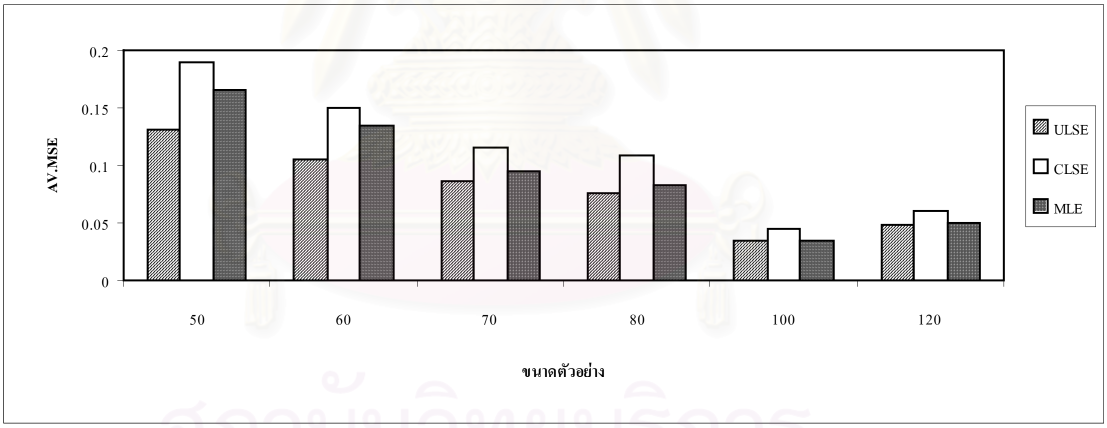
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = -0.6$ $\hat{\phi}_1$	MSE	$\theta_1 = -0.2$ $\hat{\theta}_1$	MSE	AV.MSE
	ULSE	-0.4990715	0.1047425	-0.0762935	0.1427487	0.12375*
n = 50	CLSE	-0.5076888	0.1124633	-0.0907167	0.1525287	0.13250
	MLE	-0.4110667	0.2206187	0.0143333	0.2577633	0.23919
	ULSE	-0.4882442	0.1089122	-0.0649263	0.01440629	0.12649*
n = 60	CLSE	-0.5005569	0.1112510	-0.0827888	0.1478004	0.12953
	MLE	-0.4467273	0.1958218	-0.0293864	0.2190716	0.20745
	ULSE	-0.5294137	0.0701150*	-0.1054117	0.0928791*	0.08150*
n = 70	CLSE	-0.5594226	0.0711077	-0.1447528	0.0950694	0.08309
	MLE	-0.5209000	0.1026490	-0.1103800	0.1227302	0.11269
	ULSE	-0.5362749	0.0594291	-0.1165815	0.0827587*	0.07109*
n = 80	CLSE	-0.5654505	0.0589921*	-0.1539754	0.0888160	0.07390
	MLE	-0.5392400	0.0869284	-0.1343800	0.1118230	0.09938
	ULSE	-0.5555978	0.0456705	-0.1492905	0.0607185	0.05319*
n = 100	CLSE	-0.5655684	0.0460390	-0.1623219	0.0612105	0.05362
	MLE	-0.5521400	0.0658426	-0.1497800	0.0814842	0.07366
	ULSE	-0.5468656	0.0405723	-0.1351066	0.0563620	0.04847*
n = 120	CLSE	-0.5533283	0.0422803	-0.1439166	0.0580540	0.05017
	MLE	-0.5455200	0.0495348	-0.1356200	0.0654850	0.05751

รูปที่ 4.17 แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามจำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)

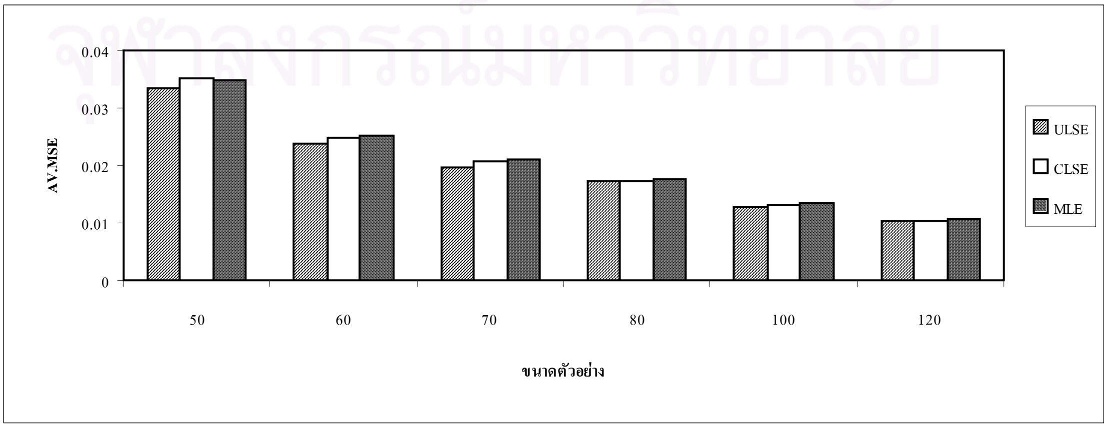
$\phi_1 = 0.7$ และ $\theta_1 = 0.1$



$\phi_1 = 0.2$ และ $\theta_1 = 0.6$

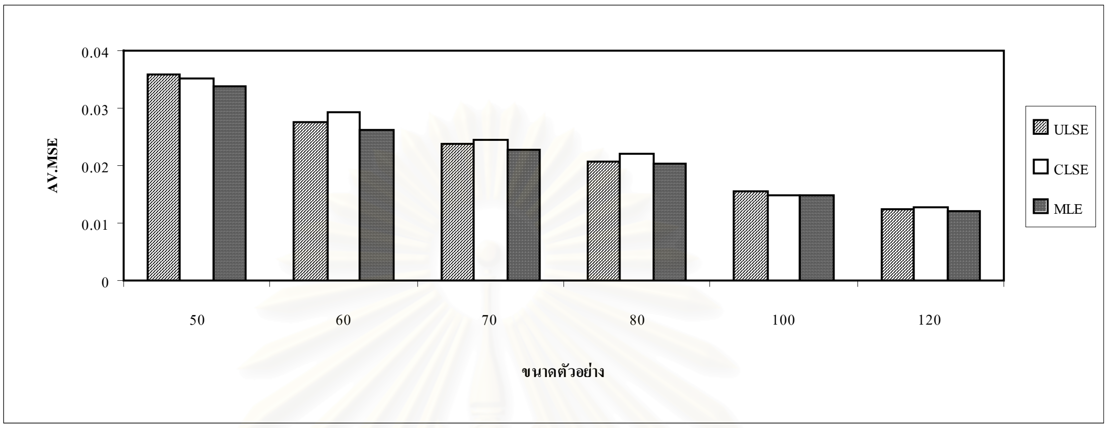


$\phi_1 = 0.7$ และ $\theta_1 = -0.3$

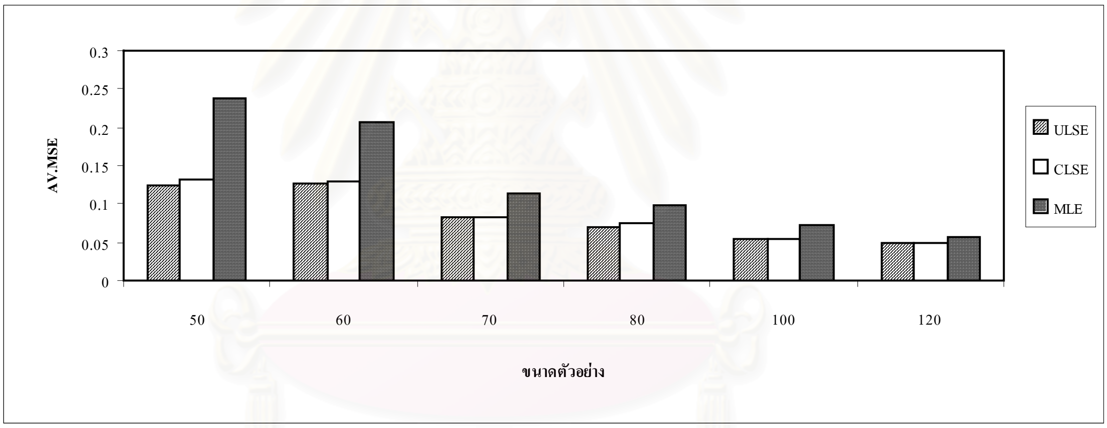


รูปที่ 4.17 (ต่อ)

$\phi_1 = -0.5$ และ $\theta_1 = 0.5$



$\phi_1 = -0.6$ และ $\theta_1 = -0.2$



2) ตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) 5 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.22 และรูปที่ 4.18

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (0.2,0.6) , (0.7,-0.3) และ (-0.6,-0.2) วิธี ULSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับขนาดตัวอย่าง (50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120)

สำหรับสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (0.7,0.1) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับขนาดตัวอย่าง แต่เมื่อสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (-0.5,0.5) วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า AV.MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

เมื่อเปรียบเทียบค่า MSE ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) พบว่า ϕ_1 จะให้ค่า MSE ที่น้อยกว่า θ_1 ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.22 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1, \hat{\theta}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (ARMA(1,1)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.7$		$\theta_1 = 0.1$		AV.MSE	$\phi_1 = 0.2$		$\theta_1 = 0.6$		AV.MSE
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	
n = 50	ULSE	0.6064135	0.0439480	0.0059849	0.0590428	0.05150	0.0687447	0.1211328	0.5358897	0.1378812	0.12951*
	CLSE	0.6290777	0.0398721	0.0382292	0.0580011	0.04894*	0.0853872	0.1697949	0.5384173	0.1811068	0.17545
	MLE	0.6058400	0.0459388	0.0266400	0.0598700	0.05290	0.0814964	0.1528179	0.5233942	0.1648201	0.15882
n = 60	ULSE	0.6176844	0.0392359	0.0319693	0.0491061	0.04417	0.1347382	0.0960230	0.5880695	0.1029892	0.09951*
	CLSE	0.6391553	0.0357955	0.0630583	0.0501615	0.04298*	0.1354569	0.1430095	0.5733994	0.1555005	0.14926
	MLE	0.6144600	0.0465144	0.0467400	0.0558118	0.05116	0.1505600	0.1099900	0.5826800	0.1088828	0.10944
n = 70	ULSE	0.6311424	0.0299636	0.0371735	0.0416393	0.03580	0.1553146	0.0809622	0.5916184	0.0777860	0.07937*
	CLSE	0.6455168	0.0278558	0.0567630	0.0418609	0.03486*	0.1752099	0.1171856	0.6007112	0.1059253	0.11156
	MLE	0.6299800	0.0300866	0.0497400	0.0416878	0.03589	0.1592058	0.0888116	0.5805415	0.0803462	0.08458
n = 80	ULSE	0.6380689	0.0271561	0.0499455	0.0395136	0.03333	0.1495192	0.0769545	0.5894710	0.0754751	0.07621*
	CLSE	0.6462772	0.0265121	0.0621761	0.0400057	0.03326*	0.1588315	0.0981306	0.5920958	0.0942206	0.09618
	MLE	0.6355200	0.0272784	0.0501600	0.0393728	0.03333	0.1576200	0.0863406	0.5848000	0.0819960	0.08417
n = 100	ULSE	0.6460539	0.0203500	0.0548135	0.0296636	0.02501	0.1632075	0.0551030	0.05861210	0.0548852	0.05499*
	CLSE	0.6517444	0.0194166	0.0624429	0.0290771	0.02425*	0.1783222	0.0811235	0.5995181	0.0842355	0.08268
	MLE	0.6443600	0.0203564	0.0554200	0.0298090	0.02508	0.1755055	0.0645023	0.5887174	0.0795677	0.07204
n = 120	ULSE	0.6666123	0.0136255	0.0765771	0.0230527	0.01834	0.1753732	0.0486685	0.5930500	0.0397932	0.04423*
	CLSE	0.6718763	0.0130321	0.0840576	0.0226846	0.01786*	0.1845233	0.0647855	0.5960975	0.0533412	0.05906
	MLE	0.6642000	0.0142370	0.0760500	0.0241615	0.01920	0.1798400	0.0499356	0.5913000	0.0396790	0.04481

ตารางที่ 4.22 (ต่อ)

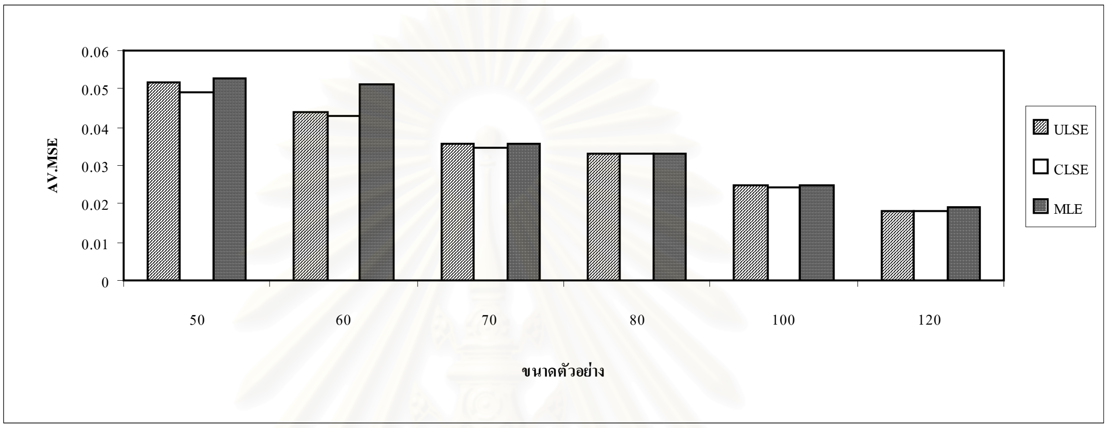
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.7$		$\theta_1 = -0.3$			$\phi_1 = -0.5$		$\theta_1 = 0.5$		
		$\bar{\hat{\phi}}_1$	MSE	$\bar{\hat{\theta}}_1$	MSE	AV.MSE	$\bar{\hat{\phi}}_1$	MSE	$\bar{\hat{\theta}}_1$	MSE	AV.MSE
	ULSE	0.6246611	0.0269515	-0.3591900	0.0360164	0.03148*	-0.4838434	0.0266261	0.5410793	0.0365511	0.03159
n = 50	CLSE	0.6316888	0.0274841	-0.3487425	0.0365597	0.03202	-0.4921315	0.0290646	0.5291612	0.0364400	0.03275
	MLE	0.6180500	0.0304235	-0.3558000	0.0377830	0.03410	-0.4799200	0.0258832	0.5147200	0.0301092	0.02800*
	ULSE	0.6279883	0.0236897	-0.3549208	0.0314919	0.02759*	-0.4891874	0.0224457	0.5414150	0.0266035	0.02452
n = 60	CLSE	0.6342826	0.0239013	-0.3436999	0.0317932	0.02785	-0.4955719	0.0226464	0.5353289	0.0268470	0.02475
	MLE	0.6224500	0.0256625	-0.3541000	0.0330460	0.02935	-0.4860800	0.0207412	0.5233600	0.0233384	0.02204*
	ULSE	0.6377953	0.0219154	-0.3384722	0.0243462	0.02313*	-0.4901634	0.0193628	0.5305901	0.0206755	0.02002
n = 70	CLSE	0.6433531	0.0220507	-0.3284064	0.0248069	0.02343	-0.4956336	0.0200844	0.5248284	0.0210281	0.02056
	MLE	0.6325600	0.0229313	-0.3377200	0.0245428	0.02374	-0.4878200	0.0185434	0.5151600	0.0188644	0.01870*
	ULSE	0.6527936	0.0143550	-0.3279581	0.0189970	0.01668*	-0.4901490	0.0156228	0.5335399	0.0170718	0.01635
n = 80	CLSE	0.6578225	0.0146751	-0.3193857	0.0190605	0.01687	-0.4952700	0.0155465	0.5291689	0.0173130	0.01643
	MLE	0.6478400	0.0153328	-0.3278400	0.0195840	0.01746	-0.4880400	0.0149584	0.5211600	0.0160624	0.01551*
	ULSE	0.6639110	0.0096509	-0.3252937	0.0145943	0.01212*	-0.4820833	0.0145092	0.5370893	0.0164707	0.01549
n = 100	CLSE	0.6679061	0.0096805	-0.3190354	0.0146499	0.01217	-0.4820261	0.0146866	0.5344160	0.0161483	0.01542
	MLE	0.6615000	0.0099046	-0.3236400	0.0145700	0.01224	-0.4789600	0.0142408	0.5342600	0.0155998	0.01492*
	ULSE	0.6772280	0.0071484	-0.3117860	0.0114633	0.00931*	-0.4937533	0.0098193	0.5141590	0.0105313	0.01018
n = 120	CLSE	0.6810223	0.0072407	-0.3059732	0.0117020	0.00947	-0.4975873	0.0097702	0.5109067	0.0106969	0.01023
	MLE	0.6745200	0.0075740	-0.3118000	0.0114940	0.00953	-0.4923000	0.0095378	0.5066200	0.0102990	0.00992*

ตารางที่ 4.22 (ต่อ)

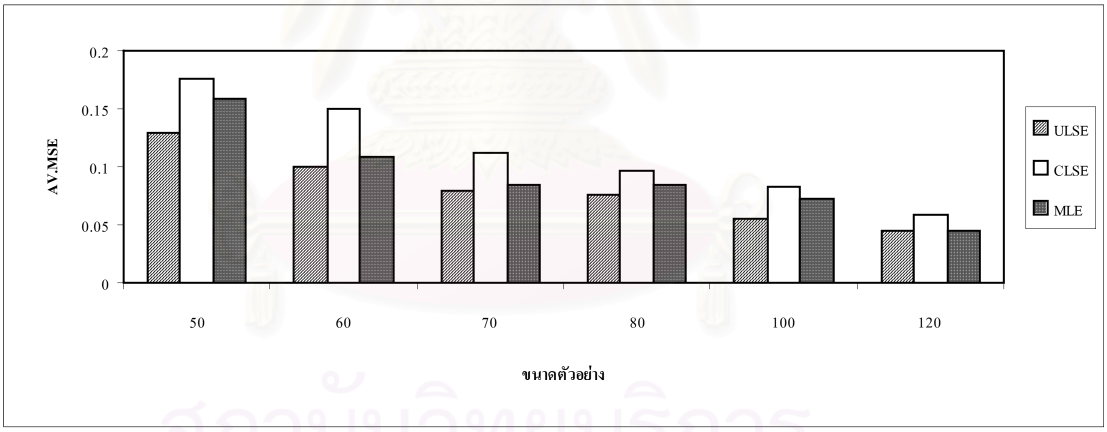
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = -0.6$		$\theta_1 = -0.2$		AV.MSE
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	
n = 50	ULSE	-0.4820066	0.1075102	-0.0608704	0.1258795	0.11669*
	CLSE	-0.5267894	0.1105421	-0.1215929	0.1426919	0.12662
	MLE	-0.4863200	0.1531548	-0.0885888	0.1751782	0.16417
n = 60	ULSE	-0.5037429	0.0898083	-0.0756484	0.1124041	0.10111*
	CLSE	-0.5355262	0.0932470	-0.1193327	0.1231354	0.10819
	MLE	-0.5031400	0.1216742	-0.0929800	0.1438846	0.13278
n = 70	ULSE	-0.5279387	0.0742292	-0.1116946	0.0918931	0.08306*
	CLSE	-0.5549866	0.0760709	-0.1468592	0.0976302	0.08685
	MLE	-0.5204600	0.1098346	-0.1180000	0.1239136	0.11687
n = 80	ULSE	-0.5211134	0.0665870	-0.0997704	0.0863725	0.07648*
	CLSE	-0.5444646	0.0674932	-0.1295684	0.0889745	0.07823
	MLE	-0.5341200	0.0777548	-0.1258600	0.1008174	0.08929
n = 100	ULSE	-0.5329603	0.0550120	-0.1205437	0.0733462	0.06418*
	CLSE	-0.5432283	0.0559380	-0.1331524	0.0736915	0.06481
	MLE	-0.5209000	0.0814178	-0.1102400	0.0947048	0.08806
n = 120	ULSE	-0.5555221	0.0386274	-0.1505870	0.0502871	0.04446*
	CLSE	-0.5761657	0.0378459	-0.1763835	0.0525688	0.04521
	MLE	-0.5684600	0.0406218	-0.1722800	0.0551248	0.04787

รูปที่ 4.18 แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามจำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)

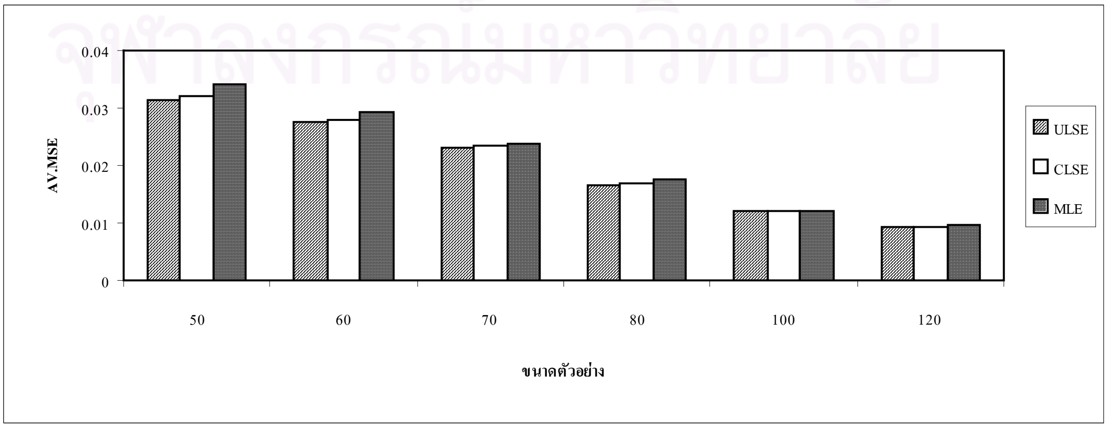
$\phi_1 = 0.7$ และ $\theta_1 = 0.1$



$\phi_1 = 0.2$ และ $\theta_1 = 0.6$

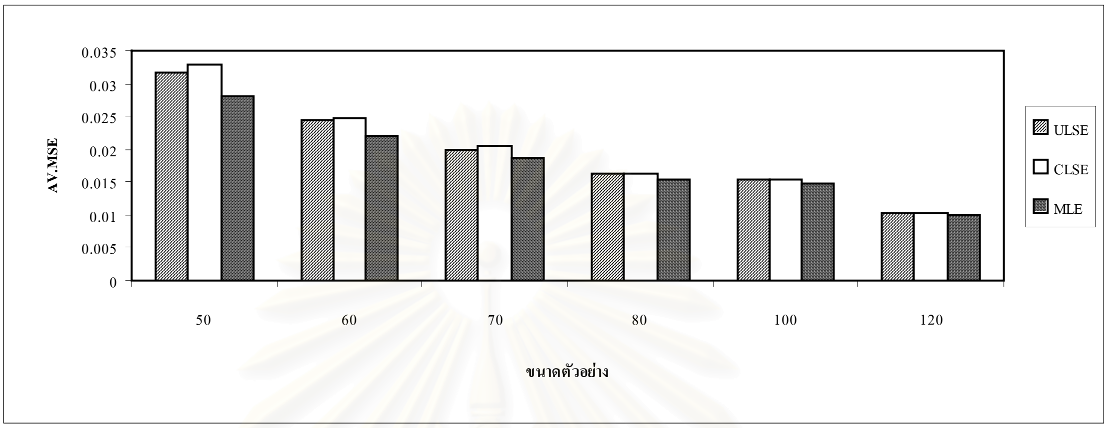


$\phi_1 = 0.7$ และ $\theta_1 = -0.3$

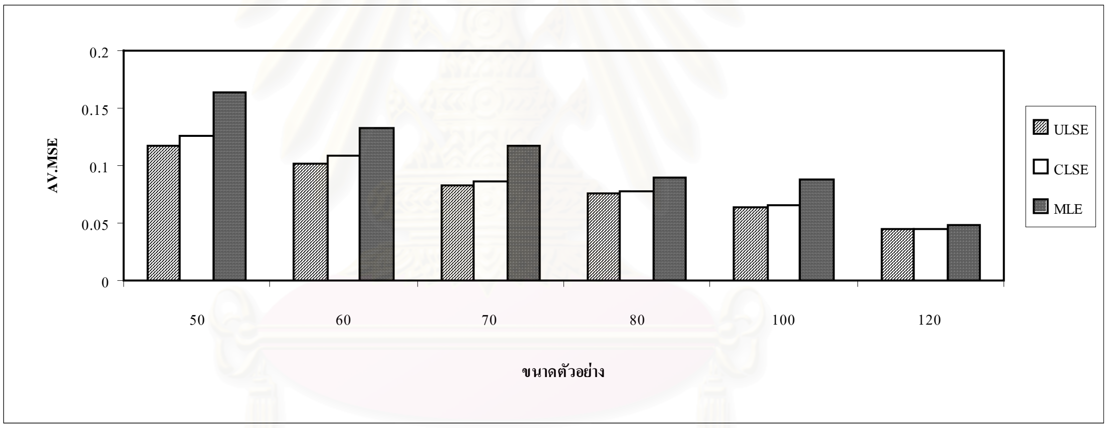


รูปที่ 4.18 (ต่อ)

