

การออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่เหมาะสมโดยคำนึงถึงการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่าน  
ใบจักรด้วยวิธีแคลคูลัสของการแปรผัน



นางสาวณัฐนันท์ ทรัพย์สามารถ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)  
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)  
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2560

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
**CHULALONGKORN UNIVERSITY**

Design of optimum contra-  
rotating propellers with slipstream contraction by using calculus of variations method



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering Program in Mechanical Engineering

Department of Mechanical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2017

Copyright of Chulalongkorn University



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
**CHULALONGKORN UNIVERSITY**

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่เหมาะสมโดย  
คำนึงถึงการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักรด้วยวิธี  
แคลคูลัสของการแปรผัน

โดย

นางสาวณัฐนันท์ ทรัพย์สามารถ

สาขาวิชา

วิศวกรรมเครื่องกล

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

ดร.เชิดพันธ์ วิฑูราภรณ์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน  
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

.....คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์  
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ เตชวรสินสกุล)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ  
(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ไชยะภินันท์)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก  
(ดร.เชิดพันธ์ วิฑูราภรณ์)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรศักดิ์ เพิ่มทรัพย์ทวี)

CHULALONGKORN UNIVERSITY

ณัฐนันท์ ทรัพย์สามารถ : การออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่เหมาะสมโดยคำนึงถึงการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักรด้วยวิธีแคลคูลัสของการแปรผัน (Design of optimum contra-rotating propellers with slipstream contraction by using calculus of variations method) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ดร.เชิดพันธ์ วิฑูราภรณ์, หน้า.

วิทยานิพนธ์นี้ได้แสดงการคำนวณหารูปร่างชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามโดยใช้ทฤษฎี lifting line และวิธีแคลคูลัสของการแปรผันเพื่อหาลักษณะชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่เหมาะสมภายใต้สภาวะการทำงานที่กำหนด ชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามจะถูกคำนวณภายใต้เงื่อนไขที่ไม่มีวัตถุใดมาขวางกั้นและของไหลที่ไหลเข้าสู่ชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามจะมีทิศทางความเร็วเฉพาะตามแนวแกนหมุนของชุดใบจักรและมีขนาดเท่ากันตลอดพื้นที่หน้าตัด นอกจากนี้ยังได้รวมเอาผลกระทบเนื่องจากการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักรเข้ามารวมไว้ในการคำนวณด้วย เพื่อกำหนดขนาดใบจักรใบหลังให้พอดีกับขนาดพื้นที่หน้าตัดของของไหลที่ลดลงและได้ใช้ประโยชน์ความเร็วของของไหลในทิศทางตามแนวเส้นสัมผัสที่ไหลออกจากใบจักรใบหน้าเพื่อสร้างแรงผลัก

ผลการคำนวณจะถูกแปลงเป็นรูปร่างใบจักรในสามมิติและนำมาทดสอบผลด้วยวิธีพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณหรือ CFD ซึ่งจากการวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่ได้แสดงให้เห็นว่าผลลัพธ์จากการคำนวณควรมีการปรับค่าความเร็วของของไหลที่ปรากฏบนใบจักรแต่ละใบ เนื่องจากความเร็วของไหลที่ไหลเข้าสู่ชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามจะถูกเหนี่ยวนำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงก่อนถึงใบจักรใบหน้าและเกิดการไหลแบบปั่นป่วนระหว่างใบจักรใบหน้าและใบหลัง ตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรแต่ละใบจึงถูกกำหนดขึ้นและนำมาปรับใช้ในการคำนวณ ผลจากการทดลองปรับเปลี่ยนและทดสอบผลด้วย CFD ทำให้ได้ค่าตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่เหมาะสมซึ่งสามารถสรุปอยู่ในรูปแบบสมการที่ขึ้นกับตัวแปร advance ratio และสัมประสิทธิ์แรงผลัก ตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่สรุปได้นี้ทำให้ผลลัพธ์จากการคำนวณและผลลัพธ์ที่ได้จาก CFD มีความสอดคล้องกัน

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล

ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล

ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก .....

ปีการศึกษา 2560

# # 5770160221 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING

KEYWORDS: CONTRA-ROTATING PROPELLER / LIFTING LINE / SLIPSTREAM  
CONTRACTION

NATTANUN SUBSAMART: Design of optimum contra-rotating propellers with slipstream contraction by using calculus of variations method. ADVISOR: CHIRDPUN VITTOORAPORN, Ph.D., pp.

This thesis shows the calculation and design method of contra-rotating propellers, which is based on lifting line theory and the calculus of variation procedure to find the optimum contra-rotating propellers under given conditions. The optimum contra-rotating propellers are calculated under conditions that there is no obstruction in front of propellers and propellers themselves are exposed to the axial uniform flow. The effect of slipstream contraction is also included in the calculation procedure to find the proper size of aft propeller that matched with the contraction area of the flow and to make use of the tangential flow that flows out from fore propeller to generate thrust.

The calculation results are then converted to the actual three-dimensional model of contra-rotating propellers which are tested by using CFD method. The analysis results from calculation and CFD show that the inflow velocity that appears on each propeller need to be adjusted from the initial calculation. This is because the inflow velocity is induced and resulted in inflow velocity modification before approaching the propellers and also because of the wake flow that occurs between fore and aft propellers. In order to find the correct value of inflow velocity that appears on each propeller, the inflow velocity factors are assumed and applied in the calculation. Results from applying inflow velocity factor in the calculation are tested by CFD. The appropriate values of inflow velocity factors are expressed in the empirical formulas which are the function of advance ratio and thrust coefficient. By including the inflow velocity factors in the calculation, results obtained are then conformed to those obtained from CFD.

Department: Mechanical Engineering Student's Signature .....

Field of Study: Mechanical Engineering Advisor's Signature .....

Academic Year: 2017

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ อาจารย์ ดร.เชิดพันธ์ วิฑูราภรณ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณที่ท่านได้ให้ความช่วยเหลือและคำปรึกษาในการทำ วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดา-มารดา ที่ได้ให้กำลังใจ ความช่วยเหลือ และสนับสนุนแก่ผู้วิจัยเสมอมา ประโยชน์และคุณค่าอันใดที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบ เป็นกตัญญูบูชาคุณแต่ บิดา-มารดา ครูอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

ณัฐนันท์ ทรัพย์สามารถ



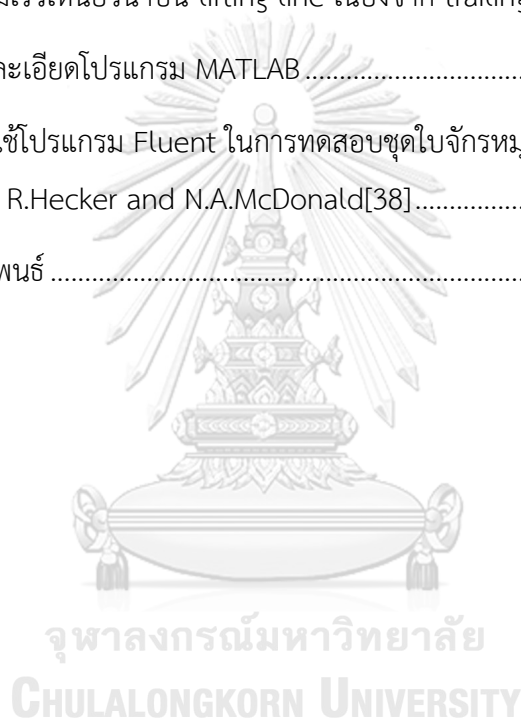


## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
คำอธิบายสัญลักษณ์.....	ญ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์.....	1
1.2 การศึกษางานวิจัยที่ผ่านมา.....	2
1.2.1 ทฤษฎีและการวิเคราะห์สมรรถนะใบจักรใบเดี่ยว.....	2
1.2.2 การวิเคราะห์สมรรถนะชุดใบจักรหมุนสวนตรงข้าม (contra-rotating propellers).....	5
1.2.3 การวิเคราะห์การลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร (slipstream contraction).....	7
1.3 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์.....	9
1.4 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์.....	10
1.5 ขั้นตอนดำเนินงานวิทยานิพนธ์.....	10
1.6 ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์.....	10
บทที่ 2 ทฤษฎี.....	12
2.1 ทฤษฎี Lifting Line.....	12
2.2 ความเร็วเหนียวนำบน lifting line.....	14
2.3 ความเร็วเหนียวนำโดยเฉลี่ยที่ตำแหน่งใดๆ.....	16
2.4 ความเร็วเหนียวนำเนื่องจากคัมใบจักร.....	19
2.5 การลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร (slipstream contraction).....	21

2.6 การพิจารณาการกระจายตัวของ circulation ที่เหมาะสม ด้วยวิธีแคลคูลัสของการแปรผัน (Calculus of Variation).....	24
บทที่ 3 การออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม.....	27
3.1 ขั้นตอนการพิจารณาออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม .....	27
3.2 ความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line เมื่อคำนึงถึงการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร..	30
3.3 ความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ยที่ตำแหน่งใดๆเมื่อคำนึงถึงการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร.....	35
3.4 ความเร็วเหนี่ยวนำบนชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม .....	38
3.5 การพิจารณาการกระจายตัวที่เหมาะสมของ circulation ของชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม ด้วยวิธีแคลคูลัสของการแปรผัน .....	44
3.6 การพิจารณาขนาดรูปร่างของพื้นที่หน้าตัด airfoil ของใบจักร.....	45
บทที่ 4 การวิเคราะห์ผลด้วยโปรแกรม CFD.....	48
4.1 ขอบเขตของไหล .....	48
4.2 การสร้าง Mesh ขอบเขตของไหล .....	49
4.3 การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของของไหล.....	55
4.4 วิธีการวิเคราะห์ที่ใช้โปรแกรม CFD.....	55
บทที่ 5 ผลลัพธ์การคำนวณและการวิเคราะห์ด้วย CFD.....	61
5.1 ผลการคำนวณ .....	61
5.2 ผลการวิเคราะห์ด้วย CFD.....	68
5.3 การวิเคราะห์ความแตกต่างระหว่างผลการคำนวณและผลการวิเคราะห์จาก CFD.....	71
5.3.1.ตัวประกอบการคูณค่า tangent ของมุม pitch ของเส้น free vortex .....	76
5.3.2.ตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร .....	82
บทที่ 6 บทสรุป ปัญหาที่พบ และข้อเสนอแนะ.....	103
6.1 บทสรุป.....	103

6.2 ปัญหาที่พบ .....	104
6.3 ข้อเสนอแนะ .....	105
.....	108
รายการอ้างอิง.....	108
ภาคผนวก .....	112
ภาคผนวก ก. ความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line เนื่องจาก trailing free vortex .....	113
ภาคผนวก ข. รายละเอียดโปรแกรม MATLAB .....	118
ภาคผนวก ค. การใช้โปรแกรม Fluent ในการทดสอบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่ได้จาก การศึกษาของ R.Hecker and N.A.McDonald[38] .....	144
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ .....	150



## คำอธิบายสัญลักษณ์

$A_p$	พื้นที่ภาพฉายของใบจักร (projected area) [m <sup>2</sup> ]
$c$	ความยาว chord [m]
$C_D$	สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน $= \frac{2D}{\rho c V^*{}^2}$
$c_l$	สัมประสิทธิ์แรงยก $= \frac{2L}{\rho c V^*{}^2}$
$C_T$	สัมประสิทธิ์แรงผลัก $= \frac{2T}{\rho \pi R_f^2 V_a^2}$
$d$	ระยะห่างระหว่างใบจักรใบหน้าและใบหลัง [m]
$D$	แรงเสียดทาน [N]
$D_p$	เส้นผ่านศูนย์กลางใบจักร [m]
$F$	แรงลัพท์บนใบจักร [N]
$G$	สัมประสิทธิ์ค่า circulation (circulation coefficient) $= \frac{\Gamma}{2\pi R V_a}$
$H$	Auxiliary Function
$J$	Advance ratio $= \frac{2\pi V_a}{\omega D_{p,f}}$
$K_T$	สัมประสิทธิ์แรงผลักของใบจักร $= \frac{T}{\rho n^2 D_p^4}$
$K_Q$	สัมประสิทธิ์แรงบิดของใบจักร $= \frac{T}{\rho n^2 D_p^5}$
$L$	แรงยก [N]
$p$	ระยะ pitch [m]
$P_0$	ความดันสถิตย์ (static pressure) ตรงตำแหน่งแกนเพลลาของใบจักร [Pa]
$P_v$	ความดันไอ (Vapor pressure) ของของไหล [Pa]
$q$	อัตราส่วนของแรงบิดใบหลังและใบหน้า
$Q$	แรงบิด [Nm]
$R$	รัศมีของใบจักร [m]
$r_c$	ตำแหน่งตามแนวรัศมีของ control point [m]
$r_h$	รัศมีของดุมใบจักร [m]

$r_v$	ตำแหน่งตามแนวรัศมีของ vortex point [m]
$Re_D$	เรย์โนลด์นัมเบอร์สำหรับชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม $= \frac{V_a D_{p,f}}{\nu}$
$S$	ระยะห่างระหว่าง control point กับตำแหน่ง circulation [m]
$T$	แรงผลัก [N]
$u_a$	ความเร็วเหนี่ยวนำตามแนวแกนเนื่องจากตัวใบจักรเอง [m/s]
$u_t$	ความเร็วเหนี่ยวนำตามแนวเส้นรอบวงเนื่องจากตัวใบจักรเอง [m/s]
$u'_a$	ความเร็วเหนี่ยวนำตามแนวแกนเนื่องจากตัวใบจักรอีกใบ [m/s]
$u'_t$	ความเร็วเหนี่ยวนำตามแนวเส้นรอบวงเนื่องจากตัวใบจักรอีกใบ [m/s]
$V_a$	ความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรตามแนวแกน (axial) [m/s]
$V^*$	ความเร็วลัพท์ของของไหลบนใบจักร [m/s]
$w_p$	ตัวประกอบการคูณค่า tangent ของมุม pitch ของเส้น free vortex
$w_v$	ตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรตามแนวแกน
$x_h$	อัตราส่วนของรัศมีของดุมใบจักรและรัศมีของใบจักรใบหน้า
$z$	ระยะตามแนวแกน (axial) [m]
$Z$	จำนวนใบ blade ของใบจักร
$\alpha$	มุม angle of attack (มุมระหว่างเส้น nose-tail line ของพื้นที่หน้าใบจักร และความเร็วลัพท์ของของไหลบนใบจักร) [rad]
$\beta_i$	มุม pitch ของความเร็วลัพท์ของของไหลบนใบจักร [rad]
$\rho$	ความหนาแน่นของของไหล [ $\text{kg/m}^3$ ]
$\sigma_0$	ค่า cavitation number
$\tau_c$	ค่า thrust loading coefficient
$\Gamma$	ค่า circulation ของ bound vortex [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]
$\Gamma_f$	ค่า circulation ของ free vortex [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]
$\omega$	ความเร็วรอบของใบจักร [rad/s]
$\lambda_t$	ตัวแปร Lagrange Multiplier สำหรับเงื่อนไขแรงผลัก
$\lambda_q$	ตัวแปร Lagrange Multiplier สำหรับเงื่อนไขแรงบิด

- f ตัวแปรสำหรับใบจักรใบหน้า
- r ตัวแปรสำหรับใบจักรใบหลัง



## บทที่ 1

### บทนำ

#### 1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์

ในระบบการขับเคลื่อนของเรือ ใบจักรถือเป็นส่วนประกอบสำคัญในการสร้างแรงผลัก โดยส่งผ่านกำลังที่ได้รับจากเครื่องยนต์ไปเพิ่มความเร็วให้กับของไหลที่ใบจักรนั้นจมอยู่ ความแตกต่างระหว่างความเร็วของของไหลที่อยู่บริเวณพื้นผิวด้านหน้าและด้านหลังของใบจักรก่อให้เกิดเกิดความต่างความดันบนใบจักร เกิดเป็นแรงผลักดันใบจักรและเรือให้เคลื่อนที่ไป

ในการศึกษาการทำงานของใบจักรใบเดียวโดยทั่วไป จะพบว่ามีส่วนงานส่วนหนึ่งที่ต้องสูญเสียไป ซึ่งมีสาเหตุมาจากสิ่งเหล่านี้

1. สูญเสียไปกับความเค้นเฉือนเนื่องจากความหนืดของของไหล (viscous force)
2. สูญเสียเนื่องจากเสียความต่างความดันที่ปลายใบ (tip loss)
3. สูญเสียเนื่องจากการเกิด hub vortex ที่คุมของใบจักร (hub loss) และ
4. สูญเสียไปกับความเร็วในแนว tangential ให้กับของไหล (rotational loss)

ด้วยสาเหตุดังกล่าวจึงมีงานศึกษาต่างๆ ในการหาวิธีที่จะลดการสูญเสียเหล่านั้นโดยการติดตั้งอุปกรณ์เสริมเข้าไป เช่น การติดตั้งครีบนาคเล็กบริเวณคูด้านหลังใบจักร เพื่อลดความรุนแรงของ hub vortex การติดตั้ง duct ครอบใบจักรหรือติดตั้งแผ่น plate ที่บริเวณปลายใบจักรเพื่อลด tip loss การเพิ่มใบจักรที่หมุนในทิศตรงกันข้าม, การติดตั้ง vane wheel หรือการติดตั้งแผ่นครีbstator บริเวณด้านหลังใบจักรเพื่อลดการเกิด rotational loss และเพิ่มแรงผลักให้กับระบบขับเคลื่อน

การเพิ่มใบจักรที่มีการหมุนในทิศตรงกันข้ามอีกใบ ซึ่งในที่นี้จะเรียกว่าชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามหรือ contra-rotating propellers เป็นวิธีหนึ่งที่น่าสนใจ เพราะสามารถเพิ่มประสิทธิภาพได้มากกว่าการติดตั้งอุปกรณ์เสริมประเภทอื่นที่มีจุดประสงค์ในการเพิ่มประสิทธิภาพเหมือนกัน โดยสามารถเพิ่มประสิทธิภาพได้มากถึง 10% [1]เมื่อเทียบกับการใช้ใบจักรเพียงใบเดียว ซึ่งหลักการของ contra-rotating propellers จะใช้ใบจักรใบหลังที่มีทิศการหมุนตรงข้ามกับใบแรกในการสร้างความเร็วเหนียวนำเพื่อมาหักล้างความเร็วในแนว tangential ของของไหลที่ไหลมาจากใบจักรใบแรก ทำให้ของไหลที่ไหลผ่านใบจักรใบแรกมีลักษณะใกล้เคียงกับการไหลตามทฤษฎี momentum theory ซึ่งเป็นขอบเขตสูงสุดของประสิทธิภาพใบจักร

การใช้ contra-rotating propellers ต้องมีการออกแบบที่เหมาะสม เพื่อให้สามารถลดการสูญเสียเนื่องจาก rotational loss ให้ได้มากที่สุด และยังสามารถให้สมรรถนะได้ตามเงื่อนไขที่กำหนดในการศึกษานี้จะพัฒนาวิธีการออกแบบ contra-rotating propeller โดยใช้ทฤษฎี lifting line ร่วมกับการใช้วิธีแคลคูลัสของการแปรผัน (calculus of variation) เพื่อหารูปปร่างใบจักรที่เหมาะสม (optimum contra-rotating propellers) นอกจากนี้ การศึกษานี้ยังคำนึงถึงผลการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักรหรือ slipstream contraction เพื่อให้การหาความเร็วเหนี่ยวนำ (induced velocity) ที่เกิดขึ้นบนใบจักรมีความแม่นยำมากขึ้น โดยเฉพาะใบจักรใบหลังที่ต้องทำงานใน slipstream ที่เกิดขึ้นจากใบจักรใบหน้า

## 1.2 การศึกษางานวิจัยที่ผ่านมา

การศึกษางานวิจัยที่ผ่านมาที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์และออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามสามารถแบ่งออกเป็นหัวข้อย่อยได้ดังนี้

### 1.2.1 ทฤษฎีและการวิเคราะห์สมรรถนะใบจักรใบเดี่ยว

การวิเคราะห์การทำงานของใบจักรเริ่มต้นด้วยทฤษฎี momentum theory โดย Rankine[2] ทฤษฎีนี้กำหนดให้ตัวใบจักรถูกแทนที่ด้วยแผ่นดิสก์บางและมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับใบจักร ภายใต้สมมติฐานที่ว่าแผ่นดิสก์นี้เปรียบเสมือนใบจักรที่มีจำนวนใบเป็นอนันต์ ทำให้ของไหลที่ได้รับกำลังจากใบจักรมีความเร็วเพิ่มขึ้นในแนว axial เท่านั้น และไม่เกิดการสูญเสียพลังงานเนื่องจากแรงเสียดทานใดๆ แรงกระทำบนแผ่นดิสก์จึงเกิดจากการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของของไหลที่ไหลเข้าและไหลออกจากแผ่นดิสก์ ต่อมาทฤษฎีนี้ถูกพัฒนาต่อโดย R.E. Froude[3] โดยกำหนดให้ของไหลที่ไหลผ่านแผ่นดิสก์เกิดกระแสไหลวนได้ ทำให้รูปแบบการไหลใกล้เคียงกับของจริงมากขึ้น แต่ทฤษฎีนี้ก็ยังไม่สามารถอธิบายหรือใช้ออกแบบรูปร่างของใบจักรได้

W.Froude[4] ได้คิดทฤษฎี blade element theory โดยพิจารณาพื้นที่หน้าตัดของใบจักรที่ตำแหน่งต่างๆตามแนวรัศมีซึ่งมีหน้าตัดเป็นรูป airfoil ความเร็วลัพธ์ของของไหลและมุมที่ความเร็วลัพธ์นั้นกระทำกับใบจักรในแต่ละหน้าตัดจะถูกใช้เข้ามาคำนวณหาแรงผลักและแรงบิด แต่การคำนวณแรงด้วยวิธีนี้ยังต้องอาศัยค่าสัมประสิทธิ์แรงยกและสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ได้จากทดลองให้ของไหลไหลผ่าน airfoil ที่รูปร่างและขนาดต่างๆ ทฤษฎี blade element theory ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับรูปร่างใบจักรแต่ยังไม่สามารถทำนายสมรรถนะของใบจักรได้ถูกต้องมากนัก

Burrill[5] ได้นำแนวคิด momentum theory และ blade element theory นำมาใช้ร่วมกันเกิดเป็น strip theory กล่าวคือ พื้นที่ของไหลจะถูกแบ่งเป็นรูปวงแหวนที่มีความหนาค่าหนึ่งตาม



แนวรัศมี แรงผลักและแรงบิดที่เกิดขึ้นในพื้นที่รูปวงแหวนนี้ที่ได้จากทฤษฎี momentum theory และ blade element theory จะถูกจับนำมาเท่ากัน เพื่อหาตัวแปรที่ไม่ทราบค่าด้วยวิธีการคำนวณซ้ำ (iteration) จากนั้นแทนตัวแปรเหล่านั้นกลับลงในสมการ momentum theory หรือ blade element theory เพื่อหาแรงผลักและแรงบิด ทฤษฎีนี้ใช้ได้ดีในกรณีที่ใบจักรมีภาระปานกลาง (moderately loaded propeller) แต่ในช่วงที่มีภาระสูง (เช่นที่ค่า advance ratio ต่ำ) หรือภาระต่ำ (เช่นที่ค่า advance ratio สูง) กลับใช้ทำนายได้ไม่ดีนัก

หลังจากนั้นได้มีผู้ที่ศึกษาโดยใช้ vortex theory และ circulation ที่กระจายอยู่บน vortex line เพื่อหาแรงยกบนวัตถุที่จมอยู่ในของไหลนั้นๆ อันเป็นที่มาของ Lifting Line Theory เริ่มจาก Lanchester ได้ตีพิมพ์หนังสือนำเสนอความสัมพันธ์ของ circulation และแรงยกบนปีกเครื่องบิน โดยได้กล่าวถึง free vortex ซึ่งเป็น vortex ที่ทำให้เกิดกระแสของอากาศบริเวณด้านหลังปีกเครื่องบิน โดย free vortex นี้จะต้องเชื่อมกับ vortex ที่อยู่บนปีกเครื่องบิน (หรือในปัจจุบันเรียก รวมกันว่า horse-shoe vortex) และในขณะเดียวกัน Kutta ได้เสนอความคิดที่ว่า circulation และแรงยกบนปีกเครื่องบินมีความสัมพันธ์กันแต่ยังไม่สามารถแสดงออกมาในเชิงปริมาณได้ ซึ่งต่อมาความคิดนี้ได้ถูกพัฒนาต่อโดย Joukowski และสามารถสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงยกและ circulation ได้ ความสัมพันธ์นี้เป็นที่รู้จักกันในชื่อ Kutta-Joukowski Theorem

Prandtl ได้พัฒนาแนวความคิดของการใช้ circulation เพื่อหาแรงยกบนปีกเครื่องบิน โดยใช้เส้นตรงหนึ่งเส้นที่เรียกว่า lifting line เป็นตัวแทนของปีกเครื่องบินและมีความยาวเท่ากับความยาวของปีกเครื่องบิน และกำหนดให้มี horse-shoe vortex เป็นจำนวนอนันต์กระจายตัวตลอดความยาวของ lifting line horse-shoe vortex แต่ละชุดจะประกอบด้วย bound vortex จำนวนหนึ่งเส้นและ free vortex จำนวนสองเส้น ซึ่ง bound vortex line จะวางอยู่ในแนวเดียวกับ lifting line และปลายทั้งสองของ bound vortex line จะมี free vortex line วางตัวในทิศทางเดียวกับ downstream และมีความยาวไปสิ้นสุดที่ระยะอนันต์ เมื่อมองดู bound vortex line ที่เชื่อมกับ free vortex line ที่ปลายสองข้างจะดูคล้ายรูปเกือกม้าจึงถูกเรียกว่า horse-shoe vortex

Kawada[6] ได้ศึกษาหาความเร็วของของไหลบนใบจักรโดยใช้ lifting line theory และ Biot-Savart Law โดยกำหนดให้ bound vortex มีค่าคงที่ตลอดตามแนวรัศมี ทำให้ free vortex มีค่าเป็นศูนย์ (ตามหลัก Kelvin's theorem และ Stokes' theorem ที่แสดงให้เห็นว่า free vortex ที่ตำแหน่งใดๆจะมีค่าเท่ากับความแตกต่างของ bound vortex ที่ตกคร่อมตรงตำแหน่งนั้น) ยกเว้นบริเวณปลายและโคนใบจักรทำให้เกิด tip vortex และ hub vortex ตามลำดับ

Lerbs[7] ได้พัฒนาผลศึกษาของ Kawada เพิ่มเติม โดยกำหนดให้ bound vortex มีค่าไม่คงที่ตามแนวรัศมี ทำให้มี free vortex ตลอดตามแนวรัศมี เกิดเป็น free vortex sheet ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับของไหลที่ไหลผ่านใบจักรมากขึ้น นอกจากนี้ยังกำหนดให้ free vortex ที่เกิดขึ้นมานี้มี

ลักษณะเป็นเส้นเกลียวที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางและระยะ pitch คงที่ตลอดตามแนว downstream ภายใต้ข้อสมมติฐานที่ว่าใบจักรทำงานที่ภาระปานกลาง (moderate load) Lerbs ได้ใช้ข้อกำหนด Betz condition และ normal condition ในการหา circulation ที่เหมาะสมและความเร็วเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้น

Eckhardt และ Morgan[8] ได้แสดงวิธีการหาขนาดพื้นที่หน้าตัดใบจักรซึ่งเป็นรูป airfoil แบบชนิด NACA16 และ NACA66 ส่วนการกระจายตัวของภาระบนใบจักรตามแนวรัศมีหาจากวิธีของ Lerbs และ Kramer's diagram เพื่อเลือกความหนา, camber และความยาว chord ของพื้นที่หน้าตัด airfoil เนื่องจากขนาด airfoil ที่เลือกใช้เป็นผลจากการทดลอง airfoil ในการไหลแบบสองมิติ จึงมีการใช้ค่า correction factor เพื่อปรับขนาด airfoil สำหรับการไหลในสามมิติ โดยได้เลือกใช้ค่า correction factor ที่ได้จากการศึกษาของ Ludwig & Ginzler และ Lerbs สำหรับปรับค่า camber/chord และระยะ pitch ตามลำดับ นอกจากนี้ยังมี Hill[9], van Manen & van Lammeren[10], Burrill[11] ที่ได้แสดงวิธีการออกแบบใบจักร ซึ่งใช้วิธีการออกแบบในทำนองเดียวกันแต่มีความแตกต่างในการกำหนดค่ามุม pitch เริ่มต้นของใบจักรและค่า correction factor สำหรับปรับแก้ camber และระยะ pitch

เนื่องจากการที่มีวิธีการใช้ค่า correction factor ที่ต่างกัน ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้แตกต่างกัน ดังนั้น Morgan et al.[12] จึงคิดวิธีหาค่า correction factor โดยเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากวิธี lifting surface โดยอ้างอิงผลการศึกษาของ Cheng[13] และ Kerwin & Leopold[14] วิธี lifting surface จะคล้ายกับวิธี lifting line กล่าวคือแทนที่จะให้ bound vortex กระจายบนเฉพาะเส้นตรงหนึ่งเส้นที่ใช้แสดงถึงใบหนึ่งใบของใบจักรตามแบบวิธี lifting line แต่ในวิธี lifting surface จะให้ bound vortex กระจายทั่วพื้นผิวของใบจักร และอาจมีการกำหนด source และ sink เพื่อแสดงความหนาของใบจักร ดังนั้นค่า circulation ที่อยู่บน bound vortex จึงต้องมีค่ากระจายทั้งในแนว spanwise (ตามแนวความยาวของใบจักร) และ chordwise (ตามแนวความกว้างของใบจักร) การหาค่า correction factor ด้วยวิธีของ Morgan ได้กำหนดไว้ว่าผลรวมของ circulation ที่กระจายในแนว chordwise ณ ตำแหน่งรัศมีใดๆจะต้องมีค่าเท่ากับ circulation บน lifting line ณ ตำแหน่งรัศมีนั้นๆ อีกทั้งยังกำหนดด้วยว่าขนาดรัศมีและระยะ pitch ของ free vortex ทั้งวิธี lifting surface และ lifting line จะต้องมีความเท่ากัน ผลการคำนวณจากทั้งวิธี lifting line และ lifting surface จะถูกนำมาเปรียบเทียบกันแล้วสรุปเป็นตาราง correction factor สำหรับ camber, มุมที่ของไหลตกกระทบ (angle of attack) และความหนาของพื้นที่หน้าตัด airfoil นอกจากนี้ยังมีผลการศึกษาของ Oossanen[15] ที่ได้สรุปค่า correction factor เหล่านี้ให้อยู่ในรูปแบบสมการ polynomial ซึ่งขึ้นอยู่กับจำนวนใบ, skew angle, hydrodynamic pitch angle และ expanded area ratio

สำหรับใบจักรที่มี skew angle ไม่มาก และผลการศึกษาของ Cummings et al.[16] ที่ได้สร้างสมการหาค่า correction factor สำหรับใบจักรที่มี skew angle มาก

### 1.2.2 การวิเคราะห์สมรรถนะชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม (contra-rotating propellers)

ชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามหรือ contra-rotating propellers คือ ชุดใบจักรที่ประกอบด้วยใบจักรสองใบที่มีแกนหมุนร่วมกันแต่มีทิศทางการหมุนตรงข้ามกัน จุดประสงค์ของการใช้ชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามคือเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของใบจักร โดยลดการสูญเสียเนื่องจาก rotation loss ในใบจักรใบแรก ซึ่งกระทำได้โดยการเพิ่มใบจักรอีกใบที่หมุนในทิศสวนทางกัน เพื่อหักล้างความเร็วในแนว tangential ของของไหลที่ไหลผ่านใบจักรใบแรก

การออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามเริ่มแรกจะอาศัยข้อมูลจากการทดลองนำมาใช้ออกแบบ ซึ่งสามารถออกแบบใช้ได้เฉพาะบางช่วงของสภาวะเท่าที่มีข้อมูลนั้นอยู่ จนกระทั่ง Lerbs[7] ได้ศึกษาการออกแบบใบจักรใบเดี่ยวที่มีภาระปานกลาง(moderately loaded propeller) โดยใช้ทฤษฎี Lifting Line Lerbsได้ใช้หลักการของ Betz condition และ normal condition เป็นตัวกำหนดเพื่อใช้ออกแบบใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่เหมาะสม (optimum contra-rotating propellers)

Lerbs[17] ได้พัฒนาวิธีการออกแบบใบจักรใบเดี่ยวเพื่อใช้สำหรับการออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม โดยได้เพิ่มการวิเคราะห์ความเร็วเหนี่ยวนำบนใบจักรเนื่องจากใบจักรอีกใบหรือ mutual-induced velocity นอกเหนือจากความเร็วเหนี่ยวนำบนใบจักรเนื่องจากตัวใบจักรเองหรือ self-induced velocity การออกแบบเริ่มจากการสมมติให้ใบจักรทั้งสองรับภาระเท่ากันและระยะห่างระหว่างใบจักรทั้งสองไม่มีผลต่อความเร็วเหนี่ยวนำ แล้วคิดเสมือนใบจักรทั้งสองเป็นใบจักรอันเดียวกันและใช้ค่าเฉลี่ยจากใบจักรทั้งสองในการคำนวณ ค่า circulation ที่ได้จากการคิดใบจักรใบเดี่ยวเสมือนจะถูกปรับแก้ให้เป็นของใบจักรใบหน้า และใบหลังด้วยตัวประกอบการปรับแก้(correction factor) เนื่องจากการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร (slipstream contraction) และการเปลี่ยนแปลงของค่า bound circulation

Gunsteren[18] ได้ศึกษาการออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามโดยใช้ทฤษฎี momentum theory หาความสัมพันธ์ระหว่าง mutual-induced velocity โดยเฉลี่ยกับค่าตัวแปรสำหรับการออกแบบ(เช่น ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของใบจักร ระยะห่างของใบจักร แรงผลัก ค่า circulation ที่สมมติในตอนเริ่มต้น เป็นต้น) ความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ยนี้จะถูกนำมาหาความเร็วเหนี่ยวนำที่กระจายตามแนวรัศมีโดยใช้หลักการของ lifting line ความเร็วลัพท์ที่กระจายบนใบจักรจะถูกนำไปใช้ออกแบบใบจักรในแต่ละใบและตรวจสอบหาแรงผลัก ค่า circulation จะถูกปรับในการคำนวณแต่ละครั้งจนกว่าจะได้แรงผลักตามที่กำหนด

Caster and LaFone[19] ได้สร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับออกแบบชุดใบจักรหมุน ทวนตรงข้าม โดยอ้างอิงจากงานศึกษาการออกแบบใบจักรใบเดี่ยวด้วยวิธี lifting line ของ Lerbs ในขณะที่การหาค่า mutual-induced velocity จะอ้างอิงจากโปรแกรม Kerwin's field point velocity ที่ใช้ทฤษฎี lifting surface ในการวิเคราะห์

Coney[20] ได้พัฒนาวิธีการออกแบบใบจักรโดยใช้วิธี lifting line แต่ได้ประยุกต์ใช้วิธี แคลคูลัสของการแปรผัน (calculus of variations) เพื่อหาค่า circulation ที่เหมาะสมที่กระจายอยู่บนใบจักร กล่าวคือการออกแบบจะเริ่มจากการกำหนด auxiliary function ซึ่งเป็นสมการแสดงแรง ผลักและแรงบิดที่เกิดขึ้นบนใบจักรภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด เช่น กำหนดแรงผลักที่ต้องการโดยเกิด แรงบิดน้อยสุด ซึ่งทั้งแรงผลักและแรงบิดสามารถเขียนให้อยู่ในรูป circulation ที่กระจายบน lifting line ค่า circulation ที่ทำให้เกิดจุด optimum ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนดจะหาได้จากการแก้สมการ เชิงอนุพันธ์ของ auxiliary function เทียบกับ circulation ที่กระจายบนใบจักร ซึ่งข้อดีของวิธีการ นี้ยังสามารถนำไปใช้ออกแบบใบจักรใบเดี่ยวได้แล้ว ยังสามารถนำไปใช้ออกแบบใบจักรที่ใช้ ร่วมกับอุปกรณ์อย่างอื่นที่มีผลกระทบต่อกัน อย่างเช่นชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม โดยเพิ่มแรงผลัก และแรงบิดที่เกิดบนใบจักรตัวที่สองลงในสมการ auxiliary function แล้วหาค่า circulation บนใบ จักรทั้งสองจากการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ของ auxiliary function ที่ปรับเปลี่ยน