$\phi_1 = -0.5$ และ $\theta_1 = 0.5$



$\phi_1 = -0.6$ และ $\theta_1 = -0.2$



3) ตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) 5 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.23 และรูปที่ 4.19

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (0.2,0.6) , (0.7,-0.3) และ (-0.6,-0.2) วิธี ULSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง (50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120)

สำหรับสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (0.7,0.1) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง แต่เมื่อสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (-0.5,0.5) วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า AV.MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

เมื่อเปรียบเทียบค่า MSE ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ $(\hat{\phi}_1, \hat{\theta}_1)$ พบว่า $\hat{\phi}_1$ จะให้ค่า MSE ที่น้อยกว่า $\hat{\theta}_1$ ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.23 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ $(\hat{\phi}_1, \hat{\theta}_1)$ และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (ARMA(1,1)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.7$		$\theta_1 = 0.1$		AV.MSE	$\phi_1 = 0.2$		$\theta_1 = 0.6$		AV.MSE
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	
n = 50	ULSE	0.5747899	0.0659032	0.0021697	0.0725857	0.06924	0.1180981	0.1133658	0.5829033	0.1316108	0.12249*
	CLSE	0.5909659	0.0629569	0.0239080	0.0729589	0.06796*	0.1284102	0.1570487	0.5777732	0.1775929	0.16732
	MLE	0.5618200	0.0854218	0.0061600	0.0844144	0.08492	0.1360175	0.1283501	0.5739169	0.1428385	0.13559
n = 60	ULSE	0.5999433	0.0577560	0.0134013	0.0635952	0.06068	0.1403032	0.1041319	0.5920418	0.1009887	0.10256*
	CLSE	0.6126019	0.0554629	0.0309097	0.0637878	0.05963*	0.1591945	0.1315403	0.5988941	0.1208139	0.12618
	MLE	0.5937200	0.0629036	0.0208600	0.0671194	0.06501	0.1471800	0.1185042	0.5775800	0.1121086	0.11531
n = 70	ULSE	0.6291727	0.0334408	0.0408524	0.0473432	0.04039	0.1648029	0.0956711	0.6106153	0.0932732	0.09447*
	CLSE	0.6351876	0.0325058	0.0491185	0.0470412	0.03977*	0.1697563	0.1138381	0.6093314	0.1088114	0.11132
	MLE	0.6206000	0.0425275	0.0366000	0.0564115	0.04947	0.1611014	0.1110881	0.5886377	0.1126012	0.11184
n = 80	ULSE	0.6274824	0.0288529	0.0473636	0.0392425	0.03405	0.1662497	0.0795101	0.6035088	0.0741156	0.07681*
	CLSE	0.6325610	0.0281395	0.0543186	0.0392157	0.03368*	0.1788566	0.1018485	0.6094820	0.0942194	0.09803
	MLE	0.6243778	0.0292789	0.0482444	0.0398433	0.03456	0.1834800	0.0847108	0.6088400	0.0691584	0.07693
n = 100	ULSE	0.6378256	0.0272034	0.0565447	0.0350720	0.03114	0.1705501	0.0611538	0.6153063	0.0553144	0.05823*
	CLSE	0.6416992	0.0265875	0.0619752	0.0351680	0.03088*	0.1786544	0.0954196	0.6234420	0.0654217	0.08042
	MLE	0.6349600	0.0278668	0.0565400	0.0361762	0.03202	0.1803456	0.0762514	0.6193577	0.0506175	0.06343
n = 120	ULSE	0.6559923	0.0166049	0.0674700	0.0243219	0.02046	0.1767438	0.0514567	0.6014283	0.0435461	0.04750*
	CLSE	0.6584937	0.0163073	0.0709272	0.0241915	0.02025*	0.1815046	0.0569739	0.6039178	0.0493181	0.05315
	MLE	0.6539200	0.0167860	0.0682600	0.0247346	0.02076	0.1821600	0.0551780	0.6016200	0.0464525	0.05082

ตารางที่ 4.23 (ต่อ)

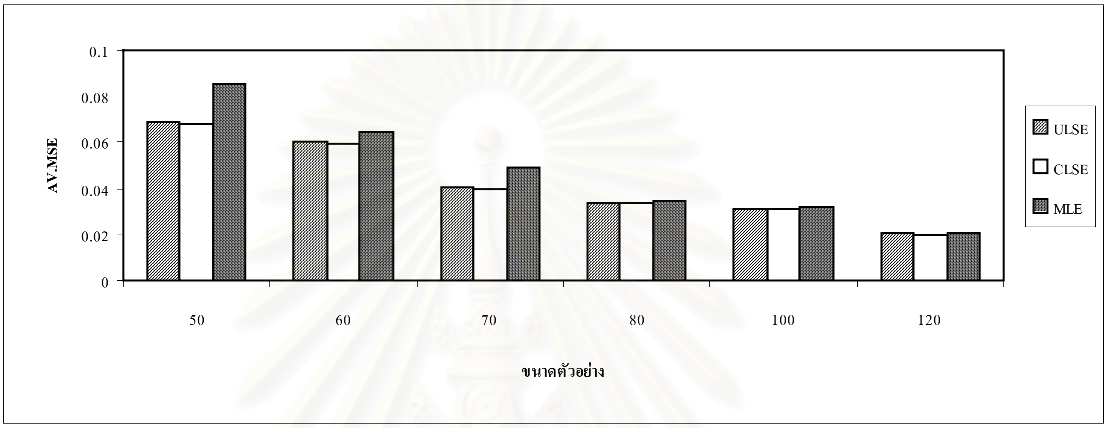
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.7$		$\theta_1 = -0.3$			$\phi_1 = -0.5$		$\theta_1 = 0.5$		
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	AV.MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	AV.MSE
	ULSE	0.6124844	0.0328471	-0.3529571	0.0331278	0.03299*	-0.4729732	0.0295601	0.5503383	0.0371340	0.03335
n = 50	CLSE	0.6175780	0.0356810	-0.3451379	0.0365065	0.03609	-0.4786025	0.0304136	0.5449470	0.0383209	0.03437
	MLE	0.6055738	0.0363858	-0.3480328	0.0338650	0.03513	-0.4701800	0.0268278	0.5266800	0.0317848	0.02931*
	ULSE	0.6406311	0.0249480	-0.3511007	0.0322792	0.02861*	-0.4782170	0.0262270	0.5440763	0.0309984	0.02861
n = 60	CLSE	0.6431231	0.0269340	-0.3459448	0.0340038	0.03047	-0.4834704	0.0258106	0.5387160	0.0306484	0.02823
	MLE	0.6347000	0.0261023	-0.3486000	0.0324933	0.02930	-0.4740800	0.0248532	0.5257000	0.0263866	0.02562*
	ULSE	0.6405839	0.0158911	-0.3269545	0.0178093	0.01685*	-0.4774792	0.0239219	0.5396563	0.0271656	0.02554
n = 70	CLSE	0.6441883	0.0158648	-0.3213598	0.0180699	0.01697	-0.4811651	0.0238262	0.5363814	0.0274803	0.02565
	MLE	0.6359333	0.0163067	-0.3240000	0.0176127	0.01696	-0.4727600	0.0237212	0.5263000	0.0249246	0.02432*
	ULSE	0.6482317	0.0140778	-0.3301959	0.0191310	0.01660*	-0.4855203	0.0179297	0.5323374	0.0202186	0.01907
n = 80	CLSE	0.6513303	0.0142431	-0.3253028	0.0194566	0.01685	-0.4884752	0.0177978	0.5298306	0.0203637	0.01908
	MLE	0.6430666	0.0148060	-0.3278667	0.0190033	0.01690	-0.4815800	0.0171894	0.5215800	0.0187662	0.01798*
	ULSE	0.6547451	0.0133823	-0.3195315	0.0187013	0.01604*	-0.4931692	0.0171100	0.4297323	0.0283560	0.02273
n = 100	CLSE	0.6570877	0.0134055	-0.3159211	0.0189113	0.01616	-0.4936350	0.0174237	0.4284625	0.0288650	0.02314
	MLE	0.6510800	0.0136560	-0.3175000	0.0186362	0.01615	-0.4905000	0.0167958	0.4268600	0.0282718	0.02253*
	ULSE	0.6686708	0.0095950	-0.3156417	0.0128397	0.01122*	-0.4817979	0.0131630	0.5238224	0.0129719	0.01307
n = 120	CLSE	0.6704797	0.0096508	-0.3127488	0.0129207	0.01129	-0.4835770	0.0130535	0.5223919	0.0129777	0.01302
	MLE	0.6647714	0.0099877	-0.3148857	0.0129071	0.01145	-0.4794400	0.0127108	0.5171400	0.0123610	0.01254*

ตารางที่ 4.23 (ต่อ)

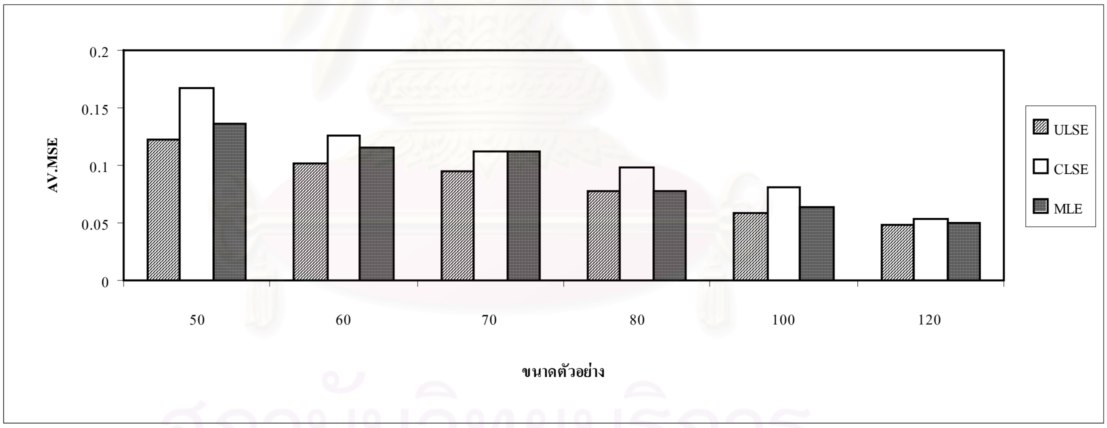
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = -0.6$ $\bar{\hat{\phi}}_1$	MSE	$\theta_1 = -0.2$ $\bar{\hat{\theta}}_1$	MSE	AV.MSE
	ULSE	-0.4887532	0.1097305	-0.0663679	0.1450602	0.12740*
n = 50	CLSE	-0.5203965	0.1201494	-0.1087406	0.1619803	0.14106
	MLE	-0.4742200	0.1725326	-0.0717400	0.2032282	0.18788
	ULSE	-0.4936410	0.1024207	-0.0728600	0.1389070	0.12066*
n = 60	CLSE	-0.5176460	0.1034158	-0.1057402	0.1416125	0.12251
	MLE	-0.4806333	0.1405183	-0.0753500	0.1664515	0.15348
	ULSE	-0.5181717	0.0753432	-0.0963886	0.1007109	0.08803*
n = 70	CLSE	-0.5359444	0.0764570	-0.1183861	0.1035572	0.09001
	MLE	-0.5057000	0.1052434	-0.0952600	0.1256142	0.11543
	ULSE	-0.5136966	0.0808249	-0.0916196	0.1056694	0.09325*
n = 80	CLSE	-0.5300605	0.0809175	-0.1125840	0.1071180	0.09402
	MLE	-0.5052333	0.1066700	-0.0942833	0.1242452	0.11546
	ULSE	-0.5471674	0.0599005	-0.1461231	0.0764582	0.06818*
n = 100	CLSE	-0.5514361	0.0612396	-0.1522765	0.0788823	0.07006
	MLE	-0.5343000	0.0794474	-0.1358400	0.0974544	0.08845
	ULSE	-0.5480843	0.0415881	-0.1346058	0.0577981	0.04969*
n = 120	CLSE	-0.5596699	0.0418759	-0.1491086	0.0608778	0.05138
	MLE	-0.5472000	0.0528580	-0.1408200	0.0684090	0.06063

รูปที่ 4.19 แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามจำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)

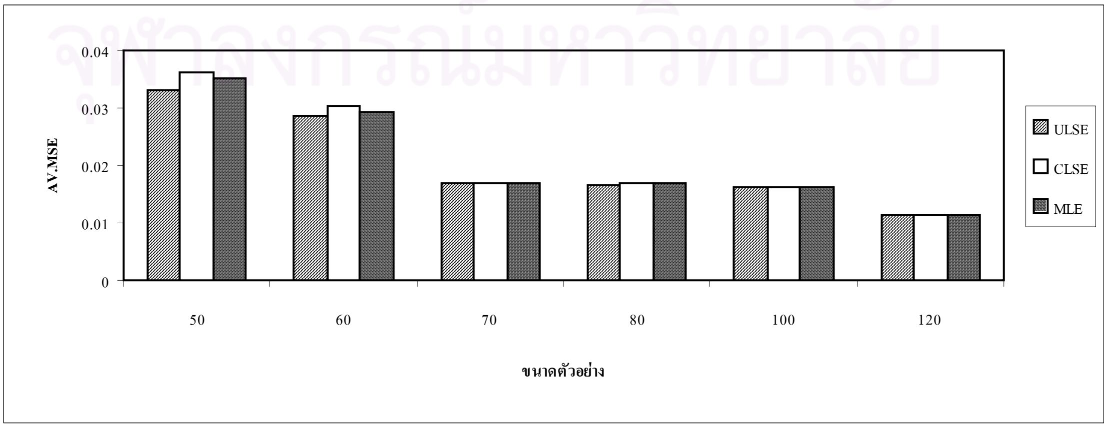
$\phi_1 = 0.7$ และ $\theta_1 = 0.1$



$\phi_1 = 0.2$ และ $\theta_1 = 0.6$

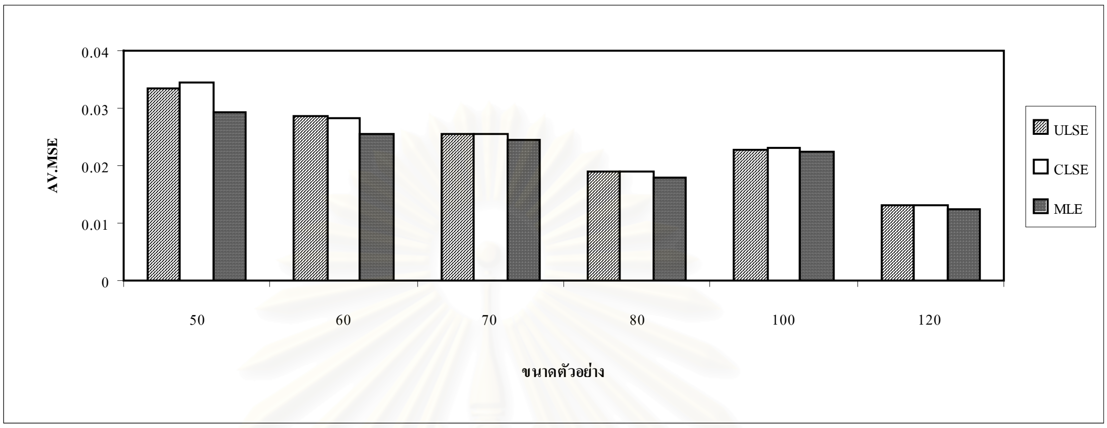


$\phi_1 = 0.7$ และ $\theta_1 = -0.3$

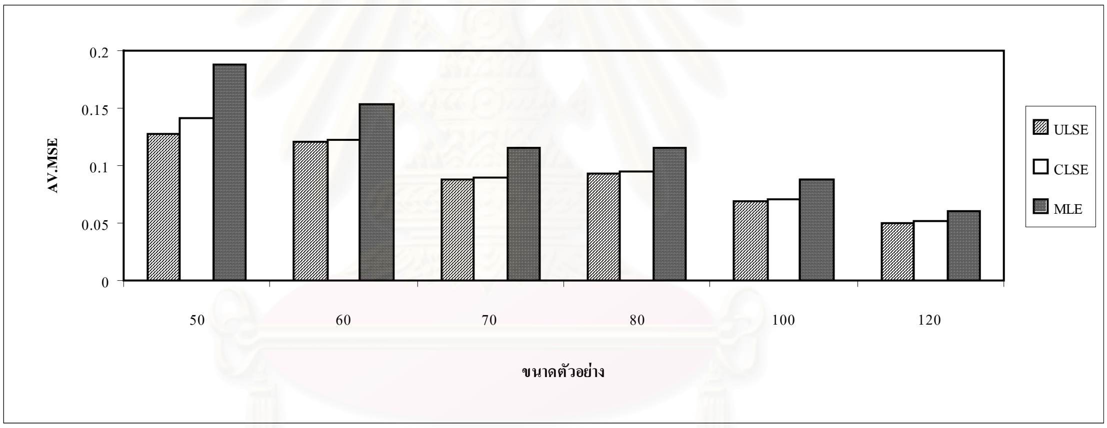


รูปที่ 4.19 (ต่อ)

$\phi_1 = -0.5$ และ $\theta_1 = 0.5$



$\phi_1 = -0.6$ และ $\theta_1 = -0.2$



4) ตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จะแสดงในรูปตารางและรูปกราฟ โดยมีขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ และระดับของสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) 5 ระดับ นำเสนอด้วยตารางที่ 4.24 และรูปที่ 4.20

สรุปรายละเอียดดังนี้

สำหรับสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (0.2,0.6) , (0.7,-0.3) และ (-0.6,-0.2) วิธี ULSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง (50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120)

สำหรับสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (0.7,0.1) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง แต่เมื่อสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (-0.5,0.5) วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาค่า AV.MSE ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในด้านขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ สรุปผลได้ดังนี้

<u>ด้านขนาดตัวอย่าง</u>

เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ในทุกระดับของพารามิเตอร์

<u>ด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ</u>

เมื่อเปรียบเทียบค่า MSE ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ϕ_1, θ_1) พบว่า ϕ_1 จะให้ค่า MSE ที่น้อยกว่า θ_1 ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.24 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\bar{\hat{\phi}}_1, \bar{\hat{\theta}}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (ARMA(1,1)) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1)

ขนาดตัวอย่าง และ	วิธีการประมาณค่า	$\phi_1 = 0.7$		$\theta_1 = 0.1$		AV.MSE	$\phi_1 = 0.2$		$\theta_1 = 0.6$		AV.MSE
		$\bar{\hat{\phi}}_1$	MSE	$\bar{\hat{\theta}}_1$	MSE		$\bar{\hat{\phi}}_1$	MSE	$\bar{\hat{\theta}}_1$	MSE	
n = 50	ULSE	0.6039444	0.0492365	0.0277773	0.0618369	0.05554	0.1162248	0.1176611	0.5771462	0.1277925	0.12273*
	CLSE	0.6248034	0.0440163	0.0569432	0.0622721	0.05314*	0.1406167	0.1517040	0.5849658	0.1546699	0.15319
	MLE	0.6080000	0.0463384	0.0512400	0.0645912	0.05546	0.1441737	0.1316580	0.5794398	0.1340202	0.13284
n = 60	ULSE	0.6144460	0.0405345	0.0339619	0.0539430	0.04724	0.1394646	0.1058620	0.5803824	0.1099083	0.10789*
	CLSE	0.6310788	0.0371477	0.0573395	0.0537412	0.04544*	0.1526459	0.1503801	0.5768622	0.1501174	0.15025
	MLE	0.6065600	0.0503544	0.0407200	0.0628368	0.05660	0.1662776	0.1137612	0.5888643	0.1049644	0.10936
n = 70	ULSE	0.6255205	0.0345696	0.0367742	0.0466938	0.04063	0.1554356	0.0919961	0.5892457	0.0939230	0.09296*
	CLSE	0.6350738	0.0330026	0.0494695	0.0464646	0.03973*	0.1672218	0.1228232	0.5914699	0.1224739	0.12265
	MLE	0.6226200	0.0362634	0.0459200	0.0476176	0.04194	0.1523200	0.1085560	0.5713800	0.1148422	0.11170
n = 80	ULSE	0.6230135	0.0298741	0.0410208	0.0376729	0.03377	0.1975694	0.0923176	0.6336626	0.0719811	0.08215*
	CLSE	0.6279065	0.0288794	0.0473386	0.0372563	0.03307*	0.1940297	0.0904698	0.6411979	0.0968338	0.09365
	MLE	0.6180444	0.0324462	0.0396000	0.0407267	0.03659	0.2113513	0.0924268	0.6444595	0.0776938	0.08506
n = 100	ULSE	0.6423016	0.0222499	0.0545982	0.0317845	0.02702	0.1602999	0.0630097	0.5910838	0.0532708	0.05814*
	CLSE	0.6453242	0.0217540	0.0585722	0.0315530	0.02665*	0.1537188	0.0682502	0.5861291	0.0861354	0.07719
	MLE	0.6399400	0.0222050	0.0552200	0.0318198	0.02701	0.1951327	0.0672286	0.6224779	0.0703793	0.06880
n = 120	ULSE	0.6556603	0.0167527	0.0678973	0.0249457	0.02085	0.1692436	0.0522261	0.5769593	0.0436891	0.04796*
	CLSE	0.6579556	0.0164689	0.0709896	0.0248151	0.02064*	0.1720700	0.0527116	0.5817300	0.0455332	0.04912
	MLE	0.6528600	0.0171554	0.0674400	0.0255508	0.02135	0.1977012	0.0574184	0.6021839	0.0418609	0.04964