Laskos[21] ได้นำวิธีแคลคูลัสของการแปรผันที่ได้จากการศึกษาของ Coney มาใช้ในการ ออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม โดยกำหนดให้ใบจักรทั้งสองมีขนาดเท่ากัน และไม่คำนึงถึงการ ลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักรและแรงต้านเนื่องจากแรงหนืดของของไหล (viscous force) การศึกษานี้ได้แสดงวิธีการคำนวณด้วยกันสองแบบคือ แบบ uncoupled method และ coupled method วิธี uncoupled method จะพิจารณาใบจักรแต่ละใบแยกจากกันซึ่งจะเหมือนวิธีการ พิจารณาใบจักรใบเดี่ยว ในขณะที่ความเร็วเหนี่ยวนำเนื่องจากใบจักรอีกใบจะถูกนำไปปรับรวมกับ กระแสที่ไหลเข้า (inflow) ของใบจักรที่กำลังพิจารณา การหาค่า circulation ของใบจักรแต่ละใบจะ ถูกคิดแยกออกจากกันแต่จะไปส่งผลต่อกระแสที่ไหลเข้าของใบจักรอีกใบ การคำนวณจะทำซ้ำไป เรื่อยๆจนกว่าค่า circulation จะลู่เข้า ส่วนวิธี couple method จะพิจารณาใบจักรทั้งสองใบไป พร้อมกัน กล่าวคือ ใบจักรทั้งสองใบจะถูกสมมติความเร็วเหนี่ยวนำเนื่องจากตัวใบจักรเองและใบจักร อีกใบขึ้นมาก่อน จากนั้นจึงหาค่า circulation ของใบจักรทั้งสองใบไปพร้อมกัน ค่า circulation จะถูกนำมาหาค่าความเร็วเหนี่ยวนำอีกที การคำนวณจะทำซ้ำไปเรื่อยๆจนกว่าความเร็วเหนี่ยวนำจะ มีค่าลู่เข้า

จากการศึกษาของ Laskos พบว่า วิธีแบบ uncoupled method จะมีความซับซ้อนน้อยกว่าแบบ coupled method ในแง่การสร้างโปรแกรมเพื่อใช้คำนวณ เพราะสมการ auxiliary function ของแบบ uncoupled method จะคิดแรงผลักและแรงบิดซึ่งขึ้นกับ circulation ของใบ

จักรเพียงใบเดียวเท่านั้น ขณะที่ auxiliary function แบบ coupled method จะประกอบด้วยแรง ผลักและแรงบิดของใบจักรทั้งสองใบ และขนาดของแต่ละแรงก็ขึ้นกับ circulation ของใบจักรทั้งสอง ใบ ดังนั้นการหาสมการเชิงอนุพันธ์ของ auxiliary function ในแบบ coupled method จึงยุ่งยาก กว่าเมื่อเทียบกับแบบ uncoupled method แต่เมื่อคำนึงถึงผลลัพธ์ที่ได้ วิธีแบบ coupled method จะให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่า เพราะเป็นการคิดชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามทั้งคู่ รวมทั้งสามารถ ปรับใช้กับชุดใบจักรแบบอื่นได้ เช่น ชุดใบจักรที่มีครีบริดติดอยู่ที่คัมบริเวณด้านท้ายใบจักร (stator fin) เป็นต้น

เมื่อพิจารณางานศึกษาที่กล่าวมาในข้างต้นพบว่าการออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม โดยใช้ทฤษฎี lifting line ยังคงเป็นที่นิยมสำหรับการออกแบบเบื้องต้น เพราะด้วยวิธีการที่ไม่ ซับซ้อนและให้ผลลัพธ์เบื้องต้นที่ยอมรับได้ สามารถนำผลลัพธ์นี้ไปใช้ออกแบบรูปร่างใบจักรอย่าง ละเอียดขึ้นได้โดยใช้ตัวประกอบการปรับแก้ที่ได้จากการทดลองหรือตัวประกอบการปรับแก้จากวิธี lifting surface การใช้วิธีแคลคูลัสของการแปรผันเพื่อหาค่าที่เหมาะสมนั้นมีความเหมาะสม เพราะสามารถวิเคราะห์ชุดใบจักรที่ประกอบด้วยใบจักรมากกว่าหนึ่งใบหรืออุปกรณ์อย่างอื่นที่มีผลต่อ ประสิทธิภาพของใบจักร ในขณะที่วิธีของ Lerbs ใช้ได้เฉพาะเมื่อคิดใบจักรแต่ละใบแยกจากกัน นอกจากนี้การออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามของ Laskos สามารถพัฒนาให้ละเอียดและมีความถูกต้องมากขึ้นได้ โดยรวมเอาผลลัพธ์เนื่องจากการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักรและ แรงต้านเนื่องจากความหนืดของของไหล

### 1.2.3 การวิเคราะห์การลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร (slipstream contraction)

slipstream คือ ของไหลที่อยู่ด้านหลังของวัตถุที่มีการเคลื่อนที่และของไหลนั้นก็มีความเร็ว สัมพันธ์เทียบกับวัตถุที่เคลื่อนที่อยู่ทางด้านหน้า สำหรับการพิจารณาสมรรถนะของใบจักรด้วยทฤษฎี lifting line ขนาดของ slipstream จะส่งผลต่อการวางตัวของ free vortex line และความเร็ว เหนี่ยววนาที่เกิดขึ้นบนใบจักร ในงานศึกษาใบจักรใบเดี่ยวของ Lerbs และชุดใบจักรหมุนทวนตรง ข้ามของ Laskos จะสมมติให้ขนาดรัศมีของ slipstream มีค่าคงที่เท่ากับขนาดของใบจักรหรือขนาด รัศมีของ free vortex มีค่าเท่ากับรัศมีที่ free vortex นั้นหลุดออกมา ซึ่งสามารถใช้ประมาณได้ใน ใบจักรทำงานที่ภาระต่ำ (lightly loaded propeller) หรือที่ thrust coefficient มีค่าต่ำ แต่ในความเป็นจริง slipstream จะมีรัศมีเล็กลงจากรัศมีใบจักร เนื่องจากความเร็วของของไหลที่เพิ่มขึ้นทำให้ หน้าตัดของไหลลดลง

T.Theodorsen[22] ได้เสนอวิธีการหาขนาดของ slipstream contraction โดยประมาณ โดยเสนอให้อัตราการลดลงของขนาด slipstream ที่ตำแหน่งต่างๆในแนว axial เท่ากับอัตราส่วน ความเร็วเหนี่ยววนาในแนว radial ณ ตำแหน่งนั้นต่อความเร็วของกระแสที่ไหลเข้า ผลการวิเคราะห์

ของ Theodorsen ได้แสดงให้เห็นว่า slipstream contraction จะมีค่าขึ้นกับ advance ratio (ตัวแปรไร้มิติแสดงอัตราส่วนระหว่างความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าไปจักรในทิศทางที่ขนานกับแนวแกนการหมุนของใบจักร กับความเร็วในทิศทางเชิงมุม ณ ตำแหน่งปลายใบของใบจักร) และจำนวนใบของใบจักร โดยขนาดของ slipstream จะมีค่าลดลงตามระยะ downstream จนกระทั่งถึงตำแหน่งหนึ่ง ขนาดของ slipstream ก็จะมีค่าคงที่

Kerwin[23] ได้สังเกตลักษณะการไหลหลังใบจักรและได้เสนอแบบจำลองของ free vortex โดยประกอบด้วยกลุ่มของ tip vortex และ hub vortex กลุ่มของ tip vortex เกิดจากการม้วนรวมตัวกันหรือการเกิด roll-up ของ free vortex ที่หลุดมาจาก trailing edge ของใบจักร มีลักษณะเป็นเส้นเกลียวยาวไปทาง downstream เป็นระยะอนันต์ โดยการรวมกันของ free vortex จะเกิดขึ้นอย่างรวดเร็วในระยะสั้นๆบริเวณหลังใบจักรและรัศมีจะมีขนาดลดลงจากรัศมีของใบจักร โดยจะเรียกช่วงนี้ว่า transition region หลังจากนั้นรัศมีของ free vortex จะมีค่าคงที่ตลอดโดยเรียกช่วงนี้ว่า ultimate region ในขณะที่ hub vortex จะเกิดจาก vortex ที่หลุดจากตุ้มใบจักรมีลักษณะเป็นเส้นตรงยาวไปทาง downstream และไปสิ้นสุดที่ระยะอนันต์ การคำนวณเริ่มต้นด้วยการสมมติขนาดรัศมีของ tip vortex ในช่วง ultimate region ร่วมกับการหาระยะ pitch โดยใช้ actuator disc theory ระยะ pitch ที่ได้จากการคำนวณเมื่อนำไปเทียบกับผลการทดลองพบว่าให้ค่าที่ใกล้เคียงกันโดยที่ผลการคำนวณจะให้ค่าที่สูงกว่าเล็กน้อย

Cummings[24] ได้ศึกษาผลของ slipstream contraction ที่มีผลต่อสมรรถนะของใบจักร โดยพบว่าระยะ pitch และขนาดรัศมีของ free vortex ในช่วง ultimate region ที่ได้จากการทดลอง และจากการคำนวณโดยสมมติให้ free vortex เกิดการม้วนรวมกันเป็น tip vortex จะมีขนาดต่ำกว่า ระยะ pitch และขนาดรัศมีที่คำนวณได้โดยสมมติให้ free vortex ไม่เกิดการม้วนรวมตัวกัน ซึ่งความแตกต่างของระยะ pitch และขนาดรัศมีของ free vortex ที่ได้จากการทดลองและผลการคำนวณจะส่งผลต่อการวิเคราะห์รูปร่างและประสิทธิภาพของใบจักร

Hoshino[25] ได้ศึกษาลักษณะของไหลที่ไหลผ่านใบจักรจากการคำนวณโดยใช้แบบจำลอง และจากวิธีการทดลองที่ค่า pitch ratio (อัตราส่วนระยะ pitch ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางใบจักร) และ advance ratio ต่างๆ จากการทดลองของ Hoshino เขาได้ให้ข้อสังเกตว่า free vortex ไม่จำเป็นต้องเคลื่อนที่ม้วนแล้วรวมกันกลายเป็น tip vortex และ hub vortex เสมอไป จึงได้เสนอแบบจำลองการไหลที่มีลักษณะเป็น free vortex sheet รวมกับขนาด slipstream contraction ที่ได้จากการทดลอง แบบจำลองดังกล่าวจะให้ผลลัพธ์จากการคำนวณใกล้เคียงกับผลการทดลองมากขึ้น

Conway[26] ได้เสนอวิธีการหา slipstream contraction โดยอาศัยทฤษฎี momentum ร่วมกับ potential function ที่ได้จาก vortex theory ภายใต้สมมติฐานที่ว่า การไหลมีความเร็ว

เฉพาะในแนว radial และแนว axial เท่านั้น ด้วยวิธีการดังกล่าวหากทราบค่า vorticity ที่กระจายอยู่ภายใน slipstream นั้น ก็จะสามารถหา stream function ที่ขอบของ slipstream ได้ เนื่องจาก stream function ที่ขอบของ slipstream มีค่าคงที่ ดังนั้นจึงสามารถหาขนาดรัศมีของ slipstream ที่ระยะใดๆเทียบกับรัศมีของใบจักรโดยผ่าน stream function นี้ได้

Guner et al.[27] ได้นำแนวคิดเกี่ยวกับ slipstream contraction เข้ามาร่วมใช้กับทฤษฎี lifting line เพื่อใช้ออกแบบใบจักรและ stator ที่ติดตั้งอยู่ด้านท้ายของใบจักร โดยใช้วิธีหาความชันของเส้น free vortex line หรือขนาด slipstream contraction จากความเร็วของของไหลในแนว radial และในแนว axial ณ จุดนั้นๆ นอกจากนี้ยังได้แสดงถึงความสำคัญของ slipstream contraction ที่มีผลต่อการออกแบบรูปร่างของ stator ที่ติดตั้งอยู่ด้านท้ายของใบจักร

จากงานวิจัยต่างๆที่กล่าวในข้างต้นพบว่าลักษณะของ slipstream จะมีขนาดลดลงในช่วงแรกจนถึงจุดหนึ่งจึงจะมีค่าคงที่ การจำลองการเกิด roll-up ภายใน slipstream หรือการม้วนรวมตัวกันของ free vortex กลายเป็นกลุ่ม tip vortex ดังแสดงในงานศึกษาของ Kerwin และ Cummings ได้ถูกโต้แย้งจากผลการทดลองของ Hoshino ที่แสดงให้เห็นว่าไม่จำเป็นต้องเกิดการ roll-up เสมอไป ดังนั้น งานศึกษาครั้งนี้จึงกำหนดให้ free vortex ที่หลุดจากตำแหน่งต่างๆบน lifting line มีลักษณะเป็น vortex sheet ตลอดแนว downstream ส่วนการหาขนาด free vortex ที่ตำแหน่งใดๆใน downstream จะสามารถหาได้จากความเร็วเหนี่ยวนำ ณ ตำแหน่งนั้นๆ ดังวิธีที่แสดงในงานของ Theodorsen และ Guner et al. หรือสมการที่ได้จากการทดลองของ Hoshino หรือวิธีที่เสนอโดย Conway ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้จะเลือกใช้วิธีหาขนาดของ slipstream จากสมการที่ได้จากการทดลองของ Hoshino เนื่องจากง่ายต่อการวิเคราะห์หาความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line ในขณะที่วิธีของ Theodorsen , Guner et al. และ Conway จะมีความซับซ้อนมากกว่า

### 1.3 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

เพื่อศึกษาและออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามโดยใช้วิธีแคลคูลัสของการแปรผัน เพื่อหาการกระจายของค่า circulation ที่เหมาะสม โดยจะคำนึงถึงการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร

#### 1.4 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

1.4.1 ประดิษฐ์สมการและโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อหาแรงที่กระทำต่อชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามโดยใช้ทฤษฎี lifting line และคำนึงถึงผลการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร

1.4.2 ประยุกต์ใช้วิธีแคลคูลัสของการแปรผันเพื่อหาการกระจายของค่า circulation ที่เหมาะสมบน lifting line ของชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม และออกแบบรูปร่างใบจักรที่สอดคล้องกับการกระจายของค่า circulation

1.4.3 วิเคราะห์และสรุปผลการคำนวณที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์

#### 1.5 ขั้นตอนดำเนินงานวิทยานิพนธ์

1.5.1 ศึกษาการออกแบบใบจักรโดยใช้ทฤษฎี lifting line, การลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร และการใช้วิธีแคลคูลัสของการแปรผันเพื่อหาค่าตัวแปรที่เหมาะสมสำหรับการออกแบบใบจักร

1.5.2 ประดิษฐ์สมการและโปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งใช้วิธีแคลคูลัสของการแปรผันเพื่อหาการกระจายของค่า circulation ที่เหมาะสมบน lifting line สำหรับชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม โดยรวมผลลัพธ์จากการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร และออกแบบรูปร่างใบจักรที่สอดคล้องกับการกระจายของค่า circulation ที่ได้จากโปรแกรม

1.5.3 ตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยผลการศึกษาชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามหรือการศึกษาที่สอดคล้องกันที่มีผลการทดลอง

1.5.4 วิเคราะห์และสรุปผลการคำนวณที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์

1.5.5 เขียนวิทยานิพนธ์

1.5.6 เสนอผลงานในที่ประชุมวิชาการและสอบวิทยานิพนธ์

#### 1.6 ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์

1.6.1 สามารถนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นไปใช้ออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในระบบขับเคลื่อนที่ใช้ใบจักรเป็นตัวขับเคลื่อน



1.6.2 เป็นแนวทางในการออกแบบหรือพัฒนาอุปกรณ์อย่างอื่นที่ช่วยในเรื่องประสิทธิภาพของใบจักรและระบบขับเคลื่อน เช่น การออกแบบ stator fin หรือ vane wheel ที่ติดตั้งบริเวณท้ายใบจักร เป็นต้น



## บทที่ 2

## ทฤษฎี

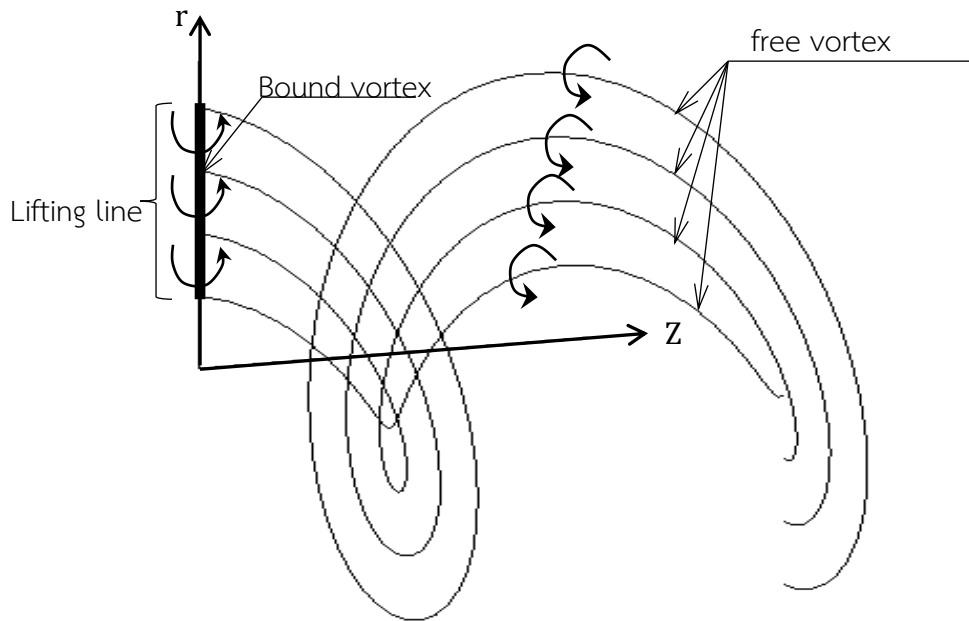
## 2.1 ทฤษฎี Lifting Line

ทฤษฎี lifting line เป็นทฤษฎีที่สมมติให้ตัวใบของใบจักรถูกแทนที่ด้วยเส้นตรงหนึ่งเส้น วางตัวตามแนวรัศมี เส้นตรงนี้จะถูกเรียกว่า lifting line และกำหนดให้มี bound vortex วางตัวอยู่บนเส้น lifting line และมีทิศทางขนานไปกับเส้น lifting line ตัว bound vortex นี้จะมีค่า circulation กระจายอยู่โดยตลอดบนความยาวเส้น lifting line ค่า circulation อาจจะถูกกำหนดให้เป็นค่าคงที่หรือแปรเปลี่ยนตามตำแหน่งก็ได้ แต่โดยทั่วไปค่า circulation จะถูกกำหนดให้มีค่าแปรเปลี่ยนไปตามตำแหน่งเพื่อให้ตรงกับลักษณะ load ที่มีค่ากระจายแตกต่างกันตามแต่ละตำแหน่งบนใบจักร ค่า circulation ที่กระจายอยู่นั้นนอกจากจะเป็นตัวแปรที่บ่งบอกปริมาณ load ที่จะเกิดขึ้นบนใบจักรแล้ว ยังส่งผลให้เกิดความเร็วเหนี่ยวนำ (induced velocity) ในของไหล

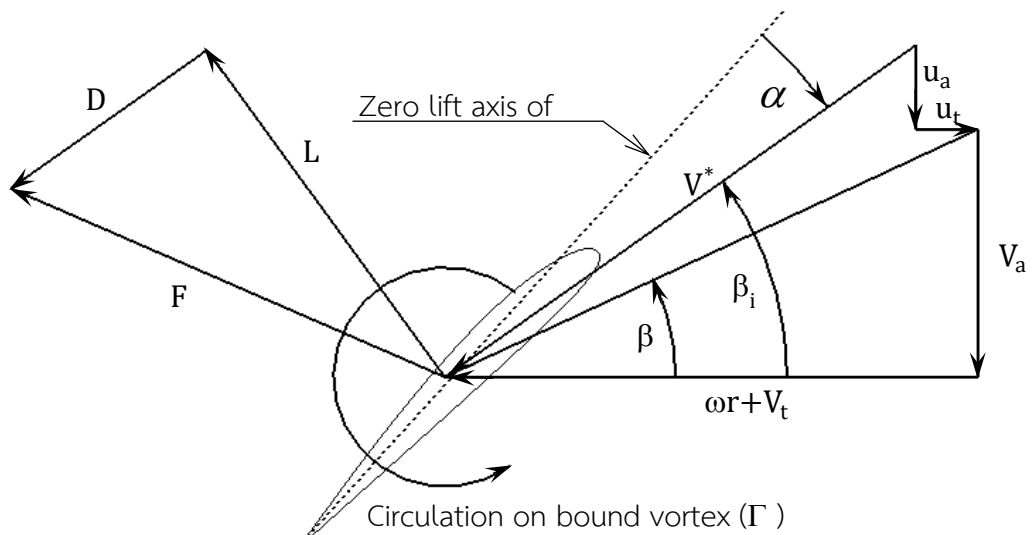
จาก Kelvin's theorem และ Stokes' theorem ทำให้ทราบว่า การเปลี่ยนแปลงค่า circulation ของ bound vortex ตามตำแหน่งบน lifting line จะก่อให้เกิด free vortex ในทิศทางที่ตั้งฉากกับ bound vortex ทฤษฎี lifting line ยังกำหนดให้ของไหลที่อยู่ด้านหลังใบจักรจะต้องไม่มีแรงเกิดขึ้น ซึ่งหมายความว่า free vortex จะมีทิศทางขนานกับทิศความเร็วของของไหลที่หลุดจาก trailing edge เมื่อใบจักรเกิดการหมุนและเคลื่อนที่ไปข้างหน้า เส้น free vortex จะมีลักษณะเป็นรูปเกลียวยาวไปในทิศทาง downstream ดังแสดงในรูปที่ 2.1 และ free vortex นี้จะมีค่า circulation เท่ากับอัตราการเปลี่ยนค่า circulation ของ bound vortex ณ ตำแหน่งที่ free vortex นั้นหลุดออกมา

ดังนั้นความเร็วเหนี่ยวนำของของไหลที่ตำแหน่งใดๆ จึงเกิดจาก bound vortex และ free vortex ซึ่งสามารถหาได้โดยใช้กฎ Biot-Savart law นอกจากนี้จะทำให้เกิดความเร็วเหนี่ยวนำแล้ว ค่า circulation ที่กระจายอยู่บน lifting line ยังสามารถนำมาวิเคราะห์หาแรงยกหรือ lift force (L) ที่กระทำบน lifting line โดยใช้ Kutta-Joukowski Theorem ดังแสดงในสมการที่ 2.1 โดยแรงยกจะมีทิศทางตั้งฉากกับทิศทาง bound circulation และความเร็วลัพท์บน lifting line นอกจากแรงยกแล้วยังมีแรงต้านที่เกิดขึ้นเนื่องจากความหนืดของของไหลหรือ viscous force (D) เกิดขึ้นในทิศทางขนานกับความเร็วลัพท์ ทิศทางความเร็วเหนี่ยวนำของของไหลและแรงต่างๆบนแต่ละหน้าตัดใบจักรสามารถแสดงได้ดังในรูปที่ 2.2

$$\vec{L} = \rho \vec{V} \times \vec{\Gamma} \quad (2.1)$$



รูปที่ 2.1 แสดง bound vortex และ free vortex



รูปที่ 2.2 แสดงแรงและความเร็วที่เกิดขึ้น ณ ตำแหน่งใดๆบน lifting line

ความหมายของสัญลักษณ์ต่างๆใน diagram

$V$	= ความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าไปจักร	$L$	= แรงแยก
$u$	= ความเร็วเหนี่ยวนำของของไหล	$D$	= แรงต้านเนื่องจากความหนืดของของไหล
$V^*$	= ความเร็วลัพท์ของของไหล	$F$	= แรงลัพท์
$\omega$	= ความเร็วเชิงมุม	$r$	= ตำแหน่งรัศมี
$\alpha$	= มุม angle of attack		
$\beta_i$	= มุมที่ความเร็วลัพท์ของของไหลทำกับระนาบที่ตั้งฉากกับแกนการหมุน		
$\beta$	= มุมที่ความเร็วของของไหลที่ไม่รวมความเร็วเหนี่ยวนำทำกับระนาบที่ตั้งฉากกับแกนการหมุน		

ตัวห้อย a และ t แสดงตัวแปรในทิศทางตามแนวแกนการหมุนและตามแนวเชิงมุมตามลำดับ

## 2.2 ความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line

ความเร็วเหนี่ยวนำที่ตำแหน่งใดๆ เนื่องจาก vortex สามารถหาได้โดยใช้กฎ Biot-Savart Law ดังแสดงในสมการที่ 2.2

$$\vec{u} = \frac{1}{4\pi} \oint \frac{\vec{\Gamma} \times \vec{S}}{|\vec{S}|^3} = \frac{1}{4\pi} \oint \frac{\Gamma d\vec{l} \times \vec{S}}{|\vec{S}|^3} \quad (2.2)$$

เมื่อ  $\vec{u}$  = เวกเตอร์ความเร็วเหนี่ยวนำ

$\vec{S}$  = เวกเตอร์ที่ลากจาก free vortex element ไปยังจุดที่พิจารณาความเร็วเหนี่ยวนำ

$\Gamma$  = ค่า circulation ของ vortex element

$d\vec{l}$  = เวกเตอร์หนึ่งหน่วยแสดงทิศทางของ vortex element

จากสมการที่ 2.2 จะสังเกตได้ว่าความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line จะไม่ได้ขึ้นกับค่า circulation ของ bound vortex เนื่องจากมีทิศทางเดียวกับเวกเตอร์  $\vec{S}$  ดังนั้นความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line จึงเกิดจาก free vortex เท่านั้น ดังนั้น สมการสำหรับหาความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line จึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$\vec{u} = \frac{1}{4\pi} \oint \frac{\vec{\Gamma}_{fv} \times \vec{S}}{|\vec{S}|^3} = \frac{1}{4\pi} \oint \frac{\Gamma_{fv} d\vec{l} \times \vec{S}}{|\vec{S}|^3} \quad (2.3)$$

เนื่องจาก  $\Gamma_f$  หรือค่า circulation ของ free vortex มีค่าเท่ากับอัตราการเปลี่ยนของค่า circulation ของ bound vortex บนเส้น lifting line ดังแสดงในสมการที่ 2.4

$$\Gamma_f(r_v) = -\frac{\partial \Gamma(r_v)}{\partial r} dr \quad (2.4)$$

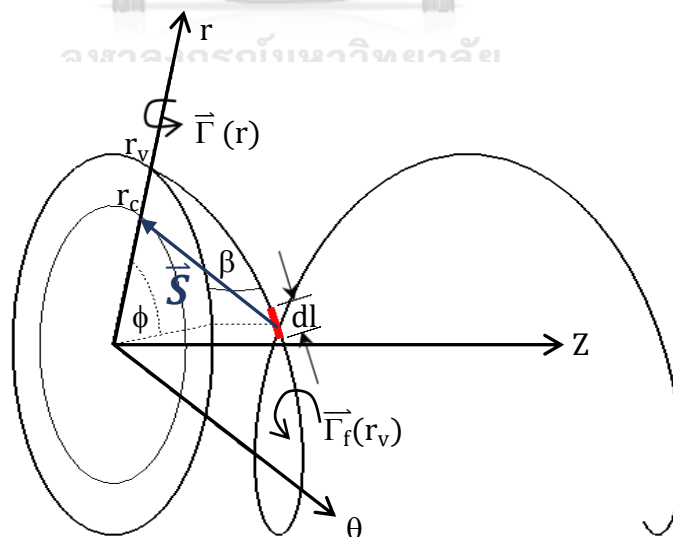
ดังนั้นสมการของความเร็วเหนี่ยวนำจึงสามารถเขียนใหม่ได้เป็นดังสมการที่ 2.5 และ 2.6

$$\vec{u}(r_c) = \frac{1}{4\pi} \int_{r_h}^R -\frac{\partial \Gamma(r_v)}{\partial r} \oint \frac{d\vec{l} \times \vec{S}}{|\vec{S}|^3} dr_v = \int_{r_h}^R -\frac{\partial \Gamma(r_v)}{\partial r} \vec{u}(r_c, r_v) dr_v \quad (2.5)$$

$$\vec{u}(r_c, r_v) = \frac{1}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l}(r_v) \times \vec{S}(r_c, r_v)}{|\vec{S}(r_c, r_v)|^3} \quad (2.6)$$

- เมื่อ
- $r_c$  = รัศมีของตำแหน่งที่พิจารณาความเร็วเหนี่ยวนำ (control point)
  - $r_v$  = รัศมีของตำแหน่ง free vortex element (vortex point)
  - $\Gamma$  = ค่า circulation ของ bound vortex
  - $\vec{u}(r_c, r_v)$  = ตัวประกอบความเร็วเหนี่ยวนำที่ตำแหน่งรัศมี  $r_c$  เนื่องจาก free
  - $r_h$  = รัศมีของดุมใบจักร
  - $R$  = รัศมีของใบจักร

ตำแหน่งของจุดและทิศทางของเวกเตอร์ต่างๆ ในสมการที่ 2.5 และ 2.6 แสดงไว้ดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 แผนภาพแสดง free vortex และตำแหน่งและทิศทางของเวกเตอร์ต่างๆ

เนื่องจากแรงผลักและแรงบิดที่เกิดบนใบจักรจะเกี่ยวข้องกับความเร็วเหนี่ยวนำในแนว axial (ทิศทางการตามแนวแกน z) และ tangential (ทิศทางการตามแนวแกน  $\theta$ ) ดังนั้นจากสมการที่ 2.5 และ 2.6 เราสามารถเขียนสมการความเร็วเหนี่ยวนำในแนว axial และ tangential ได้เป็น

$$u_a(r_c) = \int_{r_h}^R -\frac{\partial \Gamma(r_v)}{\partial r} \bar{u}_a(r_c, r_v) dr \quad (2.7)$$

$$u_t(r_c) = \int_{r_h}^R -\frac{\partial \Gamma(r_v)}{\partial r} \bar{u}_t(r_c, r_v) dr \quad (2.8)$$

$$\bar{u}_a(r_c, r_v) = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^Z \int_0^\infty \frac{r_v [r_v - r_c \cos(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + r_v^2 - 2r_c r_v \cos(\phi + \delta_k) + (r_v \phi \tan \beta_1)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (2.9)$$

$$\bar{u}_t(r_c, r_v) = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^Z \int_0^\infty \frac{r_v \tan \beta_1 [r_c - r_v \cos(\phi + \delta_k) - r_v \sin(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + r_v^2 - 2r_c r_v \cos(\phi + \delta_k) + (r_v \phi \tan \beta_1)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (2.10)$$

โดยตัวห้อย a และ t แสดงตัวแปรในทิศทาง axial และ tangential ตามลำดับ ตัวประกอบความเร็วเหนี่ยวนำในแนว axial ( $\bar{u}_a$ ) และ tangential ( $\bar{u}_t$ ) ที่แสดงในสมการที่ 2.9 และ 2.10 เป็นตัวประกอบความเร็วเหนี่ยวนำเมื่อไม่ได้คำนึงถึงการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร (slipstream contraction) ซึ่งรายละเอียดที่มาของสมการแสดงไว้ในภาคผนวก ก.