ตารางที่ 4.24 (ต่อ)

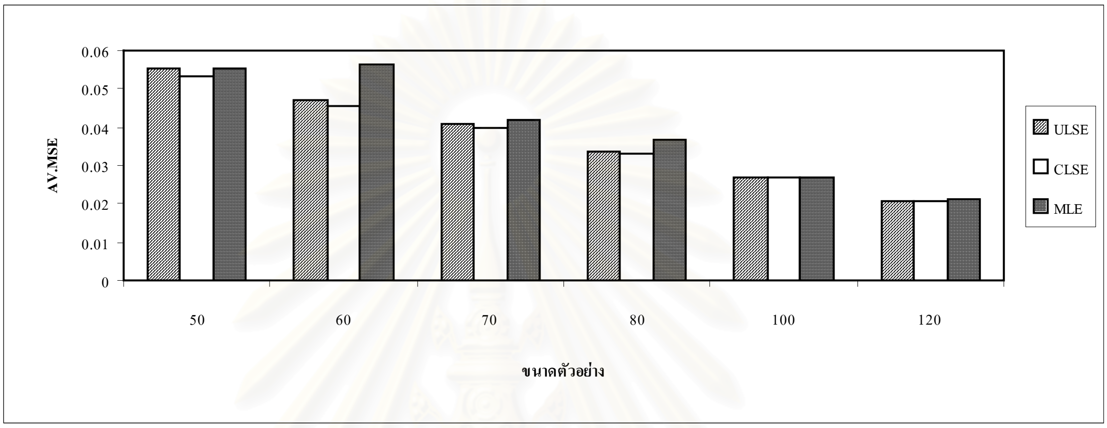
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.7$		$\theta_1 = -0.3$			$\phi_1 = -0.5$		$\theta_1 = 0.5$		
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	AV.MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	AV.MSE
n = 50	ULSE	0.6195936	0.0309961	-0.3582109	0.0382465	0.03462*	-0.4873430	0.0274725	0.5405647	0.0384958	0.03298
	CLSE	0.6230239	0.0339001	-0.3531614	0.0407356	0.03732	-0.4945005	0.0277535	0.5322415	0.0422671	0.03501
	MLE	0.6121500	0.0337435	-0.3546500	0.0392225	0.03648	-0.4850200	0.0254938	0.5118200	0.0385538	0.03202*
n = 60	ULSE	0.6378976	0.0240473	-0.3281565	0.0300755	0.02706*	-0.4685787	0.0275922	0.5453433	0.0358279	0.03171
	CLSE	0.6429854	0.0246673	-0.3199210	0.0314237	0.02805	-0.4731120	0.0276200	0.5408385	0.0361590	0.03189
	MLE	0.6311600	0.0247820	-0.3242000	0.0296060	0.02719	-0.4662000	0.0255980	0.5261000	0.0316342	0.02862*
n = 70	ULSE	0.6346216	0.0225050	-0.3402807	0.0243607	0.02343*	-0.4770412	0.0219383	0.5372682	0.0271462	0.02454
	CLSE	0.6369447	0.0234516	-0.3356929	0.0251462	0.02430	-0.4813190	0.0218616	0.5332294	0.0272495	0.02456
	MLE	0.6280400	0.0236084	-0.3392800	0.0254784	0.02454	-0.4752200	0.0203278	0.5218000	0.0241000	0.02221*
n = 80	ULSE	0.6508316	0.0159859	-0.3282557	0.0213806	0.01868*	-0.4830943	0.0179075	0.5412732	0.0228056	0.02036
	CLSE	0.6539380	0.0162620	-0.3232019	0.0214565	0.01886	-0.4864357	0.0175998	0.5379704	0.0224120	0.02001
	MLE	0.6452800	0.0166016	-0.3269600	0.0215184	0.01906	-0.4801800	0.0169386	0.5288400	0.0204244	0.01868*
n = 100	ULSE	0.6614054	0.0117994	-0.3204961	0.0185419	0.01517*	-0.4801750	0.0156077	0.5374311	0.0178067	0.01671
	CLSE	0.6635394	0.0119373	-0.3170169	0.0187993	0.01537	-0.4801249	0.0156679	0.5357195	0.0173841	0.01653
	MLE	0.6574800	0.0121916	-0.3191400	0.0185078	0.01535	-0.4768000	0.0151588	0.5335400	0.0167346	0.01595*
n = 120	ULSE	0.6709017	0.0088636	-0.3127581	0.0135973	0.01123*	-0.4868615	0.0114318	0.5212640	0.0127604	0.01210
	CLSE	0.6727036	0.0088895	-0.3100120	0.0136496	0.01127	-0.4886139	0.0113575	0.5197920	0.0128293	0.01209
	MLE	0.6676800	0.0091120	-0.3119600	0.0136540	0.01138	-0.4842200	0.0110470	0.5148200	0.0123214	0.01168*

ตารางที่ 4.24 (ต่อ)

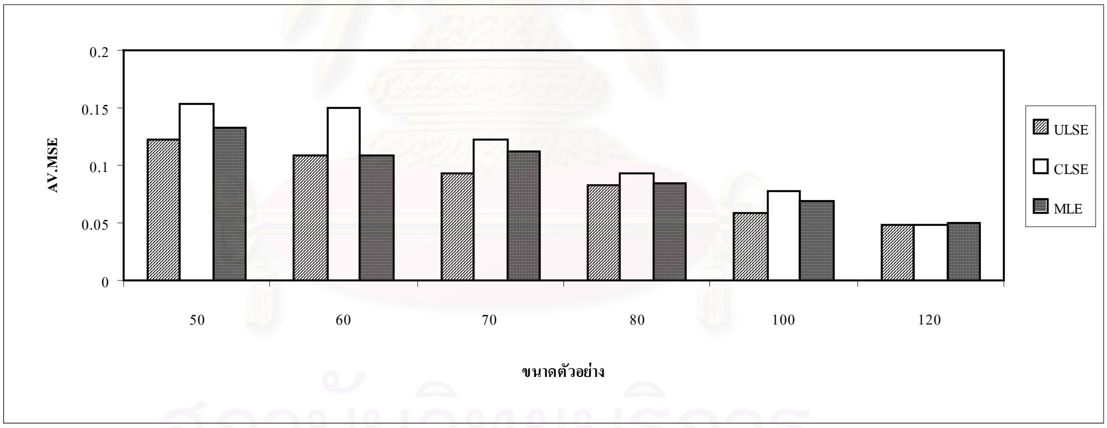
ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = -0.6$		$\theta_1 = -0.2$		AV.MSE
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	
n = 50	ULSE	-0.4634284	0.1316902	-0.0295619	0.1693222	0.15051*
	CLSE	-0.4889193	0.1380237	-0.0629538	0.1817636	0.15989
	MLE	-0.4252800	0.2076008	-0.0079000	0.2324342	0.22002
n = 60	ULSE	-0.5031455	0.0971482	-0.0814273	0.1198526*	0.10850*
	CLSE	-0.5242276	0.0986752	-0.1090579	0.1279059	0.11329
	MLE	-0.4841200	0.1440268	-0.0758600	0.1599910	0.15201
n = 70	ULSE	-0.5176468	0.0898889	-0.1053707	0.1082572	0.09907*
	CLSE	-0.5351459	0.0935479	-0.1281523	0.1143264	0.10394
	MLE	-0.4990600	0.1306286	-0.0987400	0.1433842	0.13701
n = 80	ULSE	-0.5195506	0.0717950	-0.1006815	0.0906120	0.08120*
	CLSE	-0.5302207	0.0757510	-0.1147929	0.0950088	0.08538
	MLE	-0.5140200	0.0946590	-0.1051600	0.1107652	0.10271
n = 100	ULSE	-0.5461076	0.0583641	-0.1393459	0.074903	0.06663*
	CLSE	-0.5506715	0.0609416	-0.1448583	0.0766477	0.06879
	MLE	-0.5189600	0.1059008	-0.1156200	0.1112918	0.10860
n = 120	ULSE	-0.5539635	0.0431701	-0.1483042	0.0566220	0.04990*
	CLSE	-0.5557216	0.0457799	-0.1510978	0.0590308	0.05241
	MLE	-0.5374200	0.0712074	-0.1369200	0.0786056	0.07491

รูปที่ 4.20 แสดงค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน จำแนกตามจำแนกตามระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) และขนาดตัวอย่าง (n)

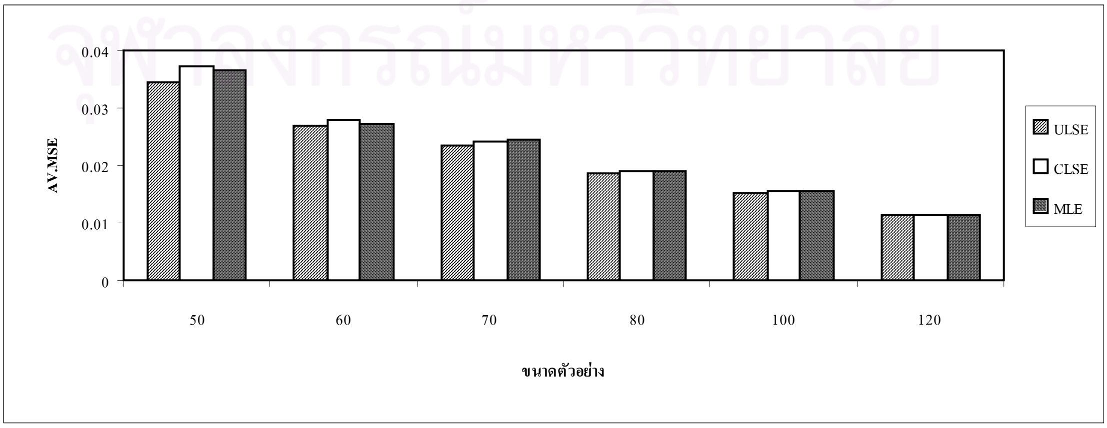
$\phi_1 = 0.7$ และ $\theta_1 = 0.1$



$\phi_1 = 0.2$ และ $\theta_1 = 0.6$

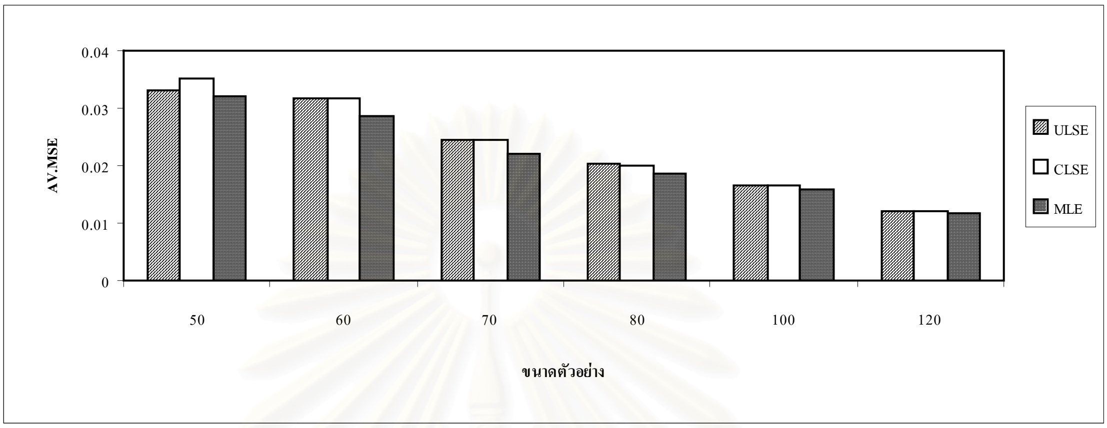


$\phi_1 = 0.7$ และ $\theta_1 = -0.3$

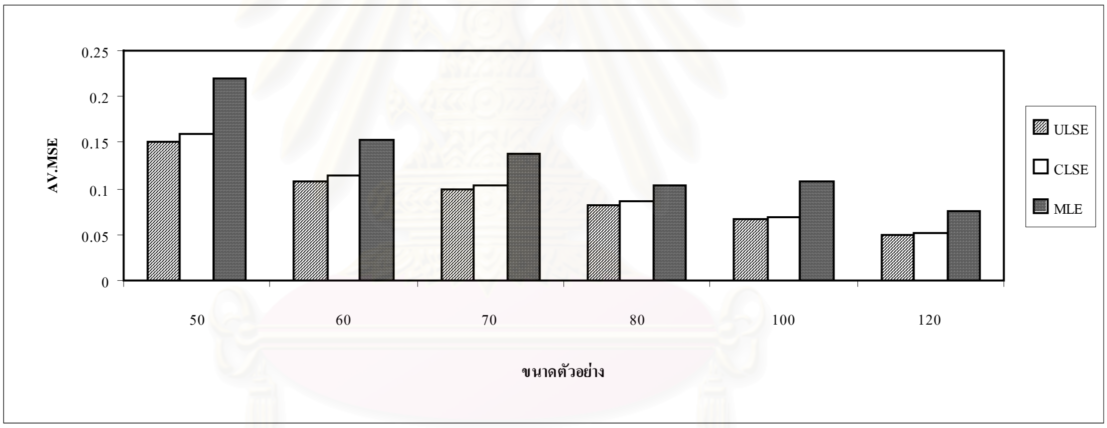


รูปที่ 4.20 (ต่อ)

$\phi_1 = -0.5$ และ $\theta_1 = 0.5$



$\phi_1 = -0.6$ และ $\theta_1 = -0.2$



สรุปโดยรวม เมื่อค่า (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (0.2,0.6) , (0.7,-0.3) และ (-0.6,0.2) วิธี ULSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ส่วนค่า(ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (0.7,0.1) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด และค่า(ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (-0.5,0.5) วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง การเพิ่มขนาดตัวอย่างมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี จากตารางที่ 4.21 ถึง 4.24 ทำให้ได้ข้อสรุปของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม ภายใต้เกณฑ์ค่า AV.MSE ต่ำสุด ดังตารางที่ 4.25

ตารางที่ 4.25 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีที่ให้ค่า MSE ต่ำสุด ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1)

ขนาดตัวอย่าง	ระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1)				
	(0.7 , 0.1)	(0.2 , 0.6)	(0.7 , -0.3)	(-0.5 , 0.5)	(-0.6 , -0.2)
n = 50	CLSE	ULSE	ULSE	MLE	ULSE
n = 60	CLSE	ULSE	ULSE	MLE	ULSE
n = 70	CLSE	ULSE	ULSE	MLE	ULSE
n = 80	CLSE	ULSE	ULSE	MLE	ULSE
n = 100	CLSE	ULSE	ULSE	MLE	ULSE
n = 120	CLSE	ULSE	ULSE	MLE	ULSE

4.2 ผลการศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์

การศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ ได้แก่ ขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ และลักษณะของอนุกรมเวลา พิจารณาจำแนกตามตัวแบบอนุกรมเวลา ดังนี้

4.2.1 ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง AR(1)

1) ปัจจัยด้านขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง เมื่อไม่ทราบสถานการณ์ต่างๆ ที่จำลองขึ้นมาในการทดลองครั้งนี้ ควรเลือกวิธี ULSE จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี CLSE และวิธี MLE เป็นที่น่าสังเกตว่า เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ดังตารางที่ 4.26

ตารางที่ 4.26 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบและทุกลักษณะของอนุกรมเวลา ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์		
	ULSE	CLSE	MLE
n = 50	0.01796*	0.01852	0.01845
n = 60	0.01443*	0.01484	0.01471
n = 70	0.01270*	0.01303	0.01294
n = 80	0.01053*	0.01081	0.01074
n = 100	0.00850*	0.00867	0.00863
n = 120	0.00677*	0.00688	0.00687

2) ปัจจัยด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

เมื่อพิจารณาที่ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ ϕ_1 เมื่อไม่ทราบสถานการณ์ต่างๆ ที่จำลองขึ้นมาในการทดลองครั้งนี้ ในกรณีที่ค่า ϕ_1 มีค่าน้อย (0.3 และ 0.4) ควรเลือกวิธี MLE แต่เมื่อค่า ϕ_1 มีค่า

ปานกลางและมาก (0.5 , 0.6 , 0.7 และ 0.8) ควรเลือกวิธี ULSE เป็นที่น่าสังเกตว่า เมื่อระดับของพารามิเตอร์เพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ดังตารางที่ 4.27

ตารางที่ 4.27 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกระดับของขนาดตัวอย่างและทุกลักษณะของอนุกรมเวลาในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่อพิจารณาที่ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

ค่าพารามิเตอร์	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์		
ของตัวแบบ ϕ_1	ULSE	CLSE	MLE
$\phi_1 = 0.3$	0.01413	0.01400	0.01393*
$\phi_1 = 0.4$	0.01348	0.01348	0.01341*
$\phi_1 = 0.5$	0.01263*	0.01278	0.01273
$\phi_1 = 0.6$	0.01156*	0.01191	0.01185
$\phi_1 = 0.7$	0.01028*	0.01087	0.01081
$\phi_1 = 0.8$	0.00882*	0.00972	0.00961

3) ปัจจัยด้านลักษณะของอนุกรมเวลา

เมื่อพิจารณาที่ลักษณะของอนุกรมเวลา เมื่อไม่ทราบสถานการณ์ต่างๆ ที่จำลองขึ้นมาในการทดลองครั้งนี้ ควรเลือกวิธี ULSE จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี CLSE และวิธี MLE เป็นที่น่าสังเกตว่า ค่า MSE ในแต่ละลักษณะของอนุกรมเวลาของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ มีค่าใกล้เคียงกัน ดังตารางที่ 4.28

ตารางที่ 4.28 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกระดับของขนาดตัวอย่างและทุกค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่อพิจารณาที่ลักษณะของอนุกรมเวลา

ลักษณะของอนุกรมเวลา	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์		
	ULSE	CLSE	MLE
คงที่	0.01135*	0.01169	0.01157
ไม่คงที่ในค่าเฉลี่ย	0.01154*	0.01190	0.01173
ไม่คงที่ในความแปรปรวน	0.01219*	0.01246	0.01247
ไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน	0.01219*	0.01245	0.01246

4.2.2 ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง AR(2)

1) ปัจจัยด้านขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง เมื่อไม่ทราบสถานการณ์ต่างๆ ที่จำลองขึ้นมาในการทดลองครั้งนี้ ควรเลือกวิธี CLSE จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี ULSE และวิธี MLE เป็นที่น่าสังเกตว่า เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ดังตารางที่ 4.29

ตารางที่ 4.29 แสดงค่า AV.MSE เฉลี่ยของทุกระดับของพารามิเตอร์และทุกลักษณะของอนุกรมเวลา ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์		
	ULSE	CLSE	MLE
n = 50	0.02094	0.01943*	0.02033
n = 60	0.01679	0.01596*	0.01653
n = 70	0.01420	0.01359*	0.01397
n = 80	0.01260	0.01204*	0.01237
n = 100	0.00963	0.00944*	0.00989
n = 120	0.00816	0.00793*	0.00809

2) ปัจจัยด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

เมื่อพิจารณาที่ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ (ϕ_1, ϕ_2) เมื่อไม่ทราบสถานการณ์ต่างๆ ที่จำลองขึ้นมาในการทดลองครั้งนี้ ในกรณีที่ค่า (ϕ_1, ϕ_2) เท่ากับ (0.6,0.2) , (0.8,-0.5) และ (-0.8,-0.6) ควรเลือกวิธี CLSE แต่เมื่อค่า (ϕ_1, ϕ_2) เท่ากับ (-0.6,0.1) ควรเลือกวิธี MLE ดังตารางที่ 4.30

ตารางที่ 4.30 แสดงค่า AV.MSE เฉลี่ยของทุกระดับขนาดตัวอย่างและทุกลักษณะของอนุกรมเวลา ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่อพิจารณาที่ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

ค่าพารามิเตอร์	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์		
ของตัวแบบ (ϕ_1, ϕ_2)	ULSE	CLSE	MLE
(0.6 , 0.2)	0.01751	0.01639*	0.01717
(0.8 , -0.5)	0.01162	0.01098*	0.01159
(-0.6 , 0.1)	0.01503	0.01502	0.01388*
(-0.8 , -0.6)	0.01072	0.00987*	0.01117

3) ปัจจัยด้านลักษณะของอนุกรมเวลา

เมื่อพิจารณาที่ลักษณะของอนุกรมเวลา เมื่อไม่ทราบสถานการณ์ต่างๆ ที่จำลองขึ้นมาในการทดลองครั้งนี้ ควรเลือกวิธี CLSE จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี ULSE และวิธี MLE เป็นที่น่าสังเกตว่า ค่า AV.MSE ในแต่ละลักษณะของอนุกรมเวลาของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ มีค่าใกล้เคียงกัน ดังตารางที่ 4.31

ตารางที่ 4.31 แสดงค่า AV.MSE เฉลี่ยของทุกระดับขนาดตัวอย่างและทุกค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่อพิจารณาที่ลักษณะของอนุกรมเวลา

ลักษณะของอนุกรมเวลา	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์		
	ULSE	CLSE	MLE
คงที่	0.01383	0.01286*	0.01340
ไม่คงที่ในค่าเฉลี่ย	0.01338	0.01239*	0.01303
ไม่คงที่ในความแปรปรวน	0.01402	0.01365*	0.01399
ไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน	0.01364	0.01335*	0.01369

4.2.3 ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง MA(1)

1) ปัจจัยด้านขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง เมื่อไม่ทราบสถานการณ์ต่างๆ ที่จำลองขึ้นมาในการทดลองครั้งนี้ ควรเลือกวิธี CLSE จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี ULSE และวิธี MLE เป็นที่น่าสังเกตว่า เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ดังตารางที่ 4.32

ตารางที่ 4.32 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบและทุกลักษณะของอนุกรมเวลา ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์		
	ULSE	CLSE	MLE
n = 50	0.02826	0.02352*	0.02389
n = 60	0.02068	0.01799*	0.01965
n = 70	0.01728	0.01511*	0.01673
n = 80	0.01411	0.01236*	0.01441
n = 100	0.01016	0.00922*	0.01160
n = 120	0.00796	0.00735*	0.00940

2) ปัจจัยด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

เมื่อพิจารณาที่ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ θ_1 เมื่อไม่ทราบสถานการณ์ต่างๆ ที่จำลองขึ้นมาในการทดลองครั้งนี้ ในกรณีที่ค่า θ_1 มีค่าน้อยและปานกลาง (0.3 , 0.4 และ 0.5) ควรเลือกวิธี MLE แต่เมื่อค่า θ_1 มีค่ามาก (0.6 , 0.7 และ 0.8) ควรเลือกวิธี CLSE เป็นที่น่าสังเกตว่า เมื่อระดับของพารามิเตอร์เพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ดังตารางที่ 4.33

ตารางที่ 4.33 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกระดับของขนาดตัวอย่างและทุกลักษณะของอนุกรมเวลาในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่อพิจารณาที่ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

ค่าพารามิเตอร์	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์		
ของตัวแบบ θ_1	ULSE	CLSE	MLE
$\theta_1 = 0.3$	0.01901	0.01765	0.01515*
$\theta_1 = 0.4$	0.01964	0.01764	0.01593*
$\theta_1 = 0.5$	0.01879	0.01623	0.01565*
$\theta_1 = 0.6$	0.01713	0.01420*	0.01520
$\theta_1 = 0.7$	0.01384	0.01116*	0.01608
$\theta_1 = 0.8$	0.01004	0.00867*	0.01766