### 2.3 ความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ยที่ตำแหน่งใดๆ

ณ ตำแหน่งใดๆที่ไม่ใช่ตำแหน่งบน lifting line ของตัวใบจักรเอง ความเร็วเหนี่ยวนำ ณ ตำแหน่งนั้นจะเกิดจากทั้ง bound vortex และ free vortex และถ้าตำแหน่งนั้นไม่ได้เคลื่อนที่ตามแนวเชิงมุมไปพร้อมกับ lifting line ความเร็วเหนี่ยวนำที่ตำแหน่งนั้นก็จะมีค่าแปรเปลี่ยนไปตามเวลา ตัวอย่างเช่น ในชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามซึ่งความเร็วเหนี่ยวนำบนใบจักรใบหน้าเนื่องจากใบจักรใบหลังจะมีค่าแปรเปลี่ยนไปตามเวลา อันเนื่องจากใบจักรทั้งสองมีการเคลื่อนที่สัมพันธ์กันในแนวเชิงมุม ดังนั้นเพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณาความเร็วเหนี่ยวนำ ณ ตำแหน่งที่ไม่ใช่ตำแหน่งบน lifting line ของตัวใบจักรเองจึงเลือกใช้ความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ย

Hough et al.[28] ได้พิสูจน์สมการเพื่อใช้หาความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ยที่ตำแหน่งใดๆ เนื่องจาก bound vortex และ free vortex โดยไม่คำนึงถึงผลการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร และกำหนดให้ความเร็วของกระแสที่ไหลเข้าใบจักรมีค่าเท่ากันตลอดทั้งหน้าตัดและมีทิศทาง

เฉพาะในแนว axial สมการความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ยที่ตำแหน่งใดๆ ซึ่งพิสูจน์โดย Hough et al. แสดงได้ดังต่อไปนี้

$$\bar{u}_{a\Gamma} = 0 \quad (2.11)$$

$$\bar{u}_{r\Gamma} = 0 \quad (2.12)$$

$$\bar{u}_{\theta\Gamma} = \frac{Zd}{4\pi^2 r_c^{3/2}} \int_0^R \frac{\Gamma(r_v)}{r_v^{3/2}} Q'_{1/2}(\omega_1) dr_v \quad (2.13)$$

$$\bar{u}_{a\Gamma'} = \frac{-Z\omega}{4\pi^2 r_c^{3/2}} \int_0^R \frac{\Gamma'(r_v)}{r_v^{1/2}} \int_0^\infty [r_c Q'_{1/2}(\omega_2) - r_v Q'_{-1/2}(\omega_2)] d\tau dr_v \quad (2.14)$$

$$\bar{u}_{r\Gamma'} = \frac{Z\omega}{4\pi^2 r_c^{3/2}} \int_0^R \frac{\Gamma'(r_v)}{r_v^{1/2}} \int_0^\infty (z - V_a \tau) Q'_{1/2}(\omega_2) d\tau dr_v \quad (2.15)$$

$$\bar{u}_{\theta\Gamma'} = \frac{-ZV_a}{4\pi^2 r_c^{3/2}} \int_0^R \frac{\Gamma'(r_v)}{r_v^{3/2}} \int_0^\infty [r_v Q'_{1/2}(\omega_2) - r_c Q'_{-1/2}(\omega_2)] d\tau dr_v \quad (2.16)$$

$$\omega_1 = 1 + \frac{d^2 + (r_c - r_v)^2}{2r_c r_v} \quad (2.17)$$

$$\omega_2 = 1 + \frac{(d - V_a \tau)^2 + (r_c - r_v)^2}{2r_c r_v} \quad (2.18)$$

โดยสัญลักษณ์ตัวแปรต่างๆมีความหมายดังนี้

$\Gamma$  = ค่า circulation เนื่องจาก bound vortex

$\Gamma'$  = ค่า circulation เนื่องจาก free vortex

$Z$  = จำนวนใบของใบจักร

$d$  = ระยะห่างในทิศทางตาม point และ vortex point แนวแกนระหว่างจุด control

$Q'_{1/2}$  = อนุพันธ์ของ Legendre function of second kind and half integer เทียบกับ  $r_v$

และตัวห้อย  $a, r, \theta$  แทนตัวแปรในทิศทาง axial, radial และ tangential ตามลำดับ

ความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ย ณ ตำแหน่งใดๆ ( $u'$ ) จะเกิดจากผลรวมของความเร็วเหนี่ยวนำที่เกิดจาก bound vortex และ free vortex ประกอบกับพจน์อินทิเกรต  $dt$  จากศูนย์ถึงค่าอนันต์ของอนุพันธ์ Legendre function ในสมการที่ 2.14 ถึง 2.16 สามารถหาค่าให้อยู่ในรูป Legendre function ได้ ทำให้ความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ย ณ ตำแหน่งใดๆ มีค่าดังแสดงในสมการที่ 2.19 ถึง 2.27

$$u'_a = \frac{-Z\omega}{4\pi^2 V_a} \int_0^R \Gamma'(r_v) K_1(z, r_c; r_v) dr_v \quad (2.19)$$

$$u'_r = \frac{Z\omega}{4\pi^2 V_a r_c^{1/2}} \int_0^R \Gamma'(r_v) r_v^{1/2} Q_{1/2}(\omega_1) dr_v \quad (2.20)$$

$$u'_t = \frac{Zd}{4\pi^2 r_c^{3/2}} \int_0^R \frac{\Gamma(r_v)}{r_v^{3/2}} Q'_{1/2}(\omega_1) dr_v + \frac{N}{4\pi^2 r_c} \int_0^R \Gamma'(r_v) K_2(z, r_c; r_v) dr_v \quad (2.21)$$

เมื่อ

$$Q_{1/2}(\omega_1) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos(2\alpha)}{[2(\omega_1-1)+4(\sin^2\alpha)]^{1/2}} d\alpha \quad (2.22)$$

$$Q'_{1/2}(\omega_1) = - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos(2\alpha)}{[2(\omega_1-1)+4(\sin^2\alpha)]^{3/2}} d\alpha \quad (2.23)$$

$$K_1 = \begin{cases} \pi + \frac{z}{2(r_c r_v)^{1/2}} Q_{-1/2}(\omega_1) + \frac{\pi}{2} \Lambda_0(\beta_1, k_1) & ; \left\{ \begin{array}{l} \text{if } r_c \leq r_v, z < 0 \\ \text{or } r_c < r_v, z \geq 0 \end{array} \right. \\ \frac{z}{2(r_c r_v)^{1/2}} Q_{-1/2}(\omega_1) - \frac{\pi}{2} \Lambda_0(\beta_1, k_1) & ; \left\{ \begin{array}{l} \text{if } r_c \geq r_v, z < 0 \\ \text{or } r_c > r_v, z \geq 0 \end{array} \right. \end{cases} \quad (2.24)$$

$$K_2 = \begin{cases} \pi + \frac{z}{2(r_c r_v)^{1/2}} Q_{-1/2}(\omega_1) + \frac{\pi}{2} \Lambda_0(\beta_1, k_1) & ; \left\{ \begin{array}{l} \text{if } r_c \geq r_v, z < 0 \\ \text{or } r_c > r_v, z \geq 0 \end{array} \right. \\ \frac{z}{2(r_c r_v)^{1/2}} Q_{-1/2}(\omega_1) - \frac{\pi}{2} \Lambda_0(\beta_1, k_1) & ; \left\{ \begin{array}{l} \text{if } r_c \leq r_v, z < 0 \\ \text{or } r_c < r_v, z \geq 0 \end{array} \right. \end{cases} \quad (2.25)$$

$$\beta_1 = \sin^{-1} \frac{z}{\sqrt{z^2 + (r_c - r_v)^2}} \quad (2.26)$$



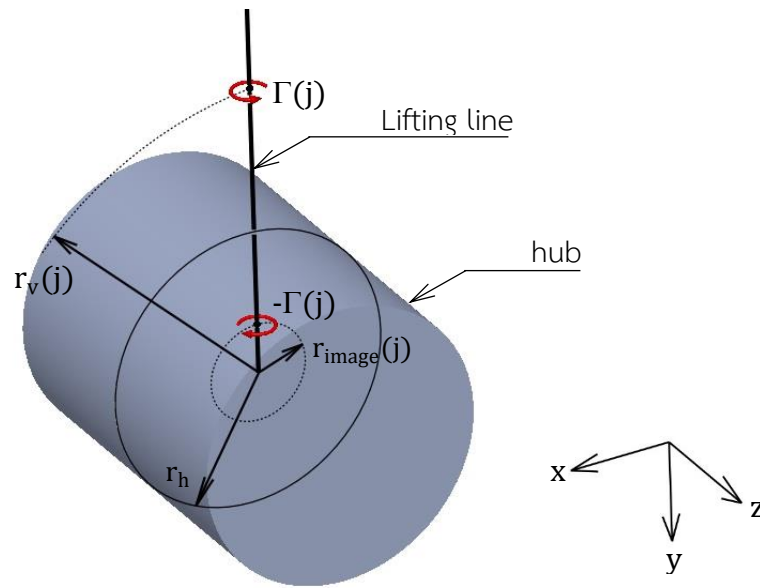
$$k_1 = \sqrt{\frac{4r_c r_v}{z^2 + (r_c + r_v)^2}} \quad (2.27)$$

#### 2.4 ความเร็วเหนี่ยวนำเนื่องจากคัมไบจอร์

เนื่องจากวิธีของ Lerbs ได้ละเว้นผลเนื่องจากคัมของไบจอร์ และกำหนดให้ค่า circulation บริเวณไบที่ติดกับคัมไบจอร์และปลายไบมีค่าเป็นศูนย์ หรือไม่ก่อให้เกิดแรงยกกระทำบนไบจอร์ ณ ตำแหน่งนั้นตามหลักทฤษฎี lifting line แต่ในความเป็นจริงบริเวณไบจอร์ที่ติดกับคัมไบจอร์ยังคงสร้างแรง lift ได้เช่นเดียวกับตำแหน่งอื่นบนไบจอร์ ดังนั้นเพื่อให้บริเวณที่ติดกับคัมไบจอร์มีแรงยกมากกระทำหรือค่า circulation ไม่เป็นศูนย์ และรวมผลกระทบเนื่องจากคัมไบจอร์ Kerwin และ Leopold[14] จึงได้กำหนดให้มี circulation ขึ้นบริเวณภายในคัมไบจอร์เพื่อแสดงผลกระทบและแทนตัวคัมไบจอร์ เช่นเดียวกับ bound circulation บน lifting line ที่แสดงผลกระทบและแทนตัวไบของไบจอร์ โดยค่า circulation ภายในคัมไบจอร์จะต้องทำให้ความเร็วเหนี่ยวนำในทิศทางตามแนวรัศมีมีค่าเป็นศูนย์ เพราะที่บริเวณผิวของคัมไบจอร์ ของไหลสามารถไหลเรียบไปตามพื้นผิวของคัมไบจอร์ได้แต่ไม่สามารถไหลทะลุผ่านไปได้ หรือกล่าวได้ว่าของไหลบริเวณคัมไบจอร์มีความเร็วได้เฉพาะตามแนวแกนและตามเส้นรอบวงเท่านั้น ส่วนความเร็วตามแนวรัศมีจะต้องมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้น circulation ภายในคัมไบจอร์จึงถูกกำหนดให้มีทิศทางตรงกันข้ามกับ bound vortex บน lifting line ที่ตำแหน่งรัศมีจินตภาพ (image radius) เพื่อทำให้ความเร็วตามแนวรัศมีตรงตำแหน่งไบที่ติดกับคัมมีค่าเป็นศูนย์พอดี ตำแหน่งและค่า circulation ของ hub vortex อธิบายได้โดยสมการ 2.28 ถึง 2.29 และรูปที่ 2.4

$$\Gamma_{\text{image}(j)} = \frac{r_h^2}{r_v(j)} \quad (2.28)$$

$$\Gamma(r_v(j)) = -\Gamma(r_{\text{image}(j)}) \quad (2.29)$$



รูปที่ 2.4 แสดงตำแหน่งและค่า circulation ของ hub vortex

ค่า circulation ที่กระจายแตกต่างกันภายในดุม จะก่อให้เกิด free vortex ที่หลุดมาจากดุมใบจักรและมีทิศทางไปในทิศ downstream จนไปสิ้นสุดที่ระยะอนันต์เช่นเดียวกับ free vortex ที่เกิดจากของ bound circulation บน lifting line ส่วนมุม pitch ของ free vortex line ที่เกิดจากดุมใบจักรนี้จะมีค่าดังแสดงในสมการ 2.30

$$\tan \beta_{\text{image}}(i) = \frac{r_v(i)}{r_{\text{image}}(i)} \tan \beta_0(i) \quad (2.30)$$

ของไหลที่ไหลผ่านดุมไปแล้วจะเกิดการรวมตัวกันของ vortex บริเวณหลังดุมใบจักรหรือที่เรียกกันว่า hub vortex บริเวณหลังดุมใบจักรที่ vortex มารวมตัวกันจะทำให้ค่าความดันบริเวณดังกล่าวมีค่าลดลง ความดันที่ลดต่ำลงเป็นผลทำให้เกิดแรงต้านขึ้น ซึ่ง Wang[29] ได้แสดงสมการหาแรงต้านเนื่องจาก hub vortex บริเวณหลังดุมใบจักรในใบจักรใบเดียว สมการของ Wang ได้ถูกนำมาปรับใช้ในชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม โดยกำหนดให้ขนาดรัศมี vortex ที่มารวมตัวกันหลังดุมใบจักรมีขนาดรัศมีเท่ากับ 0.1 ของรัศมีใบจักรใบหน้า สมการที่ได้แสดงไว้ในสมการ 2.31

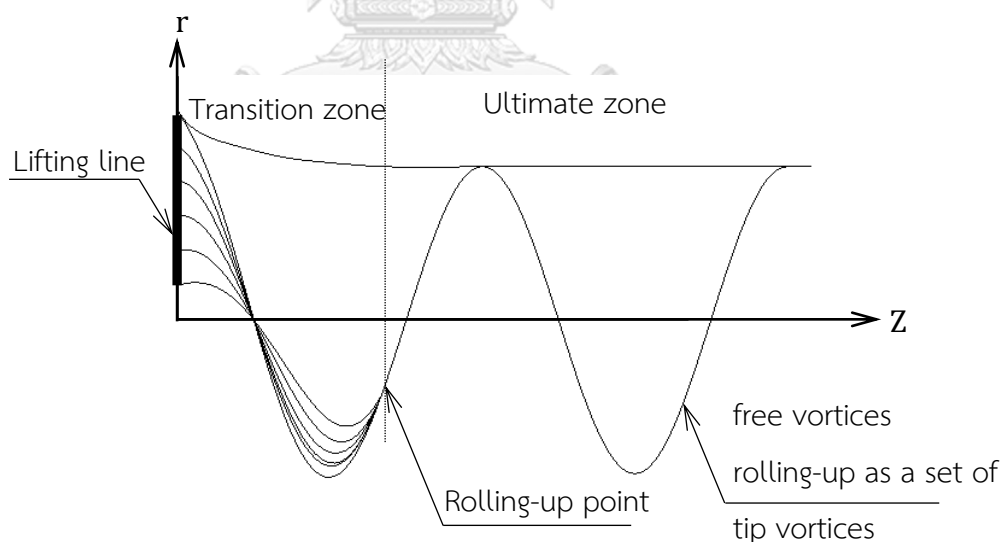
$$D_h = -\frac{1}{16\pi} \rho \left( \log \left( \frac{r_h}{0.1R_f} \right) + 3 \right) (Z_f \Gamma_f(1) - Z_r \Gamma_r(1))^2 \quad (2.31)$$

โดยที่  $\Gamma_f(1)$  และ  $\Gamma_r(1)$  คือค่า circulation ณ ตำแหน่งที่อยู่ติดกับดุมใบจักรของใบจักรใบหน้าและใบหลังตามลำดับ

## 2.5 การลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร (slipstream contraction)

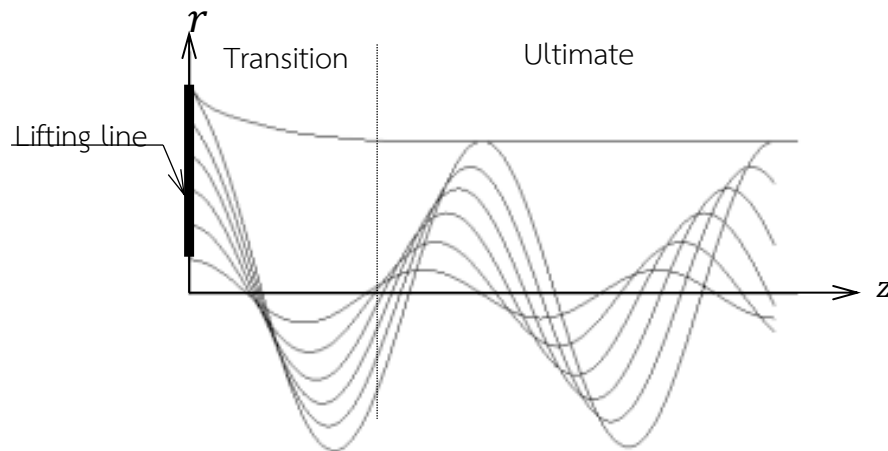
ในงานศึกษาเกี่ยวกับใบจักรที่ผ่านมาอย่างเช่น งานศึกษาของ Lerbs[7] และ Laskos[21] เป็นต้นโดยใช้ทฤษฎี lifting line มักจะกำหนดให้ขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักรมีขนาดคงที่และมีขนาดเท่ากับรัศมีของใบจักร หรือ ขนาดของ free vortex แต่ละเส้นจะมีขนาดรัศมีเท่ากับตำแหน่งรัศมีที่ free vortex นั้นหลุดออกมา เพื่อลดความยุ่งยากในการคำนวณ แต่ในความเป็นจริงของไหลที่ไหลผ่านใบจักรจะมีความเร็วเพิ่มขึ้นเนื่องจากกำลังที่ได้รับจากใบจักร ความเร็วที่เพิ่มขึ้นนี้จะทำให้ขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักรมีขนาดเล็กลง ขนาดที่เล็กลงนี้จะมีผลต่อขนาดและทิศทางของ free vortex ที่หลุดจากใบจักรและส่งผลกระทบต่อความเร็วที่เกิดขึ้นบนใบจักร

ของไหลที่อยู่บริเวณด้านหลังของใบจักรจะถูกพิจารณาแบ่งออกเป็นสองช่วงคือช่วง transition zone และ ultimate zone ในช่วง transition zone ขนาดของของไหลจะมีการลดขนาดลงตามระยะในแนว downstream ดังนั้น free vortex ที่หลุดจากตำแหน่งปลายใบของใบจักรจะมีขนาดลดลงตามขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร ในงานศึกษาของ Kerwin[23] และ Cummings[24] ได้กำหนดให้ free vortex ที่หลุดจากตำแหน่งต่างๆจะเปลี่ยนขนาดและรวมตัวกันกลายเป็นกลุ่ม tip vortex ณ ตำแหน่งหนึ่งใน downstream เราเรียกลักษณะดังกล่าวนี้ว่าการเกิด roll-up ดังแสดงในรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 แสดงแบบจำลองการรวมตัวกันของ free vortex ในของไหลที่ไหลผ่านใบจักร

แต่จากการทดลองโดย Hoshino[25] กลับพบการเกิด roll-up ไม่ได้เกิดขึ้นเสมอไป Hoshino จึงได้เสนอแบบจำลอง free vortex ใหม่ โดยให้ free vortex ที่หลุดจากตำแหน่งต่างๆในแนวรัศมีจะมีขนาดลดหลั่นกันลงไปดังแสดงในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 แสดงแบบจำลอง free vortex ในของไหลที่ไหลผ่านใบจักรโดยไม่เกิดการ roll-up

สำหรับการหาขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร ได้มีผู้ศึกษาโดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักรกับความเร็วเหนี่ยวนำในแนวรัศมีและ axial เช่น Theodorsen[22] และ Guner et al.[27] หรือหาจาก vorticity ของของไหลที่เสนอโดย Conway[26] ซึ่งวิธีการดังกล่าวมีความซับซ้อนมาก ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้จึงได้เลือกใช้วิธีที่ได้จากการทดลองของ Hoshino[25] ซึ่งขนาดรัศมีของ free vortex จะอยู่ในรูปสมการที่ขึ้นอยู่กับค่า advance ratio และระยะ pitch ของใบจักร

จากการศึกษาของ Hoshino โดยการทดลองวัดความเร็วของของไหลที่ไหลผ่านใบจักรที่มีระยะ pitch และ ค่า advance ratio ต่างๆ ทำให้สามารถสรุปเป็นสมการหาขนาดของ free vortex ในช่วง transition zone ที่ระยะใดๆใน downstream ได้เป็น

$$r_t(n) = r(n) - [r(n) - r_w(n)] \cdot f_r(\xi) \quad (2.32)$$

$$f_r(\xi) = \sqrt{\xi} + 1.013\xi - 1.920\xi^2 + 1.228\xi^3 - 0.321\xi^4 \quad (2.33)$$

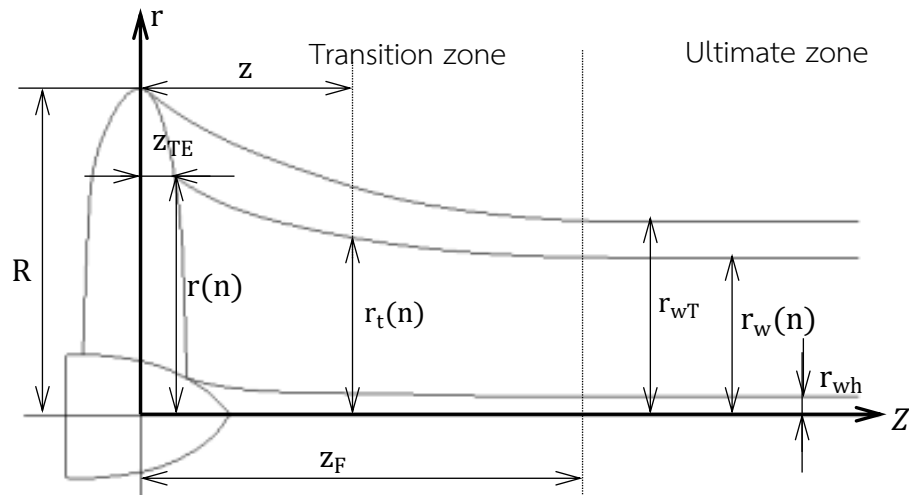
$$\xi = \frac{z - z_{TE}}{z_F - z_{TE}} \quad (2.34)$$

$$z_F = 2.0R \quad (2.35)$$

$$r_{wT} = [0.887 - 0.125(1 - J/p)]R \quad (2.36)$$

$$r_{wh} = 0.1R \quad (2.37)$$

โดยที่  $J$  คือ advance ratio และ  $p$  คือระยะ pitch ที่  $0.7R$  ตัวแปรในสมการที่ 2.32 ถึง 2.37 สามารถอธิบายได้ดังรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 แสดงลักษณะของไหลที่ไหลผ่านใบจักรและตัวแปรที่ใช้คำนวณหาขนาดรัศมีของ free vortex

สำหรับตำแหน่งของ  $r_w(n)$  ในช่วง ultimate zone จะมีการกระจายตัวเช่นเดียวกับ  $r(n)$  บน lifting line หาก lifting line ถูกแบ่งออกเป็น  $M$  ช่วงเท่าๆกัน  $r_w(n)$  สามารถเขียนสมการได้เป็น

$$r_w(n) = r_{wh} + (n-1) \frac{r_{wT} - r_{wh}}{M} ; n=1,2,\dots,M+1 \quad (2.38)$$

และจากทฤษฎี lifting line จะเปรียบเสมือนให้ใบของใบจักรมีความกว้างเป็นศูนย์ ดังนั้นค่า  $z_{TE}$  จึงมีค่าเป็นศูนย์

จากสมการที่ได้จากการทดลองของ Hoshino ขนาดรัศมีของ free vortex ในช่วง transition zone จะเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งในระยะ downstream หรือระยะ  $z$  แต่ในการหาความเร็วเหนี่ยวนำ ขนาดรัศมีของ free vortex จะต้องอยู่ในฟังก์ชันของมุม  $\phi$  ในระนาบ  $r\theta$  (ลักษณะมุม  $\phi$  สามารถดูได้จากรูปที่ 2.3) ดังนั้นจึงต้องหาความสัมพันธ์ระหว่างมุม  $\phi$  กับระยะ  $z$  ในที่นี้จะสมมติที่เวลา  $t$  ใดๆ ระยะในแนว axial ที่ free vortex เคลื่อนที่ไปจะมีค่าดังสมการที่ 2.39

$$z = [V_a + u_a + u'_a] t \cong V_a t \quad (2.39)$$

และมีมุมที่เปลี่ยนแปลงเป็น

$$\phi = \omega' t = \left[ \omega + \left( \frac{u_t + u'_t}{r} \right) \right] t \cong \omega t \quad (2.40)$$

จากสมการที่ 2.39 และ 2.40 จะได้ว่า

$$z \cong \frac{V_a \phi}{\omega} \quad (2.41)$$

ดังนั้นตัวแปร  $\xi$  ในสมการที่ 2.34 จึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$\xi = \frac{V_a \phi}{\omega Z_F} \quad (2.42)$$

จากสมการที่ 2.32 ถึง 2.37 และสมการที่ 2.42 ทำให้สามารถหาขนาดรัศมีของ free vortex ที่มุม  $\phi$  ใดๆในช่วง transition zone ได้

2.6 การพิจารณาการกระจายตัวของ circulation ที่เหมาะสม ด้วยวิธีแคลคูลัสของการแปรผัน (Calculus of Variation)

การวิเคราะห์หาค่า circulation ที่เหมาะสมในใบจักรใบเดียวด้วยวิธีแคลคูลัสของการแปรผัน เริ่มด้วยการสร้างสมการสำหรับหาแรงผลักดันที่เกิดบนใบจักรและแรงบิดที่ใบจักรต้องให้อยู่ในรูปตัวแปรที่ต้องการหาซึ่งในที่นี้คือค่า circulation ดังแสดงในสมการที่ 2.43 และ 2.44

$$T = \rho Z \int_{r_h}^R [(V_t + \omega r + u_t) \Gamma - \frac{1}{2} V^* (V_a + u_a) c C_D] dr \quad (2.43)$$

$$Q = \rho Z \int_{r_h}^R [(V_a + u_a) \Gamma + \frac{1}{2} V^* (V_t + \omega r + u_t) c C_D] r dr \quad (2.44)$$

หากใบจักรถูกแบ่งออกเป็น  $M$  ช่วง สมการที่ 2.43 และ 2.44 สามารถเขียนอยู่ในรูปใหม่ได้เป็น

$$T = \rho Z \sum_{m=1}^M [(V_t(m) + \omega r(m) + u_t(m)) \Gamma(m) \Delta r - \frac{1}{2} V^*(m) (V_a(m) + u_a(m)) c(m) C_D(m) \Delta r] \quad (2.45)$$

$$Q = \rho Z \sum_{m=1}^M [(V_a(m) + u_a(m)) \Gamma(m) r(m) \Delta r + \frac{1}{2} V^*(m) (V_t(m) + \omega r(m) + u_t(m)) r(m) c(m) C_D(m) \Delta r] \quad (2.46)$$

หากผลเนื่องจากแรงเสียดทานของของไหล สมการที่ 2.45 และ 2.46 จะกลายเป็น

$$T = \rho Z \sum_{m=1}^M (V_t(m) + \omega r(m) + u_t(m)) \Gamma(m) \Delta r \quad (2.47)$$

$$Q = \rho Z \sum_{m=1}^M (V_a(m) + u_a(m)) \Gamma(m) r(m) \Delta r \quad (2.48)$$

แต่เนื่องจาก

$$u_t(n) = \sum_{m=1}^M \Gamma(m) \bar{u}_t(n, m) \quad (2.49)$$

$$u_a(n) = \sum_{m=1}^M \Gamma(m) \bar{u}_a(n, m) \quad (2.50)$$

แทนค่าสมการที่ 2.49 และ 2.50 ลงในสมการที่ 2.47 และ 2.48 จะได้เป็น

$$T = \rho Z \sum_{m=1}^M \left( V_t(m) + \omega r(m) + \sum_{l=1}^M \Gamma(l) \bar{u}_t(m, l) \right) \Gamma(m) \Delta r \quad (2.51)$$

$$Q = \rho Z \sum_{m=1}^M \left( V_a(m) + \sum_{l=1}^M \Gamma(l) \bar{u}_a(m, l) \right) \Gamma(m) r(m) \Delta r \quad (2.52)$$

จากนั้นจึงสร้างสมการ auxiliary function ขึ้นมา โดยหากมีเงื่อนไขของการหาการกระจายตัวของค่า circulation เพื่อให้ได้แรงผลักดันที่กำหนด ( $T_{req}$ ) โดยเกิดแรงบิดน้อยที่สุด auxiliary function ( $H$ ) จะแสดงได้ดังสมการที่ 2.53

$$H = Q + \lambda (T - T_{req}) \quad (2.53)$$

โดยที่  $\lambda$  คือ Lagrange multiplier ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่า  
ขั้นตอนต่อไปคือการหาอนุพันธ์ auxiliary function เทียบกับตัวแปรที่ต้องการหาในที่นี้คือ circulation ( $\Gamma$ ) และ Lagrange multiplier ( $\lambda$ ) แล้วจับเท่ากับศูนย์

$$\frac{\partial H}{\partial \Gamma(i)} = 0 \quad \text{for } i=1, 2, \dots, M \quad (2.54)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = 0 \quad (2.55)$$

จากสมการที่ 2.51, 2.52, 2.54 และ 2.55 จึงได้เป็น

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H}{\partial \Gamma(i)} &= V_a(i)r(i)\Delta r \\
 &+ \sum_{m=1}^M [\Gamma(m)\bar{u}_a(i,m)r(m)\Delta r + \Gamma(m)\bar{u}_a(m,i)r(i)\Delta r] \\
 &+ \lambda[V_t(i) + \omega r(i)]\Delta r \\
 &+ \lambda \sum_{m=1}^M [\Gamma(m)\bar{u}_t(i,m)\Delta r + \Gamma(m)\bar{u}_t(m,i)\Delta r] \\
 &= 0 \qquad \text{for } i=1,2,\dots,M
 \end{aligned} \tag{2.56}$$

$$T_{req} = \rho Z \sum_{m=1}^M \left[ V_t(m) + \omega r(m) + \sum_{n=1}^M \Gamma(n)\bar{u}_t(n,m) \right] \Gamma(m)\Delta r \tag{2.57}$$

จากสมการที่ 2.56 และ 2.57 พบว่ามีสมการเกิดขึ้นทั้งหมด  $M + 1$  สมการ กับตัวแปรที่ไม่ทราบค่า  $M + 1$  โดยตัวแปรประกอบด้วยค่า circulation ( $\Gamma$ ) จำนวน  $M$  ตัวและ Lagrange multiplier ( $\lambda$ ) อีกหนึ่งตัว ดังนั้น สมการที่ 2.56 และ 2.57 จึงใช้แก้หาค่า circulation ที่ตำแหน่งต่างๆได้



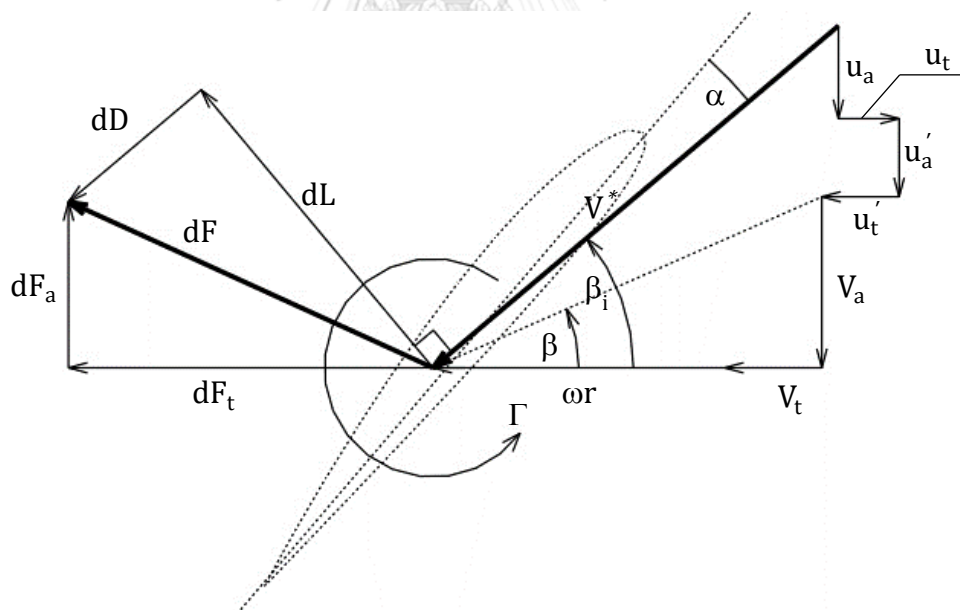
### บทที่ 3

#### การออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม

##### 3.1 ขั้นตอนการพิจารณาออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม

ความเร็วของของไหลที่เกิดขึ้นบนใบจักรจะมีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่งต่างๆ ในทฤษฎี lifting line ความเร็วของของไหลที่เกิดขึ้นในแต่ละตำแหน่งบน lifting line จะเปรียบเสมือนความเร็ว ลัพธ์ที่เกิดขึ้นบนแต่ละหน้าตัดของใบจักรที่แบ่งตามแนวรัศมี ความเร็วที่ใช้พิจารณาหาแรงที่กระทำ บนแต่ละหน้าตัดของใบจักรจะเป็นความเร็วของของไหลที่เห็น ณ จุดสังเกตที่อยู่บนใบจักร โดย ความเร็วนี้สามารถแบ่งได้เป็นสองส่วน ส่วนแรกคือความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรเมื่อเทียบกับ ใบจักร และส่วนที่สองคือความเร็วเหนี่ยวนำของของไหลที่เกิดขึ้นบนใบจักร

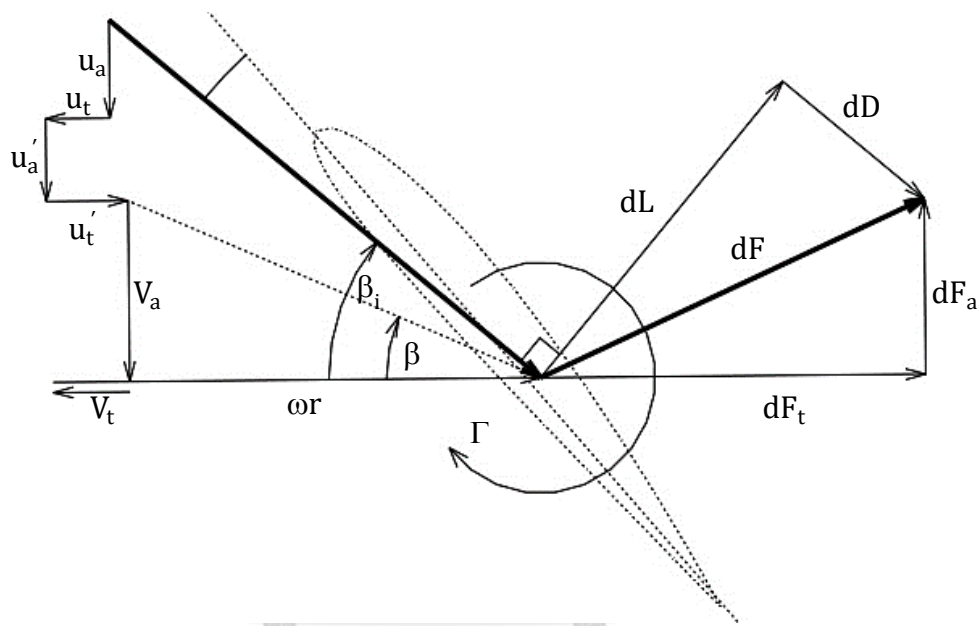
สำหรับใบจักรหมุนทวนตรงข้าม ความเร็วเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นยังแบ่งออกได้เป็นสองส่วนคือ ความเร็วเหนี่ยวนำเนื่องจากตัวใบจักรเองและความเร็วเหนี่ยวนำเนื่องจากใบจักรอีกใบ ความเร็ว และแรงที่เกิดบนใบจักรทั้งสองสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.1 และ 3.2



รูปที่ 3.1 แสดงความเร็วและแรงที่เกิดขึ้นบนแต่ละหน้าตัดของใบจักรใบหน้า

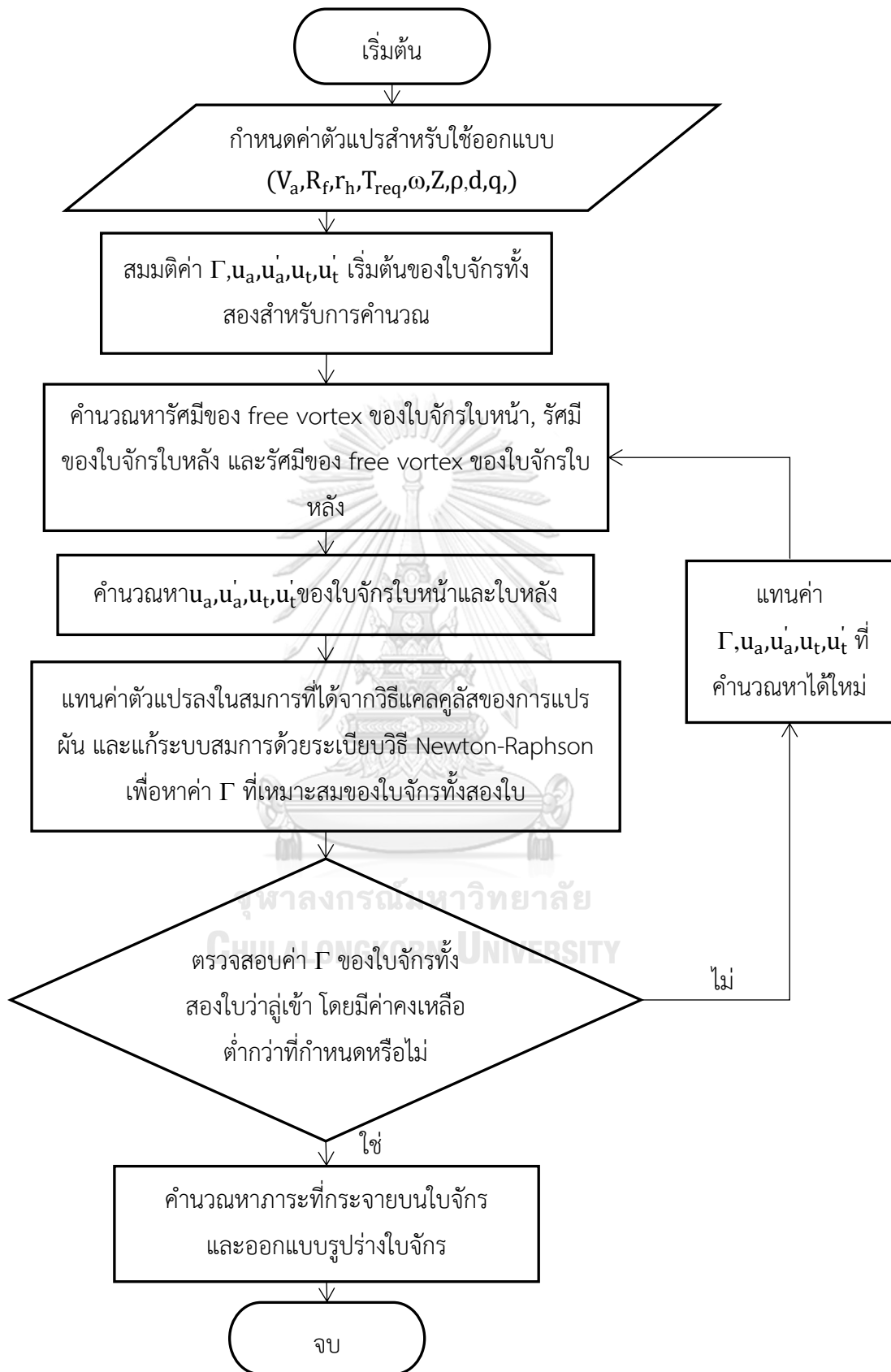
ความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรจะถูกแทนด้วย  $V$  ในขณะที่ความเร็วเหนี่ยวนำเนื่องจากตัวใบจักรเองและเนื่องจากใบจักรอีกใบจะถูกแทนด้วย  $u$  และ  $u'$  ตามลำดับ ตัวห้อย  $a$  และ  $t$  ใช้บอกถึงทิศทางในแนวแกนการหมุนและแนวเส้นรอบวงตามลำดับ ในการศึกษานี้จะกำหนดให้ความเร็วของของไหลมีทิศทางตามแนวแกนการหมุนเท่านั้นหรือมีแค่  $V_a$  ส่วน  $V_t$  จะมีค่า

เป็นศูนย์ ส่วนแรงที่เกิดขึ้นบนแต่ละหน้าตัดของใบจักรจะประกอบด้วยแรงยกและแรงต้านเนื่องจากความหนืดของของไหลซึ่งแทนด้วย  $dL$  และ  $dD$  ตามลำดับ โดยแรงยกจะมีทิศทางตั้งฉากกับทิศของความเร็วลัพท์ ( $V^*$ ) และทิศของ circulation ( $\Gamma$ ) ตามกฎผลคูณเชิงเวกเตอร์ ส่วนแรงต้านจะมีทิศทางเดียวกับความเร็วลัพท์ เมื่อรวมแรงยกและแรงต้านจะทำให้เกิดแรงลัพท์  $dF$  ซึ่งเมื่อแตกแรงให้อยู่ในแนวแกนการหมุนและแนวเส้นรอบวงจะได้เป็น  $dF_a$  และ  $dF_t$  ตามลำดับ แรง  $dF_a$  ที่ได้จะถูกนำไปใช้ประโยชน์เป็นแรงผลักดันให้ใบจักรเคลื่อนที่ไปข้างหน้า ส่วนแรง  $dF_t$  จะกลายเป็นแรงต้านในการหมุนที่ใบจักรต้องเอาชนะ