3) ปัจจัยด้านลักษณะของอนุกรมเวลา

เมื่อพิจารณาที่ลักษณะของอนุกรมเวลา เมื่อไม่ทราบสถานการณ์ต่างๆ ที่จำลองขึ้นมาในการทดลองครั้งนี้ ควรเลือกวิธี CLSE จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี ULSE และวิธี MLE เป็นที่น่าสังเกตว่า ค่า MSE ในแต่ละลักษณะของอนุกรมเวลา ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ มีค่าใกล้เคียงกัน ดังตารางที่ 4.34

ตารางที่ 4.34 แสดงค่า MSE เฉลี่ยของทุกระดับขนาดตัวอย่างและทุกค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่อพิจารณาที่ลักษณะของอนุกรมเวลา

ลักษณะของอนุกรมเวลา	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์		
	ULSE	CLSE	MLE
คงที่	0.01645	0.01407*	0.01598
ไม่คงที่ในค่าเฉลี่ย	0.01641	0.01401*	0.01507
ไม่คงที่ในความแปรปรวน	0.01601	0.01433*	0.01461
ไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน	0.01677	0.01461*	0.01604

4.2.4 ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง MA(2)

1) ปัจจัยด้านขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง เมื่อไม่ทราบสถานการณ์ต่างๆ ที่จำลองขึ้นมาในการทดลองครั้งนี้ ในกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเล็ก (50) ควรเลือกวิธี MLE แต่เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลางและใหญ่ (60 , 70 , 80 , 100 และ 120) ควรเลือกวิธี CLSE เป็นที่น่าสังเกตว่า เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ดังตารางที่ 4.35

ตารางที่ 4.35 แสดงค่า AV.MSE เฉลี่ยของทุกระดับของพารามิเตอร์และทุกลักษณะของอนุกรมเวลา ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์		
	ULSE	CLSE	MLE
n = 50	0.02801	0.02580	0.02404*
n = 60	0.02303	0.02125*	0.02128
n = 70	0.01868	0.01789*	0.01853
n = 80	0.01604	0.01527*	0.01700
n = 100	0.01320	0.01283*	0.01539
n = 120	0.01146	0.01125*	0.01456

2) ปัจจัยด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

เมื่อพิจารณาที่ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ (θ_1, θ_2) เมื่อไม่ทราบสถานการณ์ต่างๆ ที่จำลองขึ้นมาในการทดลองครั้งนี้ ในกรณีที่ค่า(θ_1, θ_2) เท่ากับ (0.4,0.2) และ (0.5,-0.2) ควรเลือกวิธี MLE แต่เมื่อค่า(θ_1, θ_2) เท่ากับ (-0.5,0.2) และ (-0.5,-0.3) ควรเลือกวิธี CLSE ดังตารางที่ 4.36

ตารางที่ 4.36 แสดงค่า AV.MSE เฉลี่ยของทุกระดับขนาดตัวอย่างและทุกลักษณะของอนุกรมเวลาในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่อพิจารณาที่ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

ค่าพารามิเตอร์	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์		
ของตัวแบบ (θ_1, θ_2)	ULSE	CLSE	MLE
(0.4 , 0.2)	0.01830	0.01697	0.01622*
(0.5 , -0.2)	0.01889	0.01811	0.01739*
(-0.5 , 0.2)	0.01636	0.01485*	0.01508
(-0.5 , -0.3)	0.02005	0.01958*	0.02517

3) ปัจจัยด้านลักษณะของอนุกรมเวลา

เมื่อพิจารณาที่ลักษณะของอนุกรมเวลา เมื่อไม่ทราบสถานการณ์ต่างๆ ที่จำลองขึ้นมาในการทดลองครั้งนี้ ควรเลือกวิธี CLSE จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี ULSE และวิธี MLE เป็นที่น่าสังเกตว่า ค่า AV.MSE ในแต่ละลักษณะของอนุกรมเวลาของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ มีค่าใกล้เคียงกัน ดังตารางที่ 4.37

ตารางที่ 4.37 แสดงค่า AV.MSE เฉลี่ยของทุกระดับขนาดตัวอย่างและทุกค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่อพิจารณาที่ลักษณะของอนุกรมเวลา

ลักษณะของอนุกรมเวลา	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์		
	ULSE	CLSE	MLE
คงที่	0.01802	0.01690*	0.01802
ไม่คงที่ในค่าเฉลี่ย	0.01878	0.01752*	0.01954
ไม่คงที่ในความแปรปรวน	0.01840	0.01753*	0.01790
ไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน	0.01840	0.01757*	0.01841

4.2.5 ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง ARMA(1,1)

1) ปัจจัยด้านขนาดตัวอย่าง

เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง เมื่อไม่ทราบสถานการณ์ต่างๆ ที่จำลองขึ้นมาในการทดลองครั้งนี้ ควรเลือกวิธี ULSE จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี CLSE และวิธี MLE เป็นที่น่าสังเกตว่า เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้ค่า AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง ดังตารางที่ 4.38

ตารางที่ 4.38 แสดงค่า AV.MSE เฉลี่ยของทุกระดับของพารามิเตอร์และทุกลักษณะของอนุกรมเวลา ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์		
	ULSE	CLSE	MLE
n = 50	0.07640*	0.08750	0.09634
n = 60	0.06463*	0.07357	0.07752
n = 70	0.05219*	0.05803	0.06150
n = 80	0.04569*	0.05043	0.05105
n = 100	0.03456*	0.03868	0.04160
n = 120	0.02755*	0.02957	0.03037

2) ปัจจัยด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

เมื่อพิจารณาที่ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ (ϕ_1, θ_1) เมื่อไม่ทราบสถานการณ์ต่างๆ ที่จำลองขึ้นมาในการทดลองครั้งนี้ ในกรณีที่ค่า (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (0.2,0.6) , (0.7,-0.3) และ (-0.6,-0.2) ควรเลือกวิธี ULSE แต่เมื่อค่า (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (0.7,0.1) ควรเลือกวิธี CLSE และเมื่อค่า (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (-0.5,0.5) ควรเลือกวิธี MLE ดังตารางที่ 4.39

ตารางที่ 4.39 แสดงค่า AV.MSE เฉลี่ยของทุกระดับขนาดตัวอย่างและทุกลักษณะของอนุกรมเวลา ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่อพิจารณาที่ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

ค่าพารามิเตอร์	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์		
ของตัวแบบ (ϕ_1, θ_1)	ULSE	CLSE	MLE
(0.7 , 0.1)	0.03843	0.03732*	0.04104
(0.2 , 0.6)	0.08248*	0.10941	0.09283
(0.7 , -0.3)	0.02043*	0.02109	0.02120
(-0.5 , 0.5)	0.02228	0.02261	0.02086*
(-0.6 , -0.2)	0.08723*	0.09106	0.12273

3) ปัจจัยด้านลักษณะของอนุกรมเวลา

เมื่อพิจารณาที่ลักษณะของอนุกรมเวลา เมื่อไม่ทราบสถานการณ์ต่างๆ ที่จำลองขึ้นมาในการทดลองครั้งนี้ ควรเลือกวิธี ULSE จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี CLSE และวิธี MLE เป็นที่น่าสังเกตว่า ค่า AV.MSE ในแต่ละลักษณะของอนุกรมเวลาของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ มีค่าใกล้เคียงกัน ดังตารางที่ 4.40

ตารางที่ 4.40 แสดงค่า AV.MSE เฉลี่ยของทุกระดับขนาดตัวอย่างและทุกค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) เมื่อพิจารณาที่ลักษณะของอนุกรมเวลา

ลักษณะของอนุกรมเวลา	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์		
	ULSE	CLSE	MLE
คงที่	0.04909*	0.05583	0.06156
ไม่คงที่ในค่าเฉลี่ย	0.04721*	0.05427	0.05487
ไม่คงที่ในความแปรปรวน	0.05233*	0.05763	0.06067
ไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน	0.05204*	0.05746	0.06183

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยครั้งนี้ต้องการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา ซึ่งวิธีการทั้ง 3 คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข (ULSE) วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข (CLSE) และวิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด (MLE) โดยศึกษาภายใต้ตัวแบบอนุกรมเวลา 5 ตัวแบบ โดยในแต่ละตัวแบบจะแบ่งลักษณะของอนุกรมเวลาออกเป็น 4 ลักษณะ ในกรณีที่ลักษณะของอนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและ/หรือไม่คงที่ในความแปรปรวน จะทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ สำหรับเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความสามารถในการประมาณค่า คือ ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ (MSE) หรือค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE)

วิธีดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ใช้วิธีการจำลองแบบการทดลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลด้วยเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ โดยใช้โปรแกรมภาษาฟอร์แทรนเพาวเวอร์สเตชัน เพื่อสร้างข้อมูลให้มีลักษณะตามแผนการทดลองที่กำหนด และกำหนดให้เครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ทำงานซ้ำๆกัน 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์

5.1 สรุปผลการวิจัย

จากการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ หรือค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ได้ข้อสรุปดังนี้

5.1.1 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ สามารถสรุปผลโดยจำแนกตามตัวแบบอนุกรมเวลา ได้ดังนี้

1) ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง AR(1)

สำหรับทุกระดับของขนาดตัวอย่าง (50 , 60 , 70 , 80 , 100 และ 120) และทุกลักษณะของอนุกรมเวลา พบว่า วิธี ULSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในเกือบทุกระดับของพารามิเตอร์ ϕ_1 ยกเว้นในกรณีที่ค่า ϕ_1 เท่ากับ 0.3 และ 0.4 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด

2) ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง AR(2)

สำหรับทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกลักษณะของอนุกรมเวลา วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด เมื่อค่าพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) เท่ากับ (0.6,0.2) , (0.8,-0.5) และ (-0.8,-0.6) ส่วนในกรณีที่ค่าพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) เท่ากับ (-0.6,0.1) วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด

3) ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง MA(1)

สำหรับทุกลักษณะของอนุกรมเวลา พบว่า วิธี CLSE และวิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุดขึ้นอยู่กับระดับของขนาดตัวอย่าง และระดับของพารามิเตอร์ θ_1 พบว่า

กรณีที่ค่า θ_1 เท่ากับ 0.3 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง แต่ในกรณีที่ค่า θ_1 มีค่าเพิ่มขึ้นเป็น 0.4 , 0.5 และ 0.6 วิธี MLE จะให้ค่า MSE ต่ำสุดเมื่อขนาดตัวอย่างน้อย (50 , 60 และ 70) และวิธี CLSE จะให้ MSE ต่ำสุดเมื่อขนาดตัวอย่างปานกลางและมาก (80 , 100 และ 120) ส่วนในกรณีที่ค่า θ_1 เท่ากับ 0.7 และ 0.8 วิธี CLSE จะให้ค่า MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

4) ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง MA(2)

สำหรับทุกลักษณะของอนุกรมเวลา วิธี CLSE และวิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุดขึ้นอยู่กับระดับของขนาดตัวอย่าง และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) พบว่า

กรณีที่ค่า (θ_1, θ_2) เท่ากับ (0.4,0.2) , (0.5,-0.2) และ (-0.5,0.2) และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 , 60 และ 70 วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 80 , 100 และ

120 วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ส่วนในกรณีที่ (θ_1,θ_2) เท่ากับ (-0.5,-0.3) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

5) ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง ARMA(1,1)

สำหรับทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และทุกลักษณะของอนุกรมเวลา พบว่า

กรณีที่ค่า (ϕ_1,θ_1) เท่ากับ (0.2,0.6) , (0.7,-0.3) และ (-0.6,-0.2) วิธี ULSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ส่วนในกรณีที่ค่า (ϕ_1,θ_1) เท่ากับ (0.7,0.1) วิธี CLSE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด และในกรณีที่ค่า (ϕ_1,θ_1) เท่ากับ (-0.5,0.5) วิธี MLE จะให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด

5.1.2 การศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์

ปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ศึกษาในครั้งนี้ คือ ขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ และลักษณะของอนุกรมเวลา สามารถสรุปผลได้ดังนี้

1) ขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่างเป็นปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ในทุกตัวแบบอนุกรมเวลาที่ศึกษา กล่าวคือ พิจารณาเฉพาะขนาดตัวอย่าง เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง นั่นคือค่า MSE จะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

2) ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

ในกรณีที่ตัวแบบอนุกรมมี 1 พารามิเตอร์ คือ ตัวแบบ AR(1) และ MA(1) ปัจจัยด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบมีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ กล่าวคือ พิจารณาเฉพาะค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ เมื่อระดับของค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบเพิ่มขึ้น ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบทั้งสองมีแนวโน้มลดลง นั่นคือค่า MSE จะแปรผกผันกับระดับของค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

ส่วนในกรณีที่ตัวแบบอนุกรมมี 2 พารามิเตอร์ คือ ตัวแบบ AR(2) , MA(2) และ ARMA(1,1) ปัจจัยด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบไม่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ กล่าวคือ พิจารณาเฉพาะค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ เมื่อระดับของค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบเปลี่ยนแปลงไป ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบทั้งสามมีค่าใกล้เคียงกัน

3) ลักษณะของอนุกรมเวลา

ลักษณะของอนุกรมเวลาไม่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์มิเตอร์ในทุกตัวแบบอนุกรมเวลาที่ศึกษา กล่าวคือ พิจารณาเฉพาะลักษณะของอนุกรมเวลา เมื่อลักษณะของอนุกรมเวลาเปลี่ยนแปลงไป ค่า MSE หรือ AV.MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในทุกตัวแบบอนุกรมเวลา มีค่าใกล้เคียงกัน

5.2 ข้อเสนอแนะ

สำหรับข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งนี้สามารถแยกได้เป็น 2 ด้านคือ

5.2.1 ด้านการนำไปใช้ประโยชน์

1) ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง AR(1) ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์ ϕ_1 ควรพิจารณาจากระดับของพารามิเตอร์ กล่าวคือ ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง ถ้าค่าพารามิเตอร์ ϕ_1 อยู่ในช่วง (0.00 , 0.44] ควรเลือกใช้วิธี MLE แต่ถ้าค่าพารามิเตอร์ ϕ_1 อยู่ในช่วง [0.45 , 1.00) ควรเลือกใช้วิธี ULSE ดังตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า MSE ต่ำสุด ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) ทุกระดับของขนาดตัวอย่าง จำแนกตามช่วงของพารามิเตอร์ ϕ_1

ช่วงของพารามิเตอร์ ϕ_1	วิธีการประมาณค่าที่ให้ค่า MSE ต่ำสุด
(0.00 , 0.44]	MLE
[0.45 , 1.00)	ULSE

2) ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง AR(2) ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) ควรพิจารณาจากระดับของพารามิเตอร์ เพื่อความสะดวกในการตัดสินใจเลือกใช้วิธีการใดในการประมาณค่า ผู้วิจัยได้แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมในทุกระดับของขนาดตัวอย่างดังตารางที่ 5.2 เช่น ถ้าข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) ค่าพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) เท่ากับ (-0.3,0.6) ควรเลือกใช้วิธี CLSE ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์

ตารางที่ 5.2 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) ทุกระดับของขนาดตัวอย่าง จำแนกตามช่วงของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2)

ช่วงของพารามิเตอร์ ϕ_1	ช่วงของพารามิเตอร์ ϕ_2		
	(-1.0 , -0.6]	[-0.5 , 0.4]	[0.5 , 1.0)
(-2.0 , -0.9]	CLSE	CLSE	–
[-0.8 , 0.7]	CLSE	CLSE / MLE*	CLSE
[0.8 , 2.0)	CLSE	CLSE	–

หมายเหตุ – หมายถึง ไม่มีการกำหนดค่าพารามิเตอร์ เพราะไม่เป็นไปตามคุณสมบัติของกระบวนการสเตชันนารี (Stationary) และอินเวอร์ติเบิล (Invertible)

* หมายถึง วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองให้ค่า AV.MSE ต่ำสุดใกล้เคียงกัน

3) ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง MA(1) ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์ θ_1 ควรพิจารณาจากระดับของขนาดตัวอย่าง และระดับของพารามิเตอร์ กล่าวคือ เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก (50 , 60 และ 70) ค่าพารามิเตอร์ θ_1 อยู่ในช่วง (0.00 , 0.46] ควรเลือกใช้วิธี MLE แต่ถ้าค่าพารามิเตอร์ θ_1 อยู่ในช่วง [0.47 , 0.65] ควรเลือกใช้วิธี CLSE หรือวิธี MLE ซึ่งทั้งสองวิธีจะให้ค่า MSE ต่ำสุดใกล้เคียงกัน ส่วนค่าพารามิเตอร์ θ_1 อยู่ในช่วง [0.66 , 1.00) ควรเลือกใช้วิธี CLSE

เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (80 , 100 และ 120) ค่าพารามิเตอร์ θ_1 อยู่ในช่วง (0.00 , 0.35] ควรเลือกใช้วิธี MLE แต่ถ้าค่าพารามิเตอร์ θ_1 อยู่ในช่วง [0.36 , 1.00) ควรเลือกใช้วิธี CLSE ดังตารางที่ 5.3

ตารางที่ 5.3 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า MSE ต่ำสุด ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลา MA(1) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และช่วงของพารามิเตอร์ θ_1

ขนาดตัวอย่าง	ช่วงของพารามิเตอร์ θ_1			
	(0.00 , 0.35]	[0.36 , 0.46]	[0.47 , 0.65]	[0.66 , 1.00)
n = 50,60,70	MLE	MLE	MLE / CLSE*	CLSE
n = 80,100,120	MLE	CLSE	CLSE	CLSE

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองให้ค่า MSE ต่ำสุดใกล้เคียงกัน

4) ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง MA(2)

ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) ควรพิจารณาจากระดับของขนาดตัวอย่าง และระดับของพารามิเตอร์ เพื่อความสะดวกในการตัดสินใจเลือกใช้วิธีการใดในการประมาณค่า ผู้วิจัยได้แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมในตารางที่ 5.4 เช่น ถ้าอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) มีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 60 และค่าพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) เท่ากับ (0.3,0.2) ควรเลือกใช้วิธี MLE ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์

ตารางที่ 5.4 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และช่วงของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2)

ขนาดตัวอย่าง	ช่วงของพารามิเตอร์ θ_1	ช่วงของพารามิเตอร์ θ_2		
		(-1.0 , -0.4]	[-0.3 , 0.3]	[0.4 , 1.0)
n = 50,60,70	(-2.0 , -1.0]	CLSE	–	–
	[-0.9 , 1.2]	ULSE / CLSE*	MLE	ULSE / CLSE*
	[1.3 , 2.0)	CLSE	–	–
n = 80,100,120	(-2.0 , -1.0]	CLSE	–	–
	[-0.9 , 1.2]	ULSE	CLSE	ULSE / CLSE*
	[1.3 , 2.0)	CLSE	–	–

หมายเหตุ – หมายถึง ไม่มีการกำหนดค่าพารามิเตอร์ เพราะไม่เป็นไปตามคุณสมบัติของกระบวนการสเตชันนารีและอินเวอร์ติเบิล

* หมายถึง วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองให้ค่า AV.MSE ต่ำสุดใกล้เคียงกัน

5) ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง ARMA(1,1)

ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) ควรพิจารณาจากระดับของพารามิเตอร์ เพื่อความสะดวกในการตัดสินใจเลือกใช้วิธีการใดในการประมาณค่า ผู้วิจัยได้แสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง ดังตารางที่ 5.5 เช่น ถ้าข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) และมีค่าพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (0.8,0.1) ควรเลือกใช้วิธี CLSE ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์

ตารางที่ 5.5 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า AV.MSE ต่ำสุด ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1) ทุกระดับของขนาดตัวอย่าง จำแนกตามช่วงของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1)

ช่วงของพารามิเตอร์ ϕ_1	ช่วงของพารามิเตอร์ θ_1		
	(-1.0 , -0.2]	[-0.1 , 0.4]	[0.5 , 1.0)
(-1.0 , -0.7]	CLSE / MLE*	CLSE	CLSE / MLE*
[-0.6 , -0.4]	CLSE / MLE*	ULSE	CLSE / MLE*
[-0.3 , 0.7]	ULSE / MLE*	ULSE / CLSE / MLE*	ULSE / MLE*
[0.8 , 1.0)	CLSE	CLSE	CLSE / MLE*

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองหรือทั้งสามให้ค่า AV.MSE ต่ำสุดใกล้เคียงกัน

จากผลการวิจัย พบว่า ในทุกตัวแบบอนุกรมเวลา วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า MSE หรือ AV.MSE ต่ำสุดจะขึ้นอยู่กับระดับของพารามิเตอร์ แต่ในทางปฏิบัติเราไม่สามารถทราบค่าพารามิเตอร์ ก่อนทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ ดังนั้นเพื่อให้สามารถเลือกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมได้ ควรทำการประมาณค่าพารามิเตอร์เบื้องต้น (Preliminary Estimation or Initial Estimation) ซึ่งมีสูตรในการประมาณค่าพารามิเตอร์เบื้องต้น จำแนกตามตัวแบบอนุกรมเวลา ดังนี้

<u>ตัวแบบ AR(1)</u>

$$\hat{\phi}_1 = r_1$$

<u>ตัวแบบ AR(2)</u>

$$\hat{\phi}_1 = \frac{r_1(1-r_2)}{1-r_1^2}$$

$$\hat{\phi}_2 = \frac{r_2-r_1^2}{1-r_1^2}$$

<u>ตัวแบบ MA(1)</u>

$$\hat{\theta}_1 = \frac{-1}{2r_1} \pm \sqrt{\frac{1}{(2r_1)^2}-1}$$

ตัวแบบ MA(2)

$$r_1 = \frac{-\hat{\theta}_1(1-\hat{\theta}_2)}{1+\hat{\theta}_1^2+\hat{\theta}_2^2}$$

$$r_2 = \frac{-\hat{\theta}_2}{1+\hat{\theta}_1^2+\hat{\theta}_2^2}$$

จากนั้นทำการแก้สมการข้างต้น โดยอาศัยเทคนิคการวิเคราะห์เชิงตัวเลข (Numerical Analysis) เพื่อหาค่าประมาณ $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$

ตัวแบบ ARMA(1,1)

$$\hat{\phi}_1 = \frac{r_2}{r_1}$$

$$\hat{\theta}_1 = \frac{-(1+\hat{\phi}_1^2-2\hat{\phi}_1 r_1)}{2(r_1-\hat{\phi}_1)} \pm \sqrt{\left(\frac{1+\hat{\phi}_1^2-2\hat{\phi}_1 r_1}{2(r_1-\hat{\phi}_1)}\right)^2 - 1}$$

โดยที่

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^{n}(z_t-\bar{Z})(z_{t-1}-\bar{Z})}{\sum_{t=1}^{n}(z_t-\bar{Z})^2} \quad \text{และ} \quad r_2 = \frac{\sum_{t=3}^{n}(z_t-\bar{Z})(z_{t-2}-\bar{Z})}{\sum_{t=1}^{n}(z_t-\bar{Z})^2}$$

เนื่องจากสูตรที่ใช้ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์เบื้องต้นของตัวแบบ MA(2) และ ARMA(1,1) ซับซ้อนมาก ผู้วิจัยจึงเสนอแนะให้ประมาณค่าพารามิเตอร์เบื้องต้นโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows หรือโปรแกรมภาษาฟอร์แทรนเพาวเวอร์สเตชัน ซึ่งจะทำให้ทราบค่าประมาณพารามิเตอร์อย่างคร่าวๆ ก่อน จากนั้นสามารถเลือกใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ได้อย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพในสถานการณ์ต่างๆ ต่อไปได้

วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบทั้ง 3 วิธีคือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข และวิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด สามารถเลือกใช้วิธีการเหล่านี้ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป SAS (Statistical Analysis System)

5.2.2 ด้านการศึกษาวิจัย

1) ควรศึกษาในกรณีที่ข้อมูลอนุกรมเวลามีผลกระทบจากปัจจัยอื่น เช่น อิทธิพลของฤดูกาล หรือศึกษาในกรณีที่อนุกรมเวลามีรูปแบบอื่น เช่น AR(3) , ARMA(1,2) หรือ ARMA(2,1)

2) สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา ศึกษาเฉพาะวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ 3 วิธีดังกล่าวข้างต้น ยังมีวิธีการอื่นๆ ที่น่าสนใจ เช่น วิธีการประมาณแบบเบส์ วิธีการประมาณจีเอ็มเอ็ม หรือวิธีการประมาณของโกว เป็นต้น

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ทรงศิริ แต้สมบัติ. เทคนิคการพยากรณ์เชิงปริมาณ. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์, 2539.

ธนัญชัย ลีภักดิ์ปรีดา. การหาค่าเหมาะสมที่สุด: หลักการพื้นฐานและขั้นตอนวิธีการ. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์, 2543.

ปราโมทย์ เดชะอำไพ. ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.

ปรีชา แสงอาสภวิริยะ, ภาวดี วรปัญญาวัฒนา, วาสุเทพ ธะประสพ และ วีระยุทธ วงษ์ศิริ. ภาษาคอมพิวเตอร์ฟอร์แทรน 77. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ประกายพรึก, 2527.

ปารเมนทร คูรัตน์. การประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบ ARIMA เมื่อมีข้อมูลสูญหายแบบสุ่ม. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2539.

รสสุคนธ์ หังสพฤกษ์. การเขียนโปรแกรมภาษาฟอร์แทรน 77 โดยใช้เครื่อง IBM PC. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ยูไนเต็ดท์บุ๊คส์, 2529.

วิชิต หล่อจีระชุณห์กุล และคณะ. เทคนิคการพยากรณ์เชิงสถิติ. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์เรือนแก้วการพิมพ์, 2524.

สุมิตรา เรืองพีระกุล. หลักสถิติเพื่อการพยากรณ์. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง, 2540.

สุพร ฉัตรแก้วรัตนกุล. การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลาเมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.

ภาษาอังกฤษ

Abraham, B., and Ledolter, J. Statistical method for forecasting. New York: John Wiley & Sons, 1983.

Ali, M.M. Analysis of autoregressive-moving average model : Estimation and prediction. Biometrika. 64 (1977): 535-545.

Anderson, T.W. The statistical analysis of time Series. New York: John Wiley & Sons, 1971.

Ansley, C.F. An algorithm for exact likelihood of a mixed autoregressive-moving average process. Biometrika. 66 (1979): 59-65.

Ansley, C.F., and Newbold P. Finite sample properties of estimators for autoregressive moving average models. Journal of Econometrics. 13 (1980): 159-183.

Box, G.E.P., and Jenkins, G.M. Time series analysis : Forecasting and control. San Francisco: Holden-Day, 1976.

Box, G.E.P., Jenkins, G.M., and Reinsel G.C. Time series analysis : Forecasting and control. New Jersey: Prentice-Hall, 1994.

Brockwell, P.J., and Davis, R.A. Time series: Theory and methods. New York: Springer, 1991.

Burden, R.L., and Faires, J. Numerical analysis. California: International Thomson, 1997.

Cryer, J.D. Time series Analysis. Boston: Duxbury Press, 1986.

Dent, W. Computation of the exact likelihood function of an ARIMA process. Journal of Statistical Computation and Simulation. 5 (1977): 193-206.

Fuller, W.A. Introduction to statistical time Series. New York: John Wiley & Sons, 1976.

Guo, J.H. Robust Estimation for the Coefficient of a First Order Autogressive Processes. Communication Statistics-Theory Meth. 29 (2000): 55-66.

Hamilton, J.D. Time series analysis. New Jersey: Princeton University Press, 1994.

Harvey, A.C. The econometric analysis of time Series. London: Philip Allan, 1981.

Harvey, A.C. Forecasting , structural time series models and the Kalman Filter. New York: Cambridge University Press, 1989.

Harvey, A.C. Time series models. London: Harvester Wheatsheaf, 1993.

Janacek, G., and Swift, L. Time series: Forecasting , simulation , application. London: Ellis Horwood, 1993.

Janacek, G. Practial time Series. London: Arnold, 2001.

Law, A.M., and Kelton, W.D. Simulation modeling and analysis. Singapore: McGraw-Hill, 1991.

Ljung, G.M. and Box, G.E.P. The likelihood function of stationary autoregressive moving average models. Biometrika. 66 (1979): 265-270.

Marquardt, D.W. An algorithm for least squares estimation of non-linear models. Journal of the Society of Industrial and Applied Mathematics. 11 (1963): 431-441.

Meissner, L.P. Fortran 90. Boston: Pws Publishing, 1995.

Montgomery, D.C., Johnson, L.A., and Gardiner, J.S. Forecasting and time series analysis. Singapore: McGraw-Hill, 1990.

Nelson, C.R. The first-order moving average process : Identification, estimation and prediction. Journal of Econometrics. 2 (1974): 121-141.

Pandit, S.M., and Wu, S.M. Time series and system analysis with applications. New York: John Wiley & Sons, 1983.

Pankratz, A. Forecasting with univariate Box-Jenkins models. New York: John Wiley & Sons, 1983.

Shumway, R.H. Applied statistical time Series. New Jersey: Prentice-Hall, 1988.

Vandaele, W. Applied time series and Box-Jenkins models. Florida: Academic Press, 1983.

Vougas, D.V. A comparion of LS/ML and GMM Estimation in a sample AR(1) Model. Communication Statistics-Theory Meth. 29 (2000): 239-258.

Wei, W.W.S. Time series analysis: Univariate and multivariate methods. New York: Addison-Wesley, 1989.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

วิธีการพยากรณ์ย้อนหลัง (Backforecasting)

1. กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1)

1.1 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข

ในการหาตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข ต้องทำการประมาณค่า $E(a_t/\theta_1)$ สามารถหาได้ดังนี้

จากตัวแบบ MA(1)

$$a_t = \theta_1 a_{t-1} + z_t \tag{1.1}$$

เขียนในเทอมย้อนหลัง

$$e_t = \theta_1 e_{t+1} + z_t \tag{1.2}$$

$$E(e_t/Z) = 0 \qquad ,t \leq 0 \tag{1.3}$$

เนื่องจากตัวแบบ MA(1) มีความจำแค่ 1 หน่วยเวลา ค่าสหสัมพันธ์ (Correlation) ระหว่าง a_{-1} กับ $z_1, z_2, ..., z_n$ มีค่าเป็น 0 และ

$$E(a_t/Z) = 0 \qquad ,t \leq -1$$

$$E(z_t/Z) = z_t \qquad ,t = 1,2,...,n \tag{1.4}$$

นั่นคือ

$$E(z_1/Z) = z_1$$

$$E(z_2/Z) = z_2$$

$$\vdots$$

$$E(z_n/Z) = z_n$$

ค่า $E(z_0/Z)$ คำนวณได้จากสมการที่ (1.2) เมื่อ $t = 0$

$$E(e_0/Z) = \theta_1 E(e_1/Z) + E(z_0/Z) \tag{1.5}$$

จากสมการที่ (1.3) จะได้

$$E(z_0/Z) = -\theta_1 E(e_1/Z) \tag{1.6}$$

เราทราบค่า $E(e_1/Z)$ จาก

$$E(e_n/Z) = \theta_1 E(e_{n+1}/Z) + z_n = 0 + z_n$$
$$E(e_{n-1}/Z) = \theta_1 E(e_n/Z) + z_{n-1}$$
$$E(e_{n-2}/Z) = \theta_1 E(e_{n-1}/Z) + z_{n-2}$$
$$\vdots$$
$$E(e_1/Z) = \theta_1 E(e_2/Z) + z_1$$

เมื่อทราบค่า $E(e_1/Z)$ แล้ว นำไปแทนค่าในสมการที่ (1.6) จะได้ค่า $E(z_0/Z)$ จากนั้นใช้สมการที่ (1.1) และ (1.4) คำนวณค่า $E(a_t/Z)$, $t=1,2,...,n$ ได้ดังนี้

$$E(a_0/Z) = \theta_1 E(a_{-1}/Z) + E(z_0/Z) = \theta_1(0) + E(z_0/Z)$$
$$E(a_1/Z) = \theta_1 E(a_0/Z) + z_1$$
$$E(a_2/Z) = \theta_1 E(a_1/Z) + z_2$$
$$\vdots$$
$$E(a_n/Z) = \theta_1 E(a_{n-1}/Z) + z_n$$

1.2 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข

ในการหาตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข ต้องทำการประมาณค่า $E(a_t/\theta_1)$ สามารถหาได้ดังนี้

จากตัวแบบ MA(1)

$$a_t = \theta_1 a_{t-1} + z_t \tag{1.7}$$

เขียนในเทอมย้อนหลัง

$$e_t = \theta_1 e_{t+1} + z_t \tag{1.8}$$

$$E(e_t / Z) = 0 \qquad , t \leq 1 \qquad (1.9)$$

เนื่องจากตัวแบบ MA(1) มีความจำแค่ 1 หน่วยเวลา ค่าสหสัมพันธ์ (Correlation) ระหว่าง a_{-1} กับ $z_1, z_2, ..., z_n$ มีค่าเป็น 0 และ

$$E(a_t / Z) = 0 \qquad , t \leq 0$$
$$E(z_t / Z) = z_t \qquad , t = 1,2,..., n \qquad (1.10)$$

นั่นคือ

$$E(z_1 / Z) = z_1$$
$$E(z_2 / Z) = z_2$$
$$\vdots$$
$$E(z_n / Z) = z_n$$

ค่า $E(z_0 / Z)$ คำนวณได้จากสมการที่ (1.8) เมื่อ $t = 0$

$$E(e_0 / Z) = \theta_1 E(e_1 / Z) + E(z_0 / Z) \qquad (1.11)$$

จากสมการที่ (1.9) จะได้

$$E(z_0 / Z) = 0 \qquad (1.12)$$

เมื่อทราบค่า $E(z_0 / Z)$ แล้ว จากนั้นใช้สมการที่ (1.7) และ (1.10) คำนวณค่า $E(a_t / Z)$ $, t = 1,2,..., n$ ได้ดังนี้

$$E(a_0 / Z) = \theta_1 E(a_{-1} / Z) + E(z_0 / Z) = \theta_1 (0) + 0 = 0$$
$$E(a_1 / Z) = \theta_1 E(a_0 / Z) + z_1 = \theta_1 (0) + z_1$$
$$E(a_2 / Z) = \theta_1 E(a_1 / Z) + z_2$$
$$\vdots$$
$$E(a_n / Z) = \theta_1 E(a_{n-1} / Z) + z_n$$

2. กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2)

2.1 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข

ในการหาตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข ต้องทำการประมาณค่า $E(a_t/\theta_1,\theta_2)$ สามารถหาได้ดังนี้

จากตัวแบบ MA(2)

$$a_t = \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + z_t \tag{2.1}$$

เขียนในเทอมย้อนหลัง

$$e_t = \theta_1 e_{t+1} + \theta_2 e_{t+2} + z_t \tag{2.2}$$

$$E(e_t/Z) = 0 \qquad ,t \leq 0 \tag{2.3}$$

เนื่องจากตัวแบบ MA(2) มีความจำแค่ 2 หน่วยเวลา ค่าสหสัมพันธ์ (Correlation) ระหว่าง a_{-1} และ a_{-2} กับ $z_1, z_2, ..., z_n$ มีค่าเป็น 0 และ

$$E(a_t/Z) = 0 \qquad ,t \leq -2$$

$$E(z_t/Z) = z_t \qquad ,t = 1,2,...,n \tag{2.4}$$

นั่นคือ

$$\begin{aligned} E(z_1/Z) &= z_1 \\ E(z_2/Z) &= z_2 \\ &\vdots \\ E(z_n/Z) &= z_n \end{aligned}$$

ค่า $E(z_0/Z)$ คำนวณได้จากสมการที่ (2.2) เมื่อ $t = 0$

$$E(e_0/Z) = \theta_1 E(e_1/Z) + \theta_2 E(e_2/Z) + E(z_0/Z) \tag{2.5}$$

จากสมการที่ (2.3) จะได้

$$E(z_0/Z) = -\theta_1 E(e_1/Z) - \theta_2 E(e_2/Z) \tag{2.6}$$

เราทราบค่า $E(e_1/Z)$ และ $E(e_2/Z)$ จาก

$$\begin{aligned}
E(e_n/Z) &= \theta_1 E(e_{n+1}/Z) + \theta_2 E(e_{n+2}/Z) + z_n \\
&= 0 + 0 + z_n \\
E(e_{n-1}/Z) &= \theta_1 E(e_n/Z) + \theta_2 E(e_{n+1}/Z) + z_{n-1} \\
&= \theta_1 E(e_n/Z) + 0 + z_{n-1} \\
E(e_{n-2}/Z) &= \theta_1 E(e_{n-1}/Z) + \theta_2 E(e_n/Z) + z_{n-2} \\
&\vdots \\
E(e_1/Z) &= \theta_1 E(e_2/Z) + \theta_2 E(e_3/Z) + z_1
\end{aligned}$$

เมื่อทราบค่า $E(e_1/Z)$ และ $E(e_2/Z)$ แล้ว นำไปแทนค่าในสมการที่ (2.6) จะได้ค่า $E(z_0/Z)$ จากนั้นใช้สมการที่ (2.1) และ (2.4) คำนวณค่า $E(a_t/Z)$, $t = 1,2,\ldots,n$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
E(a_0/Z) &= \theta_1 E(a_{-1}/Z) + \theta_2 E(a_{-2}/Z) + E(z_0/Z) \\
&= 0 + 0 + E(z_0/Z) \\
E(a_1/Z) &= \theta_1 E(a_0/Z) + \theta_2 E(a_{-1}/Z) + z_1 \\
&= \theta_1 E(a_0/Z) + 0 + z_1 \\
E(a_2/Z) &= \theta_1 E(a_1/Z) + \theta_2 E(a_0/Z) + z_2 \\
&\vdots \\
E(a_n/Z) &= \theta_1 E(a_{n-1}/Z) + \theta_2 E(a_{n-2}/Z) + z_n
\end{aligned}$$

2.2 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข

ในการหาตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข ต้องทำการประมาณค่า $E(a_t/\theta_1,\theta_2)$ สามารถหาได้ดังนี้

จากตัวแบบ MA(2)

$$a_t = \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + z_t \tag{2.7}$$

เขียนในเทอมย้อนหลัง

$$e_t = \theta_1 e_{t+1} + \theta_2 e_{t+2} + z_t \tag{2.8}$$

$$E(e_t / Z) = 0 \qquad , t \leq 2 \tag{2.9}$$

เนื่องจากตัวแบบ MA(2) มีความจำแค่ 2 หน่วยเวลา ค่าสหสัมพันธ์ (Correlation) ระหว่าง a_{-1} และ a_{-2} กับ $z_1, z_2, ..., z_n$ มีค่าเป็น 0 และ

$$E(a_t / Z) = 0 \qquad , t \leq -2$$

$$E(z_t / Z) = z_t \qquad , t = 1,2,..., n \tag{2.10}$$

นั่นคือ

$$E(z_1 / Z) = z_1$$

$$E(z_2 / Z) = z_2$$

$$\vdots$$

$$E(z_n / Z) = z_n$$

ค่า $E(z_0 / Z)$ คำนวณได้จากสมการที่ (2.8) เมื่อ t = 0

$$E(e_0 / Z) = \theta_1 E(e_1 / Z) + \theta_2 E(e_2 / Z) + E(z_0 / Z) \tag{2.11}$$

จากสมการที่ (2.9) จะได้

$$E(z_0 / Z) = 0 \tag{2.12}$$

เมื่อได้ค่า $E(z_0 / Z)$ แล้ว จากนั้นใช้สมการที่ (2.7) และ (2.10) คำนวณค่า $E(a_t / Z)$, $t = 1,2,..., n$ ได้ดังนี้

$$E(a_0 / Z) = \theta_1 E(a_{-1} / Z) + \theta_2 E(a_{-2} / Z) + E(z_0 / Z)$$

$$= 0 + 0 + 0$$

$$E(a_1 / Z) = \theta_1 E(a_0 / Z) + \theta_2 E(a_{-1} / Z) + z_1$$

$$= 0 + 0 + z_1$$

$$E(a_2/Z) = \theta_1 E(a_1/Z) + \theta_2 E(a_0/Z) + z_2$$
$$\vdots$$
$$E(a_n/Z) = \theta_1 E(a_{n-1}/Z) + \theta_2 E(a_{n-2}/Z) + z_n$$

3. กรณี z_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1)

3.1 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข

ในการหาตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข ต้องทำการประมาณค่า $E(a_t/\phi_1,\theta_1)$ สามารถหาได้ดังนี้

จากตัวแบบ ARMA(1,1)

$$a_t = \theta_1 a_{t-1} - \phi_1 z_{t-1} + z_t \tag{3.1}$$

เขียนในเทอมย้อนหลัง

$$e_t = \theta_1 e_{t+1} - \phi_1 z_{t+1} + z_t \tag{3.2}$$

$$E(e_t/Z) = 0 \qquad ,t \le 0 \tag{3.3}$$

และ

$$E(a_t/Z) = 0 \qquad ,t \le -5$$

$$E(z_t/Z) = z_t \qquad ,t = 1,2,\dots,n \tag{3.4}$$

นั่นคือ

$$E(z_1/Z) = z_1$$
$$E(z_2/Z) = z_2$$
$$\vdots$$
$$E(z_n/Z) = z_n$$

ค่า $E(z_0/Z), E(z_{-1}/Z), E(z_{-2}/Z), E(z_{-3}/Z)$ และ $E(z_{-4}/Z)$ คำนวณได้จากสมการที่ (3.2) เมื่อ $t = 0,-1,\dots,-4$

$$E(e_0/Z) = \theta_1 E(e_1/Z) - \phi_1 z_1 + E(z_0/Z)$$
$$E(e_{-1}/Z) = \theta_1 E(e_0/Z) - \phi_1 E(z_0/Z) + E(z_{-1}/Z)$$
$$E(e_{-2}/Z) = \theta_1 E(e_{-1}/Z) - \phi_1 E(z_{-1}/Z) + E(z_{-2}/Z)$$
$$E(e_{-3}/Z) = \theta_1 E(e_{-2}/Z) - \phi_1 E(z_{-2}/Z) + E(z_{-3}/Z)$$
$$E(e_{-4}/Z) = \theta_1 E(e_{-3}/Z) - \phi_1 E(z_{-3}/Z) + E(z_{-4}/Z) \quad (3.5)$$

จากสมการที่ (3.3) จะได้

$$E(z_0/Z) = \phi_1 z_1 - \theta_1 E(e_1/Z)$$
$$E(z_{-1}/Z) = \phi_1 E(z_0/Z)$$
$$E(z_{-2}/Z) = \phi_1 E(z_{-1}/Z)$$
$$E(z_{-3}/Z) = \phi_1 E(z_{-2}/Z)$$
$$E(z_{-4}/Z) = \phi_1 E(z_{-3}/Z) \quad (3.6)$$

เราทราบค่า $E(e_1/Z)$ จาก

$$E(e_n/Z) = \theta_1 E(e_{n+1}/Z) - \phi_1 E(z_{n+1}/Z) + z_n$$
$$= 0 - 0 + z_n$$
$$E(e_{n-1}/Z) = \theta_1 E(e_n/Z) - \phi_1 z_n + z_{n-1}$$
$$E(e_{n-2}/Z) = \theta_1 E(e_{n-1}/Z) - \phi_1 z_{n-1} + z_{n-2}$$
$$\vdots$$
$$E(e_1/Z) = \theta_1 E(e_2/Z) - \phi_1 z_2 + z_1$$

เมื่อทราบค่า $E(e_1/Z)$ แล้ว นำไปแทนค่าในสมการที่ (3.6) จะได้ค่า $E(z_0/Z), E(z_{-1}/Z)$ $E(z_{-2}/Z), E(z_{-3}/Z)$ และ $E(z_{-4}/Z)$ จากนั้นใช้สมการที่ (3.1) และ (3.4) คำนวณค่า $E(a_t/Z)$, $t = -4, -3, \ldots, n$ ได้ดังนี้

$$E(a_{-4}/Z) = \theta_1 E(a_{-5}/Z) - \phi_1 E(z_{-5}/Z) + E(z_{-4}/Z)$$
$$= 0 - 0 + E(z_{-4}/Z)$$
$$E(a_{-3}/Z) = \theta_1 E(a_{-4}/Z) - \phi_1 E(z_{-4}/Z) + E(z_{-3}/Z)$$
$$\vdots$$

$$E(a_n / Z) = \theta_1 E(a_{n-1} / Z) - \phi_1 z_{n-1} + z_n$$

3.2 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข

ในการหาตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข ต้องทำการประมาณค่า $E(a_t / \phi, \theta)$ สามารถหาได้ดังนี้

จากรูปแบบ ARMA(1,1)

$$a_t = \theta_1 a_{t-1} - \phi_1 z_{t-1} + z_t \quad (3.7)$$

เขียนในเทอมย้อนหลัง

$$e_t = \theta_1 e_{t+1} - \phi_1 z_{t+1} + z_t \quad (3.8)$$

$$E(e_t / Z) = 0 \qquad , t \leq 1 \quad (3.9)$$

และ

$$E(a_t / Z) = 0 \qquad , t \leq -5$$

$$E(z_t / Z) = z_t \qquad , t = 1,2,\ldots,n \quad (3.10)$$

นั่นคือ

$$E(z_1 / Z) = z_1$$
$$E(z_2 / Z) = z_2$$
$$\vdots$$
$$E(z_n / Z) = z_n$$

ค่า $E(z_0 / Z), E(z_{-1} / Z), E(z_{-2} / Z), E(z_{-3} / Z)$ และ $E(z_{-4} / Z)$ คำนวณได้จากสมการที่ (3.8) เมื่อ $t = 0, -1, \ldots, -4$

$$E(e_0 / Z) = \theta_1 E(e_1 / Z) - \phi_1 z_1 + E(z_0 / Z)$$
$$E(e_{-1} / Z) = \theta_1 E(e_0 / Z) - \phi_1 E(z_0 / Z) + E(z_{-1} / Z)$$
$$E(e_{-2} / Z) = \theta_1 E(e_{-1} / Z) - \phi_1 E(z_{-1} / Z) + E(z_{-2} / Z)$$
$$E(e_{-3} / Z) = \theta_1 E(e_{-2} / Z) - \phi_1 E(z_{-2} / Z) + E(z_{-3} / Z)$$

$$E(e_{-4}/Z) = \theta_1 E(e_{-3}/Z) - \phi_1 E(z_{-3}/Z) + E(z_{-4}/Z) \tag{3.11}$$