รูปที่ 3.2 แสดงความเร็วและแรงที่เกิดขึ้นบนแต่ละหน้าตัดของใบจักรใบหลัง

ความเร็วเหนี่ยวนำเนื่องจากตัวใบจักรเองจะหาได้จากวิธีการหาความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line ร่วมกับการพิจารณาการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักรซึ่งจะอธิบายรายละเอียดไว้ในหัวข้อ 3.2 โดยที่การหาขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักรจะใช้วิธีของ Hoshino ดังแสดงไว้ในหัวข้อ 2.4 ส่วนความเร็วเหนี่ยวนำเนื่องจากใบจักรอีกใบจะมีค่าเปลี่ยนแปลงไปในหนึ่งรอบที่ใบจักรทั้งสองหมุนสัมพันธ์กัน ดังนั้นความเร็วเหนี่ยวนำเนื่องจากใบจักรอีกใบนี้จึงใช้เป็นค่าเฉลี่ยซึ่งสามารถหาได้ด้วยวิธีของ Hough et al.[28] ร่วมกับการพิจารณาการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักรซึ่งจะอธิบายรายละเอียดไว้ในหัวข้อ 3.3



รูปที่ 3.3 แผนผังแสดงขั้นตอนการออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม

ความเร็วทั้งหมดที่เกิดขึ้นบน lifting line ของใบจักรทั้งสองใบจะถูกนำมาแทนค่าในสมการเพื่อหาแรงผลักและแรงบิด ค่าแรงผลักและแรงบิดบนใบจักรทั้งสองใบที่ได้จะถูกนำมาใช้เพื่อหาการกระจายตัวที่เหมาะสมของค่า circulation บน lifting line ด้วยวิธีแคลคูลัสของการแปรผันดังแสดงในหัวข้อ 2.5 ค่า circulation ที่เหมาะสมและความเร็วลัพท์จะแสดงถึงภาวะที่กระจายอยู่บนใบจักร ซึ่งจะถูกนำไปหาขนาดรูปร่างและมุม pitch ของแต่ละหน้าตัดใบของใบจักร การเลือกรูปร่างพื้นหน้าตัดและคำนวณหาขนาดมุม pitch ของ airfoil สามารถอ้างอิงได้จากผลการทดลอง NACA series airfoil ในการไหลสองมิติโดย Abbott & von Doenhoff[30] ประกอบการใช้ค่า correction factor สำหรับการไหลในสามมิติซึ่งหาได้จากการศึกษาของ Oossanen[15]

ขั้นตอนการออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามจะเริ่มจากกำหนดตัวแปรสำหรับการออกแบบ ได้แก่ ความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร, ขนาดรัศมีของใบจักรใบแรก, ขนาดคุมใบจักร, แรงผลักที่ต้องการ, ความเร็วเชิงมุมของใบจักรทั้งสอง, จำนวนตัวใบของใบจักร, ความหนาแน่นของของไหล, ระยะห่างระหว่างใบจักรสองใบ และอัตราส่วนแรงบิดบนใบจักรระหว่างใบหลังต่อใบหน้า ในขณะที่ขนาดรัศมีของใบจักรใบหลังจะถูกกำหนดให้มีขนาดเท่ากับรัศมีของ slipstream ของใบจักรใบแรกตรงตำแหน่งที่ใบจักรใบหลังตั้งอยู่ นอกจากนี้จะต้องสมมติค่าเริ่มต้นของตัวแปรที่ไม่ทราบค่าบางตัวซึ่งได้แก่ ค่า circulation และความเร็วเหนี่ยวนำที่กระจายอยู่บนแต่ละจุดบน lifting line จากนั้นจึงแทนค่าต่างๆ เหล่านี้ลงในสมการที่ได้จากวิธีแคลคูลัสของการแปรผันแล้วทำการแก้ระบบสมการที่ได้ด้วยระเบียบวิธี Newton-Raphson จนกว่าจะได้ค่า circulation ที่ลู่อเข้า ทั้งนี้ สมการที่ใช้คำนวณจะถูกเขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยใช้โปรแกรม MATLAB ซึ่งรายละเอียดแสดงไว้ในภาคผนวก ข. ค่า circulation ที่ได้จะถูกนำมาคำนวณหาภาวะที่กระจายอยู่บนใบจักรเพื่อนำมาออกแบบรูปร่างใบของใบจักรต่อไป ขั้นตอนการออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามสามารถแสดงเป็นแผนผังได้ดังรูปที่ 3.3

### 3.2 ความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line เมื่อคำนึงถึงการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร

หากการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักรถูกนำมาประกอบการพิจารณา ขนาดรัศมีของ free vortex จะมีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามมุม  $\phi$  สมการที่ 2.7 ถึง 2.10 ในหัวข้อ 2.2 จึงเขียนใหม่ได้เป็น

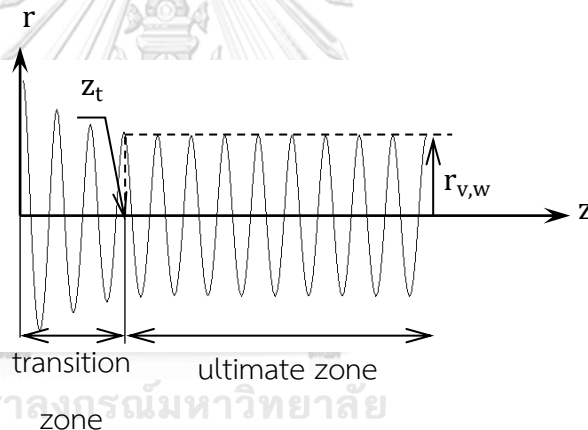
$$u_a(r_c) = \int_{r_h}^R -\frac{\partial \Gamma(r_v, \phi=0)}{\partial r} \bar{u}_a(r_c, r_v) dr \quad (3.1)$$

$$u_t(r_c) = \int_{r_h}^R -\frac{\partial \Gamma(r_v, \phi=0)}{\partial r} \bar{u}_t(r_c, r_v) dr \quad (3.2)$$

$$\bar{u}_a(r_c, r_v) = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \int_0^\infty \frac{r_v(\phi) [r_v(\phi) - r_c \cos(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + [r_v(\phi)]^2 - 2r_c r_v(\phi) \cdot \cos(\phi + \delta_k) + [r_v(\phi) \cdot \phi \tan \beta_i]^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (3.3)$$

$$\bar{u}_t(r_c, r_v) = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \int_0^\infty \frac{r_v(\phi) \tan \beta_i [r_c - r_v(\phi) \cdot \cos(\phi + \delta_k) - r_v(\phi) \cdot \sin(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + [r_v(\phi)]^2 - 2r_c r_v(\phi) \cdot \cos(\phi + \delta_k) + [r_v(\phi) \cdot \phi \tan \beta_i]^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (3.4)$$

การลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักรสามารถพิจารณาได้เป็นสองช่วงคือช่วงที่เรียกว่า transition zone และช่วงที่เรียกว่า ultimate zone ช่วง transition zone เป็นช่วงที่รัศมีของ free vortex มีค่าลดลงตามแนว downstream จนถึงตำแหน่งที่รัศมีของ free vortex มีค่าคงที่ โดยช่วงหลังจากรัศมีของ free vortex มีค่าที่จะเรียกว่าช่วง ultimate zone ดังแสดงในรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 แสดงการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร (slipstream contraction)

จากรูปที่ 3.4 ตำแหน่งรอยต่อระหว่าง transition zone และ ultimate zone เกิดขึ้นที่ระยะ  $z_t$  ซึ่งตรงกับมุม  $\phi_t$  ในระนาบ  $r\theta$  ตัวประกอบความเร็วเหนี่ยวนำในแนว axial ในสมการที่ 3.3 จึงสามารถพิจารณาแยกออกเป็นสองส่วน ส่วนแรกคือบริเวณที่รัศมีของ free vortex มีค่าเปลี่ยนแปลงตามมุม  $\phi$  ซึ่งจะอยู่ในช่วงจากมุม  $\phi$  มีค่าเท่ากับศูนย์ไปจนถึงมุม  $\phi$  มีค่าเท่ากับ  $\phi_t$  และส่วนที่สองคือบริเวณที่รัศมีของ free vortex มีค่าคงที่เท่ากับ  $r_{v,w}$  ซึ่งจะอยู่ในช่วงจากมุม  $\phi$  มีค่าเท่ากับ  $\phi_t$  ไปจนถึงที่ค่าอนันต์ สมการที่ 3.3 จึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned} \bar{u}_a(r_c, r_v) = & \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \int_0^{\phi_t} \frac{r_v(\phi)[r_v(\phi) - r_c \cos(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + [r_v(\phi)]^2 - 2r_c r_v(\phi) \cdot \cos(\phi + \delta_k) + [r_v(\phi) \cdot \phi \tan \beta_i]^2]^{\frac{3}{2}}} \\ & + \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \int_{\phi_t}^{\infty} \frac{r_{v,w}[r_{v,w} - r_c \cos(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + r_{v,w}^2 - 2r_c r_{v,w} \cdot \cos(\phi + \delta_k) + [r_{v,w} \phi \tan \beta_i]^2]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (3.5)$$

โดยพจน์ที่สองทางขวามือของสมการที่ 3.5 สามารถเขียนให้อยู่ในผลต่างของอินทิกรัลสองช่วงคือ อินทิกรัลจากศูนย์ถึงค่าอนันต์หักลบด้วยอินทิกรัลจากศูนย์ถึงมุม  $\phi_t$  ดังแสดงในสมการที่ 3.6

$$\begin{aligned} \bar{u}_a(r_c, r_v) = & \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \int_0^{\phi_t} \frac{r_v(\phi)[r_v(\phi) - r_c \cos(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + [r_v(\phi)]^2 - 2r_c r_v(\phi) \cdot \cos(\phi + \delta_k) + [r_v(\phi) \cdot \phi \tan \beta_i]^2]^{\frac{3}{2}}} \\ & - \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \int_0^{\phi_t} \frac{r_{v,w}[r_{v,w} - r_c \cos(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + r_{v,w}^2 - 2r_c r_{v,w} \cdot \cos(\phi + \delta_k) + [r_{v,w} \phi \tan \beta_i]^2]^{\frac{3}{2}}} + \\ & \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \int_0^{\infty} \frac{r_{v,w}[r_{v,w} - r_c \cos(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + r_{v,w}^2 - 2r_c r_{v,w} \cdot \cos(\phi + \delta_k) + [r_{v,w} \phi \tan \beta_i]^2]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (3.6)$$

เช่นเดียวกับตัวประกอบความเร็วเหนี่ยวนำในแนว tangential สมการที่ 3.4 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned} \bar{u}_t(r_c, r_v) = & \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \int_0^{\phi_t} \frac{r_v(\phi) \tan \beta_i [r_c - r_v(\phi) \cdot \cos(\phi + \delta_k) - r_v(\phi) \cdot \sin(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + [r_v(\phi)]^2 - 2r_c r_v(\phi) \cdot \cos(\phi + \delta_k) + [r_v(\phi) \cdot \phi \tan \beta_i]^2]^{\frac{3}{2}}} \\ & - \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \int_0^{\phi_t} \frac{r_{v,w} \tan \beta_i [r_c - r_{v,w} \cos(\phi + \delta_k) - r_{v,w} \sin(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + r_{v,w}^2 - 2r_c r_{v,w} \cos(\phi + \delta_k) + [r_{v,w} \phi \tan \beta_i]^2]^{\frac{3}{2}}} + \\ & \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \int_0^{\infty} \frac{r_{v,w} \tan \beta_i [r_c - r_{v,w} \cos(\phi + \delta_k) - r_{v,w} \sin(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + r_{v,w}^2 - 2r_c r_{v,w} \cos(\phi + \delta_k) + [r_{v,w} \phi \tan \beta_i]^2]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (3.7)$$

ซึ่งพจน์ที่หนึ่งและสองทางขวามือของสมการที่ 3.6 และ 3.7 สามารถหาได้ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (numerical method) เนื่องจากขอบเขตการอินทิกรัลจำกัดอยู่ในเฉพาะช่วง transition zone ในขณะที่พจน์ที่สามทางขวามือไม่สามารถหาด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเพราะขอบเขตการอินทิกรัลอยู่ในช่วง ultimate zone ซึ่งไปสิ้นสุดที่ระยะอนันต์ แต่สามารถหาค่าโดยประมาณได้จากสมการที่พิสูจน์โดย Wrench[31] Wrench ได้แก้สมการตัวประกอบความเร็วเหนี่ยวนำที่ติดอยู่ในรูปอินทิกรัลโดยที่รัศมีของ free vortex มีค่าคงที่และขอบเขตการอินทิกรัลเริ่มจากศูนย์ไปถึงอนันต์ให้อยู่ในรูปแบบสมการอย่างง่าย สมการที่พิสูจน์โดย Wrench ได้แสดงไว้ในภาคผนวก ก.

พิจารณาพจน์ที่หนึ่งและสองทางขวามือของสมการที่ 3.6 และ 3.7 ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข โดยแบ่งช่วงมุม  $\phi$  จากศูนย์จนถึง  $\phi_t$  ออกเป็น  $L$  ช่วงเท่าๆกัน โดยแต่ละช่วงมีขนาดมุมเป็น  $\Delta\phi$  และกำหนดให้จุด  $r_v(\phi)$  ในแต่ละช่วงมีค่าเป็น  $r_v(\phi_l)$  และอยู่ที่ตำแหน่งกึ่งกลางในแต่ละช่วงนั้นๆ จะได้ว่า

$$\Delta\phi = \frac{\phi_t}{L} \quad (3.8)$$

$$\phi_l = \left(l - \frac{1}{2}\right) \frac{\phi_t}{L} ; l=1,2,\dots,L \quad (3.9)$$

สมการที่ 3.6 และ 3.7 ที่อยู่ในรูปอินทิกรัลจึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned} \bar{u}_a(r_c, r_v) = & \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^L \frac{r_v(\phi_l) [r_v(\phi_l) - r_c \cos(\phi_l + \delta_k)] \Delta\phi}{[r_c^2 + [r_v(\phi_l)]^2 - 2r_c r_v(\phi_l) \cdot \cos(\phi_l + \delta_k) + [r_v(\phi_l) \cdot \phi \tan \beta_i]^2]^{\frac{3}{2}}} \\ & - \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^L \frac{r_{v,w} [r_{v,w} - r_c \cos(\phi_l + \delta_k)] \Delta\phi}{[r_c^2 + r_{v,w}^2 - 2r_c r_{v,w} \cdot \cos(\phi_l + \delta_k) + [r_{v,w} \phi_l \tan \beta_i]^2]^{\frac{3}{2}}} \\ & + \bar{u}_{a,Wrench}(r_c, r_{v,w}) \end{aligned} \quad (3.10)$$

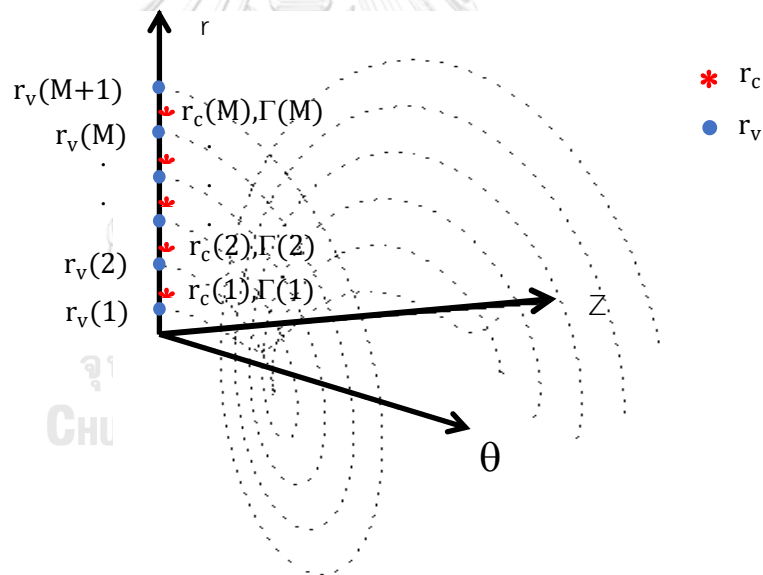
$$\begin{aligned} \bar{u}_t(r_c, r_v) = & \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^L \frac{r_v(\phi_l) \tan \beta_i [r_c - r_v(\phi_l) \cdot \cos(\phi_l + \delta_k) - r_v(\phi_l) \cdot \sin(\phi_l + \delta_k)] \Delta\phi}{[r_c^2 + [r_v(\phi_l)]^2 - 2r_c r_v(\phi_l) \cdot \cos(\phi_l + \delta_k) + [r_v(\phi_l) \cdot \phi_l \tan \beta_i]^2]^{\frac{3}{2}}} \\ & - \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \int_0^{\phi_t} \frac{r_{v,w} \tan \beta_i [r_c - r_{v,w} \cos(\phi_l + \delta_k) - r_{v,w} \sin(\phi_l + \delta_k)] \Delta\phi}{[r_c^2 + r_{v,w}^2 - 2r_c r_{v,w} \cos(\phi_l + \delta_k) + [r_{v,w} \phi_l \tan \beta_i]^2]^{\frac{3}{2}}} \\ & + \bar{u}_{t,Wrench}(r_c, r_{v,w}) \end{aligned} \quad (3.11)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \bar{u}_{a,Wrench}(r_c, r_{v,w}) \\ = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \int_0^{\infty} \frac{r_{v,w} [r_{v,w} - r_c \cos(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + r_{v,w}^2 - 2r_c r_{v,w} \cos(\phi + \delta_k) + [r_{v,w} \phi \tan \beta_i]^2]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_{t,Wrench}(r_c, r_{v,w}) \\ = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \int_0^{\infty} \frac{r_{v,w} \tan \beta_i [r_c - r_{v,w} \cos(\phi + \delta_k) - r_{v,w} \sin(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + r_{v,w}^2 - 2r_c r_{v,w} \cos(\phi + \delta_k) + [r_{v,w} \phi \tan \beta_i]^2]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (3.13)$$

ขั้นตอนต่อไปจะเป็นการพิจารณาเปลี่ยนสมการความเร็วเหนี่ยวนำบนใบจักรดังแสดงในสมการที่ 3.1 และ 3.2 ที่อยู่ในรูปอินทิกรัล ให้อยู่ในรูปแบบสมการที่แก้ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข โดยจะแบ่ง lifting line ออกเป็นช่วงๆ จำนวน  $M$  ช่วง และกำหนดให้จุด  $r_c$  อยู่ภายในช่วงที่แบ่ง ขณะที่จุด  $r_v$  อยู่ที่จุดปลายทั้งสองของแต่ละช่วงดังแสดงในรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 แสดงการแบ่งช่วงบน lifting line และการกำหนดจุด  $r_c$  และ  $r_v$

จากการพิจารณาแบ่ง lifting line ออกเป็น  $M$  ช่วง ความเร็วเหนี่ยวนำในแนว axial ดังแสดงในสมการที่ 3.1 สามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$u_a(r_c(n)) = \sum_{m=1}^{M+1} [\Gamma(r_c(m-1)) - \Gamma(r_c(m))] \cdot \bar{u}_a(r_c(n), r_v(m)) \quad (3.14)$$

แต่เนื่องจาก  $\Gamma(r_c(0))$  และ  $\Gamma(r_c(M+1))$  มีค่าเป็นศูนย์ สมการที่ 3.14 จึงเขียนใหม่ได้เป็น



$$u_a(r_c(n)) = \sum_{m=1}^M \Gamma(r_c(m)) \cdot \bar{u}_a^*(r_c(n), r_v(m)) \quad (3.15)$$

$$\bar{u}_a^*(r_c(n), r_v(m)) = \bar{u}_a(r_c(n), r_v(m+1)) - \bar{u}_a(r_c(n), r_v(m)) \quad (3.16)$$

เช่นเดียวกับความเร็วเหนี่ยวนำในแนว tangential สมการที่ 3.2 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$u_t(r_c(n)) = \sum_{m=1}^M \Gamma(r_c(m)) \cdot \bar{u}_t^*(r_c(n), r_v(m)) \quad (3.17)$$

$$\bar{u}_t^*(r_c(n), r_v(m)) = \bar{u}_t(r_c(n), r_v(m+1)) - \bar{u}_t(r_c(n), r_v(m)) \quad (3.18)$$

จากสมการที่ 3.10 ถึง 3.13 และสมการที่ 3.15 ถึง 3.18 หากเราทราบการกระจายตัวของค่า circulation ( $\Gamma$ ) บน lifting line , ขนาดรัศมีของ free vortex ในช่วง transition zone ที่มีมุม  $\phi$  ต่างๆ , ค่าของมุม  $\phi_t$  และรัศมีของ free vortex ในช่วง ultimate zone ก็จะทำให้สามารถหาความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line ในแนว axial และ tangential ได้

### 3.3 ความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ยที่ตำแหน่งใดๆเมื่อคำนึงถึงการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร

เมื่อคำนึงถึงผลจากการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร ความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ยที่ตำแหน่งใดๆเนื่องจาก bound vortex ยังสามารถหาได้จากสมการที่แสดงโดย Hough et al. แต่ความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ยที่ตำแหน่งใดๆเนื่องจาก free vortex ของ Hough et al. จะสามารถใช้ได้ในเฉพาะช่วง ultimate zone ที่รัศมีของ free vortex มีค่าคงที่เท่านั้น ดังนั้น การหาความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ยที่ตำแหน่งใดๆ เนื่องจาก free vortex ในช่วง transition zone จึงใช้ค่าเฉลี่ยที่ได้จากระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งคล้ายกับการหาความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line อันเนื่องจาก free vortex ในช่วง transition zone ความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ยที่ตำแหน่งใดๆสามารถแบ่งออกได้เป็นส่วนดังแสดงในสมการที่ 3.19 และ 3.20

$$\mathbf{u}'_a = \mathbf{u}'_{a,bound} + \mathbf{u}'_{a,trans} + \mathbf{u}'_{a,ult} \quad (3.19)$$

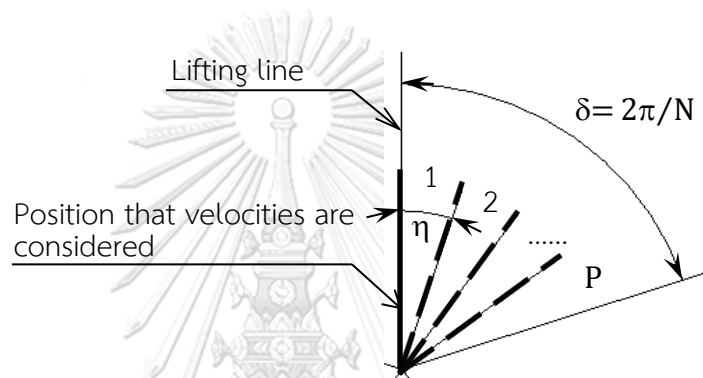
$$\mathbf{u}'_t = \mathbf{u}'_{t,bound} + \mathbf{u}'_{t,trans} + \mathbf{u}'_{t,ult} \quad (3.20)$$

เมื่อตัวห้อย a,t แทนตัวแปรในทิศทาง axial และ tangential ตามลำดับ

bound แทนตัวแปรที่เกิดขึ้นเนื่องจาก bound vortex

trans และ ult แทนตัวแปรที่เกิดขึ้นเนื่องจาก free vortex ในช่วง transition zone และ ultimate zone ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาความเร็วเหนี่ยวนำที่ตำแหน่งใดๆ เนื่องจาก free vortex ในช่วง transition zone จะพบว่าความเร็วเหนี่ยวนำมีค่าเปลี่ยนแปลงไป เมื่อมุมระหว่างจุดที่เราพิจารณาหาความเร็วเหนี่ยวนำกับเส้น lifting line มีค่าเปลี่ยนแปลงไปจนกว่ามุมระหว่างจุดที่เราพิจารณาหาความเร็วเหนี่ยวนำจะไปตรงกับเส้น lifting line ถัดไป และจะมีค่าเปลี่ยนแปลงซ้ำแบบเดิมอีกหากมุมระหว่างจุดที่เราพิจารณากับเส้น lifting line เปลี่ยนแปลงไปอีก ดังนั้น หากสมมติให้เส้น lifting line หรือจำนวนใบของใบจักรมีจำนวนเท่ากับ  $N$  เส้น ความเร็วเหนี่ยวนำจะมีค่าแปรเปลี่ยนเมื่อมุมระหว่างจุดที่พิจารณากับเส้น lifting line อยู่ระหว่างศูนย์จนถึงมุม  $\delta$  จากระเบียบวิธีเชิงตัวเลข เราสามารถแบ่งช่วงมุม  $\delta$  ออกเป็น  $P$  ช่วง โดยแต่ละช่วงจะมีขนาดมุมเป็น  $\eta$  ดังแสดงในรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 แสดงมุมระหว่างจุดที่พิจารณาหาความเร็วเหนี่ยวนำกับเส้น lifting line

ความเร็วเหนี่ยวนำที่เกิดจากการเปลี่ยนค่ามุมระหว่างจุดที่เราพิจารณากับ lifting line จากศูนย์ถึง  $\delta$  จำนวน  $P$  ค่านี้จะถูกนำไปใช้หาค่าเฉลี่ยของความเร็วเหนี่ยวนำเนื่องจาก free vortex ในช่วง transition zone โดยสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\mathbf{u}'_{a,trans}(r_c(n),z) = \sum_{m=1}^M \Gamma(r_c(m)) \cdot \mathbf{u}'_{a,trans}(r_c(n),r_v(m),z) \quad (3.21)$$

$$\mathbf{u}'_{a,trans}(r_c(n),r_v(m),z) = \mathbf{u}'_{a,trans}(r_c(n),r_v(m+1),z) - \mathbf{u}'_{a,trans}(r_c(n),r_v(m),z) \quad (3.22)$$

$$\mathbf{u}'_{a,trans}(r_c(n),r_v(m),z) = \frac{1}{4\pi P} \sum_{s=1}^P \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^L \left[ \frac{r_v(m,\phi_l)[r_v(m,\phi_l) - r_c \cos(\gamma_{lks})] \Delta\phi}{[S^2(r_c(n),r_v(m,\phi_l),z,\delta_k,\eta_s)]^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (3.23)$$

$$\mathbf{u}'_{t,trans}(r_c(n),z) = \sum_{m=1}^M \Gamma(r_c(m)) \cdot \mathbf{u}'_{t,trans}(r_c(n),r_v(m),z) \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_{t,trans}^*(r_c(n), r_v(m), z) \\ = \bar{u}'_{t,trans}(r_c(n), r_v(m+1), d) - \bar{u}'_{t,trans}(r_c(n), r_v(m), z) \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}'_{t,trans}(r_c(n), r_v(m), z) = \frac{1}{4\pi P} \sum_{s=1}^P \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^L \\ \left\{ \frac{r_v(m, \phi_l) \tan \beta_i [r_c - r_v(m, \phi_l) \cdot \cos(\gamma_{lks}) - r_v(m, \phi_l) \cdot \sin(\gamma_{lks})] \Delta \phi}{[S^2(r_c(n), r_v(m, \phi_l), z, \delta_k, \eta_s)]^{\frac{3}{2}}} \right. \\ \left. - \frac{r_v(m, \phi_l) z \cdot \sin(\gamma_{lks}) \Delta \phi}{[S^2(r_c(n), r_v(m, \phi_l), z, \delta_k, \eta_s)]^{\frac{3}{2}}} \right\} \end{aligned} \quad (3.26)$$

เมื่อ

$$\eta_s = (s-1) \delta_k / P ; s=1, 2, \dots, \eta \quad (3.27)$$

$$\gamma_{lks} = \phi_l + \delta_k - \eta_s \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} S^2(r_c(n), r_v(m, \phi_l), z, \phi_l, \delta_k, \eta_s) = \\ r_c^2(n) + r_v^2(m, \phi_l) - 2r_c r_v(m, \phi_l) \cos(\gamma_{lks}) + [r_v(m, \phi_l) \phi_l \tan \beta_i - z]^2 \end{aligned} \quad (3.29)$$

จากระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเช่นเดียวกัน ความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ยที่ตำแหน่งใดๆ เนื่องจาก bound vortex และ free vortex ในช่วง ultimate zone ที่ได้จากสมการของ Hough et al. สามารถแสดงได้ดังนี้

$$u'_{a,bound}(r_c(n), z) = 0 \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} u'_{t,bound}(r_c(n), z) \\ = \frac{Nz}{4\pi^2 [r_c(n)]^{3/2}} \sum_{m=1}^M \frac{\Gamma(r_v(m))}{(r_v(m))^{3/2}} Q'_{1/2}(\omega_1(z, r_c(n); r_v(m))) \Delta r \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$u'_{a,ult}(r_c(n), z) = \frac{N\omega}{4\pi^2 V_a} \sum_{m=1}^M \Gamma(r_v(m)) K_1^*(z, r_c(n); r_v(m)) \quad (3.32)$$

$$u'_{t,ult}(r_c(n),z) = \frac{N}{4\pi^2 r_c(n)} \sum_{m=1}^M \Gamma(r_v(m)) K_2^*(z, r_c(n); r_v(m)) \quad (3.33)$$

$$K_1^*(z, r_c(n); r_v(m)) = K_1(z, r_c(n); r_v(m+1)) - K_1(z, r_c(n); r_v(m)) \quad (3.34)$$

$$K_2^*(z, r_c(n); r_v(m)) = K_2(z, r_c(n); r_v(m+1)) - K_2(z, r_c(n); r_v(m)) \quad (3.35)$$

โดยที่ฟังก์ชัน  $Q'_{1/2}, K_1$  และ  $K_2$  สามารถดูได้ในหัวข้อ 2.3

จากสมการที่ 3.19 ถึง 3.33 หากเราทราบการกระจายตัวของค่า circulation ( $\Gamma$ ) บน lifting line , ขนาดรัศมีของ free vortex ในช่วง transition zone ที่มีมุม  $\phi$  ต่างๆ , ค่าของมุม  $\phi_t$  และขนาดรัศมีของ free vortex ในช่วง ultimate zone ก็จะทำให้สามารถหาความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ยที่ตำแหน่งรัศมี  $r_c$  และระยะในแนว axial ที่  $z$  ได้

### 3.4 ความเร็วเหนี่ยวนำบนชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม

ความเร็วเหนี่ยวนำบนใบจักรในชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามจะประกอบด้วยสองส่วนคือ ความเร็วเหนี่ยวนำเนื่องจากตัวใบจักรเอง และความเร็วเหนี่ยวนำเนื่องจากใบจักรอีกใบซึ่งจะใช้เป็นค่าเฉลี่ย โดยความเร็วเหนี่ยวนำเนื่องจากตัวใบจักรเองสามารถหาได้จากวิธีการความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line ดังแสดงในหัวข้อ 3.2 ส่วนความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ยเนื่องจากใบจักรอีกใบสามารถหาได้จากวิธีการความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ยที่ตำแหน่งใดๆดังแสดงในหัวข้อ 3.3

หากกำหนดให้ lifting line ของใบจักรใบหน้าและใบหลังมีระยะห่างระหว่างกันในแนว axial เท่ากับ  $d$  เมื่อพิจารณาที่ใบจักรใบหน้า สมการความเร็วเหนี่ยวนำโดยเฉลี่ยเนื่องจากใบจักรใบหลังจะต้องแทนระยะในแนว axial เป็น  $-d$  เนื่องจากตำแหน่ง lifting line ของใบจักรใบหน้าจะอยู่ทาง upstream ของ lifting line ของใบจักรใบหลัง ในขณะที่ใบหลังจะแทนระยะในแนว axial เป็น  $d$  เนื่องจากตำแหน่งของใบจักรใบหลังอยู่ทาง downstream ของ lifting line ของใบจักรใบหน้า

หาก lifting line ของใบจักรใบหน้าและใบหลังถูกแบ่งออกเป็นช่วงเท่ากับจำนวน  $M_f$  และ  $M_r$  ตามลำดับ และจำนวนใบของใบจักรใบหน้าและใบหลังมีจำนวนเป็น  $N_f$  และ  $N_r$  ตามลำดับ ความเร็วเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

(a) ความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line ของใบจักรใบหน้า

(a.1) ความเร็วเหนี่ยวนำในแนว axial

$$u_{a,f}(r_{c,f}(n)) = \sum_{m=1}^{M_f} \Gamma(r_{c,f}(m)) \cdot \bar{u}_a^*(r_{c,f}(n), r_{v,f}(m)) \quad (3.36)$$

$$\bar{u}_a^*(r_{c,f}(n), r_{v,f}(m)) = \bar{u}_a(r_{c,f}(n), r_{v,f}(m+1)) - \bar{u}_a(r_{c,f}(n), r_{v,f}(m)) \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_a(r_{c,f}(n), r_{v,f}(m)) = & \\ & \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{N_f} \sum_{l=1}^L \frac{r_{v,f}(m, \phi_l) [r_{v,f}(m, \phi_l) - r_{c,f}(n) \cos(\gamma_{lk})] \Delta\phi}{[S^2(r_{c,f}(n), r_{v,f}(m, \phi_l), 0, \phi_l, \delta_k, 0)]^{\frac{3}{2}}} \\ & \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{N_f} \sum_{l=1}^L \frac{r_{v,fw}(m) [r_{v,fw}(m) - r_{c,f}(n) \cos(\gamma_{lk})] \Delta\phi}{[S^2(r_{c,f}(n), r_{v,fw}(m), 0, \phi_l, \delta_k, 0)]^{\frac{3}{2}}} + \\ & \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{N_f} \int_0^\infty \frac{r_{v,fw}(m) [r_{v,fw}(m) - r_{c,f}(n) \cos(\phi + \delta_k)] d\phi}{[S^2(r_{c,f}(n), r_{v,fw}(m), 0, \phi, \delta_k, 0)]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$u'_{af}(r_{c,f}(n)) = u'_{a,bound}(r_{c,f}(n), -d) + u'_{a,trans}(r_{c,f}(n), -d) + u'_{a,ult}(r_{c,f}(n), -d) \quad (3.39)$$

$$u'_{a,bound}(r_{c,f}(n), -d) = 0 \quad (3.40)$$

$$u'_{a,trans}(r_{c,f}(n), -d) = \sum_{m=1}^{M_r} \Gamma(r_{c,r}(m)) \cdot \bar{u}'_{a,trans}(r_{c,f}(n), r_{v,r}(m), -d) \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}'_{a,trans}(r_{c,f}(n), r_{v,r}(m), -d) = & \\ & \bar{u}'_{a,trans}(r_{c,f}(n), r_{v,r}(m+1), -d) - \bar{u}'_{a,trans}(r_{c,f}(n), r_{v,r}(m), -d) \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}'_{a,trans}(r_{c,f}(n), r_{v,r}(m), -d) = & \\ & \frac{1}{4\pi P} \sum_{s=1}^P \sum_{k=1}^{N_r} \sum_{l=1}^L \left[ \frac{r_{v,r}(m, \phi_l) [r_{v,r}(m, \phi_l) - r_{c,f} \cos(\gamma_{lks})] \Delta\phi}{[S^2(r_{c,f}(n), r_{v,r}(m, \phi_l), -d, \phi_l, \delta_k, \eta_s)]^{\frac{3}{2}}} \right] \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$u'_{a,ult}(r_{c,f}(n), -(d+z_{t,r})) = \frac{N_r(\omega_f + \omega_r)}{4\pi^2 V_a} \sum_{m=1}^{M_r} \Gamma(r_{c,r}(m)) K_1^*(-(d+z_{t,r}), r_{c,f}(n); r_{v,r}(m)) \quad (3.44)$$

$$K_1^* \left( -(d+z_{t,r}), r_{c,f}(n); r_{v,r}(m) \right) = K_1 \left( -(d+z_{t,r}), r_{c,f}(n); r_{v,r}(m+1) \right) - K_1 \left( -(d+z_{t,r}), r_{c,f}(n); r_{v,r}(m) \right) \quad (3.45)$$