จากสมการที่ (3.9) จะได้

$$\begin{aligned} E(z_0/Z) &= \phi_1 z_1 \\ E(z_{-1}/Z) &= \phi_1 E(z_0/Z) \\ E(z_{-2}/Z) &= \phi_1 E(z_{-1}/Z) \\ E(z_{-3}/Z) &= \phi_1 E(z_{-2}/Z) \\ E(z_{-4}/Z) &= \phi_1 E(z_{-3}/Z) \end{aligned} \tag{3.12}$$

เมื่อทราบค่า $E(z_0/Z), E(z_{-1}/Z), E(z_{-2}/Z), E(z_{-3}/Z)$ และ $E(z_{-4}/Z)$ แล้ว จากนั้นใช้สมการที่ (3.7) และ (3.10) คำนวณค่า $E(a_t/Z)$, $t = -4, -3, ..., n$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E(a_{-4}/Z) &= \theta_1 E(a_{-5}/Z) - \phi_1 E(z_{-5}/Z) + E(z_{-4}/Z) \\ &= 0 - 0 + E(z_{-4}/Z) \\ E(a_{-3}/Z) &= \theta_1 E(a_{-4}/Z) - \phi_1 E(z_{-4}/Z) + E(z_{-3}/Z) \\ &\vdots \\ E(a_n/Z) &= \theta_1 E(a_{n-1}/Z) - \phi_1 z_{n-1} + z_n \end{aligned}$$

ภาคผนวก ข

ตารางที่ ข.1 แสดงค่าประมาณของ σ_a^2 สำหรับตัวแบบอนุกรมเวลา AR(1) , AR(2) , MA(1) , MA(2) และ ARMA(1,1)

ตัวแบบ	$\hat{\sigma}_a^2$
AR(1)	$\hat{\sigma}_a^2 = (1-\hat{\phi}_1 r_1)s^2$
AR(2)	$\hat{\sigma}_a^2 = (1-\hat{\phi}_1 r_1-\hat{\phi}_2 r_2)s^2$
MA(1)	$\hat{\sigma}_a^2 = \dfrac{s^2}{1-\hat{\theta}_1^2}$
MA(2)	$\hat{\sigma}_a^2 = \dfrac{s^2}{1-\hat{\theta}_1^2-\hat{\theta}_2^2}$
ARMA(1,1)	$\hat{\sigma}_a^2 = \dfrac{(1-\hat{\phi}_1^2)}{1-2\hat{\theta}_1\hat{\phi}_1+\hat{\theta}_1^2}s^2$

หมายเหตุ :

$$s^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n}(z_t-\bar{Z})^2}{n-1}$$

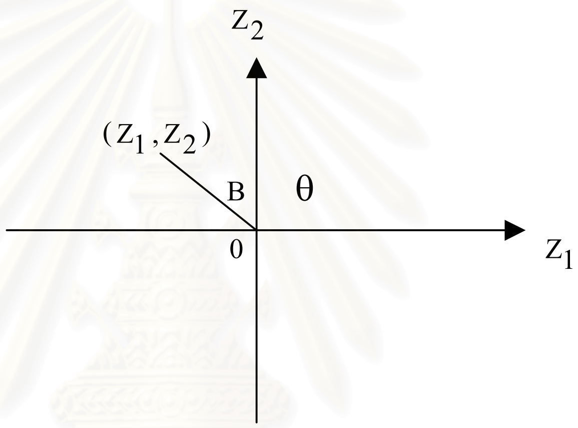
$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^{n}(z_t-\bar{Z})(z_{t-1}-\bar{Z})}{\sum_{t=1}^{n}(z_t-\bar{Z})^2}$$

$$r_2 = \frac{\sum_{t=3}^{n}(z_t-\bar{Z})(z_{t-2}-\bar{Z})}{\sum_{t=1}^{n}(z_t-\bar{Z})^2}$$

ภาคผนวก ค

การสร้างการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution)

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติใช้วิธีของ Box และ Muller (1985) โดยผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (N(0,1)) พร้อมกัน 2 ค่า และแต่ละค่าจะเป็นอิสระต่อกัน โดยใช้ตัวผลิต (Generator) Z_1 และ Z_2 พิจารณาดังรูปต่อไปนี้



พิจารณาจากรูปจะได้

$$Z_1 = B\cos(\theta) \tag{1}$$

$$Z_2 = B\sin(\theta) \tag{2}$$

เนื่องจาก $B = Z_1^2 + Z_2^2$ มีการแจกแจงแบบไคสแควร์ด้วยระดับความเป็นอิสระ 2 และเทียบเท่าการแจกแจงแบบเอกโปเนนเชียล มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2 โดยวิธีแปลงผกผัน (Inverse Transformations) สามารถสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอกโปเนนเชียลได้ดังนี้

$$B = (-2\ln R)^{1/2} \tag{3}$$

เมื่อ R เป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอในช่วง (0,1)

จากการสมมาตรของการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) จะได้ว่ามุม θ มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ ระหว่าง 0 ถึง 2π เรเดียน และมีรัศมี B กับมุม θ เป็นอิสระต่อกันจากสมการ (1)

(2) และ (3) เราสามารถสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานจากตัวเลขสุ่ม 2 ชุด R_1 และ R_2 กล่าวคือ

$$Z_1 = \left(-2\ln R_1\right)^{1/2}\cos\left(2\pi R_2\right)$$
$$Z_2 = \left(-2\ln R_1\right)^{1/2}\sin\left(2\pi R_2\right)$$

ซึ่ง R_1 และ R_2 เป็นตัวเลขสุ่มที่สร้างจากฟังก์ชัน FUNCTION RNUN(1,IX) เมื่อได้ตัวเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานแล้ว จะทำการแปลงตัวเลขสุ่มดังกล่าวโดยอาศัยฟังก์ชัน

$$EX_1 = \mu + \sigma Z_1$$
$$EX_2 = \mu + \sigma Z_2$$

ซึ่งจะได้ว่า EX_1 และ EX_2 มีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 $\left(EX_i \sim N(\mu,\sigma^2)\ ;\ i=1,2\right)$ โดยรายละเอียดโปรแกรมย่อยสรุปได้ดังนี้

```
      SUBROUTINE NORMAL(RMEAN,VAR,EX1)
      REAL ZONE,ZTWO
      EXTERNAL RNSET,RNUN,UMACH
      CALL UMACH(2,NOUT)
      SD=SQRT(VAR)
      PI=3.14159265358979
      CALL RNUN(1,RONE)
      CALL RNUN(1,RTWO)
      IF(KKK.EQ.1) GOTO 100
      ZONE=SQRT(-2*ALOG(RONE))*COS(2*PI*RTWO)
      ZTWO=SQRT(-2*ALOG(RONE))*SIN(2*PI*RTWO)
      EX1=ZONE*SD+RMEAN
      KKK=1
      GOTO 200
100   EX1=ZTWO*SD+RMEAN
```

```
      KKK=0
200   RETURN
      END
```

ภาคผนวก ง

ในส่วนนี้จะนำเสนอผลการทดลอง โดยทดลองในอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) , AR(2) , MA(1) และ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและ/หรือไม่คงที่ในความแปรปรวน ซึ่งไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ ซึ่งจะนำเสนอผลการทดลอง (บางกรณี) ด้วยตารางที่ ง.1 ถึง ง.12 สรุปผลได้ดังนี้

ในกรณีที่อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและ/หรือไม่คงที่ในความแปรปรวน ซึ่งไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ พบว่า

กรณีที่อนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน และอีกกรณีหนึ่งคืออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน ค่าประมาณพารามิเตอร์ของทุกตัวแบบมีค่าไม่ใกล้เคียงกับระดับของพารามิเตอร์ที่กำหนดขึ้น และค่า MSE หรือค่า AV.MSE มีค่าค่อนข้างสูง ซึ่งในทางปฏิบัติเมื่ออนุกรมเวลามีลักษณะไม่คงที่ (Nonstationary Time Series) ควรทำการแปลงข้อมูลอนุกรมนั้นให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

ตารางที่ ง.1 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1$) และค่า MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.4$		$\phi_1 = 0.6$		$\phi_1 = 0.8$	
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE
n = 50	ULSE	1.0208910	0.3855073	1.0210230	0.1772655	1.0222120	0.0494235
	CLSE	0.9997779	0.3597401*	0.9995364	0.1596456*	0.9981940	0.0393903*
	MLE	1.0337010	0.4015799	1.0338620	0.1882431	1.0352510	0.0554070
n = 80	ULSE	1.0129440	0.3757016	1.0131310	0.1706804	1.0137920	0.0457383
	CLSE	0.9997167	0.3596640*	0.9994382	0.1595613*	0.9987489	0.0395664*
	MLE	1.0208830	0.3854974	1.0211140	0.1773413	1.0219170	0.0492888
n = 120	ULSE	1.0084980	0.3702702	1.0086120	0.1669659	1.0093730	0.0438541
	CLSE	0.9997453	0.3596973*	0.9994959	0.1596047*	0.9988841	0.0395868*
	MLE	1.0137600	0.3767029	1.0139100	0.1713247	1.0148250	0.0461731

ตารางที่ ง.2 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1$) และค่า MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.4$		$\phi_1 = 0.6$		$\phi_1 = 0.8$	
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE
n = 50	ULSE	0.3890823	0.0183771	0.5845556	0.0148621	0.7807745	0.0093682*
	CLSE	0.3838732	0.0181384	0.5766857	0.0150105	0.7698522	0.0100580
	MLE	0.3808692	0.0178373*	0.5720162	0.0147223*	0.7631038	0.0097686
n = 80	ULSE	0.3928457	0.0119185	0.5900850	0.0093044	0.7865621	0.0056289*
	CLSE	0.3899334	0.0118501	0.5856234	0.0093808	0.7805489	0.0059057
	MLE	0.3877773	0.0117063*	0.5823966	0.0092630*	0.7759894	0.0058397
n = 120	ULSE	0.3905900	0.0075486	0.5926754	0.0060485	0.7858285	0.0039996*
	CLSE	0.3891270	0.0075421	0.5903768	0.0060833	0.7825753	0.0041561
	MLE	0.3872702	0.0074954*	0.5876018	0.0060435*	0.7789728	0.0041649

ตารางที่ ง.3 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1$) และค่า MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.4$		$\phi_1 = 0.6$		$\phi_1 = 0.8$	
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE
n = 50	ULSE	1.0174300	0.3815869	1.0253000	0.1813395	1.0269710	0.0521003
	CLSE	0.9969296	0.3567987*	1.0040370	0.1639444*	1.0138440	0.0466022*
	MLE	1.0297960	0.3975888	1.0384660	0.1931936	1.0412680	0.0589430
n = 80	ULSE	1.0114320	0.3740461	1.0165080	0.1736621	1.0199540	0.0485346
	CLSE	0.9953060	0.3546806*	0.9994669	0.1599133*	1.0024150	0.0413063*
	MLE	1.0201850	0.3850730	1.0253970	0.1813251	1.0300950	0.0531293
n = 120	ULSE	1.0033350	0.3640535	1.0069810	0.1657186	1.0092840	0.0438923
	CLSE	0.9971271	0.3566373*	1.0017680	0.1615609*	1.0060200	0.0425633*
	MLE	1.0068580	0.3684389	1.0112310	0.1693320	1.0137440	0.0458717

ตารางที่ ง.4 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$) ค่า MSE และค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.6$		$\phi_2 = 0.2$		AV.MSE	$\phi_1 = 0.8$		$\phi_2 = -0.5$		AV.MSE
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE	
n = 50	ULSE	1.7732040	7.4751108	-0.7737055	6.5222049	6.99866	1.4597270	0.4560284	-0.5031011	0.0163480	0.23619*
	CLSE	1.6704060	1.1637774	-0.6736985	0.7815229	0.97265*	1.5123910	0.5139553	-0.5460072	0.0082354	0.26110
	MLE	1.9810100	1.9430975	-0.9820503	1.4317676	1.68743	1.9261980	1.3440443	-0.9449381	0.2574457	0.80075
n = 80	ULSE	1.7075840	3.6497862	-0.7094342	3.0291935	3.33949	1.4806460	0.4874141	-0.5119758	0.0189811	0.25320*
	CLSE	1.7018360	1.2251775	-0.7040427	0.8284861	1.02683*	1.5150580	0.5153244	-0.5399597	0.0055172	0.26042
	MLE	1.9973570	1.9572280	-0.9987390	1.4414033	1.69932	1.9940960	1.4348499	-0.9930590	0.2496947	0.84227
n = 120	ULSE	1.6857510	1.4777303	-0.6895555	1.0563561	1.26704	1.5046230	0.5000176	-0.5264270	0.0035509	0.25178*
	CLSE	1.7154630	1.2511019	-0.7170774	0.8478868	1.04949*	1.5190510	0.5195051	-0.5378079	0.0037536	0.26163
	MLE	1.9970120	1.9548191	-0.9990263	1.4408967	1.69786	1.9987950	1.4371203	-0.9979277	0.2479462	0.84253

ตารางที่ ง.4 (ต่อ)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1=-0.6$		$\phi_2=0.1$		AV.MSE	$\phi_1=-0.8$		$\phi_2=-0.6$		AV.MSE
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE	
	ULSE	0.3265057	0.8802284	0.6156148	0.2830194	0.58162*	0.4172392	1.5022432	0.3907281	0.9974230	1.24983*
n = 50	CLSE	0.3478612	0.9159926	0.6242250	0.2921050	0.60405	0.4245886	1.5180252	0.4039824	1.0242620	1.27114
	MLE	0.5224059	1.8189052	0.3494577	0.6574461	1.23818	0.3954802	1.5249728	0.4110294	1.1234655	1.32422
	ULSE	0.3378852	0.8903231	0.6265689	0.2862045	0.58826*	0.4483973	1.5673235	0.4372115	1.0827018	1.32501*
n = 80	CLSE	0.3446309	0.9013541	0.6363186	0.2964685	0.59891	0.4542241	1.5808799	0.4455706	1.1001313	1.34051
	MLE	0.5356410	1.9583478	0.3800800	0.8176788	1.38801	0.3673677	1.3627474	0.6326774	1.5194937	1.44112
	ULSE	0.3366825	0.8846893	0.6373315	0.2951478	0.58992*	0.4579333	1.5875648	0.4505323	1.1077380	1.34765*
n = 120	CLSE	0.3393750	0.8891208	0.6449153	0.3033683	0.59624	0.4611812	1.5952080	0.4565492	1.1203640	1.35779
	MLE	0.5991655	2.1762588	0.3310126	0.8459300	1.51109	0.5934891	2.3052593	0.2708433	1.1454656	1.72536

ตารางที่ ง.5 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$) ค่า MSE และค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.6$		$\phi_2 = 0.2$		AV.MSE	$\phi_1 = 0.8$		$\phi_2 = -0.5$		AV.MSE
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE	
n = 50	ULSE	0.5842313	0.0229626	0.1647094	0.0219047	0.02243	0.7797123	0.0169951	-0.4744905	0.0170440	0.01702
	CLSE	0.5952203	0.0215739	0.1680026	0.0227083	0.02214*	0.7908515	0.0164715	-0.4882806	0.0167870	0.01663*
	MLE	0.5624276	0.0243942	0.1701314	0.0218222	0.02311	0.7589895	0.0174559	-0.4479498	0.0176123	0.01753
n = 80	ULSE	0.5843443	0.0153443	0.1799392	0.0146228	0.01498	0.7829894	0.0111702	-0.4839649	0.0104151	0.01079
	CLSE	0.5897439	0.0148294	0.1821160	0.0149206	0.01488	0.7888541	0.0108964	-0.4908999	0.0103685	0.01063*
	MLE	0.5717804	0.0151806	0.1820302	0.0135800	0.01438*	0.7704617	0.0114387	-0.4674014	0.0107188	0.01108
n = 120	ULSE	0.5932984	0.0096619	0.1826136	0.0099471	0.00980	0.7921076	0.0071857	-0.4909794	0.0078153	0.00750
	CLSE	0.5953369	0.0095486	0.1839867	0.0100514	0.00980	0.7951759	0.0071356	-0.4949372	0.0078218	0.00748*
	MLE	0.5858809	0.0095286	0.1826695	0.0095924	0.00956*	0.7842256	0.0072203	-0.4806115	0.0078094	0.00751

ตารางที่ ง.5 (ต่อ)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = -0.6$		$\phi_2 = 0.1$		AV.MSE	$\phi_1 = -0.8$		$\phi_2 = -0.6$		AV.MSE
		$\bar{\hat{\phi}}_1$	MSE	$\bar{\hat{\phi}}_2$	MSE		$\bar{\hat{\phi}}_1$	MSE	$\bar{\hat{\phi}}_2$	MSE	
	ULSE	-0.5702195	0.0238925	0.0793628	0.0207791	0.02234	-0.7719362	0.0166306	-0.5644715	0.0163584	0.01649
n = 50	CLSE	-0.5803979	0.0218309	0.0804293	0.0218068	0.02182	-0.7835148	0.0158104	-0.5806904	0.0154338	0.01562*
	MLE	-0.5526288	0.0238239	0.0836619	0.0187689	0.02130*	-0.7521150	0.0175071	-0.5349222	0.0181028	0.01780
	ULSE	-0.5884836	0.0154648	0.0823089	0.0136891	0.01458	-0.7837010	0.0102658	-0.5800459	0.0100087	0.01014
n = 80	CLSE	-0.5933508	0.0151093	0.0832027	0.0140611	0.01459	-0.7895080	0.0099575	-0.5882351	0.0096701	0.00981*
	MLE	-0.5774255	0.0152062	0.0849185	0.0128976	0.01405*	-0.7716165	0.0105515	-0.5615060	0.0106512	0.01060
	ULSE	-0.5896648	0.0098861	0.0884065	0.0090606	0.00947	-0.7892988	0.0066337	-0.5864677	0.0067412	0.00669
n = 120	CLSE	-0.5924538	0.0097073	0.0891203	0.0091945	0.00945	-0.7926829	0.0065396	-0.5914217	0.0066059	0.00657*
	MLE	-0.5826282	0.0098109	0.0897950	0.0087448	0.00928*	-0.7814254	0.0067237	-0.5742890	0.0069378	0.00683

ตารางที่ ง.6 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\bar{\hat{\phi}}_1, \bar{\hat{\phi}}_2$) ค่า MSE และค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.6$		$\phi_2 = 0.2$		AV.MSE	$\phi_1 = 0.8$		$\phi_2 = -0.5$		AV.MSE
		$\bar{\hat{\phi}}_1$	MSE	$\bar{\hat{\phi}}_2$	MSE		$\bar{\hat{\phi}}_1$	MSE	$\bar{\hat{\phi}}_2$	MSE	
n = 50	ULSE	1.5864160	1.2265086	-0.6011917	0.8572399	1.04187	1.4876200	0.4826348	-0.5263628	0.0088415	0.24574*
	CLSE	1.6802270	1.1863972	-0.6851534	0.8024904	0.99444*	1.5177340	0.5226235	-0.5497241	0.0092936	0.26596
	MLE	1.4335660	1.9233961	-0.4885327	1.7059148	1.81466	-0.2498784	1.3407475	1.3189880	3.6145239	2.47764
n = 80	ULSE	1.6881800	1.2004417	-0.6928173	0.8127478	1.00659*	1.5142860	0.5139051	-0.5377069	0.0057266	0.25982*
	CLSE	1.7000300	1.2219361	-0.7024621	0.8264569	1.02420	1.5190390	0.5208071	-0.5410326	0.0061334	0.26347
	MLE	1.2572560	2.1458930	-0.2772380	1.9839266	2.06491	-0.4298042	2.0208656	1.5123490	4.6036244	3.31225
n = 120	ULSE	1.7051650	1.2301271	-0.7080560	0.8329154	1.03152*	1.5113780	0.5103564	-0.5406442	0.0053441	0.25785*
	CLSE	1.7110160	1.2422973	-0.7126621	0.8409337	1.04162	1.5181170	0.5198574	-0.5459309	0.0059613	0.26291
	MLE	1.0112010	2.4989390	-0.0440116	2.3857863	2.44236	-0.0936353	1.1410796	1.1469610	3.1125661	2.12682

ตารางที่ ง.6 (ต่อ)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = -0.6$		$\phi_2 = 0.1$		AV.MSE	$\phi_1 = -0.8$		$\phi_2 = -0.6$		AV.MSE
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE	
	ULSE	0.3536460	0.9307161	0.6117543	0.2838399	0.60728*	0.4159295	1.4944433	0.4100920	1.0328586	1.26365*
n = 50	CLSE	0.3603046	0.9429114	0.6226919	0.2958793	0.61940	0.4213234	1.5064183	0.4195614	1.0525324	1.27948
	MLE	0.5395270	1.8666276	0.3409503	0.7226635	1.29465	0.3955477	1.5695301	0.3803281	1.1335844	1.35156
	ULSE	0.3348598	0.8813753	0.6417710	0.3009237	0.59115*	0.4224425	1.5059305	0.4235825	1.0585694	1.28225*
n = 80	CLSE	0.3385641	0.8878821	0.6521766	0.3122239	0.60005	0.4245106	1.5104472	0.4292142	1.0702464	1.29035
	MLE	0.5502843	1.9919583	0.3764650	0.8130252	1.40249	0.4716694	1.8211326	0.3270142	1.0881802	1.45466
	ULSE	0.3412618	0.8939325	0.6399187	0.2990691	0.59650*	0.4454233	1.5565679	0.4391694	1.0858983	1.32123*
n = 120	CLSE	0.3413192	0.8938510	0.6443275	0.3038478	0.59885	0.4461178	1.5580316	0.4423977	1.0925976	1.32531
	MLE	0.7241433	2.5352375	0.1947978	0.8756067	1.70542	0.4562986	1.6935585	0.3893511	1.1240396	1.40880

ตารางที่ ง.7 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1$) และค่า MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = 0.4$		$\theta_1 = 0.6$		$\theta_1 = 0.8$	
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE
n = 50	ULSE	-0.8080108	1.4640463	-0.9067090	2.2885847	-0.4875730	1.6934130
	CLSE	-0.7906219	1.4219148*	-0.7995656	1.9807742*	-0.4768694	1.6644723*
	MLE	-0.9236317	1.7554451	-0.9056423	2.2776698	-0.5731811	1.9389496
n = 80	ULSE	-0.7943305	1.4347122	-0.7631674	1.8865039	-0.5087104	1.7604972
	CLSE	-0.7790747	1.3968901*	-0.7640319	1.8863277*	-0.5045968	1.7497793*
	MLE	-0.8532751	1.5969720	-0.8776206	2.2065500	-0.6012403	2.0341770
n = 120	ULSE	-0.8404497	1.5442137	-0.8216681	2.0283075	-0.5975340	1.9569400
	CLSE	-0.8094126	1.4643752*	-0.8183694	2.0184796*	-0.5969256	1.9554156*
	MLE	-0.9582639	1.8454859	-0.9573771	2.4261130	-0.7502412	2.4108046

ตารางที่ ง.8 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\bar{\theta}_1$) และค่า MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = 0.4$		$\theta_1 = 0.6$		$\theta_1 = 0.8$	
		$\bar{\theta}_1$	MSE	$\bar{\theta}_1$	MSE	$\bar{\theta}_1$	MSE
n = 50	ULSE	0.4202845	0.0241283	0.6126853	0.0174798	0.8246243	0.0132451
	CLSE	0.4101830	0.0220159*	0.5973813	0.0156723*	0.7866827	0.0115626*
	MLE	0.3831513	0.0218618	0.5567093	0.0204904	0.7218676	0.0228987
n = 80	ULSE	0.4095395	0.0130602	0.6152328	0.0114865	0.8254573	0.0083668
	CLSE	0.4053316	0.0125600*	0.6060059	0.0101831*	0.8015534	0.0064614*
	MLE	0.3894936	0.0132570	0.5808158	0.0136538	0.7500534	0.0161182
n = 120	ULSE	0.4008524	0.0089074	0.6058884	0.0076393	0.8147920	0.0058337
	CLSE	0.3985814	0.0086553*	0.6013517	0.0071419*	0.8014403	0.0045035*
	MLE	0.3870880	0.0096350	0.5817396	0.0099732	0.7636485	0.0109980