(a.2) ความเร็วเหนี่ยวนำในแนว tangential

$$u_{t,f} \left( r_{c,f}(n) \right) = \sum_{m=1}^{M_f} \Gamma \left( r_{c,f}(m) \right) \cdot \bar{u}_t^* \left( r_{c,f}(n), r_{v,f}(m) \right) \quad (3.46)$$

$$\bar{u}_t^* \left( r_{c,f}(n), r_{v,f}(m) \right) = \bar{u}_t \left( r_{c,f}(n), r_{v,f}(m+1) \right) - \bar{u}_t \left( r_{c,f}(n), r_{v,f}(m) \right) \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_t \left( r_{c,f}(n), r_{v,f}(m) \right) = & \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{N_f} \sum_{l=1}^L \frac{r_{v,f}(m, \phi_l) \tan \beta_l \left[ r_{c,f}(n) - r_{v,f}(m, \phi_l) \right] \left[ \cos(\gamma_{lk}) + \sin(\gamma_{lk}) \right] \Delta \phi}{\left[ S^2 \left( r_{c,f}(n), r_{v,f}(m, \phi_l), 0, \phi_l, \delta_k, 0 \right) \right]^{\frac{3}{2}}} \\ & - \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{N_f} \sum_{l=1}^L \frac{r_{v,fw}(m) \tan \beta_l \left[ r_{c,f}(n) - r_{v,fw}(m) \right] \left[ \cos(\gamma_{lk}) + \sin(\gamma_{lk}) \right] \Delta \phi}{\left[ S^2 \left( r_{c,f}(n), r_{v,fw}(m), 0, \phi_l, \delta_k, 0 \right) \right]^{\frac{3}{2}}} \\ & + \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{N_f} \int_0^\infty \frac{r_{v,fw}(m) \left[ r_{v,fw}(m) - r_{c,f} \cos(\phi + \delta_k) \right] d\phi}{\left[ S^2 \left( r_{c,f}(n), r_{v,fw}(m), 0, \phi, \delta_k, 0 \right) \right]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$u'_{t,f} \left( r_{c,f}(n) \right) = u'_{t,bound} \left( r_{c,f}(n), -d \right) + u'_{t,trans} \left( r_{c,f}(n), -d \right) + u'_{t,ult} \left( r_{c,f}(n), -(d+z_{t,r}) \right) \quad (3.49)$$

$$u'_{t,bound} \left( r_{c,f}(n), -d \right) = \frac{-N_r d}{4\pi^2 \left[ r_{c,f}(n) \right]^{3/2}} \sum_{m=1}^{M_r} \frac{\Gamma \left( r_{c,r}(m) \right)}{\left( r_{c,r}(m) \right)^{3/2}} Q'_{1/2} \left( \omega_1 \left( -d, r_{c,f}(n); r_{c,r}(m) \right) \right) \Delta r_r \quad (3.50)$$

$$u'_{t,trans} \left( r_{c,f}(n), -d \right) = \sum_{m=1}^{M_f} \Gamma \left( r_{c,r}(m) \right) \cdot \bar{u}'_{t,trans} \left( r_{c,f}(n), r_{v,r}(m), -d \right) \quad (3.51)$$

$$\bar{u}'_{t,trans} \left( r_{c,f}(n), r_{v,r}(m), -d \right) = \bar{u}'_{t,trans} \left( r_{c,f}(n), r_{v,r}(m+1), -d \right) - \bar{u}'_{t,trans} \left( r_{c,f}(n), r_{v,r}(m), -d \right) \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}'_{t,trans}(r_{c,f}, r_{v,r}, -d) = & \frac{1}{4\pi P} \sum_{s=1}^P \sum_{k=1}^{N_r} \sum_{l=1}^L \\ & \left\{ \frac{r_{v,r}(m, \phi_l) \tan \beta_i [r_{c,f}(n) - r_{v,r}(m, \phi_l)] \cdot [\cos(\gamma_{lks}) + \sin(\gamma_{lks})] \Delta \phi}{[S^2(r_{c,f}(n), r_{v,r}(m, \phi_l), -d, \phi_l, \delta_k, \eta_s)]^{\frac{3}{2}}} \right. \\ & \left. + \frac{r_{v,r}(\phi_l) d \cdot \sin(\gamma_{lks}) \Delta \phi}{[S^2(r_{c,f}(n), r_{v,r}(m, \phi_l), -d, \phi_l, \delta_k, \eta_s)]^{\frac{3}{2}}} \right\} \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$\begin{aligned} u'_{t,ult}(r_{c,f}(n), -(d+z_{t,r})) = & \\ & \frac{N_r}{4\pi^2 r_{c,f}(n)} \sum_{m=1}^{M_r} \Gamma(r_{c,r}(m)) K_2^*(-(d+z_{t,r}), r_{c,f}(n); r_{v,r}(m)) \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned} K_2^*(-(d+z_{t,r}), r_{c,f}(n); r_{v,r}(m)) = & \\ & K_2(- (d+z_{t,r}), r_{c,f}(n); r_{v,r}(m+1)) - K_2(- (d+z_{t,r}), r_{c,f}(n); r_{v,r}(m)) \end{aligned} \quad (3.55)$$

(b) ความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line ของใบจักรใบหลัง

(b.1) ความเร็วเหนี่ยวนำในแนว axial

$$u_{a,r}(r_{c,r}(n)) = \sum_{m=1}^{M_r} \Gamma(r_{c,r}(m)) \cdot \bar{u}'_a(r_{c,r}(n), r_{v,r}(m)) \quad (3.56)$$

$$\bar{u}'_a(r_{c,r}(n), r_{v,r}(m)) = \bar{u}_a(r_{c,r}(n), r_{v,r}(m+1)) - \bar{u}_a(r_{c,r}(n), r_{v,r}(m)) \quad (3.57)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_a(r_{c,r}(n), r_{v,r}(m)) = & \\ & \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{N_r} \sum_{l=1}^L \frac{r_{v,r}(m, \phi_l) [r_{v,r}(m, \phi_l) - r_{c,r}(n) \cos(\gamma_{lk})] \Delta \phi}{[S^2(r_{c,r}(n), r_{v,r}(m, \phi_l), 0, \phi_l, \delta_k, 0)]^{\frac{3}{2}}} \\ & + \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{N_r} \sum_{l=1}^L \frac{r_{v,rw}(m) [r_{v,rw}(m) - r_{c,r}(n) \cos(\gamma_{lk})] \Delta \phi}{[S^2(r_{c,r}(n), r_{v,rw}(m), 0, \phi_l, \delta_k, 0)]^{\frac{3}{2}}} \\ & + \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{N_r} \int_0^\infty \frac{r_{v,rw}(m) [r_{v,rw}(m) - r_{c,r}(n) \cos(\phi + \delta_k)] d\phi}{[S^2(r_{c,r}(n), r_{v,rw}(m), 0, \phi, \delta_k, 0)]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (3.58)$$

$$u'_{a,r}(r_{c,r}(n)) = u'_{a,bound}(r_{c,r}(n),d) + u'_{a,trans}(r_{c,r}(n),d) + u'_{a,ult}(r_{c,r}(n),(d+z_{t,f})) \quad (3.59)$$

$$u'_{a,bound}(r_{c,r}(n),d) = 0 \quad (3.60)$$

$$u'_{a,trans}(r_{c,r}(n),d) = \sum_{m=1}^{M_f} \Gamma(r_{c,f}(m)) \cdot \bar{u}'_{a,trans}(r_{c,r}(n),r_{v,f}(m),d) \quad (3.61)$$

$$\bar{u}'_{a,trans}(r_{c,r}(n),r_{v,f}(m),d) = \bar{u}'_{a,trans}(r_{c,r}(n),r_{v,f}(m+1),d) - \bar{u}'_{a,trans}(r_{c,r}(n),r_{v,f}(m),d) \quad (3.62)$$

$$\bar{u}'_{a,trans}(r_{c,r}(n),r_{v,f}(m),d) = \frac{1}{4\pi P} \sum_{s=1}^P \sum_{k=1}^{N_f} \sum_{l=1}^L \left[ \frac{r_{v,f}(m,\phi_l) [r_{v,f}(m,\phi_l) - r_{c,r}(n) \cos(\gamma_{lks})] \Delta\phi}{[S^2(r_{c,r}(n),r_{v,f}(m,\phi_l),d,\phi_l,\delta_k,\eta_s)]^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (3.63)$$

$$u'_{a,ult}(r_{c,r}(n),d+z_{t,f}) = \frac{N_r(\omega_f + \omega_r)}{4\pi^2 U} \sum_{m=1}^{M_r} \Gamma(r_{c,f}(m)) K_1^*(d+z_{t,f},r_{c,r}(n);r_{v,f}(m)) \quad (3.64)$$

$$K_1^*(d+z_{t,f},r_{c,r}(n);r_{v,f}(m)) = K_1(d+z_{t,f},r_{c,r}(n);r_{v,f}(m+1)) - K_1(d+z_{t,f},r_{c,r}(n);r_{v,f}(m)) \quad (3.65)$$

(b.2) ความเร็วเหนี่ยวนำในแนว tangential

$$u_{t,r}(r_{c,r}(n)) = \sum_{m=1}^{M_r} \Gamma(r_{c,r}(m)) \cdot \bar{u}_{t,r}^*(r_{c,r}(n),r_{v,r}(m)) \quad (3.66)$$

$$\bar{u}_{t,r}^*(r_{c,r}(n),r_{v,r}(m)) = \bar{u}_{t,r}^*(r_{c,r}(n),r_{v,r}(m+1)) - \bar{u}_{t,r}^*(r_{c,r}(n),r_{v,r}(m)) \quad (3.67)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_{t,r}(r_{c,r}(n),r_{v,r}(m)) = & \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{N_r} \sum_{l=1}^L \frac{r_{v,r}(m,\phi_l) \tan \beta_i [r_{c,r}(n) - r_{v,r}(m,\phi_l)] \cdot [\cos(\gamma_{lk}) + \sin(\gamma_{lk})] \Delta\phi}{[S^2(r_{c,r}(n),r_{v,r}(m,\phi_l),0,\phi_l,\delta_k,0)]^{\frac{3}{2}}} \\ & - \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{N_r} \sum_{l=1}^L \frac{r_{v,rw}(m) \tan \beta_i [r_{c,r}(n) - r_{v,rw}(m)] [\cos(\gamma_{lk}) + \sin(\gamma_{lk})] \Delta\phi}{[S^2(r_{c,r}(n),r_{v,rw}(m),0,\phi_l,\delta_k,0)]^{\frac{3}{2}}} \\ & + \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{N_r} \int_0^\infty \frac{r_{v,rw}(m) [r_{v,rw}(m) - r_{c,r}(n) \cos(\phi + \delta_k)] d\phi}{[S^2(r_{c,r}(n),r_{v,rw}(m),0,\phi,\delta_k,0)]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (3.68)$$



$$u'_{t,r}(r_{c,r}(n)) = u'_{t,bound}(r_{c,r}(n),d) + u'_{t,trans}(r_{c,r}(n),d) + u'_{t,ult}(r_{c,r}(n),d) \quad (3.69)$$

$$u'_{t,bound}(r_{c,r}(n),d) = \frac{N_f d}{4\pi^2 [r_{c,r}(n)]^{3/2}} \sum_{m=1}^M \frac{\Gamma(r_{c,f}(m))}{(r_{c,f}(m))^{3/2}} Q'_{1/2}(\omega_1(-d, r_{c,r}(n); r_{c,f}(m))) \Delta r_f \quad (3.70)$$

$$u'_{t,trans}(r_{c,r}(n),d) = \sum_{m=1}^{M_f} \Gamma(r_{c,f}(m)) \cdot \bar{u}'_{t,trans}(r_{c,r}(n), r_{v,f}(m), d) \quad (3.71)$$

$$\bar{u}'_{t,trans}(r_{c,r}(n), r_{v,f}(m), d) = \bar{u}'_{t,trans}(r_{c,r}(n), r_{v,f}(m+1), d) - \bar{u}'_{t,trans}(r_{c,r}(n), r_{v,f}(m), d) \quad (3.72)$$

$$\bar{u}'_{t,trans}(r_{c,r}(n), r_{v,f}(m), d) = \frac{1}{4\pi P} \sum_{s=1}^P \sum_{k=1}^{N_r} \sum_{l=1}^L \left\{ \frac{r_{v,f}(m, \phi_l) \tan \beta_i [r_{c,r}(n) - r_{v,f}(m, \phi_l)] [\cos(\gamma_{lks}) + \sin(\gamma_{lks})] \Delta \phi}{[S^2(r_{c,r}(n), r_{v,f}(m, \phi_l), d, \phi_l, \delta_k, \eta_s)]^{3/2}} + \frac{r_{v,f}(m, \phi_l) d \cdot \sin(\gamma_{lks}) \Delta \phi}{[S^2(r_{c,r}(n), r_{v,f}(m, \phi_l), d, \phi_l, \delta_k, \eta_s)]^{3/2}} \right\} \quad (3.73)$$

$$u'_{t,ult}(r_{c,r}(n), d + z_{t,f}) = \frac{N_f}{4\pi^2 r_{c,r}(n)} \sum_{m=1}^{M_f} \Gamma(r_{c,f}(m)) K_2^*(d + z_{t,f}, r_{c,r}(n); r_{v,f}(m)) \quad (3.74)$$

$$K_2^*(d + z_{t,f}, r_{c,r}(n); r_{v,f}(m)) = K_2(d + z_{t,f}, r_{c,r}(n); r_{v,f}(m+1)) - K_2(d + z_{t,f}, r_{c,r}(n); r_{v,f}(m)) \quad (3.75)$$

สมการที่ 3.1 ถึง 3.75 เป็นสมการแสดงความเร็วเหนี่ยวนำที่เกิดจาก bound และ free vortex ที่เกิดจาก lifting line ส่วนความเร็วเหนี่ยวนำที่เกิดจาก free vortex เนื่องจากดุมใบจักรสามารถคำนวณหาได้ในแบบเดียวกัน โดยแทนที่  $\Gamma$ ,  $r_v$  และ  $\beta_i$  ของ free vortex จาก lifting line ด้วย  $\Gamma$ ,  $r_v$  และ  $\beta_i$  ของ free vortex ที่เกิดจากดุม ซึ่งค่าตัวแปรที่เกิดจากดุมใบจักรสามารถหาได้ดังอธิบายไว้ในบทที่ 2 หัวข้อ 2.4

3.5 การพิจารณาการกระจายตัวที่เหมาะสมของ circulation ของชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามด้วยวิธีแคลคูลัสของการแปรผัน

ในการประยุกต์ใช้วิธีแคลคูลัสของการแปรผันกับชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม เมื่อพิจารณาที่ใบจักรใบหน้า จะมีผลของความเร็วเหนี่ยวนำเนื่องจากใบจักรใบหลังเพิ่มเข้ามา และหากกำหนดให้ความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรมีทิศทางตามแนวแกนเท่านั้น สมการแสดงแรงผลักและแรงบิดที่ได้จะเป็นดังนี้

$$T_f = \rho Z_f \sum_{m=1}^{M_f} (\omega_f r_f(m) + u_{t,f}(m) + u'_{t,f}(m)) \Gamma_f(m) \Delta r_f \quad (3.76)$$

$$Q_f = \rho Z_f \sum_{m=1}^{M_f} (V_{a,f}(m) + u_{a,f}(m) + u'_{a,f}(m)) \Gamma_f(m) r_f(m) \Delta r_f \quad (3.77)$$

เมื่อตัวห้อย  $f$  และ  $r$  แสดงถึงใบจักรใบหน้าและใบหลังตามลำดับ แต่เนื่องจาก

$$u'_{t,f}(n) = \sum_{m=1}^{M_r} \Gamma_r(m) \bar{u}_{t,f,r}(n,m) \quad (3.78)$$

$$u'_{a,f}(n) = \sum_{m=1}^{M_r} \Gamma_r(m) \bar{u}_{a,f,r}(n,m) \quad (3.79)$$

สมการที่ 3.76 และ 3.77 จึงกลายเป็น

$$T_f = \rho Z_f \sum_{m=1}^{M_f} [\omega_f r_f(m) + u_{t,f}(m) + \sum_{m=1}^{M_r} \Gamma_r(m) \bar{u}_{t,f,r}(n,m)] \Gamma_f(m) \Delta r_f \quad (3.80)$$

$$Q_f = \rho Z_f \sum_{m=1}^{M_f} [V_a(m) + u_{a,f}(m) + \sum_{m=1}^{M_r} \Gamma_r(m) \bar{u}_{a,f,r}(n,m)] \Gamma_f(m) r_f(m) \Delta r_f \quad (3.81)$$

เมื่อ  $\bar{u}_{t,f,r}$  และ  $\bar{u}_{a,f,r}$  คือสัมประสิทธิ์ความเร็วเหนี่ยวนำในแนว tangential และแนว axial บนใบจักรใบหน้าเนื่องจากใบจักรใบหลัง

เช่นเดียวกับใบจักรใบหลังที่แทนด้วยตัวห้อย  $r$

$$T_r = \rho Z_r \sum_{m=1}^{M_r} [\omega_r r_r(m) + u_{t,r}(m) + \sum_{m=1}^{M_f} \Gamma_f(m) \bar{u}_{t,r,f}(n,m)] \Gamma_r(m) \Delta r_r \quad (3.82)$$

$$Q_r = \rho Z_r \sum_{m=1}^{M_r} [V_{a,r}(m) + u_{a,r}(m) + \sum_{m=1}^{M_f} \Gamma_f(m) \bar{u}_{a,r,f}(n,m)] \Gamma_r(m) r_r(m) \Delta r_r \quad (3.83)$$

สมการ auxiliary function ของชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามจึงเขียนได้เป็น

$$H = (\omega_f Q_f + \omega_r Q_r) + \lambda_T (T_f + T_r + D_h - T_{req}) + \lambda_Q (Q_r - q Q_f) \quad (3.84)$$

เมื่อ  $q$  คืออัตราส่วนระหว่าง  $Q_r/Q_f$

จากนั้นจึงทำการหาอนุพันธ์ auxiliary function เทียบกับ circulation ของใบจักรทั้งสองใบและ Lagrange multiplier  $\lambda_T$  และ  $\lambda_Q$  แล้วจับให้เท่ากับศูนย์

$$\frac{\partial H}{\partial \Gamma_f(i)} = 0 \quad \text{for } i=1,2,\dots,M_f \quad (3.85)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \Gamma_r(j)} = 0 \quad \text{for } j=1,2,\dots,M_r \quad (3.86)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_T} = 0 \quad (3.87)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_Q} = 0 \quad (3.88)$$

สมการที่ 3.85 ถึง 3.88 จะทำให้เกิดจำนวนสมการทั้งหมด  $M_f + M_r + 2$  สมการและตัวแปรที่ไม่ทราบค่าจำนวน  $M_f + M_r + 2$  ตัวแปร จึงทำให้สามารถแก้หาค่า circulation บนใบจักรทั้งสองใบได้

## CHULALONGKORN UNIVERSITY

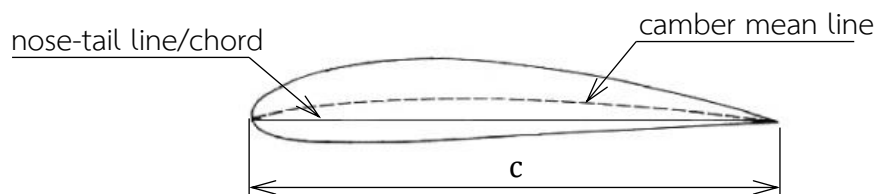
### 3.6 การพิจารณาขนาดรูปร่างของพื้นที่หน้าตัด airfoil ของใบจักร

จากการคำนวณหาค่า circulation ที่กระจายอยู่บน lifting line ของชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม จนได้ค่าที่เหมาะสมแล้ว ค่า circulation, ความเร็วลัพท์ และมุม hydrodynamic pitch ( $\beta_i$ ) จะถูกนำไปใช้เพื่อพิจารณารูปร่าง airfoil ของใบจักร Abbot[30] ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า lift coefficient บน airfoil รูปร่างต่างๆ กับมุมที่ความเร็วของของไหลทำกับ airfoil หรือ angle of attack ( $\alpha_i$ ) จากการทดลอง airfoil ในการไหลสองมิติ

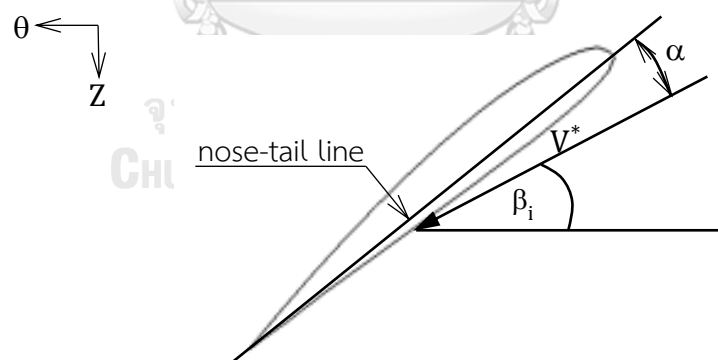
ขั้นตอนการหารูปร่างใบจักรเริ่มจากการกำหนดความยาวคอर्ड (c) ของพื้นที่หน้าตัด airfoil ที่ตำแหน่งต่างๆตามแนวรัศมี และคำนวณหา lift coefficient ( $c_l$ ) ที่ตำแหน่งรัศมีต่างๆ จากสมการที่ 3.94

$$c_l = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho c (V^*)^2} = \frac{\rho V^* \Gamma}{\frac{1}{2} \rho c (V^*)^2} = \frac{2\Gamma}{cV^*} \quad (3.94)$$

Lift coefficient ที่ได้จะนำไปใช้หามุม  $\alpha$  ที่ได้จากผลการทดลอง airfoil ในการไหลสองมิติ เมื่อพิจารณาร่วมกับมุม  $\beta_i$  จะทำให้ทราบมุม pitch ของ airfoil รูปร่างของ airfoil และมุมที่ความเร็วลัพท์ตกกระทบกับ airfoil สามารถพิจารณาได้จากรูปที่ 3.7 และ 3.8



รูปที่ 3.7 แสดงรูปร่างหน้าตัด airfoil



รูปที่ 3.8 แสดง airfoil และมุมที่เวกเตอร์ความเร็วลัพท์กระทำบน airfoil

หลังจากที่ได้รูปร่างใบจักรแล้ว สิ่งที่ต้องพิจารณาต่อมาก็คือการเกิด cavitation บนใบจักร เพราะการเกิด cavitation จะทำให้แรงผลักดันลงและทำให้ใบจักรเกิดความเสียหาย เพื่อหลีกเลี่ยงการเกิด cavitation เราสามารถตรวจสอบได้โดยใช้วิธีที่เสนอโดย Burrill[32] Burrill ได้แสดง cavitation diagram ดังแสดงในรูปที่ 3.9 ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง cavitation number ( $\sigma_0$ ), ค่า thrust loading coefficient ( $\tau_c$ ) ที่ตำแหน่งรัศมี  $0.7R$  และบริเวณที่เกิด cavitation ใบจักรที่

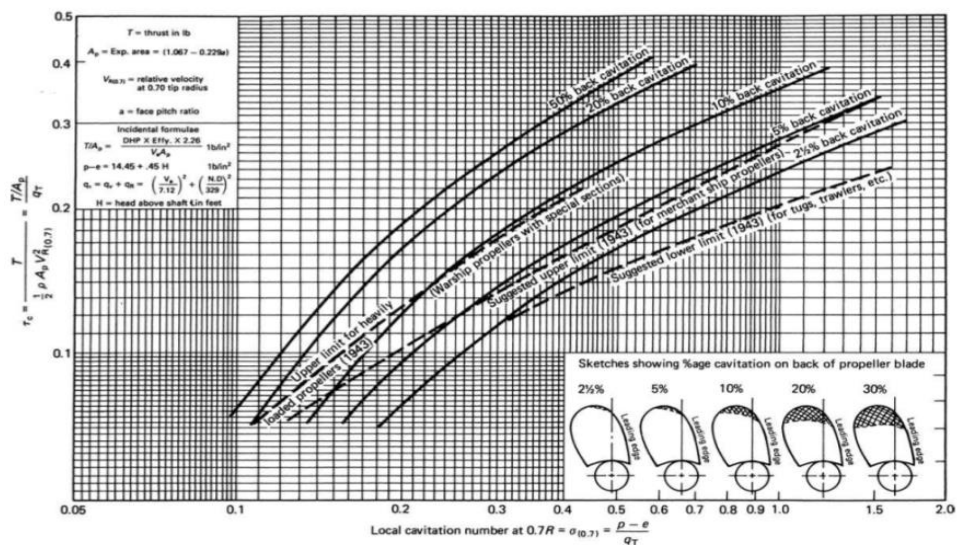
ออกแบบควรมีจุดตัดระหว่างค่า  $\sigma_0$  และ  $\tau_c$  อยู่ในบริเวณที่ไม่เกิด cavitation หรือหากอยู่ในขอบเขตการเกิด cavitation ก็ต้องอยู่ในปริมาณที่ยอมรับได้

ค่า  $\sigma_0$  และ  $\tau_c$  สามารถหาได้จากสมการที่ 3.95 และ 3.96

$$\sigma_0 = \frac{p_0 - p_v}{\frac{1}{2} \rho V^2} \quad (r=0.7R) \tag{3.95}$$

$$\tau_c = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho A_p V^2} \quad (r=0.7R) \tag{3.96}$$

โดยที่  $p_0$  = ความดันสถิตย์ (static pressure) ตรงตำแหน่งแกนเพลลาของใบจักร  
 $p_v$  = ความดันไอ (Vapor pressure) ของของไหล  
 $A_p$  = พื้นที่ภาพฉายของใบจักร (projected area)



รูปที่ 3.9 แสดง Burrill cavitation diagram สำหรับการไหลแบบสมำเสมอ[32]

ในการศึกษานี้ได้เลือกใช้ NACA 2412 เป็นรูปร่างพื้นที่หน้าตัดของใบจักร และการกระจายความยาว chord ตามแบบของ Oossanen[15] โดยมี expanded area ratio อยู่ที่ 0.5 และกำหนดให้ใบไม่มีมุม rake และมุม skew เพื่อหลีกเลี่ยงการปรับแก้ค่า lift coefficient ของ airfoil สำหรับการไหลในสองมิติเพื่อมาใช้สำหรับการไหลในสามมิติ

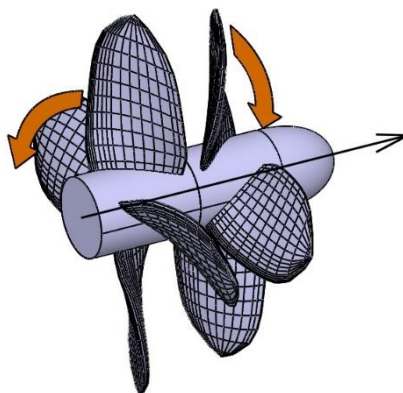
## บทที่ 4

### การวิเคราะห์ผลด้วยโปรแกรม CFD

หลังจากคำนวณและออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่เหมาะสมตามสภาวะเงื่อนไขที่กำหนดแล้ว ชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามจำลองจะถูกสร้างขึ้นโดยอาศัยโปรแกรม CFD จากนั้นจึงนำมาทดสอบด้วยโปรแกรม CFD เพื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้ การวิเคราะห์ใบจักรด้วยวิธี CFD ถูกนำไปใช้ในงานวิจัยหลายชิ้น[33-36] รวมทั้งมีงานวิจัยที่แสดงให้เห็นถึงความสอดคล้องระหว่างผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธี CFD กับผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลอง[37] ในงานวิจัยนี้ โปรแกรม CFD ที่ถูกนำมาใช้วิเคราะห์การทำงานของชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามคือ ANSYS Fluent เพราะโปรแกรม Fluent สามารถใช้วิเคราะห์ของไหลในอุปกรณ์ประเภท turbomachine ได้ดีซึ่งใบจักรเรือก็ถูกจัดอยู่ในอุปกรณ์ประเภทนี้ อีกทั้งในงานศึกษาวิจัยหลายชิ้นที่เกี่ยวข้องกับใบจักรเรือก็มีการนำโปรแกรมนี้ไปใช้วิเคราะห์ด้วยเช่นกัน จึงทำให้เห็นได้ว่าโปรแกรม Fluent มีความเหมาะสมที่จะใช้ในการวิเคราะห์การทำงานของใบจักรเรือ โดยรายละเอียดขั้นตอนการใช้โปรแกรม Fluent เพื่อวิเคราะห์การทำงานของชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามจะแสดงดังต่อไปนี้

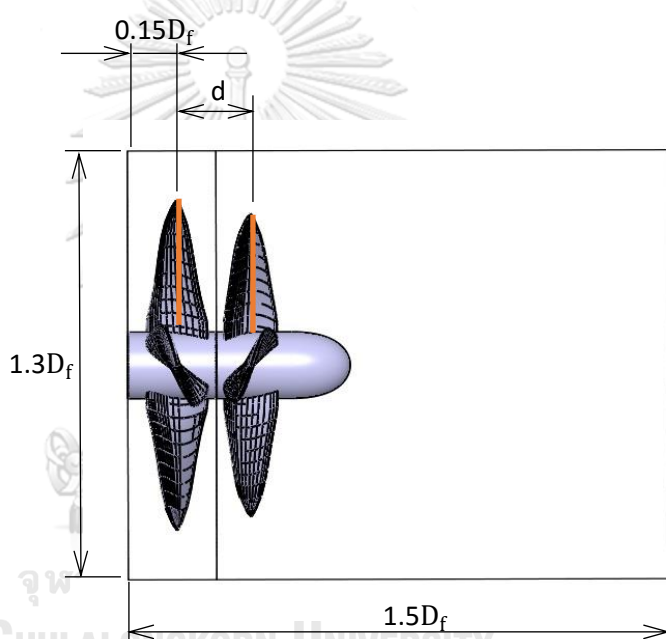
#### 4.1 ขอบเขตของไหล

ผลจากการคำนวณชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามภายใต้สภาวะที่กำหนด ทำให้สามารถออกแบบชุดใบจักรหมุนทวนตรงกันข้ามที่เหมาะสม เพื่อนำมาสร้างเป็นรูปร่างชุดใบจักรในสามมิติ โดยแยกออกเป็นส่วนประกอบดังนี้คือ ใบจักรใบหน้า, ดุมใบจักรที่ติดกับใบจักรใบหน้า, ใบจักรใบหลัง และดุมที่ติดกับใบจักรใบหลัง โดยใบจักรใบแต่ละใบและดุมที่ติดกันจะหมุนไปพร้อมกัน และแต่ละชุดจะหมุนในทิศทางตรงข้ามกันดังแสดงในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 แสดงส่วนประกอบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามและทิศทางการหมุนของใบจักร

ขอบเขตของไหลที่ไหลผ่านชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามจะครอบคลุมชุดใบจักรในรูปทรงกระบอก โดยแกนทรงกระบอกของขอบเขตของไหลและแกนการหมุนของชุดใบจักรจะร่วมจุดศูนย์กลางเดียวกัน และกำหนดให้ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของขอบเขตของไหลมีขนาดเป็น 1.3 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางใบจักรใบหน้า จุดเริ่มต้นของขอบเขตของไหลจะเริ่มที่ตำแหน่ง 0.15 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของใบจักรใบหน้านับจากจุดกึ่งกลางของใบจักรหรือตำแหน่งที่เป็นตั้งของ lifting line ของใบจักรใบหน้าไปทางด้านหน้า โดยมีการวางตัวยาวไปทางด้านท้ายและมีความยาวเป็น 1.5 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางใบจักรใบหน้า ขอบเขตของไหลจะถูกแบ่งเป็นสองส่วนที่ตำแหน่งดุมใบจักรและใบจักรแต่ละชุดหมุนตรงข้ามซึ่งอยู่ตรงตำแหน่งกึ่งกลางระหว่างใบจักรใบหน้าและใบหลัง ลักษณะและตำแหน่งขอบเขตของไหลดังอธิบายถูกแสดงในรูปที่ 4.2



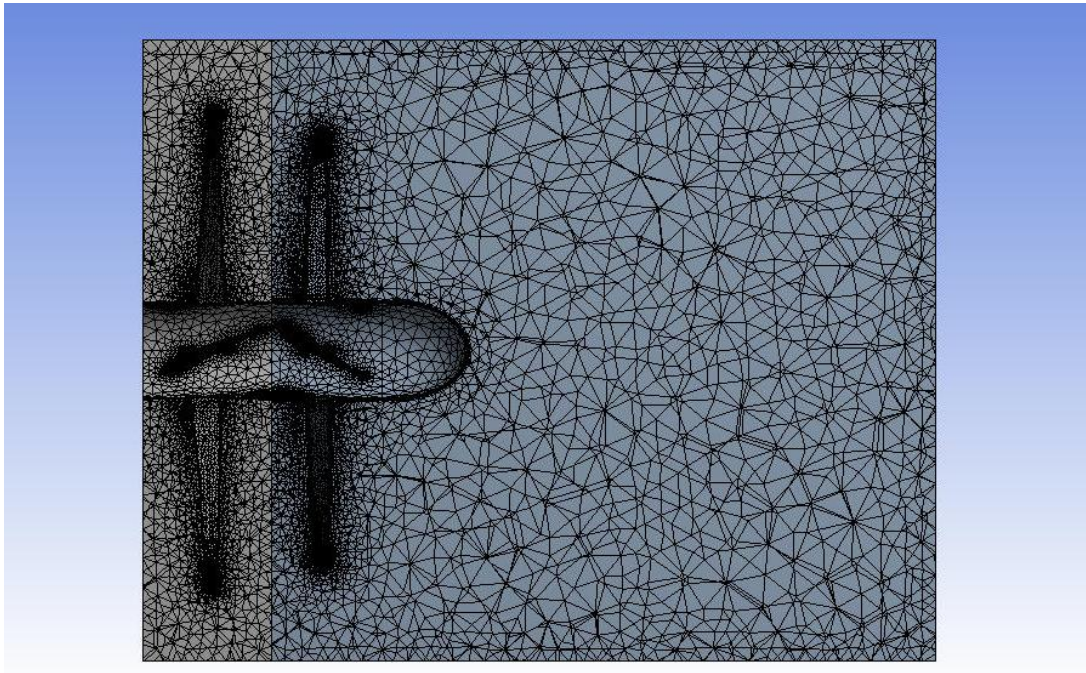
รูปที่ 4.2 แสดงขอบเขตและตำแหน่งขอบเขตของไหลของชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม

#### 4.2 การสร้าง Mesh ขอบเขตของไหล

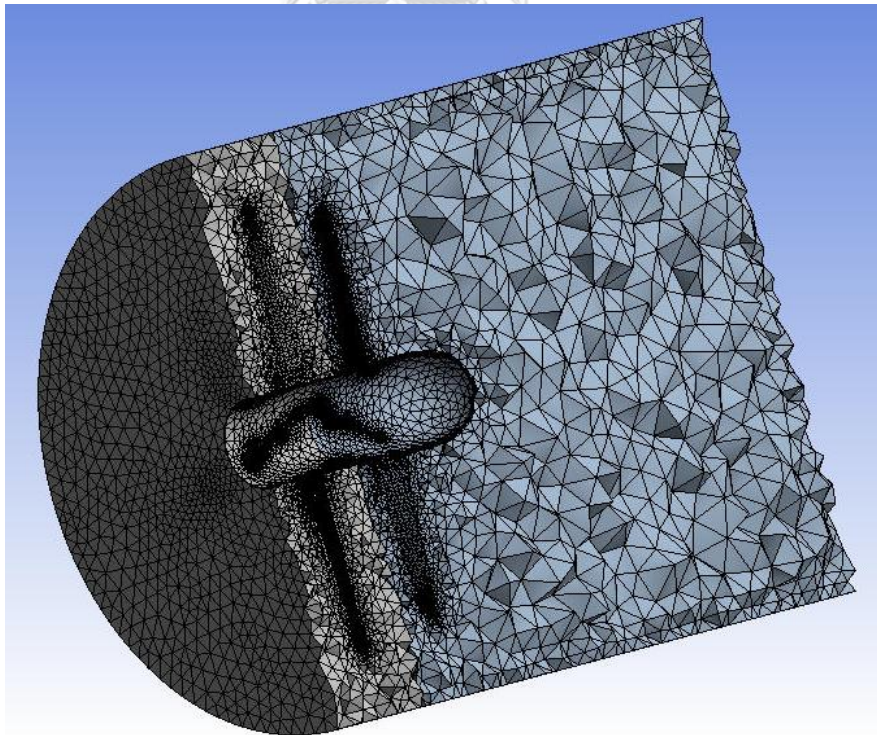
เนื่องจากลักษณะพื้นที่หน้าตัดของใบมีขนาดและการวางตัวแตกต่างกันไปตามตำแหน่งรัศมี ทำให้ใบของใบจักรมีรูปร่างที่บิดโค้ง การสร้าง mesh จึงต้องเลือกใช้วิธี Hybrid ซึ่งจะทำให้ขอบเขตของไหลประกอบด้วย mesh ชนิดต่างๆคือ Tetrahedral, Prism และ Pyramid mesh โดย mesh ส่วนใหญ่จะเป็นชนิด Tetrahedral ตามด้วย mesh ชนิด Prism ซึ่งจะกระจายอยู่ตรงบริเวณที่ใกล้กับผิวชุดใบจักร และ mesh ชนิด Pyramid ซึ่งมีเป็นส่วนน้อย อีกทั้งลักษณะ mesh ยังเป็นแบบ non-conformal ทำให้ mesh ไม่จำเป็นต้องมีรูปร่างต่อเนื่องกัน ณ บริเวณที่ขอบเขตของไหลถูกแบ่งออกเป็นสองส่วน นอกจากนี้ยังเสริม inflation layer หรือการแบ่ง mesh ออกเป็นชั้นๆเพื่อให้มีความ

ละเอียดยิ่งขึ้นในบริเวณของไหลที่ติดกับพื้นผิวคูลและใบจักรเพื่อติดตามผลของแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นบนพื้นผิวใบจักร โดยความหนาของ inflation layer ชั้นแรกที่ติดกับพื้นผิวคูลและใบจักรจะถูกกำหนดให้มีความหนาไม่เกิน  $1 \times 10^{-3}$  ของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางใบจักรซึ่งเป็นค่าแนะนำจากการศึกษาของ Rhee and Joshi[37] เพื่อให้ค่า  $y^+$  ต่ำกว่า 300 ในการศึกษานี้ การสร้าง mesh จะกำหนดค่า Min Size และค่า Proximity Min Size อยู่ที่ประมาณ  $2 \times 10^{-3}$  ถึง  $4 \times 10^{-3}$  และ  $7 \times 10^{-4}$  ถึง  $8 \times 10^{-4}$  ตามลำดับ มีอัตราการขยายขนาดหรือ growth rate เท่ากับ 1.44 ลักษณะ inflation layer ถูกกำหนดให้มีความหนาในชั้นแรกอยู่ที่  $1 \times 10^{-3}$  m ทั้งใบจักรใบหน้าและใบหลัง ( ใบจักรใบหน้ามีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 2m. ขณะที่ใบหลังมีเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 1.7-1.9m.ตามแต่ผลการคำนวณภายใต้สภาวะเงื่อนไขที่กำหนดซึ่งคำนึงถึงผลการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักร) จำนวนชั้นของ inflation layer อยู่ที่ 3-7ชั้น inflation rate หรือการเพิ่มความหนาของแต่ละชั้นอยู่ที่ 1.4 ขนาดของ mesh และจำนวนชั้นของ inflation layer จะถูกปรับเปลี่ยนค่าให้อยู่ในช่วงที่กล่าวมา เพื่อให้ได้ mesh ที่เหมาะสมกับชุดใบจักรในแต่ละชุดที่มีรูปร่างแตกต่างกันและมีคุณสมบัติที่เหมาะสมในการเข้าสู่ของผลลัพธ์ซึ่งดูได้จากตรวจค่า orthogonal properties หรือการเช็คการเกิด stair stepping step เป็นต้น จากการกำหนดลักษณะ mesh ที่กล่าวมาในข้างต้น ทำให้ได้จำนวน mesh ทั้งหมดอยู่ที่ประมาณ  $5.4 \times 10^6$  ถึง  $5.7 \times 10^6$  ตัวอย่างลักษณะ mesh ของขอบเขตของไหลที่ได้แสดงดังในรูปที่ 4.3 ถึง 4.10

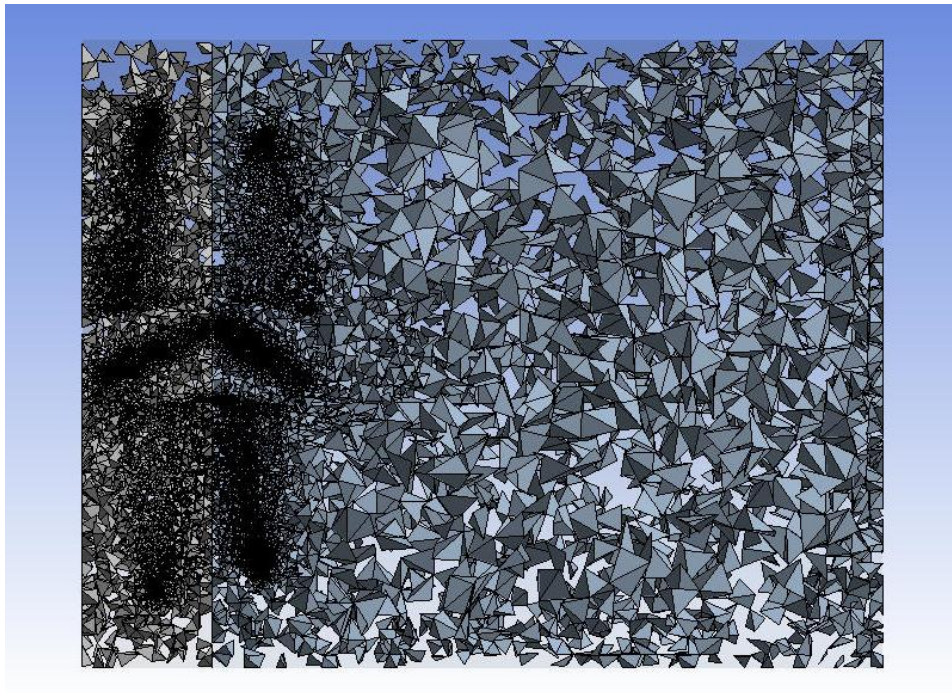




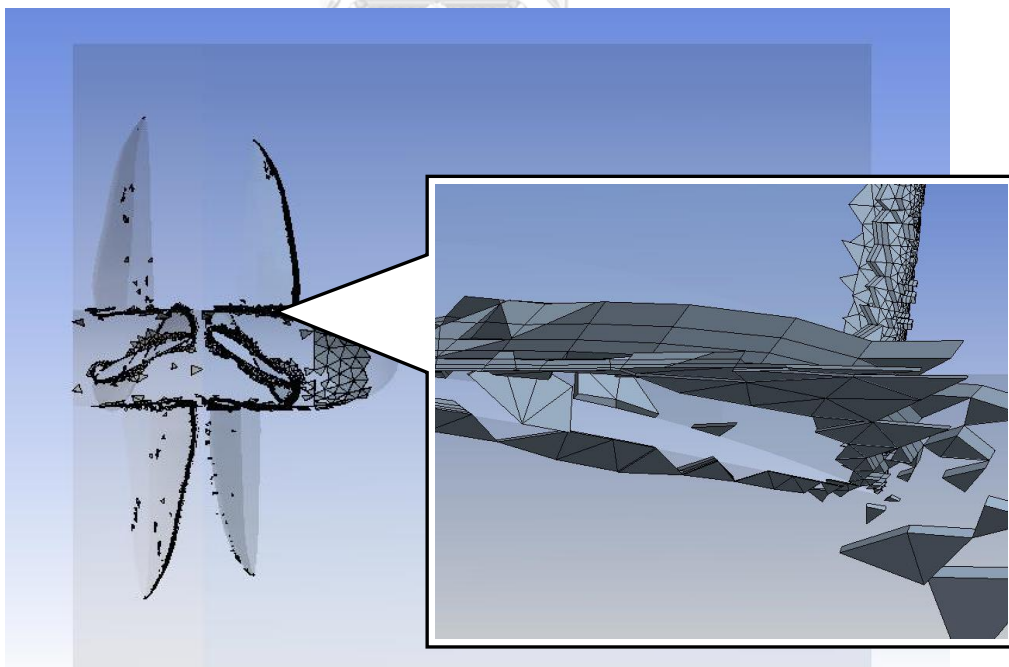
รูปที่ 4.3 แสดงภาพตัดขวางตามแนวแกนการหมุนของขอบเขตการไหลและ mesh ภายในขอบเขตของไหลของชุดใบจักร



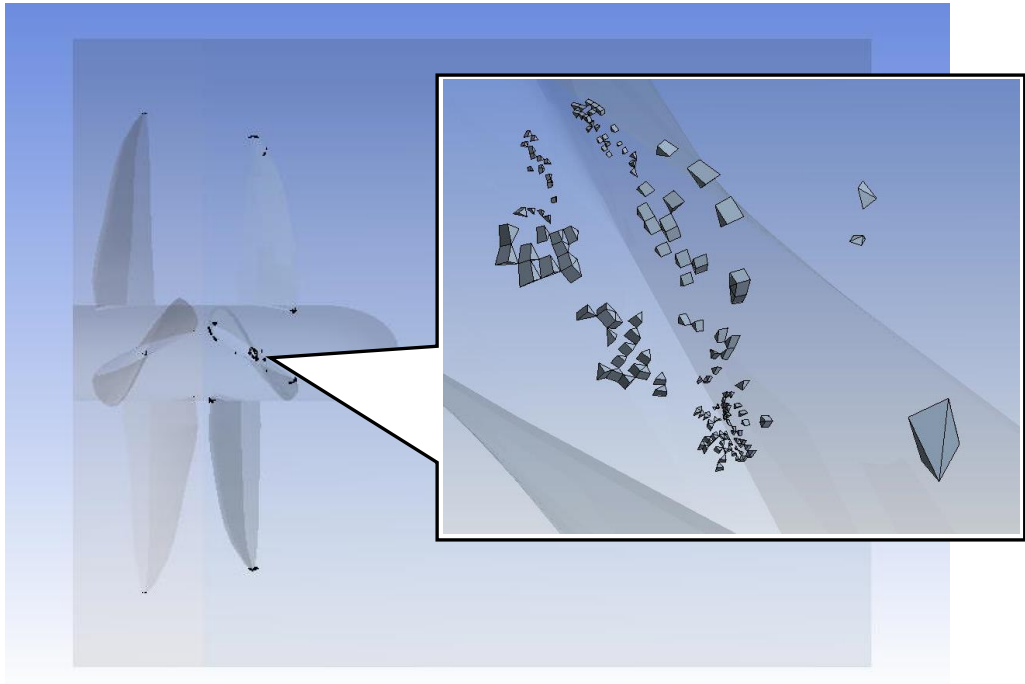
รูปที่ 4.4 แสดงภาพตัดขวางตามแนวแกนการหมุนของขอบเขตการไหลและ mesh ภายในขอบเขตของไหลของชุดใบจักร ในมุมมองที่เห็นลักษณะ mesh ภายในขอบเขตของไหลเป็นสามมิติ



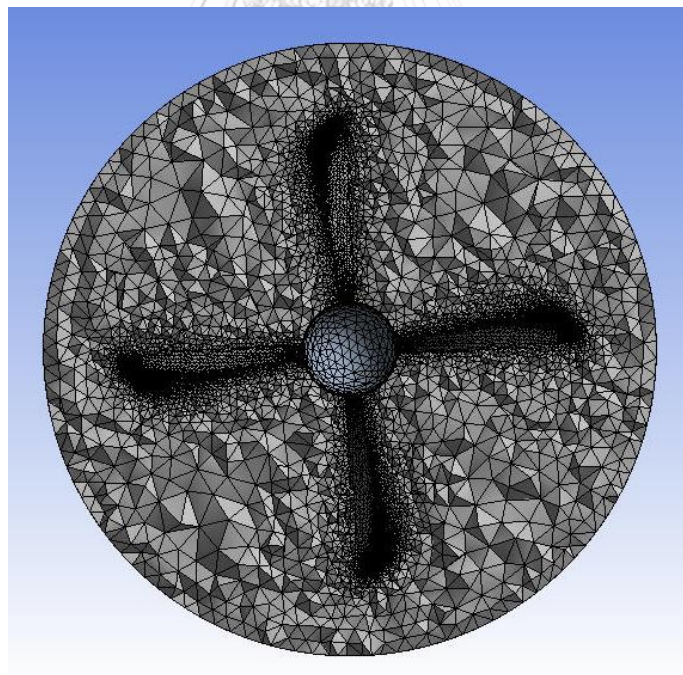
รูปที่ 4.5 แสดง mesh ชนิด Tetrahedral ที่กระจายอยู่ภายในขอบเขตของไหลของชุดใบจักร



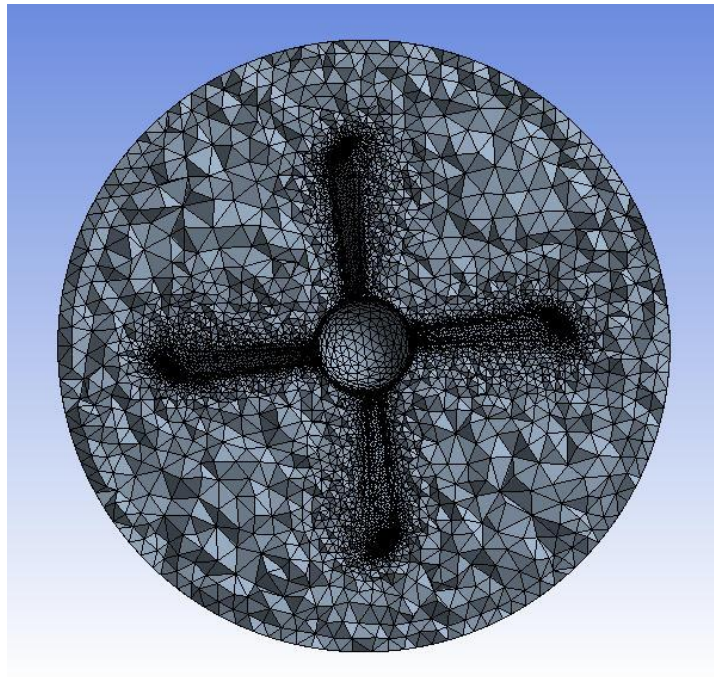
รูปที่ 4.6 แสดง mesh ชนิด Prism ที่กระจายอยู่ภายในขอบเขตของไหลของชุดใบจักร



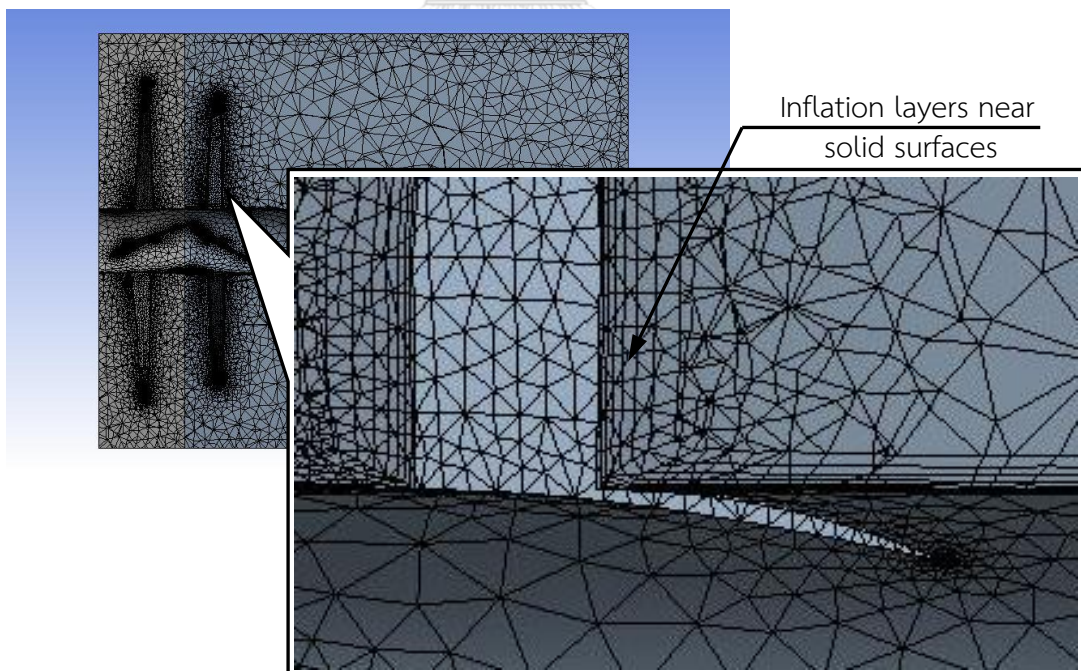
รูปที่ 4.7 แสดง mesh ชนิด Pyramid ที่กระจายอยู่ภายในขอบเขตของไหลของชุดใบจักร



รูปที่ 4.8 แสดงภาพตัดขวางของขอบเขตการไหลและ mesh ภายในขอบเขตของไหลของชุดใบจักร บนระนาบที่ตั้งฉากกับแนวแกนการหมุน ณ ตำแหน่งใบจักรใบหน้า



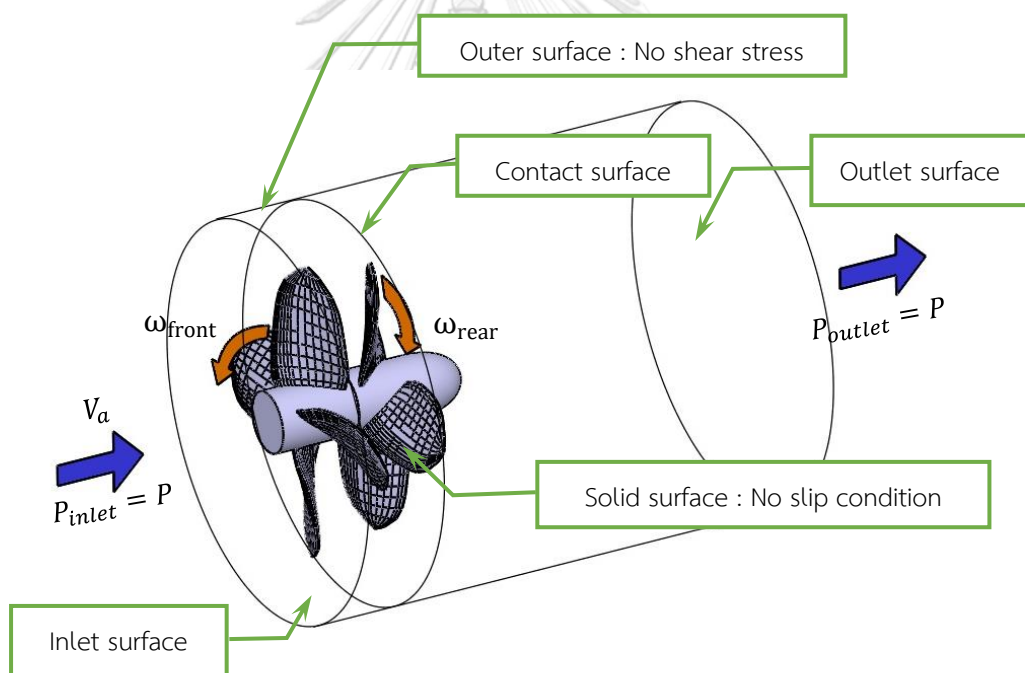
รูปที่ 4.9 แสดงภาพตัดขวางของขอบเขตการไหลและ mesh ภายในขอบเขตของไหลของชุดใบจักรบนระนาบที่ตั้งฉากกับแนวแกนการหมุน ณ ตำแหน่งใบจักรใบหลัง



รูปที่ 4.10 แสดง inflation layer บริเวณของเขตของไหลที่ติดกับผิวใบจักรและดุมใบจักร

#### 4.3 การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของของไหล

ในการศึกษานี้ ของไหลที่ไหลผ่านชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามถูกกำหนดให้มีทิศทางการไหลเฉพาะตามแนวแกนการหมุนของชุดใบจักรเท่านั้น และมีขนาดเท่ากันตลอดพื้นที่หน้าตัดของ inlet boundary เช่นเดียวกับความดัน ในขณะที่ outlet boundary จะกำหนดเฉพาะค่าความดันเท่านั้น ซึ่งมีค่าเท่ากับความดันที่ inlet boundary โดยค่าความดันที่กำหนดตรงตำแหน่ง inlet และ outlet boundary นั้นจะถูกกำหนดให้มีค่าที่เหมาะสมเพื่อเลี่ยงการเกิด cavitation โดยตรวจสอบได้จาก การใช้ Burrill cavitation diagram ดังอธิบายไว้ในหัวข้อ 3.6 โดยในการศึกษานี้กำหนดค่าความดันเกจดังกล่าวไว้ที่ 30,000 Pa ส่วน boundary ที่ผิวด้านข้างของทรงกระบอกจะกำหนดให้ shear stress บริเวณนั้นมีค่าเท่ากับศูนย์เพราะเป็นส่วนที่ไกลจากชั้น boundary layer ซึ่งสามารถละ shear stress ได้ ส่วน boundary ที่ติดกับใบจักรและคอกจะกำหนดเป็น no slip condition ซึ่งคำอธิบายการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของของไหลถูกแสดงดังในรูปที่ 4.11



รูปที่ 4.11 แสดงเงื่อนไขขอบเขตของของไหลที่ครอบคลุมชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม

#### 4.4 วิธีการวิเคราะห์ที่ใช้โปรแกรม CFD

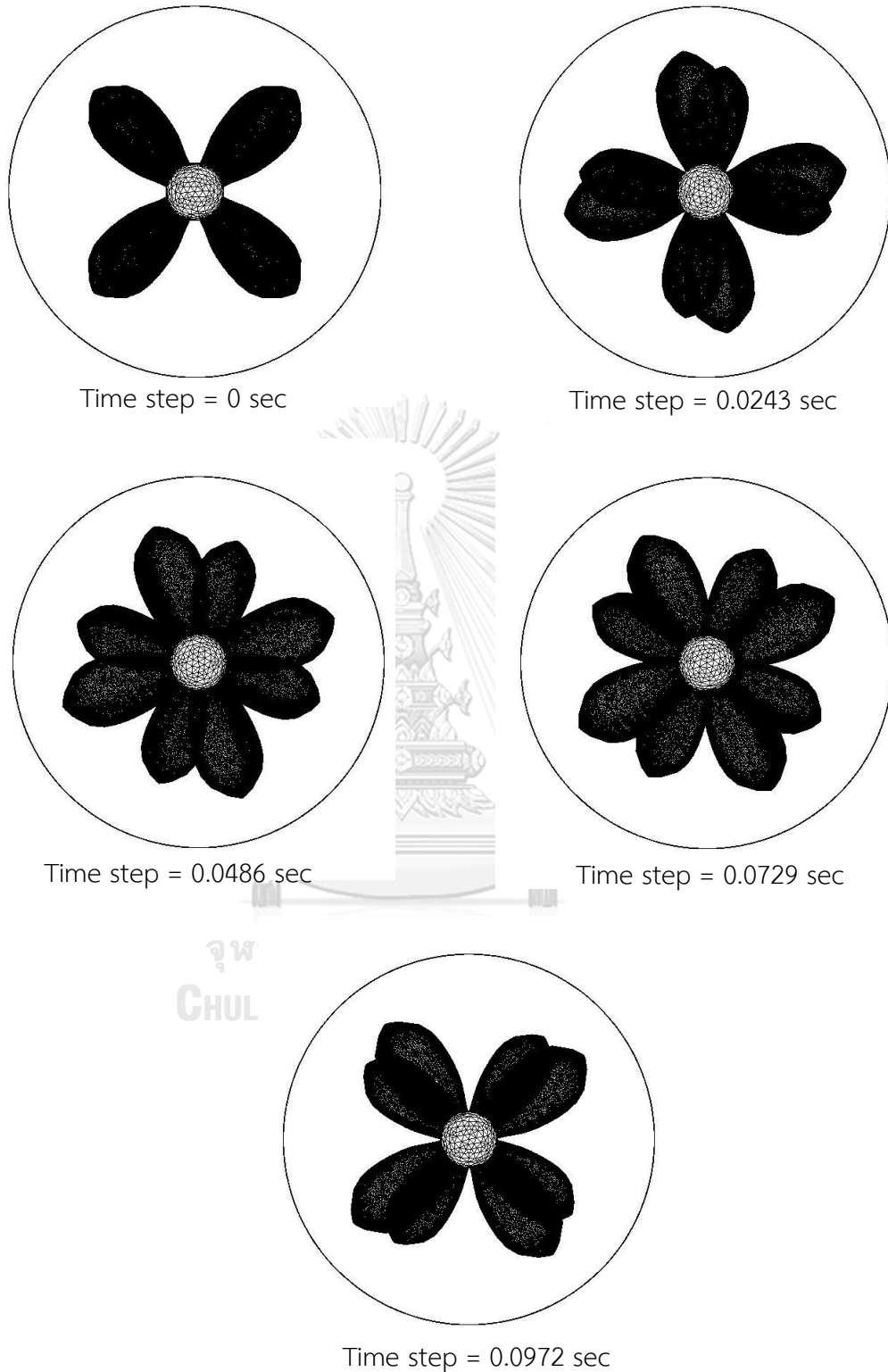
โมเดลของไหลที่เลือกใช้ในการศึกษานี้เป็นแบบ SST k- $\omega$  เพราะโมเดลนี้สามารถรวมเอาคุณสมบัติที่ดีของโมเดล k- $\omega$  และ k- $\epsilon$  เข้าไว้ด้วยกันกล่าวคือ k- $\omega$  จะวิเคราะห์ได้ดีสำหรับของไหลใน

ชั้น boundary layer และ  $k-\epsilon$  ใช้ได้ดีกับของไหลที่เป็น turbulent flow ที่อยู่ถัดออกไปจากชั้น boundary layer และนิยมใช้วิเคราะห์ของไหลในอุปกรณ์ประเภท turbomachine สำหรับการวิเคราะห์ชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่ต้องการวิเคราะห์แรงต่างๆที่เกิดขึ้นบนผิวใบจักร โมเดล  $k-\omega$  จะมีความเหมาะสมที่จะนำมาใช้วิเคราะห์ แต่เนื่องจากในชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามจะประกอบด้วย ชุดใบจักรสองใบที่อยู่ใกล้กันและส่งผลกระทบต่อกัน ทำให้ของไหลที่อยู่ระหว่างใบจักรทั้งสองใบมี ลักษณะการไหลแบบปั่นป่วนซึ่งส่งผลสำคัญต่อแรงที่เกิดขึ้นบนใบจักร ด้วยเหตุนี้ โมเดลแบบ  $k-\epsilon$  จึงมีความเหมาะสมกว่าในการวิเคราะห์ของไหลในส่วนนี้ ดังนั้น โมเดล SST  $k-\omega$  ซึ่งมีความสามารถในการวิเคราะห์ของไหลส่วนบนที่ติดกับพื้นผิวของแข็งในแบบ  $k-\omega$  และวิเคราะห์ของไหลในส่วนที่อยู่ถัดออกไปเป็นแบบ  $k-\epsilon$  จึงถูกเลือกนำมาใช้ในการศึกษานี้

การที่ใบจักรทั้งสองมีการหมุนในทิศทางตรงข้ามกัน ทำให้ความเร็วเหนี่ยวนำเนื่องจากใบจักรอีกใบมีการแปรเปลี่ยนไปตามตำแหน่งที่ใบจักรหมุนสัมพันธ์กัน ดังนั้น การคำนวณความเร็วเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นนี้จึงใช้เป็นตัวเฉลี่ย นอกจากนี้ เพื่อให้การใช้โปรแกรมวิเคราะห์สอดคล้องกับการคำนวณจึงเลือกวิธีวิเคราะห์แบบ sliding mesh เพราะด้วยวิธี sliding mesh ใบจักรทั้งสองจะเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งใหม่ตามความเร็ว, ทิศทางการหมุน และ time step ที่กำหนดดังแสดงในรูปที่ 4.12 และในแต่ละ time step ผลลัพธ์จะถูกคำนวณออกมา ผลลัพธ์ที่ได้ในแต่ละ time step ในหนึ่งรอบที่ใบจักรหมุนสัมพันธ์กันจะถูกนำมาหาค่าเฉลี่ยและเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณ ซึ่งตัวอย่างผลลัพธ์ของชุดใบจักรในแต่ละ time step ถูกแสดงในรูปที่ 4.14 ถึง 4.15 การตั้งค่าการใช้โปรแกรมวิเคราะห์จะเริ่มจากการแบ่งขอบเขตของไหลออกเป็นสองส่วนดังอธิบายในหัวข้อการสร้างขอบเขตของไหล ขอบเขตของไหลแต่ละส่วนจะถูกกำหนดให้เคลื่อนที่ไปตามทิศทางและความเร็วของใบจักร โดยมีเงื่อนไขขอบเขตดังที่อธิบายในหัวข้อเงื่อนไขขอบเขต การคำนวณของโปรแกรมจะทำให้ผลลัพธ์ของขอบเขตการไหลทั้งสองส่วนมีค่าตรงกันที่บริเวณรอยต่อของขอบเขตทั้งสองหรือบริเวณ contact surface region การกำหนด time step สามารถพิจารณาได้จากความเร็วรอบสัมพันธ์, จำนวนแฉกใบ และจำนวนตำแหน่งสัมพันธ์ที่แตกต่างของใบจักรทั้งสอง ตัวอย่างเช่น จำนวนแฉกใบและความเร็วรอบของใบจักรทั้งสองอยู่ที่ 4 แฉก และ 6.4647 rad/s เท่ากันตามลำดับ ระยะมุมที่ใบจักรใบหนึ่งจะเคลื่อนที่เทียบกับอีกใบหนึ่งแล้วทำให้ใบจักรทั้งสองอยู่ตำแหน่งสัมพันธ์ที่แตกต่างกันจึงอยู่ระหว่าง 0 ถึง  $\pi/2$  rad ดังนั้นหากต้องการจำนวนตำแหน่งสัมพันธ์ที่แตกต่างจำนวน 10 ตำแหน่ง time step จึงควรมีค่าเท่ากับ  $[\pi/2] / [(6.4647+6.4647) \cdot (10)] = 0.012149$  sec เป็นต้น

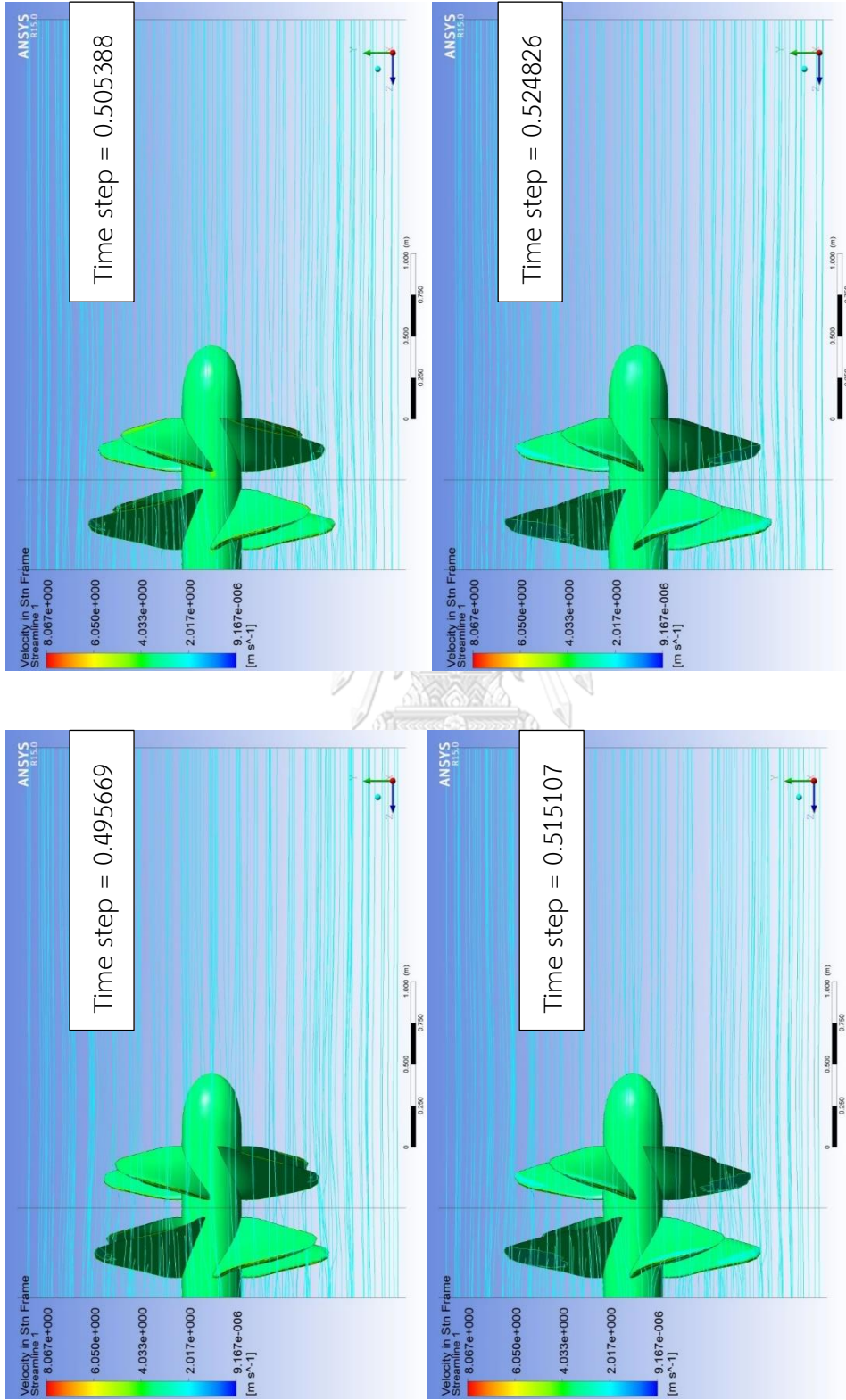
การวิเคราะห์ชุดใบจักรโดยใช้โปรแกรม Fluent ตามที่ได้อธิบายมาข้างต้นนี้ได้ถูกนำมาทดสอบกับชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามในงานศึกษาของ Hecker and A.McDonald[38] โดยเลือก

ชุดใบจักรที่ใช้ในการศึกษาของ Hecker and A.McDonald มาหนึ่งชุด และสร้างชุดใบจักรขึ้นมาใหม่ตามแบบชุดใบจักรที่ได้เลือกมา จากนั้นจึงทดสอบด้วย Fluent โดยกำหนดขอบเขตและเงื่อนไขขอบเขตของของไหล, การสร้าง mesh, โมเดลและวิธีการวิเคราะห์แบบ sliding mesh ดังที่ได้อธิบายมาข้างต้น พบว่าผลลัพธ์ที่ได้จาก Fluent และผลลัพธ์จากการทดลองของ Hecker and A.McDonald มีความสอดคล้องกัน โดยผลลัพธ์ที่ได้จาก Fluent จะมีค่า  $K_T$  ต่ำกว่าและค่า  $K_Q$  สูงกว่าผลจากการทดลอง และมีเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างมากที่สุดอยู่ที่ 12.06% บนค่า  $K_Q$  ของใบจักรใบหลัง ซึ่งอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ โดยความคลาดเคลื่อนมาจากข้อจำกัดของ Fluent ในการจำลองสร้างรูปร่างใบจักรขึ้นมาใหม่และการกำหนดตำแหน่งที่ของไหลไหลเข้าชุดใบจักรซึ่งจะต่างจากการทดลอง ทำให้ผลลัพธ์จาก Fluent มีความแตกต่างจากผลการทดลอง ดังนั้น จึงสามารถอนุมานได้ว่าการทดสอบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามโดยใช้โปรแกรม Fluent ตามวิธีการที่ได้กล่าวมาสามารถให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกับผลที่เกิดขึ้นจริงจากการทดลอง และสามารถนำมาใช้ตรวจสอบผลที่ได้จากการคำนวณในเบื้องต้นได้ ซึ่งรายละเอียดการทดสอบชุดใบจักรจากการศึกษาของ Hecker and A.McDonald ด้วยโปรแกรม Fluent ถูกอธิบายไว้ในภาคผนวก ค.