ตารางที่ ง.9 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\overline{\hat{\theta}}_1$) และค่า MSE ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = 0.4$		$\theta_1 = 0.6$		$\theta_1 = 0.8$	
		$\overline{\hat{\theta}}_1$	MSE	$\overline{\hat{\theta}}_1$	MSE	$\overline{\hat{\theta}}_1$	MSE
n = 50	ULSE	-0.7136204	1.2528177	-0.6338323	1.5381400	-0.4464577	1.5840952
	CLSE	-0.7053614	1.2331995*	-0.6280052	1.5234049*	-0.4356149	1.5538159*
	MLE	-0.8546431	1.5861937	-0.7498447	1.8459001	-0.5245978	1.7981239
n = 80	ULSE	-0.7314209	1.2906671	-0.5882046	1.4275825	-0.4263033	1.5191444
	CLSE	-0.7255441	1.2772645*	-0.5864314	1.4230630*	-0.4238345	1.5128843*
	MLE	-0.8712369	1.6268845	-0.6578296	1.6067154	-0.5213254	1.7714343
n = 120	ULSE	-0.6844313	1.2171356	-0.6401407	1.5600995	-0.4707005	1.6356370
	CLSE	-0.6841973	1.2167225*	-0.6399030	1.5595183*	-0.4688398	1.6305475*
	MLE	-0.8007101	1.4846394	-0.7858602	1.9438293	-0.5858590	1.9525174

ตารางที่ ง.10 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$ ค่า MSE และค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยแต่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = 0.4$		$\theta_2 = 0.2$		AV.MSE	$\theta_1 = 0.5$		$\theta_2 = -0.2$		AV.MSE
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE	
n = 50	ULSE	-0.9730879	1.9402838	-0.5732458	0.6232458	1.28176	-0.8627494	2.1953631	-0.7408533	0.3341252	1.26474
	CLSE	-0.9364650	1.8225662	-0.5466775	0.5810309	1.20180*	-0.9171644	2.0676176	-0.6251673	0.1928864	1.18025
	MLE	-0.8489680	1.5799500	-0.8933595	1.2811951	1.43057	-0.8879370	1.9306102	-0.9478176	0.5738802	1.25225*
n = 80	ULSE	-1.0060370	2.0246103	-0.6417576	0.7628526	1.39373	-1.0063360	2.332551	-0.7430944	0.349224	1.34089
	CLSE	-1.0048900	2.0260426	-0.6030053	0.6775681	1.35181*	-0.9654645	2.252467	-0.6365561	0.304567	1.27852
	MLE	-0.9474739	1.8456312	-0.9939842	1.5098158	1.67772	-0.9569798	2.108832	-0.9618255	0.420838	1.26483*
n = 120	ULSE	-1.0666060	2.1694576	-0.6408598	0.7356131	1.45254	-1.0791600	2.5217590	-0.8032352	0.3945802	1.45817
	CLSE	-1.0687890	2.1809960	-0.6010973	0.6500708	1.41553*	-1.0508880	2.4304051	-0.7448638	0.3100419	1.37022
	MLE	-1.0014610	1.9849452	-1.0195860	1.52839978	1.75667	-0.9021162	2.0042380	-0.9708502	0.6228090	1.31352*

ตารางที่ ง.11 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$) ค่า MSE และค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยแต่ไม่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = 0.4$		$\theta_2 = 0.2$		AV.MSE	$\theta_1 = 0.5$		$\theta_2 = -0.2$		AV.MSE
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE	
n = 50	ULSE	0.3898762	0.0213846	0.1902934	0.0188310	0.02011	0.5174105	0.0229145	-0.2160051	0.0330387	0.02798
	CLSE	0.3750969	0.0195523	0.1848458	0.0186566	0.01910*	0.5111246	0.0218383	-0.2156057	0.0349535	0.02840
	MLE	0.3479892	0.0222009	0.1653357	0.0176633	0.01993	0.4825886	0.0186920	-0.1905323	0.0231234	0.02091*
n = 80	ULSE	0.4407314	0.0163403	0.1971209	0.0167082	0.01652	0.5257614	0.0182005	-0.2165418	0.0185620	0.01838
	CLSE	0.4323098	0.0152644	0.1937594	0.0164570	0.01586*	0.5219824	0.0180826	-0.2161617	0.0181834	0.01813
	MLE	0.4036002	0.0161323	0.1737942	0.0158604	0.01600	0.5087789	0.0143699	-0.2150705	0.0156681	0.01502*
n = 120	ULSE	0.4156655	0.0081179	0.1976938	0.0095510	0.00883	0.5221100	0.0104134	-0.2077537	0.0104445	0.01043
	CLSE	0.4121284	0.0078582	0.1966976	0.0093873	0.00862*	0.5204186	0.0102530	-0.2069083	0.0103220	0.01029
	MLE	0.3973719	0.0090179	0.1946789	0.0101048	0.00956	0.5089439	0.0093845	-0.2031000	0.0105849	0.00998*

ตารางที่ ง.12 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$) ค่า MSE และค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาไม่คงที่ในค่าเฉลี่ยและไม่คงที่ในความแปรปรวน และไม่ทำการแปลงข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนประมาณค่าพารามิเตอร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = 0.4$		$\theta_2 = 0.2$		AV.MSE	$\theta_1 = 0.5$		$\theta_2 = -0.2$		AV.MSE
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE	
n = 50	ULSE	1.5864160	1.2265086	-0.6011917	0.8572399	1.04187	1.4876200	0.4826348	-0.5263628	0.0088415	0.24574*
	CLSE	1.6802270	1.1863972	-0.6851534	0.8024904	0.99444*	1.5177340	0.5226235	-0.5497241	0.0092936	0.26596
	MLE	1.4335660	1.9233961	-0.4885327	1.7059148	1.81466	-0.2498784	1.3407475	1.3189880	3.6145239	2.47764
n = 80	ULSE	1.6881800	1.2004417	-0.6928173	0.8127478	1.00659*	1.5142860	0.5139051	-0.5377069	0.0057266	0.25982*
	CLSE	1.7000300	1.2219361	-0.7024621	0.8264569	1.02420	1.5190390	0.5208071	-0.5410326	0.0061334	0.26347
	MLE	1.2572560	2.1458930	-0.2772380	1.9839266	2.06491	-0.4298042	2.0208656	1.5123490	4.6036244	3.31225
n = 120	ULSE	1.7051650	1.2301271	-0.7080560	0.8329154	1.03152*	1.5113780	0.5103564	-0.5406442	0.0053441	0.25785*
	CLSE	1.7110160	1.2422973	-0.7126621	0.8409337	1.04162	1.5181170	0.5198574	-0.5459309	0.0059613	0.26291
	MLE	1.0112010	2.4989390	-0.0440116	2.3857863	2.44236	-0.0936353	1.1410796	1.1469610	3.1125661	2.12682

ภาคผนวก จ

ในส่วนนี้จะนำเสนอผลการทดลอง โดยทดลองในอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) , AR(2) , MA(1) และ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน ค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลา (μ) เท่ากับ 100 และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่ม (σ_a^2) เท่ากับ 10 และขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ ซึ่งจะนำเสนอผลการทดลองด้วยตารางที่ จ.1 ถึง จ.4 สรุปผลได้ดังนี้

ผลการทดลองในกรณีที่อนุกรมเวลาเป็นตัวแบบ AR(1) , AR(2) , MA(1) และ MA(2) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน ค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลา (μ) เท่ากับ 100 และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่ม (σ_a^2) เท่ากับ 10 และขนาดตัวอย่าง 6 ระดับ พบว่าวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า MSE หรือ AV.MSE ต่ำสุด สอดคล้องกับผลการทดลองในกรณีที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มเท่ากับ 1 ในทุกระดับของพารามิเตอร์ และทุกระดับของขนาดตัวอย่าง กล่าวคือ ขนาดของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มไม่มีผลต่อค่า MSE ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา

ตารางที่ จ.1 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (AR(1)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน และ $\sigma_a^2 = 10$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับพารามิเตอร์ (ϕ_1)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = 0.3$		$\phi_1 = 0.4$		$\phi_1 = 0.5$		$\phi_1 = 0.6$		$\phi_1 = 0.7$		$\phi_1 = 0.8$	
		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_1$	MSE
	ULSE	0.2574715	0.0270140	0.3589736	0.0255311	0.4523604	0.0244436*	0.5454003	0.0230712*	0.6381754	0.0214512*	0.7310029	0.0195855*
n = 40	CLSE	0.2509638	0.0264133	0.3496197	0.0252369	0.4405139	0.0246743	0.5308682	0.0239706	0.6205038	0.0231991	0.7090508	0.0224781
	MLE	0.2506197	0.0263031*	0.3494034	0.0251330*	0.4402136	0.0245351	0.5305784	0.0237632	0.6204540	0.0228655	0.7097620	0.0218622
	ULSE	0.2628593	0.0202320	0.3596122	0.0195464	0.4561684	0.0185508*	0.5524518	0.0172366*	0.6484746	0.0155782*	0.7443286	0.0136061*
n = 50	CLSE	0.2573986	0.0199359	0.3520728	0.0195359	0.4465309	0.0188752	0.5407031	0.0179505	0.6345405	0.0167610	0.7277868	0.0153967
	MLE	0.2573611	0.0198883*	0.3520620	0.0194641*	0.4465378	0.0187813	0.5406865	0.0178368	0.6344514	0.0166107	0.7276926	0.0151407
	ULSE	0.2749761	0.0168953	0.3707103	0.0161697	0.4705856	0.0148114*	0.5664779	0.0136041*	0.6619344	0.0122075*	0.7569767	0.0105719*
n = 60	CLSE	0.2706770	0.0167013	0.3648405	0.0161938	0.4620798	0.0148892	0.5560176	0.0140048	0.6493276	0.0130344	0.7417351	0.0120113
	MLE	0.2702214	0.0165942*	0.3642817	0.0160550*	0.4623344	0.0148588	0.5564458	0.0139050	0.6500093	0.0128173	0.7428709	0.0115644
	ULSE	0.2762972	0.0148107	0.3739485	0.0140160	0.4714230	0.0130073*	0.5686519	0.0118051*	0.6655487	0.0104417*	0.7620317	0.0089383*
n = 70	CLSE	0.2719941	0.0146563	0.3680362	0.0140122	0.4638509	0.0131873	0.5593563	0.0122096	0.6544286	0.0111127	0.7487925	0.0099585
	MLE	0.2722088	0.0146007*	0.3683954	0.0139377	0.4643835	0.0130866	0.5600844	0.0120702	0.6553634	0.0109247	0.7499915	0.0096790
	ULSE	0.2802955	0.0128655	0.3776743	0.0118019	0.4752149	0.0109217*	0.5726129	0.0098261*	0.6698574	0.0085297*	0.7668478	0.0070301*
n = 80	CLSE	0.2767904	0.0127412	0.3725250	0.0118149	0.4687087	0.0111038	0.5647168	0.0102179	0.6605026	0.0091668	0.7558929	0.0079518
	MLE	0.2766885	0.0127001*	0.3728041	0.0117524*	0.4690635	0.0109973	0.5651543	0.0100511	0.6610327	0.0089294	0.7564991	0.0076343
	ULSE	0.2863030	0.0080196	0.3847595	0.0075823	0.4830106	0.0070241*	0.5810572	0.0063213*	0.6789955	0.0054539*	0.7770049	0.0044207*
n = 120	CLSE	0.2839248	0.0079807	0.3815263	0.0075977	0.4789005	0.0071051	0.5760315	0.0064835	0.6729652	0.0057199	0.7697425	0.0048214
	MLE	0.2838720	0.0079593*	0.3814871	0.0075675*	0.4788918	0.0070653	0.5760809	0.0064305	0.6731355	0.0056439	0.7701876	0.0047039

ตารางที่ จ.2 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง (AR(2)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน และ $\sigma_a^2 = 10$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2)

ขนาดตัวอย่าง และ		$\phi_1 = 0.6$		$\phi_2 = 0.2$		AV.MSE	$\phi_1 = 0.8$		$\phi_2 = -0.5$		AV.MSE
วิธีการประมาณค่า		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE		$\hat{\phi}_1$	MSE	$\hat{\phi}_2$	MSE	
n = 40	ULSE	0.5217118	0.0407704	0.1196416	0.0282815	0.03453	0.7492628	0.0249091	-0.4781686	0.0188654	0.02189
	CLSE	0.5481026	0.0335985	0.1200250	0.0301794	0.03189*	0.7707568	0.0218193	-0.5032426	0.0182360	0.02003*
	MLE	0.4949527	0.0426370	0.1319268	0.0252813	0.03396	0.7219072	0.0277435	-0.4426126	0.0204026	0.02407
n = 50	ULSE	0.5415378	0.0295886	0.1350316	0.0229615	0.02628	0.7628930	0.0183491	-0.4788972	0.0154919	0.01692
	CLSE	0.5612229	0.0252009	0.1373521	0.0240304	0.02462*	0.7788728	0.0169953	-0.4988256	0.0151432	0.01607*
	MLE	0.5194630	0.0311236	0.1448148	0.0205329	0.02583	0.7411370	0.0197766	-0.4505024	0.0163920	0.01808
n = 60	ULSE	0.5492574	0.0232680	0.1498383	0.0186614	0.02096	0.7675387	0.0141115	-0.4803813	0.0130658	0.01359
	CLSE	0.5651170	0.0203744	0.1526212	0.0195484	0.01996*	0.7801923	0.0132981	-0.4963407	0.0128001	0.01305*
	MLE	0.5311081	0.0264897	0.1576381	0.0182163	0.02235	0.7495820	0.0151586	-0.4566573	0.0136512	0.01440
n = 70	ULSE	0.5596936	0.0200266	0.1510997	0.0171041	0.01857	0.7736471	0.0124720	-0.4885986	0.0107980	0.01164
	CLSE	0.5720732	0.0178648	0.1538421	0.0175346	0.01770*	0.7851627	0.0119154	-0.5031739	0.0107411	0.01133*
	MLE	0.5430809	0.0208322	0.1586233	0.0157323	0.01828	0.7579594	0.0132032	-0.4675309	0.0111456	0.01217
n = 80	ULSE	0.5602320	0.0167897	0.1646545	0.0138429	0.01532	0.7716849	0.0111513	-0.4853476	0.0092838	0.01022
	CLSE	0.5712946	0.0150202	0.1672648	0.0142610	0.01464*	0.7818664	0.0104385	-0.4973839	0.0091929	0.00982*
	MLE	0.5454516	0.0176497	0.1712503	0.0126876	0.01517	0.7577929	0.0119516	-0.4664994	0.0099689	0.01096
n = 120	ULSE	0.5771667	0.0096964	0.1714342	0.0092283	0.00946	0.7849025	0.0066314	-0.4914410	0.0067226	0.00668
	CLSE	0.5824000	0.0092081	0.1738683	0.0093687	0.00929*	0.7913721	0.0064378	-0.4998194	0.0067310	0.00658*
	MLE	0.5675103	0.0100313	0.1752859	0.0088142	0.00942	0.7759802	0.0068816	-0.4792795	0.0069132	0.00690

ตารางที่ จ.2 (ต่อ)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\phi_1 = -0.6$		$\phi_2 = 0.1$		AV.MSE	$\phi_1 = -0.8$		$\phi_2 = -0.6$		AV.MSE
		$\bar{\hat{\phi}}_1$	MSE	$\bar{\hat{\phi}}_2$	MSE		$\bar{\hat{\phi}}_1$	MSE	$\bar{\hat{\phi}}_2$	MSE	
	ULSE	-0.5856897	0.0312251	0.0474846	0.0259105	0.02857	-0.7641087	0.0207140	-0.5602679	0.0188843	0.01980
n = 40	CLSE	-0.6074379	0.0280212	0.0453755	0.0280750	0.02805	-0.7867258	0.0179535	-0.5893051	0.0164899	0.01722*
	MLE	-0.5579671	0.0307621	0.0602000	0.0227712	0.02677*	-0.7365954	0.0230034	-0.5205246	0.0227629	0.02288
	ULSE	-0.5885112	0.0246504	0.0570136	0.0214905	0.02307	-0.7747821	0.0160969	-0.5659896	0.0152638	0.01568
n = 50	CLSE	-0.6048210	0.0215674	0.0565009	0.0227798	0.02217	-0.7917681	0.0148570	-0.5888664	0.0139236	0.01439*
	MLE	-0.5673675	0.0242186	0.0662191	0.0191870	0.02170*	-0.7531131	0.0173470	-0.5341294	0.0177834	0.01757
	ULSE	-0.5944158	0.0191184	0.0630055	0.0177517	0.01844	-0.7798296	0.0131196	-0.5733605	0.0124788	0.01280
n = 60	CLSE	-0.6071762	0.0181101	0.0629004	0.0186948	0.01840	-0.7940841	0.0124110	-0.5926421	0.0116209	0.01202*
	MLE	-0.5757285	0.0188075	0.0716780	0.0161676	0.01749*	-0.7614084	0.0140002	-0.5459012	0.0142458	0.01412
	ULSE	-0.5944003	0.0168636	0.0658963	0.0149908	0.01593	-0.7808386	0.0118614	-0.5762767	0.0107516	0.01131
n = 70	CLSE	-0.6039345	0.0162080	0.0666374	0.0157048	0.01596	-0.7930439	0.0110797	-0.5930716	0.0099881	0.01053*
	MLE	-0.5791770	0.0165979	0.0725876	0.0138588	0.01523*	-0.7654636	0.0125826	-0.5530313	0.0122040	0.01239
	ULSE	-0.5992909	0.0144004	0.0691979	0.0129516	0.01368	-0.7851200	0.0094928	-0.5790667	0.0092570	0.00937
n = 80	CLSE	-0.6083907	0.0138347	0.0698018	0.0135100	0.01367	-0.7953609	0.0089215	-0.5931115	0.0086139	0.00877*
	MLE	-0.5853062	0.0141930	0.0757842	0.0121449	0.01317*	-0.7715700	0.0100091	-0.5583639	0.0104834	0.01025
	ULSE	-0.5971397	0.0089964	0.0790552	0.0082918	0.00864	-0.7905712	0.0058992	-0.5856392	0.0061690	0.00603
n = 120	CLSE	-0.6034825	0.0086500	0.0800096	0.0085075	0.00858	-0.7978635	0.0057027	-0.5960512	0.0058580	0.00578*
	MLE	-0.5875744	0.0090108	0.0839824	0.0079736	0.00849*	-0.7813736	0.0061004	-0.5712830	0.0066939	0.00640

ตารางที่ จ.3 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง (MA(1)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน และ $\sigma_a^2 = 10$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับพารามิเตอร์ (θ_1)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = 0.3$		$\theta_1 = 0.4$		$\theta_1 = 0.5$		$\theta_1 = 0.6$		$\theta_1 = 0.7$		$\theta_1 = 0.8$	
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE
	ULSE	0.3625147	0.0483787	0.4780318	0.0442720	0.5739855	0.0386554	0.6941013	0.0357007	0.8031511	0.0353187	0.8782661	0.0174336
n = 40	CLSE	0.3475809	0.0421583	0.4538022	0.0345817	0.5436095	0.0297052	0.6631637	0.0273935	0.7602924	0.0273730*	0.8204889	0.0170983*
	MLE	0.3035357	0.0283555*	0.3986911	0.0261887*	0.4792865	0.0270018*	0.5886890	0.0251504*	0.6724702	0.0332762	0.7054141	0.0390103
	ULSE	0.3566356	0.0302337	0.4640675	0.0308613	0.5818461	0.0379388	0.6811906	0.0336910	0.7850150	0.0284277	0.8346206	0.0152655
n = 50	CLSE	0.3459583	0.0270171	0.4486749	0.0267685	0.5582550	0.0297575	0.6506527	0.0266971	0.7442253	0.0213985*	0.7972900	0.0147664*
	MLE	0.3137216	0.0205840*	0.4075918	0.0213663*	0.4989782	0.0255069*	0.5807826	0.0243749*	0.6618403	0.0229436	0.7411948	0.0219464
	ULSE	0.3345495	0.0235587	0.4434929	0.0248003	0.5555193	0.0243101	0.6645562	0.0231123	0.7868065	0.0186907	0.8827871	0.0137263
n = 60	CLSE	0.3263047	0.0215180	0.4309390	0.0216940	0.5391589	0.0207260	0.6411821	0.0182735*	0.7487884	0.0121097*	0.8426838	0.0096654*
	MLE	0.3023222	0.0180627*	0.3979333	0.0187243*	0.4999600	0.0189097*	0.5955201	0.0193230	0.6813444	0.0181404	0.7526689	0.0175415
	ULSE	0.3337599	0.0193707	0.4404338	0.0199607	0.5386134	0.0182335	0.6692430	0.0203980	0.7570589	0.0160197	0.8656764	0.0095501
n = 70	CLSE	0.3265275	0.0176436	0.4297891	0.0174296	0.5248312	0.0161820*	0.6471493	0.0144210*	0.7287065	0.0120586*	0.8249830	0.0062398*
	MLE	0.3072155	0.0160661*	0.4035617	0.0164568*	0.4899722	0.0167811	0.6159281	0.0153131	0.6810756	0.0166209	0.7937537	0.0112839
	ULSE	0.3280184	0.0157485	0.4324595	0.0156115	0.5383546	0.0166106	0.6511588	0.0150960	0.7478747	0.0129067	0.8504529	0.0082257
n = 80	CLSE	0.3227221	0.0149538	0.4246616	0.0143677	0.5267277	0.0147240*	0.6358095	0.0128097*	0.7251927	0.0100609*	0.8167928	0.0062831*
	MLE	0.3046651	0.0133548*	0.4017129	0.0135625*	0.4964421	0.0149822	0.5977944	0.0133179	0.6821342	0.0134825	0.7692268	0.0160487
	ULSE	0.3184415	0.0097874	0.4214234	0.0094563	0.5221660	0.0086379	0.6311744	0.0076818	0.7313979	0.0072917	0.8345206	0.0063430
n = 120	CLSE	0.3148975	0.0093181	0.4163669	0.0088425*	0.5156519	0.0081446*	0.6223210	0.0068635*	0.7170042	0.0060878*	0.8126156	0.0049694*
	MLE	0.3033410	0.0089986*	0.4019538	0.0092291	0.4958263	0.0095626	0.5997248	0.0086383	0.6901641	0.0096973	0.7755930	0.0101161