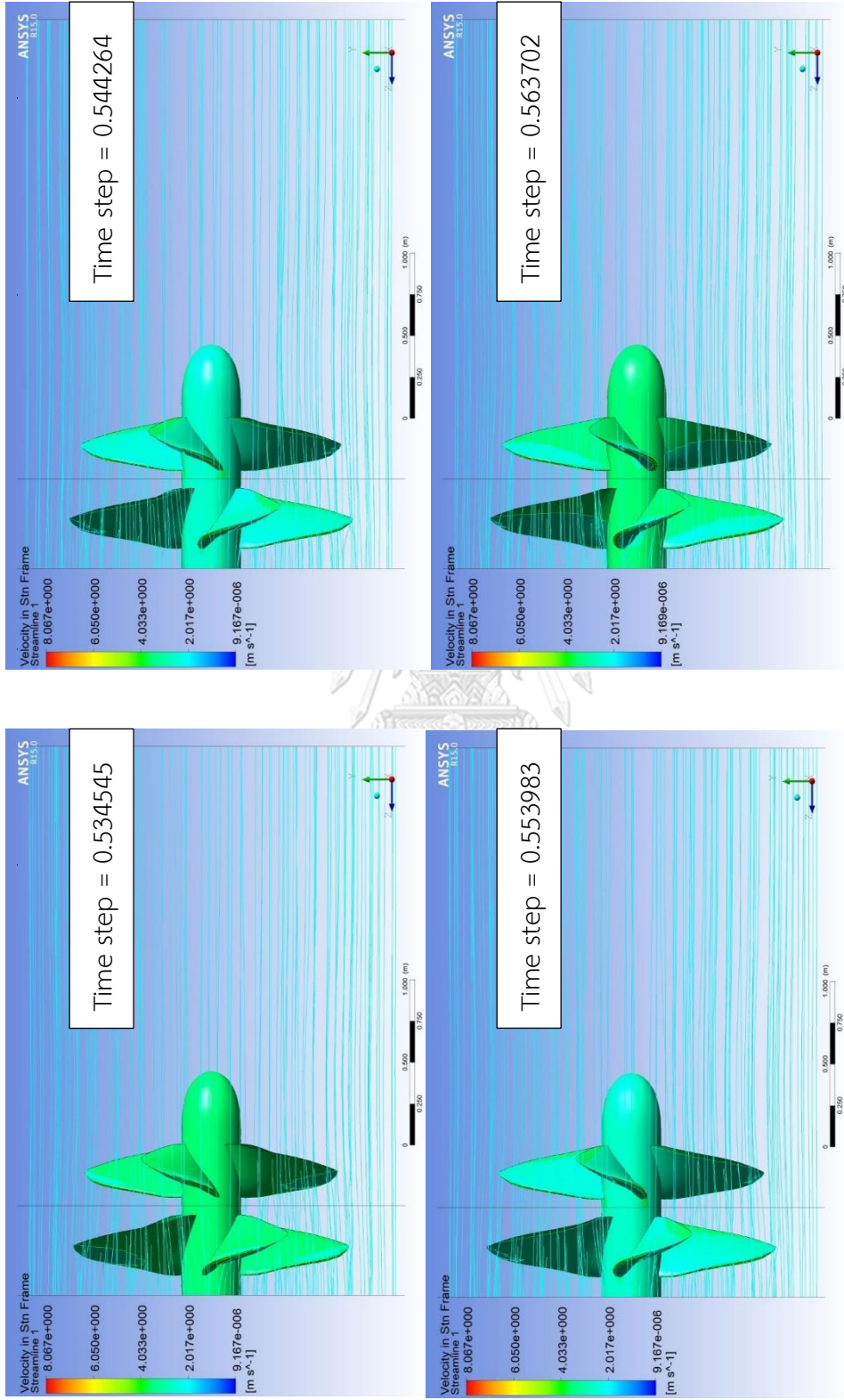


รูปที่ 4.13 แสดงตัวอย่าง mesh บนชุดใบจักรและตำแหน่งของชุดใบจักรที่มีความเร็วรอบเท่ากับ 6.4647 rad/s ที่ time step ต่างๆ เมื่อใช้วิธี sliding mesh ในการวิเคราะห์





รูปที่ 4.14 แสดงของไหลที่ไหลผ่านและความดันบนชุดใบจักรที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย Fluent ของชุดใบจักรที่ได้จากการคำนวณที่ค่า advance ratio = 0.8 และ  $C_T = 0.512$  ที่ time step ต่างๆ (1)



รูปที่ 4.15 แสดงของไหลที่ไหลผ่านและความดันบนชุดใบจักรที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย Fluent ของชุดใบจักรที่ได้จากการคำนวณที่ค่า advance ratio = 0.8 และ  $C_T = 0.512$  ที่ time step ต่างๆ (2)

## บทที่ 5

## ผลลัพธ์การคำนวณและการวิเคราะห์ด้วย CFD

## 5.1 ผลการคำนวณ

การศึกษานี้จะคำนวณหาชุดใบจักรหมุนทวนตรงกันข้ามจำนวน 3 ชุด เพื่อทำการเปรียบเทียบค่าแรงผลักและแรงบิดที่ได้ทั้งจากการคำนวณและจากการวิเคราะห์ด้วย CFD เรียกว่าเป็นใบจักรชุด A, B และ C โดยแต่ละชุดจะถูกคำนวณให้เหมาะสมสำหรับค่า advance ratio ที่แตกต่างกันจำนวน 3 ค่า โดยทำการปรับเปลี่ยนความเร็วรอบของใบจักรเพื่อให้ได้ค่า advance ratio ตามที่กำหนด ในขณะที่ตัวแปรอื่นกำหนดให้มีค่าคงที่เหมือนกันในใบจักรทั้ง 3 ชุดดังแสดงในตารางที่

## 5.1

ตารางที่ 5.1 ตัวแปรสำหรับการคำนวณหาชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม

Propeller Model	A	B	C
Advance ratio : J	0.8	1.0	1.2
$\omega_f = \omega_r$ [rad/s]	8.0809	6.4647	5.3873
$D_{p,f}$ [m]	2		
$x_{h,f} = r_h/R$	0.2		
$Z_f = Z_r$ [blades]	4		
$d/R_f$	0.45		
$C_T$	0.512		
q	0.8		
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	998.2		
$V_a$ [m/s]	2.05778		

จากการคำนวณทำให้ได้ชุดใบจักรจำนวน 3 ชุดที่เหมาะสมสำหรับการใช้งานที่ค่า advance ratio แต่ละค่าภายใต้ค่าตัวแปรอื่น ๆ ตามที่กำหนดในตารางที่ 5.1 โดย ค่า circulation ที่เหมาะสมของชุดใบจักรแต่ละชุด รวมถึงแรงผลักและแรงบิดที่เกิดบนชุดใบจักรจะถูกแสดงให้อยู่ในรูปตัวแปรไร้หน่วยดังสมการที่ (5.1) ถึง (5.3)

$$G = \frac{\Gamma}{2\pi R V_a} \quad (5.1)$$

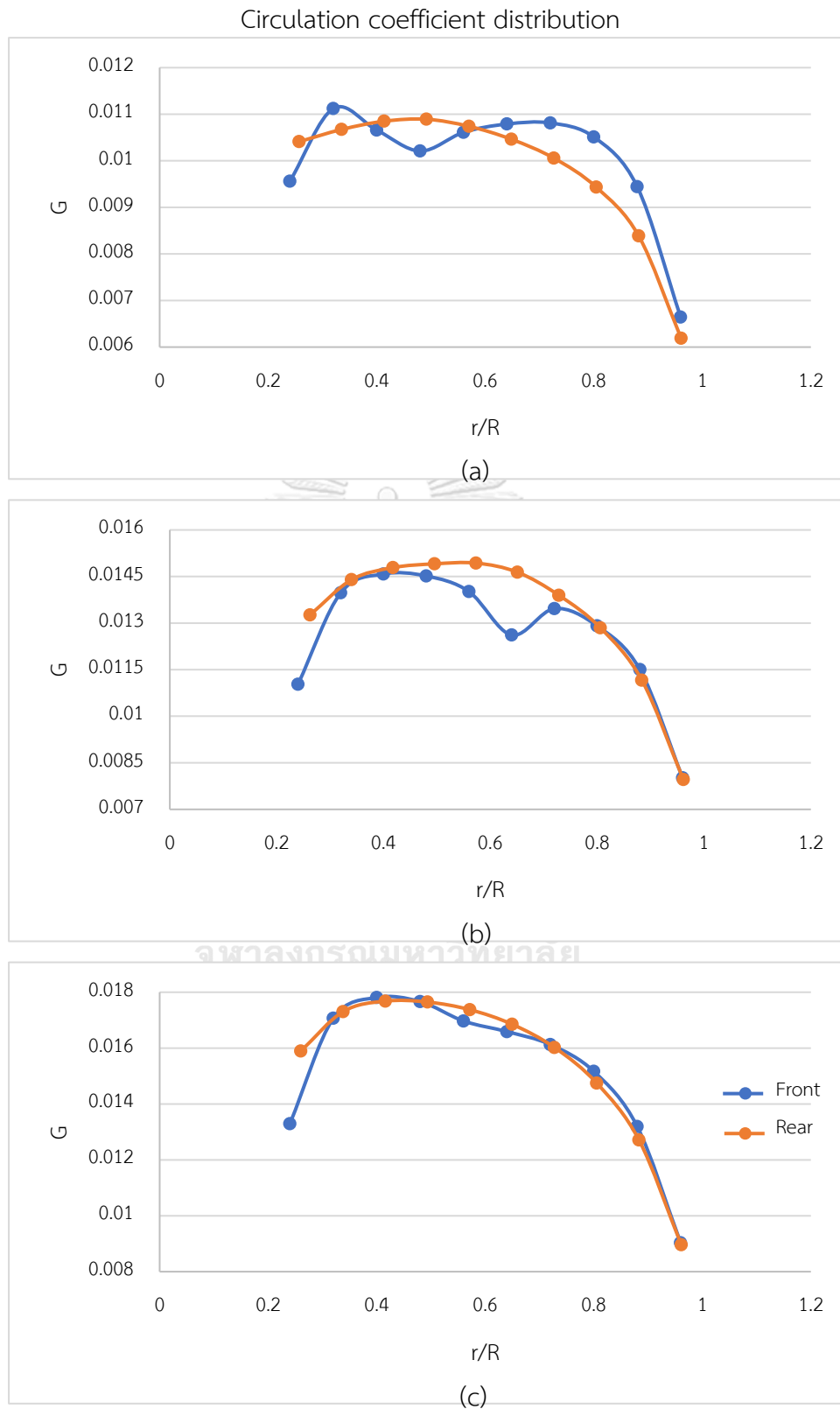
$$K_T = \frac{T}{\rho n^2 D_p^4} \quad (5.2)$$

$$K_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D_p^5} \quad (5.3)$$

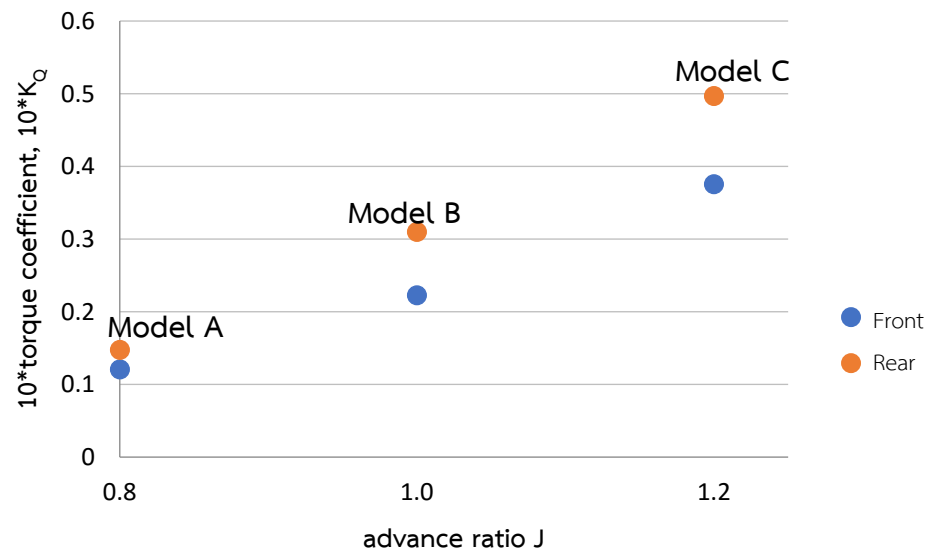
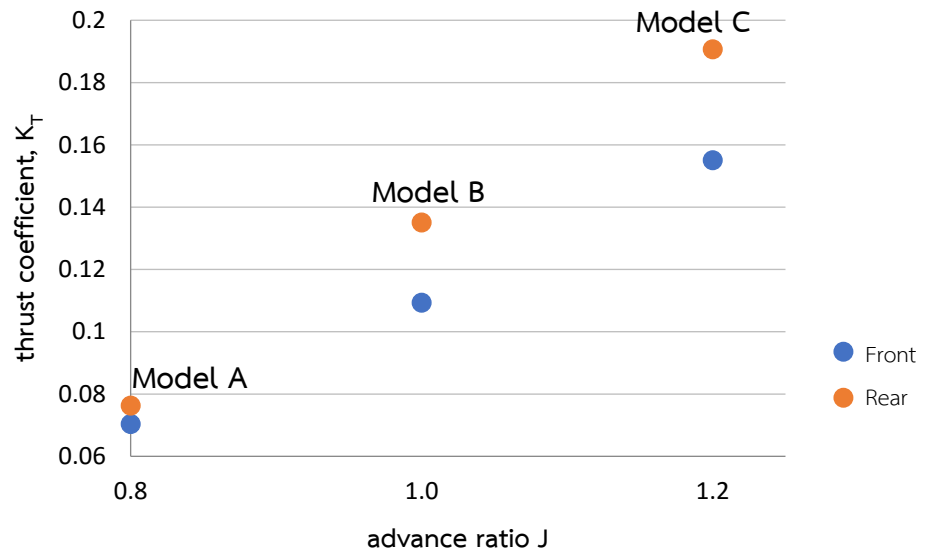
ผลลัพธ์ในรูปตัวแปรไร้มิติที่ได้จากการคำนวณได้ถูกแสดงไว้ในรูปที่ 5.1 และ 5.2 โดยค่า  $K_T$  และ  $K_Q$  จะได้จากการแทนค่าแรงผลักและแรงบิดที่ได้จากการคำนวณและรวมผลของแรงเสียดทานเนื่องจากความหนืดของของไหลเข้าไปในภายหลัง โดยผลของแรงเสียดทานจะคำนวณได้จากพจน์ที่สองทางขวามือของสมการที่ 2.45 และ 2.46 ซึ่งเป็นส่วนที่แสดงผลของแรงเสียดทานและได้ถูกละทิ้งในขั้นตอนการคำนวณด้วยวิธีแคลคูลัสของการแปรผัน

ผลลัพธ์จากการคำนวณแสดงให้เห็นว่าสำหรับชุดใบจักรชุด A ที่ค่า advance ratio เท่ากับ 0.8 ค่า  $G$  ที่กระจายบนใบจักรใบหน้าจะมีค่าสูงกว่าค่า  $G$  ที่กระจายบนใบหลังเป็นส่วนใหญ่ ในขณะที่ชุดใบจักรชุด B และชุด C ที่ค่า advance ratio เท่ากับ 1.0 และ 1.2 ตามลำดับ ค่า  $G$  ที่กระจายบนใบหน้าและใบหลังจะมีค่าใกล้เคียงกันมากขึ้น เมื่อพิจารณาที่ค่า advance ratio แต่ละค่าเทียบกันจะพบว่า ค่า  $G$  ที่กระจายที่แต่ละตำแหน่งมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อค่า advance ratio สูงขึ้น ซึ่งก็สอดคล้องกับความเร็วรอบของใบจักรที่มีค่าลดลง การที่จะทำให้แรงผลักมีค่าคงเดิมตามที่กำหนด ค่า circulation ซึ่งในที่นี้แสดงผลอยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติ  $G$  จึงต้องมีค่าสูงขึ้น และเมื่อพิจารณาการค่า  $K_T$  และ  $K_Q$  พบว่าจะมีค่าน้อยสุดในใบจักรชุด A และเพิ่มมากขึ้นในชุด B และ C ตามลำดับ ซึ่งเป็นผลมาจากความเร็วรอบที่ต่ำลงในชุดใบจักรชุด A, B และ C ตามลำดับ และเมื่อเปรียบเทียบอัตราการเพิ่มขึ้นของค่า  $K_T$  และ  $K_Q$  ในใบจักรแต่ละชุดจากชุด A, B และ C ตามลำดับพบว่าค่า  $K_T$  และ  $K_Q$  ในใบจักรใบหลังจะมีค่าอัตราการเพิ่มสูงกว่าอัตราการเพิ่มของค่า  $K_T$  และ  $K_Q$  ในใบจักรใบหน้า ซึ่งหมายความว่าแรงผลักและแรงบิดจะถูกถ่ายเทไปยังใบหลังมากขึ้นสำหรับชุดใบจักรที่มีค่า advance ratio สูงกว่า การกระจายแรงผลักและแรงบิดไปบนใบจักรใบหลังเมื่อค่า advance ratio สูงขึ้นนั้นมีส่วนสาเหตุมาจากค่า circulation ที่สูงขึ้น การเพิ่มขึ้นของค่า circulation นอกจากจะช่วยเพิ่มแรงผลักเมื่อความเร็วรอบลดต่ำลง แต่ก็เพิ่มแรงต้านการหมุนด้วยเช่นกัน ดังนั้น เมื่อทำการคำนวณระบบสมการเพื่อหาจุดที่เหมาะสมเพื่อให้แรงต้านการหมุนหรือแรงบิดที่ต้องใช้มีค่าน้อยสุด จึงได้เกิดการกระจายแรงผลักและแรงบิดไปบนใบจักรหลังเพื่อลดภาระที่เกิดขึ้นบนใบจักรใบหน้า

การกระจายค่า circulation ของใบจักรทั้งสามชุดนี้จะถูกนำไปใช้หา lift coefficient ตามชนิดพื้นที่หน้าตัดและความยาวคอร์ดที่ถูกกำหนดไว้ เพื่อหามุม pitch ของแต่ละพื้นที่หน้าตัดของตัวใบและประกอบเป็นรูปร่างตัวใบที่สมบูรณ์ดังอธิบายไว้ในบทที่ 3 โดยลักษณะชุดใบจักรแต่ละชุดที่ได้จากการคำนวณจะถูกแสดงในรูปอัตราส่วนระยะ pitch ต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางใบจักรหรือ pitch-diameter ratio ดังแสดงในรูปที่ 5.3 ถึง 5.5 ชุดใบจักรที่เสร็จสมบูรณ์จะถูกนำไปใช้วิเคราะห์ด้วยโปรแกรม Fluent เพื่อเปรียบเทียบกับผลจากการคำนวณดังแสดงในหัวข้อถัดไป

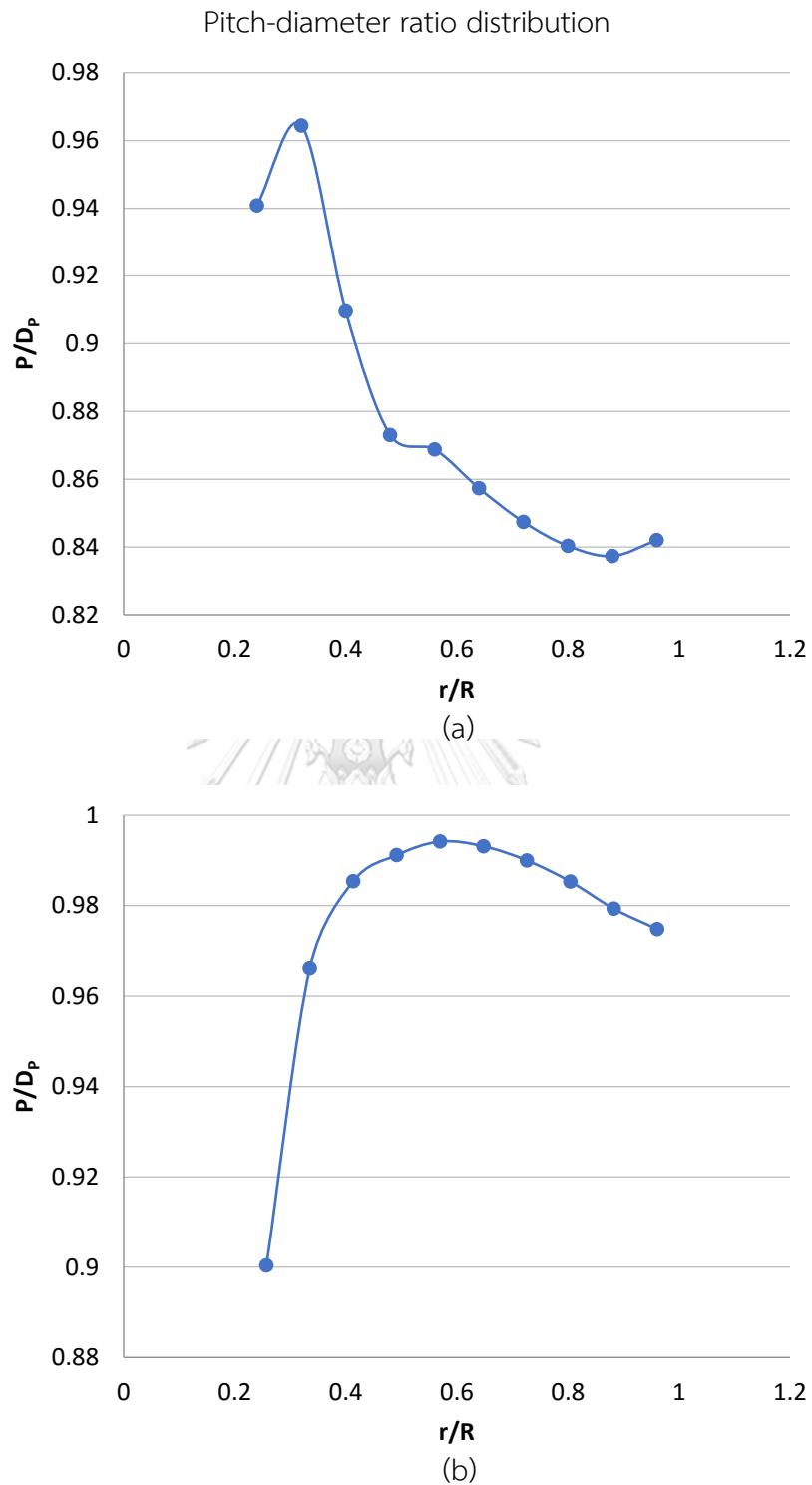


รูปที่ 5.1 แสดงผลค่านวนการกระจายค่า  $G$  บน lifting line ของ (a) ชุดใบจักรชุด A ที่  $J=0.8$ , (b) ชุดใบจักรชุด B ที่  $J=1.0$  และ (c) ชุดใบจักรชุด C ที่  $J=1.2$

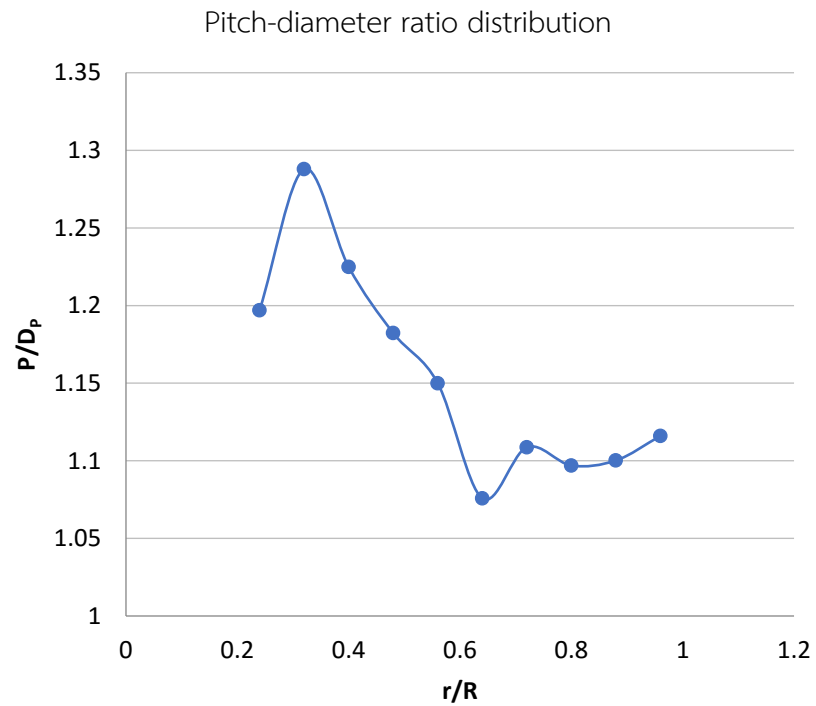


(b)

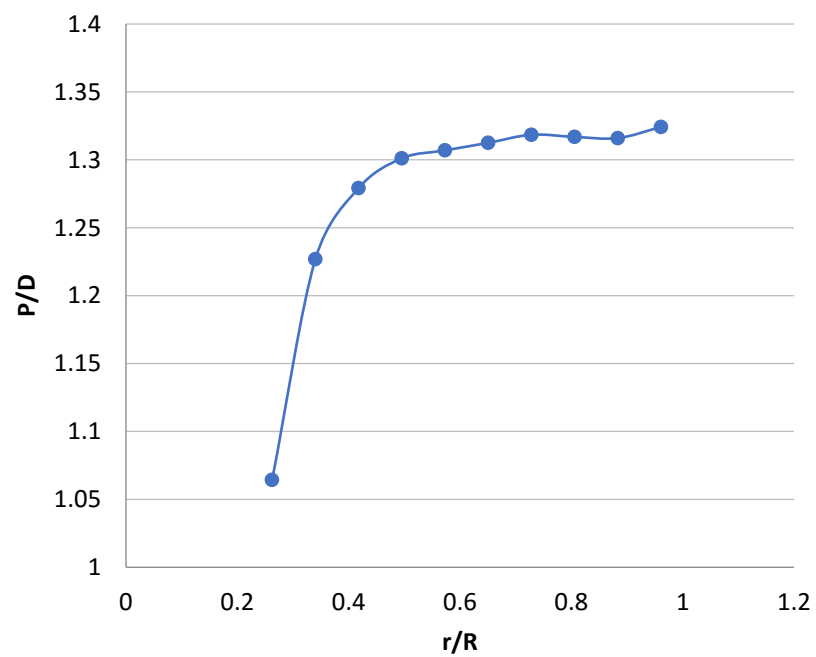
รูปที่ 5.2 กราฟแสดงการเปรียบเทียบ (a)ค่า  $K_T$  และ (b)ค่า  $K_Q$  ของชุดใบจักรของชุดใบจักรชุด A ที่  $J=0.8$ , ชุดใบจักรชุด B ที่  $J=1.0$  และ ชุดใบจักรชุด C ที่  $J=1.2$



รูปที่ 5.3 แสดงการกระจายค่า pitch-diameter ratio (a) บนใบจักรใบหน้า และ(b) บนใบจักรใบหลัง ของชุดใบจักรชุด A ที่ค่า  $J=0.8$



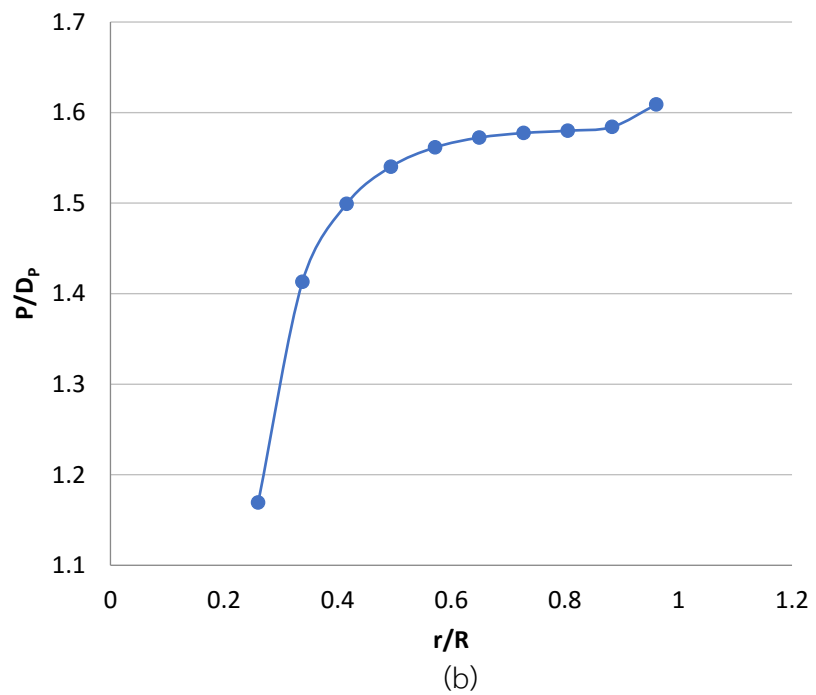
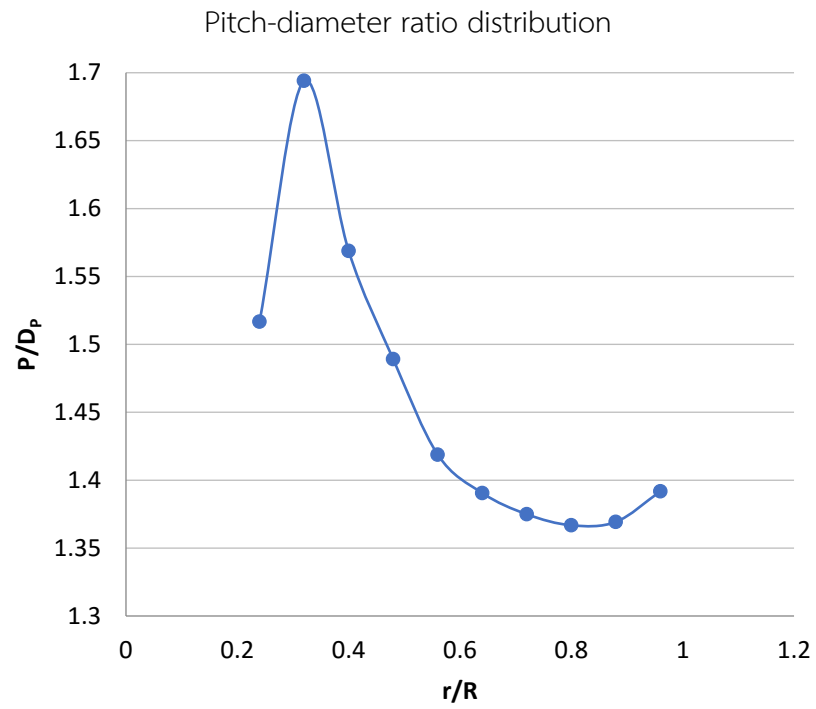
(a)



(b)

รูปที่ 5.4 แสดงการกระจายค่า pitch-diameter ratio (a) บนใบจักรใบหน้า และ(b) บนใบจักรใบหลัง ของชุดใบจักรชุด B ที่ค่า  $J=1.0$

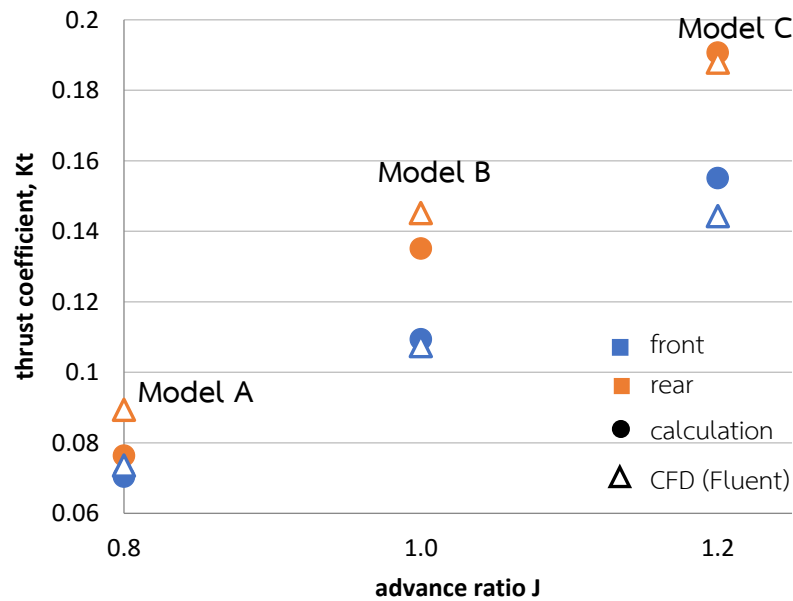




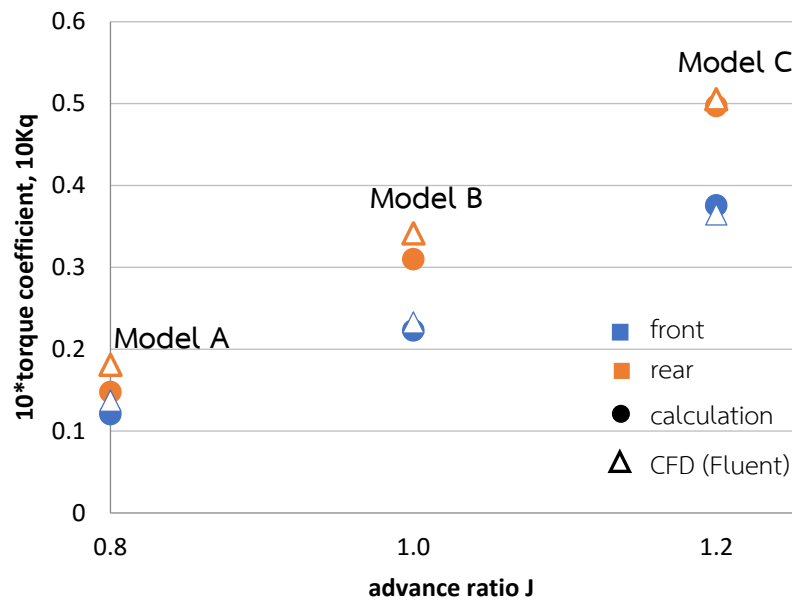
รูปที่ 5.5 แสดงการกระจายค่า pitch-diameter ratio (a) บนใบจักรใบหน้า และ(b) บนใบจักรใบหลัง ของชุดใบจักรชุด C ที่ค่า  $J=1.2$

## 5.2 ผลการวิเคราะห์ด้วย CFD

ชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามทั้ง 3 ชุดที่ได้จากการคำนวณตามเงื่อนไขดังแสดงในตารางที่ 5.1 ได้ถูกนำมาทดสอบด้วยวิธี CFD โดยใช้โปรแกรม ANSYS Fluent เพื่อดูผลของแรงผลักและแรงบิดที่เกิดขึ้นบนใบจักรทั้งสองใบ ผลจากการคำนวณและจาก Fluent ได้ถูกแสดงเปรียบเทียบดังรูปที่ 5.6



(a)



(b)

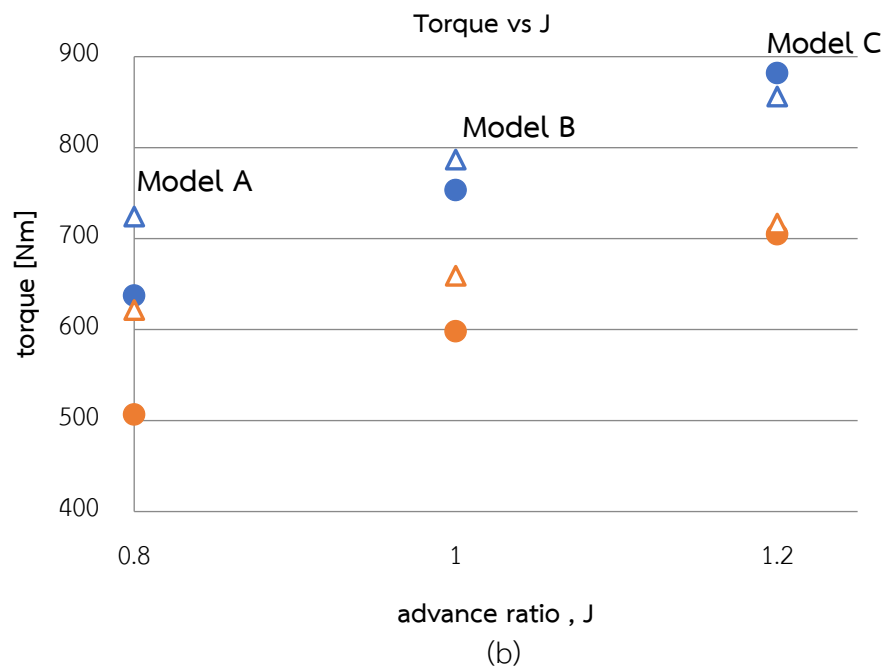
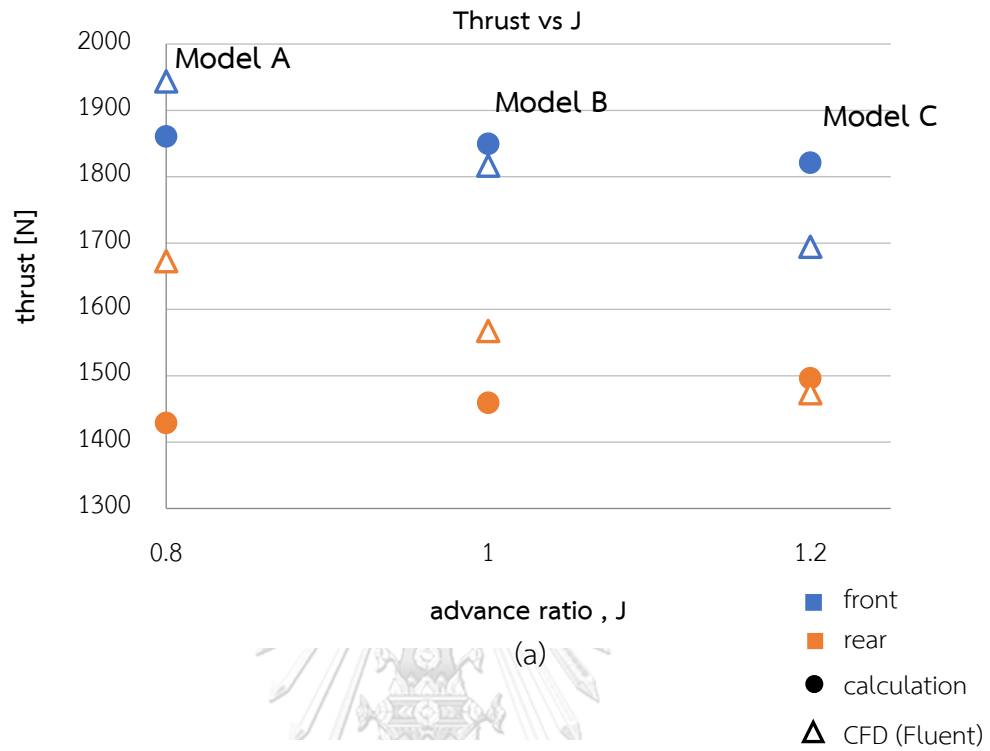
รูปที่ 5.6 แสดงการเปรียบเทียบ (a)  $K_T$  และ (b)  $K_Q$  บนใบจักรของชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่ได้จากการคำนวณและที่ได้จากโปรแกรม Fluent