ตารางที่ จ.4 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าประมาณพารามิเตอร์ ($\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ (AV.MSE) ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง (MA(2)) เมื่ออนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน และ $\sigma_a^2 = 10$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = 0.4$		$\theta_2 = 0.2$		AV.MSE	$\theta_1 = 0.5$		$\theta_2 = -0.2$		AV.MSE
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE	
n = 40	ULSE	0.4957744	0.0328562	0.1739440	0.0385811	0.03572	0.5507024	0.0390574	-0.1324194	0.0484797	0.04377
	CLSE	0.4632078	0.0232153	0.1685513	0.0369362	0.03008	0.5335861	0.0354018	-0.1268873	0.0428579	0.03913
	MLE	0.3894570	0.0215827	0.1163305	0.0235926	0.02259*	0.4789539	0.0257726	-0.0836632	0.0291380	0.02746*
n = 50	ULSE	0.5024709	0.0367337	0.1738689	0.0170780	0.02691	0.5416158	0.0286019	-0.1358100	0.0358732	0.03224
	CLSE	0.4769667	0.0302653	0.1676223	0.0181051	0.02419	0.5301213	0.0268406	-0.1343447	0.0328098	0.02983
	MLE	0.4180292	0.0253048	0.1159080	0.0163208	0.02081*	0.4852436	0.0245375	-0.0989122	0.0236211	0.02408*
n = 60	ULSE	0.4935850	0.0264643	0.1408193	0.0194646	0.02296	0.5258241	0.0204308	-0.1430613	0.0235858	0.02201
	CLSE	0.4716665	0.0214362	0.1323589	0.0199163	0.02068	0.5156313	0.0193872	-0.1401598	0.0230524	0.02122
	MLE	0.4324372	0.0176425	0.0985670	0.0195718	0.01861*	0.4831453	0.0170368	-0.0924668	0.0226027	0.01982*
n = 70	ULSE	0.4928822	0.0237292	0.1670950	0.0141552	0.01894	0.5178022	0.0180276	-0.1484791	0.0219876	0.02001
	CLSE	0.4715343	0.0196859	0.1580641	0.0136181	0.01665	0.5093635	0.0172797	-0.1461100	0.0211349	0.01921
	MLE	0.4381126	0.0181777	0.1136230	0.0128104	0.01549*	0.4797459	0.0155863	-0.1005103	0.0192540	0.01742*
n = 80	ULSE	0.4733792	0.0182088	0.1424981	0.0134415	0.01583	0.5188925	0.0157567	-0.1427142	0.0173789	0.01657
	CLSE	0.4602447	0.0158025	0.1369087	0.0134942	0.01465*	0.5114540	0.0150322	-0.1411548	0.0166834	0.01586*
	MLE	0.4259231	0.0139312	0.0992790	0.0157315	0.01483	0.4848205	0.0140484	-0.0969197	0.0183281	0.01619
n = 120	ULSE	0.4682887	0.0127343	0.1308370	0.0109090	0.01182	0.5010175	0.0091956	-0.1407925	0.0129469	0.01107
	CLSE	0.4601393	0.0114655	0.1277244	0.0110273	0.01125*	0.4961078	0.0090798	-0.1397257	0.0127212	0.01090*
	MLE	0.4332748	0.0101088	0.0896047	0.0156633	0.01289	0.4757507	0.0089455	-0.0981436	0.0154009	0.01217

ตารางที่ จ.4 (ต่อ)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = -0.5$		$\theta_2 = 0.2$			$\theta_1 = -0.5$		$\theta_2 = -0.3$		
		$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE	AV.MSE	$\hat{\theta}_1$	MSE	$\hat{\theta}_2$	MSE	AV.MSE
	ULSE	-0.5709984	0.0380640	0.1404487	0.0224009	0.03023	-0.5010830	0.0388021	-0.2455512	0.0474349	0.04312
n = 40	CLSE	-0.5246602	0.0219325	0.1454439	0.0199697	0.02095	-0.4854881	0.0375517	-0.2337777	0.0430414	0.04030*
	MLE	-0.4799428	0.0204414	0.1327677	0.0147176	0.01758*	-0.4130886	0.0339503	-0.1167836	0.0500161	0.04198
	ULSE	-0.5563282	0.0248388	0.1637140	0.0203628	0.02260	-0.5082014	0.0272100	-0.2504682	0.0373089	0.03226
n = 50	CLSE	-0.5262545	0.0229354	0.1533459	0.0206408	0.02179	-0.4976642	0.0260928	-0.2428729	0.0347372	0.03042*
	MLE	-0.4916190	0.0207618	0.1282716	0.0171315	0.01895*	-0.4400950	0.0249540	-0.1424519	0.0378434	0.03140
	ULSE	-0.5404206	0.0240660	0.1389353	0.0190129	0.02154	-0.4947045	0.0204378	-0.2335353	0.0274952	0.02397
n = 60	CLSE	-0.5136515	0.0184932	0.1334703	0.0185818	0.01854*	-0.4853550	0.0199416	-0.2267729	0.0265096	0.02323*
	MLE	-0.4775751	0.0196536	0.1030309	0.0196034	0.01963	-0.4361759	0.0211868	-0.1377494	0.0373317	0.02926
	ULSE	-0.5512807	0.0146791	0.1645862	0.0137567	0.01422	-0.4978799	0.0181261	-0.2399672	0.0220081	0.02007
n = 70	CLSE	-0.5306630	0.0129380	0.1531740	0.0120324	0.01249*	-0.4909095	0.0186244	-0.2342273	0.0213760	0.02000*
	MLE	-0.4955809	0.0138238	0.1222543	0.0122988	0.01306	-0.4421759	0.0189023	-0.1452069	0.0325440	0.02572
	ULSE	-0.5432484	0.0115031	0.1568027	0.0104994	0.01100	-0.4914176	0.0142402	-0.2256925	0.0196726	0.01696*
n = 80	CLSE	-0.5246924	0.0098174	0.1492841	0.0107149	0.01027*	-0.4857028	0.0142382	-0.2209921	0.0197737	0.01701
	MLE	-0.4969578	0.0114286	0.1180126	0.0122053	0.01182	-0.4440236	0.0162308	-0.1415076	0.0324381	0.02433
	ULSE	-0.5521032	0.0096028	0.1387960	0.0099055	0.00975	-0.4895860	0.0094279	-0.2248435	0.0152498	0.01234*
n = 120	CLSE	-0.5422728	0.0084701	0.1355024	0.0100890	0.00928*	-0.4856955	0.0093558	-0.2220642	0.0153312	0.01234
	MLE	-0.5198224	0.0086051	0.1015827	0.0132877	0.01095	-0.4479132	0.0111450	-0.1425567	0.0292955	0.02022

ตารางที่ จ.4 (ต่อ)

ขนาดตัวอย่าง และ วิธีการประมาณค่า		$\theta_1 = -0.5$		$\theta_2 = 0.2$		AV.MSE	$\theta_1 = -0.5$		$\theta_2 = -0.3$		AV.MSE
		$\bar{\hat{\theta}}_1$	MSE	$\bar{\hat{\theta}}_2$	MSE		$\bar{\hat{\theta}}_1$	MSE	$\bar{\hat{\theta}}_2$	MSE	
n = 40	ULSE	-0.5709984	0.0380640	0.1404487	0.0224009	0.03023	-0.5010830	0.0388021	-0.2455512	0.0474349	0.04312
	CLSE	-0.5246602	0.0219325	0.1454439	0.0199697	0.02095	-0.4854881	0.0375517	-0.2337777	0.0430414	0.04030*
	MLE	-0.4799428	0.0204414	0.1327677	0.0147176	0.01758*	-0.4130886	0.0339503	-0.1167836	0.0500161	0.04198
n = 50	ULSE	-0.5563282	0.0248388	0.1637140	0.0203628	0.02260	-0.5082014	0.0272100	-0.2504682	0.0373089	0.03226
	CLSE	-0.5262545	0.0229354	0.1533459	0.0206408	0.02179	-0.4976642	0.0260928	-0.2428729	0.0347372	0.03042*
	MLE	-0.4916190	0.0207618	0.1282716	0.0171315	0.01895*	-0.4400950	0.0249540	-0.1424519	0.0378434	0.03140
n = 60	ULSE	-0.5404206	0.0240660	0.1389353	0.0190129	0.02154	-0.4947045	0.0204378	-0.2335353	0.0274952	0.02397
	CLSE	-0.5136515	0.0184932	0.1334703	0.0185818	0.01854*	-0.4853550	0.0199416	-0.2267729	0.0265096	0.02323*
	MLE	-0.4775751	0.0196536	0.1030309	0.0196034	0.01963	-0.4361759	0.0211868	-0.1377494	0.0373317	0.02926
n = 70	ULSE	-0.5512807	0.0146791	0.1645862	0.0137567	0.01422	-0.4978799	0.0181261	-0.2399672	0.0220081	0.02007
	CLSE	-0.5306630	0.0129380	0.1531740	0.0120324	0.01249*	-0.4909095	0.0186244	-0.2342273	0.0213760	0.02000*
	MLE	-0.4955809	0.0138238	0.1222543	0.0122988	0.01306	-0.4421759	0.0189023	-0.1452069	0.0325440	0.02572
n = 80	ULSE	-0.5432484	0.0115031	0.1568027	0.0104994	0.01100	-0.4914176	0.0142402	-0.2256925	0.0196726	0.01696*
	CLSE	-0.5246924	0.0098174	0.1492841	0.0107149	0.01027*	-0.4857028	0.0142382	-0.2209921	0.0197737	0.01701
	MLE	-0.4969578	0.0114286	0.1180126	0.0122053	0.01182	-0.4440236	0.0162308	-0.1415076	0.0324381	0.02433
n = 120	ULSE	-0.5521032	0.0096028	0.1387960	0.0099055	0.00975	-0.4895860	0.0094279	-0.2248435	0.0152498	0.01234*
	CLSE	-0.5422728	0.0084701	0.1355024	0.0100890	0.00928*	-0.4856955	0.0093558	-0.2220642	0.0153312	0.01234
	MLE	-0.5198224	0.0086051	0.1015827	0.0132877	0.01095	-0.4479132	0.0111450	-0.1425567	0.0292955	0.02022

ภาคผนวก ฉ

ในส่วนนี้จะนำเสนอผลลัพธ์ของการทดสอบความแตกต่างของค่า MSE หรือค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาแบบ AR(1) , AR(2) , MA(1) , MA(2) และ ARMA(1,1) โดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance) ผลการทดสอบจะแสดงค่าสถิติทดสอบเอฟ F ซึ่งจะนำเสนอผลการทดสอบเฉพาะกรณีที่อนุกรมเวลาคงที่ในค่าเฉลี่ยและคงที่ในความแปรปรวน แสดงได้ดังตารางที่ ฉ.1 ถึง ฉ.5 สรุปผลดังนี้

1. ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง AR(1)

ในทุกระดับของพารามิเตอร์ ϕ_1 และทุกระดับของขนาดตัวอย่าง พบว่า ค่าสถิติทดสอบเอฟ F ในการทดสอบความแตกต่างของค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05 นั่นคือ ค่า MSE ของทุกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีค่าไม่แตกต่างกัน ซึ่งไม่ว่าจะใช้วิธีการใดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ ก็จะได้ค่า MSE ที่ไม่แตกต่างกัน

2. ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง AR(2)

ในทุกระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) และทุกระดับของขนาดตัวอย่าง พบว่า ค่าสถิติทดสอบเอฟ F ในการทดสอบความแตกต่างของค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05 ยกเว้นในกรณีค่า (ϕ_1, ϕ_2) เท่ากับ (-0.8,-0.6) ค่าสถิติทดสอบเอฟ F มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05 เกือบทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

3. ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง MA(1)

ในเกือบทุกระดับของพารามิเตอร์ θ_1 และเกือบทุกระดับของขนาดตัวอย่าง พบว่า ค่าสถิติทดสอบเอฟ F ในการทดสอบความแตกต่างของค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05

4. ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่สอง MA(2)

ในเกือบทุกระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) และเกือบทุกระดับของขนาดตัวอย่าง พบว่า ค่าสถิติทดสอบเอฟ F ในการทดสอบความแตกต่างของค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05 ยกเว้นในกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n = 120) และอีกกรณีหนึ่งที่ค่า (θ_1, θ_2) เท่ากับ (-0.5,-0.3) ค่าสถิติทดสอบเอฟ F มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05 เกือบทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

5. ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่หนึ่ง ARMA(1,1)

ในเกือบทุกระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) และทุกระดับของขนาดตัวอย่าง พบว่า ค่าสถิติทดสอบเอฟ F ในการทดสอบความแตกต่างของค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05 ยกเว้นในกรณีที่ค่า (ϕ_1, θ_1) เท่ากับ (-0.6,-0.2) ค่าสถิติทดสอบเอฟ F มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05 เกือบทุกระดับของขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ ฉ.1 แสดงค่าสถิติทดสอบเอฟ F ของการทดสอบความแตกต่างของค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1)

ขนาดตัวอย่าง	ระดับของพารามิเตอร์ ϕ_1					
	$\phi_1 = 0.3$	$\phi_1 = 0.4$	$\phi_1 = 0.5$	$\phi_1 = 0.6$	$\phi_1 = 0.7$	$\phi_1 = 0.8$
n = 50	0.0395348	0.0023197	0.0328233	0.1832026	0.5693004	1.5049840
n = 60	0.0682682	0.0158581	0.0027138	0.0806643	0.3722921	1.2523420
n = 70	0.0261205	0.0044659	0.0202146	0.1178587	0.3858609	1.0455220
n = 80	0.0192827	0.0034914	0.0290614	0.1516753	0.4890859	1.3530870
n = 100	0.0149515	0.0037155	0.0191105	0.0926055	0.2835549	0.7363318
n = 120	0.0074831	0.0018931	0.0146516	0.0671861	0.2106503	0.5826064

หมายเหตุ : ค่าสถิติทดสอบเอฟ F ทุกค่า ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05

ตารางที่ ฉ.2 แสดงค่าสถิติทดสอบเอฟ F ของการทดสอบความแตกต่างของค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2)

ขนาดตัวอย่าง	ระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2)			
	(0.6 , 0.2)	(0.8 , -0.5)	(-0.6 , 0.1)	(-0.8 , -0.6)
n = 50	0.9347504	2.1227500	0.7021043	<u>5.8396460</u>
n = 60	0.9700188	1.6842990	0.5991250	<u>4.1047600</u>
n = 70	0.4303540	0.9300609	0.4841652	<u>3.9719640</u>
n = 80	0.4580633	2.0141240	0.3370921	<u>4.5475680</u>
n = 100	0.3730622	1.0850920	0.1053650	2.0103880
n = 120	0.0694797	0.3706723	0.0504196	1.8111110

หมายเหตุ : ค่าสถิติทดสอบเอฟ F ที่ขีดเส้นใต้ มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05

ตารางที่ ฉ.3 แสดงค่าสถิติทดสอบเอฟ F ของการทดสอบความแตกต่างของค่า MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1)

ขนาดตัวอย่าง	ระดับของพารามิเตอร์ θ_1					
	$\theta_1 = 0.3$	$\theta_1 = 0.4$	$\theta_1 = 0.5$	$\theta_1 = 0.6$	$\theta_1 = 0.7$	$\theta_1 = 0.8$
n = 50	<u>11.245690</u>	<u>13.135050</u>	<u>8.4659150</u>	<u>6.8873200</u>	<u>3.8010480</u>	<u>4.9982060</u>
n = 60	<u>7.4789450</u>	<u>6.6423450</u>	1.5295620	<u>9.9223280</u>	<u>3.7941670</u>	<u>3.7779950</u>
n = 70	<u>6.1343160</u>	<u>2.2004140</u>	1.5124030	<u>3.8988250</u>	<u>7.0149040</u>	<u>4.6482240</u>
n = 80	1.2154180	1.0837220	1.7253980	<u>4.2835760</u>	<u>15.9193200</u>	<u>3.0526230</u>
n = 100	0.9654860	0.3564800	0.7587847	<u>3.0555520</u>	<u>19.9008200</u>	<u>28.688540</u>
n = 120	0.7043586	0.4439443	1.4762570	<u>12.3109300</u>	<u>22.9936900</u>	<u>47.467330</u>

หมายเหตุ : ค่าสถิติทดสอบเอฟ F ที่ขีดเส้นใต้ มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05

ตารางที่ ฉ.4 แสดงค่าสถิติทดสอบเอฟ F ของการทดสอบความแตกต่างของค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2)

ขนาดตัวอย่าง	ระดับของพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2)			
	(0.4 , 0.2)	(0.5 , -0.2)	(-0.5 , 0.2)	(-0.5 , -0.3)
n = 50	1.8616360	1.9326250	2.9148330	0.9703300
n = 60	2.3676020	1.7427170	0.6728002	<u>9.4972030</u>
n = 70	2.9677530	1.5954070	0.8335413	<u>22.731900</u>
n = 80	1.6358920	0.4696110	0.8087687	<u>29.689680</u>
n = 100	1.3421990	2.2807610	<u>3.6495280</u>	<u>63.595320</u>
n = 120	<u>5.0547130</u>	<u>3.6623740</u>	<u>11.6086300</u>	<u>89.205960</u>

หมายเหตุ : ค่าสถิติทดสอบเอฟ F ที่ขีดเส้นใต้ มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05

ตารางที่ ฉ.5 แสดงค่าสถิติทดสอบเอฟ F ของการทดสอบความแตกต่างของค่า AV.MSE ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1)

ขนาดตัวอย่าง	ระดับของพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1)				
	(0.7 , 0.1)	(0.2 , 0.6)	(0.7 , -0.3)	(-0.5 , 0.5)	(-0.6 , -0.2)
n = 50	1.2538240	0.2957867	0.0581901	0.1928195	<u>6.4625830</u>
n = 60	0.3347746	0.0661401	0.1490020	0.9854090	<u>10.084910</u>
n = 70	0.2914028	0.2419922	0.1710901	0.3550033	<u>10.173530</u>
n = 80	0.2051593	0.3987530	0.0565647	0.7276933	<u>5.2319330</u>
n = 100	0.2352042	0.0006278	0.1819886	0.1180550	2.9301200
n = 120	0.0180952	0.0209628	0.0282842	0.1704161	0.9842873

ภาคผนวก ช

คุณสมบัติของกระบวนการสเตชันนารี (Stationary) และอินเวอร์ติเบิล (Invertible)

คุณสมบัติของกระบวนการสเตชันนารี

สเตชันนารีจะเป็นคุณสมบัติของตัวแบบ AR(p) ซึ่งเป็นคุณสมบัติที่ทำให้ $E(z_t)$ และ $V(z_t)$ คงที่ และ $Cov(z_t, z_{t-k})$ จะขึ้นกับ lag k อย่างเดียว การพิจารณาว่าค่าพารามิเตอร์ $\phi_1,...,\phi_p$ ใดที่จะทำให้ตัวแบบ AR เป็นสเตชันนารีจะทำได้โดย

1) จากตัวแบบ AR(p)

$$z_t = K + \phi_1 z_{t-1} + ... + \phi_p z_{t-p} + a_t$$

หรือ

$$z_t - \phi_1 z_{t-1} - ... - \phi_p z_{t-p} = K + a_t$$

จะเขียนตัวแบบในเทอมของตัวดำเนินการถอยหลังเวลา (Backward Shift Operator) ได้เป็น

$$(1 - \phi_1 B - ... - \phi_p B^p) z_t = K + a_t$$

2) หาคำตอบของสมการ $1 - \phi_1 B - ... - \phi_p B^p = 0$ จะได้ค่าของ B จำนวน p ค่า จะเลือกค่า B เพียงหนึ่งค่าที่อยู่นอก unit circle นั่นคือ $|B|$ ต้องมีค่ามากกว่า 1 เงื่อนไขดังกล่าวของ B จะเป็นเงื่อนไขของสเตชันนารี

<u>ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง AR(1)</u>

ต้องการหาค่า ϕ_1 ในตัวแบบ AR(1) ที่ทำให้ตัวแบบเป็นสเตชันนารี โดยจากตัวแบบ

$$z_t = K + \phi_1 z_{t-1} + a_t$$

หรือ

$$(1 - \phi_1 B) z_t = K + a_t$$

คำตอบที่ได้จากการแก้สมการ $1 - \phi_1 B = 0$ คือ $B = 1/\phi_1$ ซึ่งตัวแบบจะเป็นสเตชันนารีถ้า $|B| > 1$ นั่นคือ $|\phi_1| < 1$

<u>ตัวแบบอัตตสัมพันธ์อันดับที่สอง AR(2)</u>

ต้องการหาค่า ϕ_1 และ ϕ_2 ในตัวแบบ AR(1) ที่ทำให้ตัวแบบเป็นสเตชันนารี โดยจากตัวแบบ

$$z_t = K + \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + a_t$$

หรือ

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2) z_t = K + a_t$$

คำตอบที่ได้จากการแก้สมการ $1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 = 0$ หรือ $\phi_2 B^2 + \phi_1 B - 1 = 0$ คือ

$$B = \frac{-\phi_1 \pm \sqrt{\phi_1^2 + 4\phi_2}}{2\phi_2}$$

สำหรับ $|B|$ ที่มีค่ามากกว่า 1 จะมีเพียงค่าเดียว นั่นคือกรณี $\phi_1 + \phi_2 < 1$, $\phi_2 - \phi_1 < 1$ และ $|\phi_2| < 1$

คุณสมบัติของกระบวนการอินเวอร์ติเบิล

อินเวอร์ติเบิลจะเป็นคุณสมบัติของตัวแบบ MA(q) ซึ่งเป็นคุณสมบัติที่ทำให้หาค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ a_t ในเทอมของ $z_t, z_{t-1}, \ldots$ ได้ การพิจารณาว่าค่าพารามิเตอร์ $\theta_1, \ldots, \theta_q$ ใดที่จะทำให้ตัวแบบ MA(q) เป็นอินเวอร์ติเบิลจะทำได้โดย

1) จากตัวแบบ MA(q)

$$z_t = K + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q}$$

หรือ

$$z_t = K + (1 - \theta_1 B - \ldots - \theta_q B^q) a_t$$

2) หาคำตอบของสมการ $1 - \theta_1 B - \ldots - \theta_q B^q = 0$ จะได้ค่าของ B จำนวน q ค่า จะเลือก B เพียงหนึ่งค่าที่อยู่นอก unit circle นั่นคือ $|B|$ มีค่ามากกว่า 1 ซึ่ง B ที่มีค่าดังกล่าวจะเป็นเงื่อนไขของอินเวอร์ติเบิล

จะเห็นว่าคุณสมบัติของ $\theta_1,...,\theta_q$ ที่ทำให้ตัวแบบ MA(q) เป็นอินเวอร์ติเบิลจะเป็นทำนองเดียวกันกับคุณสมบัติของ $\phi_1,...,\phi_p$ ที่ทำให้ตัวแบบ AR(p) เป็นสเตชันนารี เช่น สำหรับตัวแบบ MA(1) $|\theta_1|<1$ จะทำให้ตัวแบบ MA(1) เป็นอินเวอร์ติเบิล และตัวแบบ MA(2) $\theta_1+\theta_2<1$, $\theta_2-\theta_1<1$ และ $|\theta_2|<1$ จะทำให้ตัวแบบ MA(2) เป็นอินเวอร์ติเบิล

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายวราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล เกิดวันที่ 25 มกราคม พ.ศ. 2520 ที่เขตพระนคร กรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิทยาศาสตรบัณฑิต เกียรตินิยมอันดับ 1 สาขาวิชาสถิติประยุกต์ ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ในปีการศึกษา 2540 และสำเร็จการศึกษาปริญญาตรีบริหารธุรกิจบัณฑิต สาขาวิชาการตลาด มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ในปีการศึกษา 2543

จากนั้นเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรสถิติศาสตรมหาบัณฑิต ที่จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ พ.ศ. 2542 ปัจจุบันรับราชการสังกัดภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์