จากรูปที่ 5.6 จะพบว่าค่า  $K_T$  และ  $K_Q$  บนใบจักรใบหน้าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย Fluent จะมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการคำนวณในชุดใบจักรชุด A แต่จะมีความแตกต่างกันมากขึ้นในชุดใบจักรชุด B และ C ตามลำดับ โดยค่า  $K_T$  และ  $K_Q$  บนใบจักรใบหน้าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย Fluent มีแนวโน้มจะให้ค่าที่ต่ำกว่าค่าที่ได้จากการคำนวณเมื่อชุดใบจักรมีค่า advance ratio สูงขึ้น หรือหมายความว่า การวิเคราะห์ด้วย Fluent จะให้ค่าแรงผลึกสูงกว่าค่าที่ได้จากการคำนวณในชุดใบจักรที่มีค่า advance ratio ต่ำ และจะให้ค่าลดต่ำลงมาในชุดใบจักรที่มีค่า advance ratio สูง

ส่วนค่า  $K_T$  และ  $K_Q$  บนใบจักรใบหลังพบว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย Fluent จะให้ค่าแตกต่างจากค่าสูงสุดที่ได้จากการคำนวณในชุดใบจักรชุด A โดยค่าที่ได้จาก Fluent จะให้ค่าที่สูงกว่า จากนั้น ค่าที่ได้จาก Fluent จะมีแนวโน้มต่ำลงเมื่อชุดใบจักรมีค่า advance ratio สูงขึ้น กล่าวคือในชุดใบจักรชุด B การวิเคราะห์ด้วย fluent จะให้ค่าสูงกว่าค่าที่ได้จากการคำนวณ แต่ความแตกต่างจะน้อยกว่าในชุดใบจักรชุด A จากนั้น ค่าที่ได้จาก Fluent จะให้ค่าลดต่ำลงในชุดใบจักรที่มีค่า advance ratio สูงขึ้นจนทำให้ค่าที่ได้จาก Fluent มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการคำนวณในชุดใบจักรชุด C

เมื่อนำค่า  $K_T$  และ  $K_Q$  ที่แสดงในรูปที่ 5.6 มาแสดงเป็นค่าแรงผลึกและแรงบิดตามลำดับดังแสดงในรูปที่ 5.7 จะพบว่าความแตกต่างของค่า  $K_T$  และ  $K_Q$  เพียงเล็กน้อยโดยเฉพาะที่ค่า advance ratio ต่ำหรือที่ความเร็วรอบสูงจะส่งผลต่อความแตกต่างของค่าแรงผลึกและแรงบิดอย่างมาก เนื่องจากแรงผลึกและแรงบิดจะแปรผันตามกับความเร็วรอบยกกำลังสองดังแสดงในสมการที่ 5.2 และ 5.3

จากรูปที่ 5.7 พบว่าค่าแรงผลึกที่เกิดขึ้นบนใบจักรจากการวิเคราะห์ด้วย Fluent จะมีค่าต่ำลงสำหรับชุดใบจักรที่มีค่า advance ratio สูงขึ้นทั้งใบจักรใบหน้าและใบหลัง ซึ่งไม่สอดคล้องกับผลจากการคำนวณที่แสดงให้เห็นว่าในชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่เหมาะสม แรงผลึกที่เกิดบนใบจักรใบหน้าควรมีค่าลดลง ในขณะที่แรงผลึกบนใบจักรใบหลังควรมีค่าเพิ่มขึ้นในชุดใบจักรที่มีค่า advance ratio สูงขึ้น เพื่อให้แรงผลึกรวมได้ค่าตามที่กำหนด ในขณะที่ผลจาก Fluent แสดงให้เห็นถึงแรงผลึกรวมจะมีค่าลดลงในชุดใบจักรที่มีค่า advance ratio สูงขึ้น ในขณะที่แรงบิดถึงแม้จะมีแนวโน้มไปทางเดียวกันคือมีค่าลดลงในชุดใบจักรที่มีค่า advance ratio ต่ำลง แต่ค่าที่ได้ยังมีความแตกต่างกันอยู่มากโดยเฉพาะในชุดใบจักรที่มีค่า advance ratio ต่ำ ความแตกต่างที่เกิดขึ้นระหว่างผลที่ได้จากการคำนวณและผลที่ได้จาก Fluent จะถูกนำไปวิเคราะห์เพื่อหาสาเหตุของความแตกต่างที่เกิดขึ้นดังอธิบายในหัวข้อถัดไป

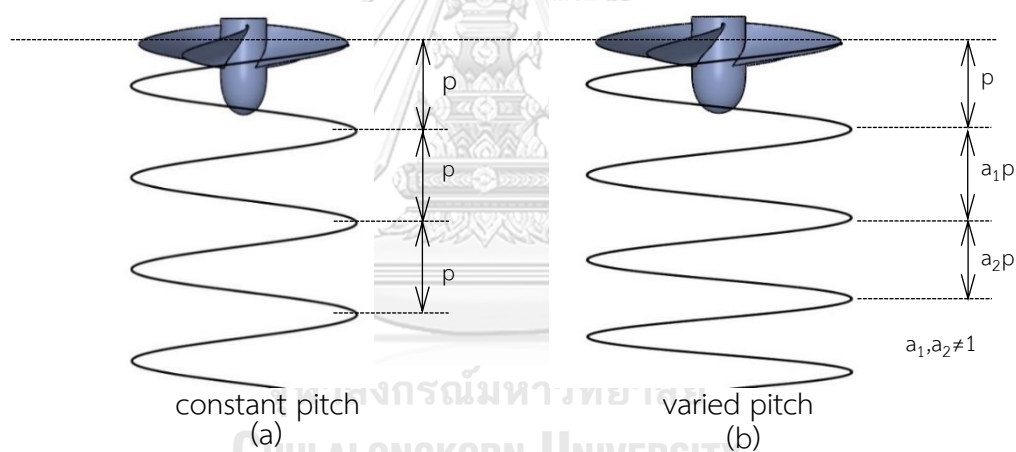


รูปที่ 5.7 แสดงการเปรียบเทียบ (a) แรงผลัก และ (b) แรงบิดบนใบจักรของชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่ได้จากการคำนวณและที่ได้จากโปรแกรม Fluent

### 5.3 การวิเคราะห์ความแตกต่างระหว่างผลการคำนวณและผลการวิเคราะห์จาก CFD

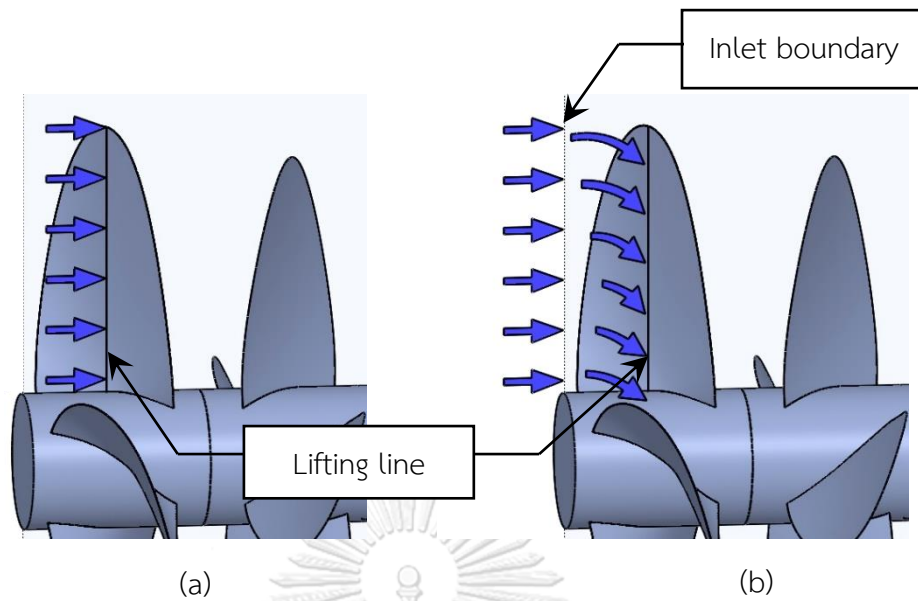
เมื่อพิจารณาความแตกต่างของผลจากการคำนวณและผลจาก Fluent พบว่าสาเหตุของความแตกต่างนั้นอาจมาจากหลายกรณี ดังต่อไปนี้

1. ข้อสมมติฐานที่ใช้ในการคำนวณ โดยในการคำนวณจะสมมติให้เส้น free vortex มีมุมหรือระยะ pitch คงที่และมีค่าเท่ากับมุม pitch ที่ตำแหน่ง lifting line หรือมีทิศทางขนานกับความเร็วของของไหลที่ตำแหน่ง lifting line ซึ่งหากมองตามหลักทฤษฎีแล้วเส้น free vortex จะต้องขนานกับทิศทางความเร็วของของไหลและทุกตำแหน่งในสนามของไหลล้วนถูกเหนี่ยวนำให้เกิดความเร็วมากน้อยต่างกันตามแต่ระยะห่างจากจุดกำเนิด circulation ดังนั้น ทิศทางความเร็วของของไหลที่ตำแหน่งอื่นๆใน downstream อาจจะไม่แตกต่างจากทิศทางความเร็วของของไหลที่ตำแหน่ง lifting line โดยเฉพาะในจุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่มีแหล่งกำเนิด circulation ถึงสองชุด ซึ่งอาจทำให้เส้น free vortex มีมุมหรือระยะ pitch ไม่คงที่ดังแสดงในรูปที่ 5.8 ทำให้ส่งผลต่อความเร็วเหนี่ยวนำบนใบจักร



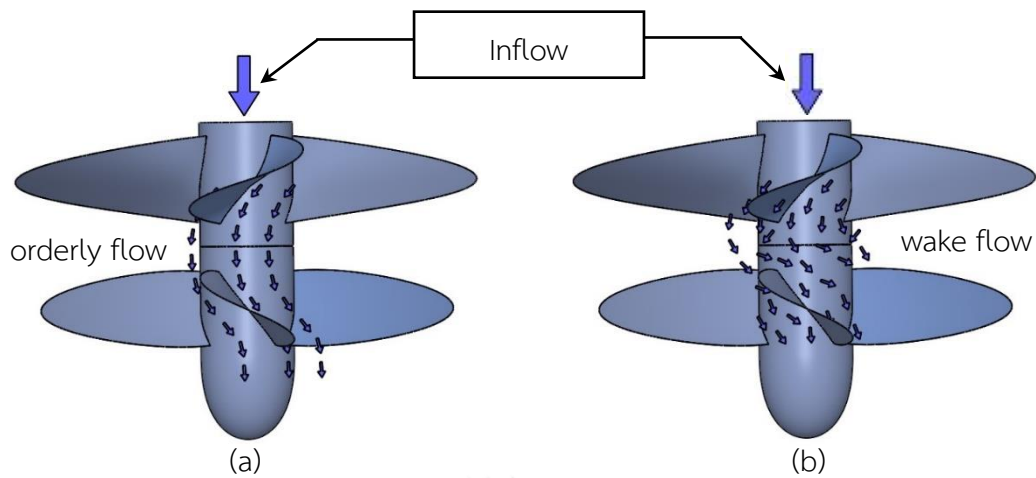
รูปที่ 5.8 แสดงภาพเปรียบเทียบเส้น free vortex ที่ระยะ pitch (a)คงที่ และ (b)แปรเปลี่ยนตามตำแหน่งใน downstream

2. ในการคำนวณได้กำหนดความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรใบหน้ามีค่าคงที่และเท่ากันทุกตำแหน่งบน lifting line แต่ในการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม Fluent ความเร็วนี้จะถูกกำหนดไว้ที่ inlet boundary ซึ่งมีระยะห่างจากเส้น directrix line หรือ ตำแหน่ง lifting line ของใบจักรใบหน้า ทั้งนี้เนื่องจากความกว้างและมุมบิดของใบและข้อจำกัดในการสร้าง mesh ทำให้ inlet boundary ต้องเลื่อนห่างมาจากเส้น lifting line เพื่อให้ครอบคลุมตัวใบจักรและสามารถสร้าง mesh ที่มีคุณสมบัติที่ดีในการลู่ออกของผลลัพธ์ ดังนั้นความเร็วของของไหลที่มาถึงตัวใบจักรจึงถูกเหนี่ยวนำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงก่อนที่จะมาถึงตำแหน่งของตัวใบจักรดังแสดงในรูปที่ 5.9



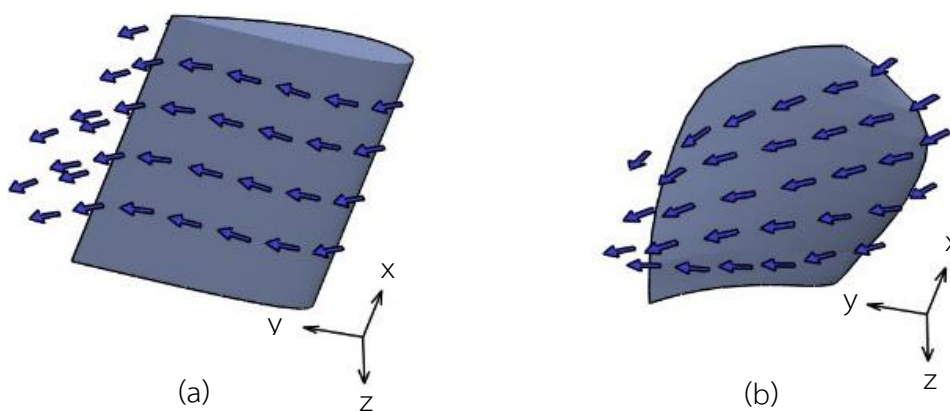
รูปที่ 5.9 แสดงความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าสู่ใบจักรใบหน้าตาม (a) ข้อสมมติฐานที่ใช้ในการคำนวณที่ความเร็วของของไหลมีค่าเท่ากันตลอด ณ ตำแหน่ง lifting line และ(b)ความเร็วของของไหลที่ถูกเหนี่ยวนำและเปลี่ยนแปลงจากตำแหน่ง inlet boundary ก่อนถึง lifting line ด้วยการใช้โปรแกรม Fluent ในการวิเคราะห์

3. สำหรับใบจักรใบหลัง ความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรจะถูกเหนี่ยวนำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงได้เช่นเดียวกับใบจักรใบหน้า แต่จะได้รับผลกระทบมากกว่า เนื่องจากของไหลที่ไหลออกจากใบจักรใบหน้าและไหลเข้าสู่ใบหลังจะเกิดกระแสการไหลแบบปั่นป่วนหรือ wake flow จากการหมุนของใบจักรใบหน้า ซึ่งในการคำนวณจะไม่ได้คำนึงถึงผลของ wake flow แต่สมมติให้ความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรใบหลังมีค่าและลักษณะแบบเดียวกันกับของไหลที่ไหลเข้าใบจักรใบหน้า ดังแสดงในรูปที่ 5.10 ดังนั้นผลลัพธ์ที่เกิดบนใบจักรใบหลังจึงให้ค่าที่แตกต่างออกไประหว่างผลจากการคำนวณและผลจาก Fluent



รูปที่ 5.10 แสดงภาพเปรียบเทียบกระแสของไหลที่ไหลออกจากใบจักรใบหน้าเข้าสู่ใบหลัง (a) ตามสมมติฐานที่ใช้ในการคำนวณที่มีลักษณะเป็น orderly flow และ (b) เกิดลักษณะการไหลแบบปั่นป่วนหรือ wake flow ในการวิเคราะห์ด้วยการโปรแกรม Fluent

4. ความคลาดเคลื่อนจากการแปลงค่าผลจากการคำนวณให้เป็นรูปร่างใบจักรในสามมิติ ซึ่งการสร้างรูปร่างใบจักรจะใช้ผลการศึกษาของ Abbot and Doenhoff[30] ที่ได้จากการทดลอง airfoil ในการไหลสองมิติเพื่อหามุม pitch ของ airfoil ในแต่ละตำแหน่งตามแนวรัศมีแล้วนำมาประกอบกันเป็นรูปร่างใบของใบจักรในสามมิติ ลักษณะใบจักรที่ได้จะมีการเปลี่ยนแปลงมุม pitch และความยาว chord ตลอดตามแนวรัศมี ทำให้เกิดการไหลในแบบสามมิติซึ่งต่างจาก airfoil ที่ใช้ในการทดลองโดย Abbot and Doenhoff ซึ่งเป็นการไหลในสองมิติและตัว airfoil มีขนาดพื้นหน้าตัดและมุม pitch เท่ากันโดยตลอดซึ่งได้แสดงเปรียบเทียบไว้ในรูปที่ 5.11 ความแตกต่างนี้ส่งผลให้แรงที่กระทำในแต่ละพื้นที่หน้าตัดของใบจักรไม่เท่ากับแรงที่กระทำบน airfoil ที่ใช้อ้างอิง

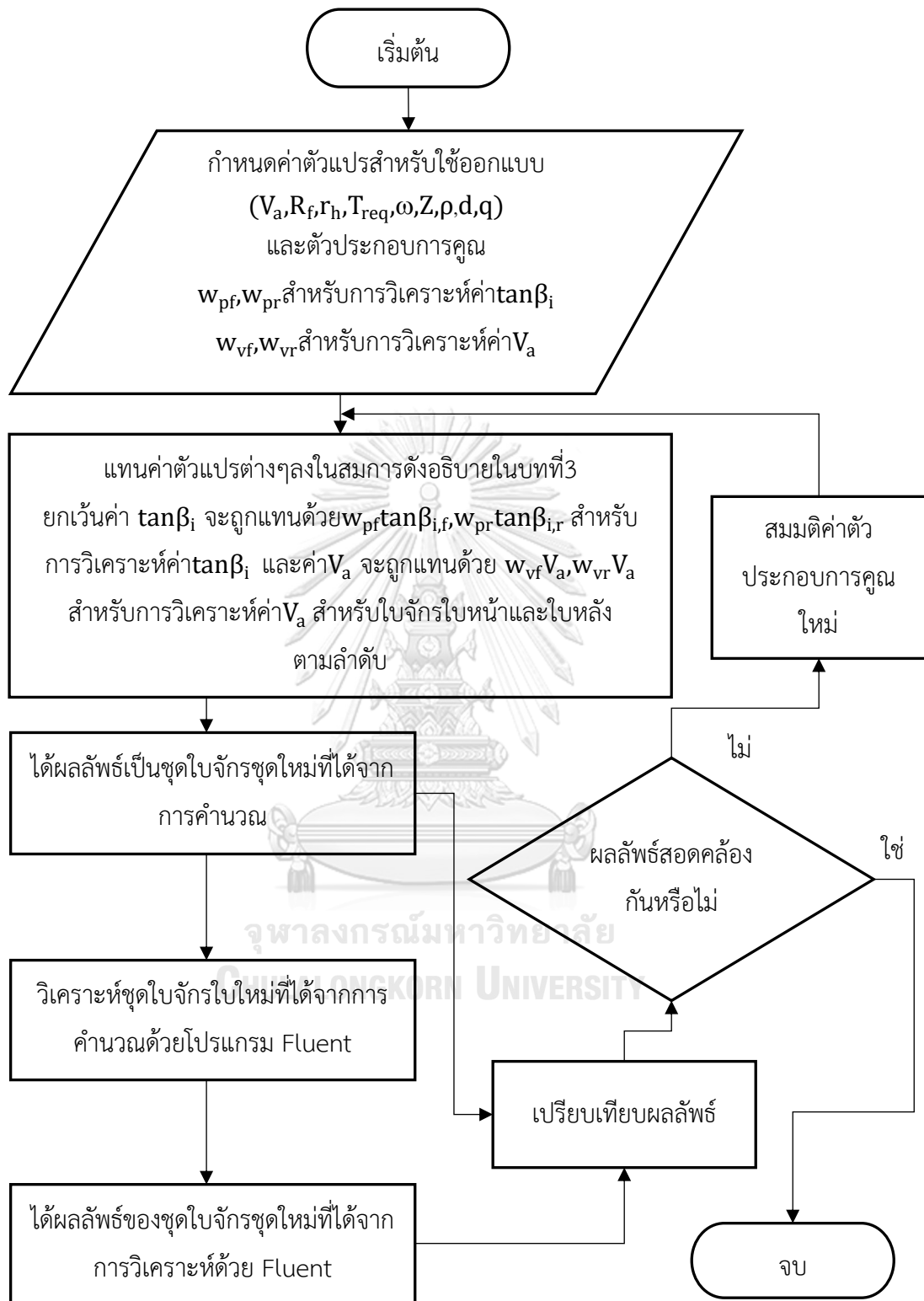


รูปที่ 5.11 แสดงภาพเปรียบเทียบ (a) ลักษณะรูปร่าง airfoil ที่ใช้ทดสอบในการไหลแบบสองมิติ และ (b) ลักษณะรูปร่างใบจักรที่ได้จากการคำนวณซึ่งทำให้เกิดการไหลแบบสามมิติ

จากสาเหตุทั้ง 4 กรณี พบว่าสาเหตุในข้อ 4 สามารถหลีกเลี่ยงหรือลดผลกระทบได้โดยการเลือก aspect ratio หรืออัตราส่วนของความยาวใบตามแนวรัศมีต่อความยาว chord ของตัวใบให้มีค่าสูง[39] แต่สำหรับใบจักรเรือ การที่จะทำให้ aspect ratio มีค่าสูงเป็นสิ่งที่ทำได้ยาก เพราะด้วยข้อจำกัดของพื้นที่ท้ายเรือทำให้ความยาวใบตามแนวรัศมีมีค่าที่จำกัด ประกอบกับตัวใบต้องมีพื้นที่มากพอที่จะสร้างแรงผลักได้ตามที่กำหนดและไม่เกิด cavitation ดังนั้นในการศึกษานี้จึงพยายามเลือกใช้รูปร่างใบที่ความซับซ้อนน้อยสุด โดยกำหนดให้ใบจักรไม่มีมุม rake และมุม skew เพื่อหลีกเลี่ยงการปรับแก้ค่า lift coefficient ของ airfoil ในสองมิติมาเป็นสามมิติ โดยมี expanded area ratio อยู่ที่ประมาณ 0.5 มีการกระจายความยาว chord ตามแบบของ Oossanen[15]

ส่วนสาเหตุในข้อ 1 ถึง 3 จะถูกนำมาวิเคราะห์ในขั้นตอนต่อไป เพื่อให้ง่ายต่อการต่อการคำนวณจึงกำหนดเป็นตัวประกอบการคูณหรือค่า factor จำนวน 4 ตัวแทนด้วยสัญลักษณ์  $w_{pf}$ ,  $w_{pr}$ ,  $w_{vf}$  และ  $w_{vr}$  ซึ่งจะถูกนำมาคูณกับค่า tangent ของมุม pitch ของเส้น free vortex ของใบจักรใบหน้าและใบหลัง และคูณกับความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรใบหน้าและใบหลังตามลำดับ การใช้ตัวประกอบการคูณจะแยกทดสอบเป็นสองกรณีออกจากกัน คือ ตัวประกอบการคูณค่า tangent ของมุม pitch ของเส้น free vortex และ ตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร เพื่อทดสอบว่าการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรใดมีผลต่อความแตกต่างที่เกิดขึ้น ตัวแปรจะถูกแทนที่ด้วยผลคูณของตัวแปรนั้นกับตัวประกอบการคูณที่ถูกสมมติค่าขึ้นมาลงในสมการดังที่ได้อธิบายในหัวข้อทฤษฎีและคำนวณตามปกติเพื่อหาชุดใบจักรชุดใหม่ จากนั้นจึงทดสอบชุดใบจักรชุดใหม่ด้วย Fluent และเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้ โดยตัวประกอบการคูณจะถูกปรับเปลี่ยนจนเหมาะสมเพื่อให้ผลจากการคำนวณและผลจาก Fluent มีค่าใกล้เคียงกัน ขั้นตอนการคำนวณที่มีการปรับปรุงโดยเพิ่มตัวประกอบการคูณเข้าไว้ในการคำนวณสามารถสรุปเป็นไดอะแกรมดังแสดงในรูปที่ 5.12 ตัวประกอบการคูณที่เหมาะสมนี้จะถูกนำมาวิเคราะห์เพื่อหาเหตุผลสนับสนุนของค่าที่ได้ และสรุปเป็นฟังก์ชันซึ่งอาจขึ้นกับตัวแปรต่างๆ เช่น ขนาดใบจักร, ระยะห่างใบจักร, สัมประสิทธิ์แรงผลัก (thrust coefficient,  $C_T$ ), advance ratio ฯลฯ ผลที่ได้จากการใช้ตัวประกอบการคูณในการคำนวณจะถูกอธิบายในหัวข้อย่อยถัดไป

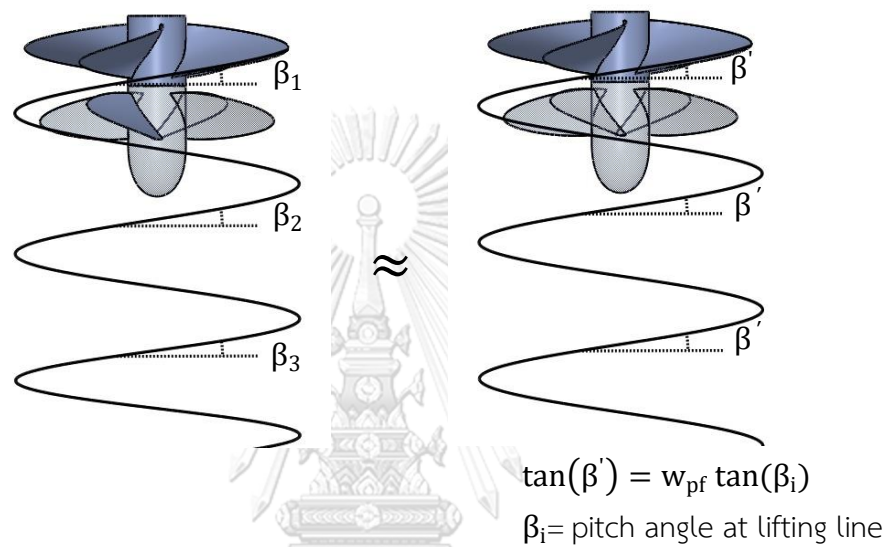




รูปที่ 5.12 ไดอะแกรมแสดงขั้นตอนการคำนวณและวิเคราะห์ชุดใบจักรชุดใหม่ ที่ได้จากการคำนวณ โดยรวมตัวประกอบการคูณของตัวแปรที่ต้องการจะวิเคราะห์

### 5.3.1. ตัวประกอบการคูณค่า tangent ของมุม pitch ของเส้น free vortex

เนื่องจากมุม pitch ของ free vortex line อาจมีค่าเปลี่ยนแปลงได้ตามตำแหน่งใน downstream แต่เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ ในที่นี้จึงกำหนดให้ผลคูณของตัวประกอบการคูณและค่า tangent ของมุม pitch ที่ lifting line เป็นตัวแทนที่ให้ผลเทียบเท่ากับผลที่เกิดจากค่า tangent ของมุม pitch ของ free vortex line ที่อาจเปลี่ยนแปลงได้ตามตำแหน่งใน downstream ซึ่งคำอธิบายสามารถแสดงได้ดังในรูปที่ 5.13



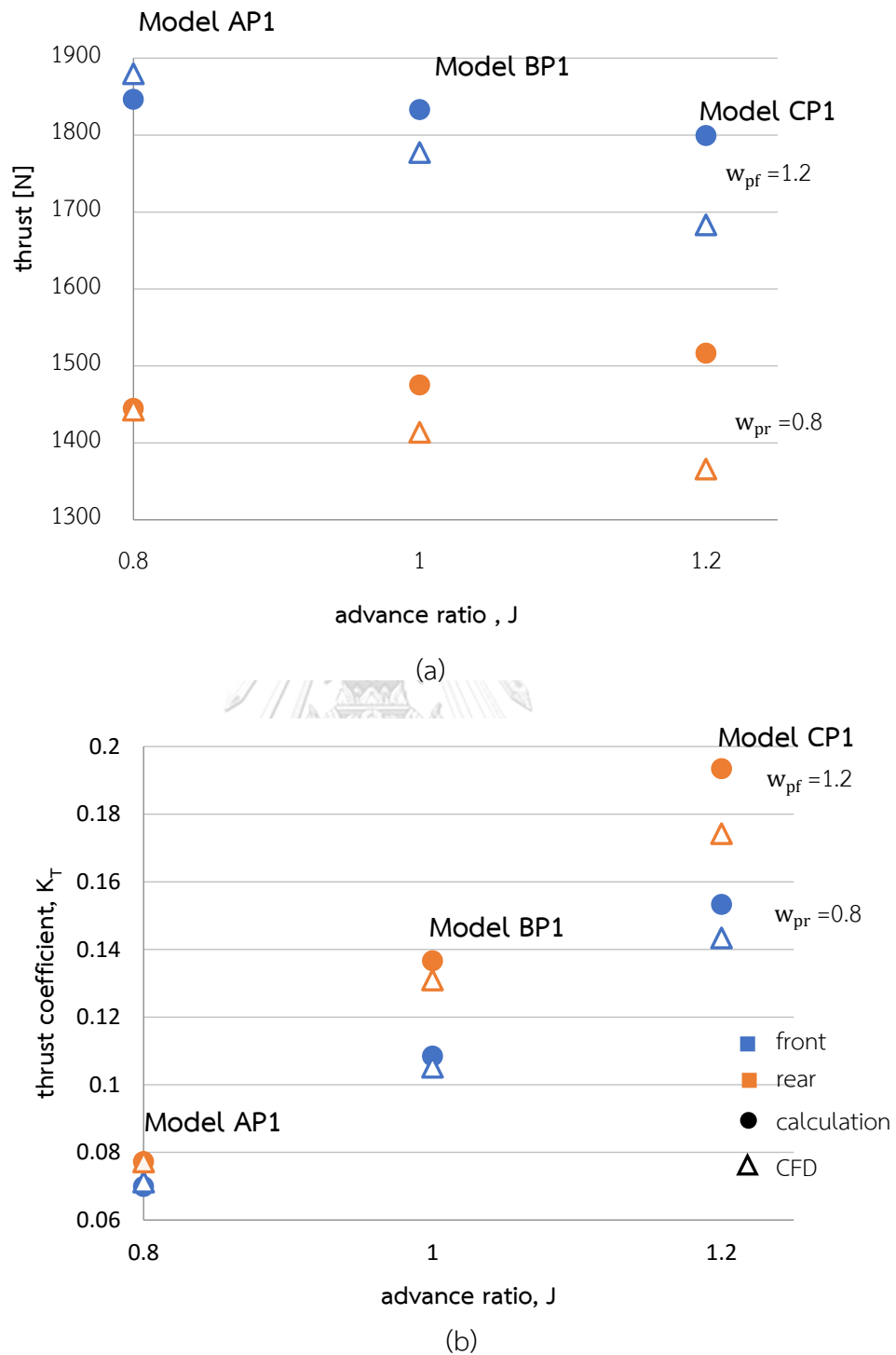
รูปที่ 5.13 อธิบายแสดงตัวอย่างตัวประกอบการคูณค่า tangent ของมุม pitch ของเส้น free vortex (ขวา) ที่ให้ผลเทียบเท่าเส้น free vortex ที่มีค่าเปลี่ยนแปลงตามตำแหน่ง downstream (ซ้าย) ในใบจักรใบหน้า

ทำการคำนวณโดยการแทนที่ค่า  $\tan(\beta_i)$  ที่อยู่ในสมการที่ 3.3 ถึง 3.13 ในบทที่ 3 ด้วยผลคูณของ  $w_{pf} \tan(\beta_i)$  และทดลองปรับเปลี่ยนค่าประกอบการคูณที่ค่าต่างๆ โดยกำหนดให้ค่า thrust coefficient ( $C_T$ ) มีค่าคงที่เท่ากับ 0.512 ทำให้ได้ค่าผลลัพธ์ของการคำนวณซึ่งแสดงเป็นแรงผลักและแรงบิดใหม่จากชุดใบจักรใหม่ที่ได้ดังแสดงในตารางที่ 5.2

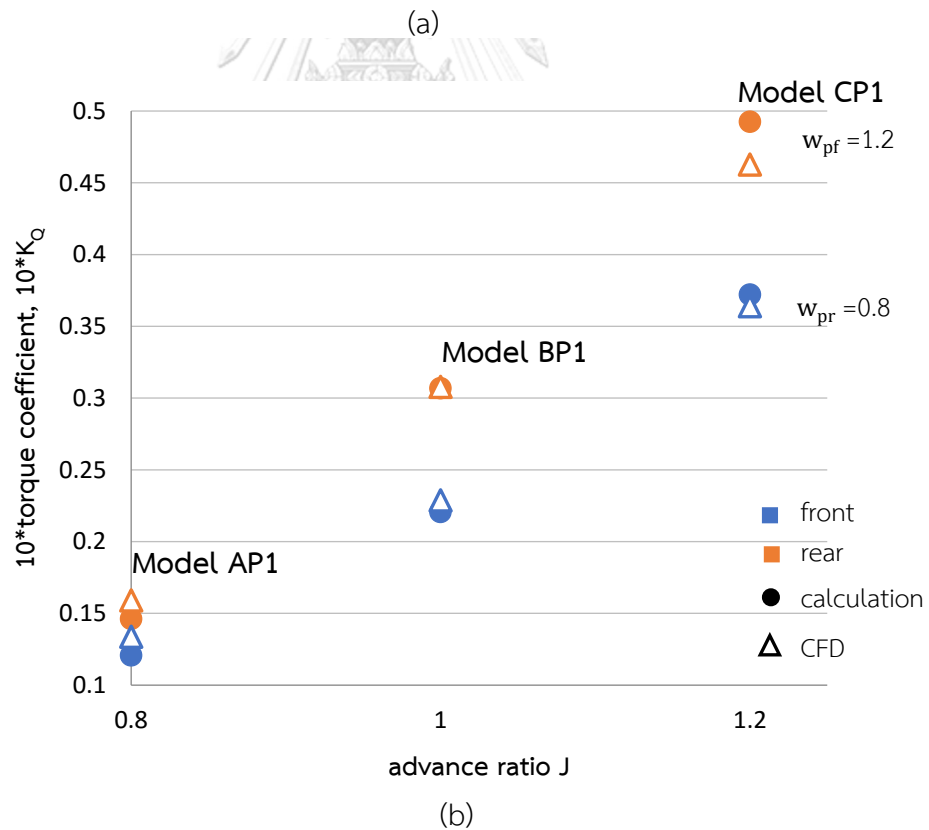
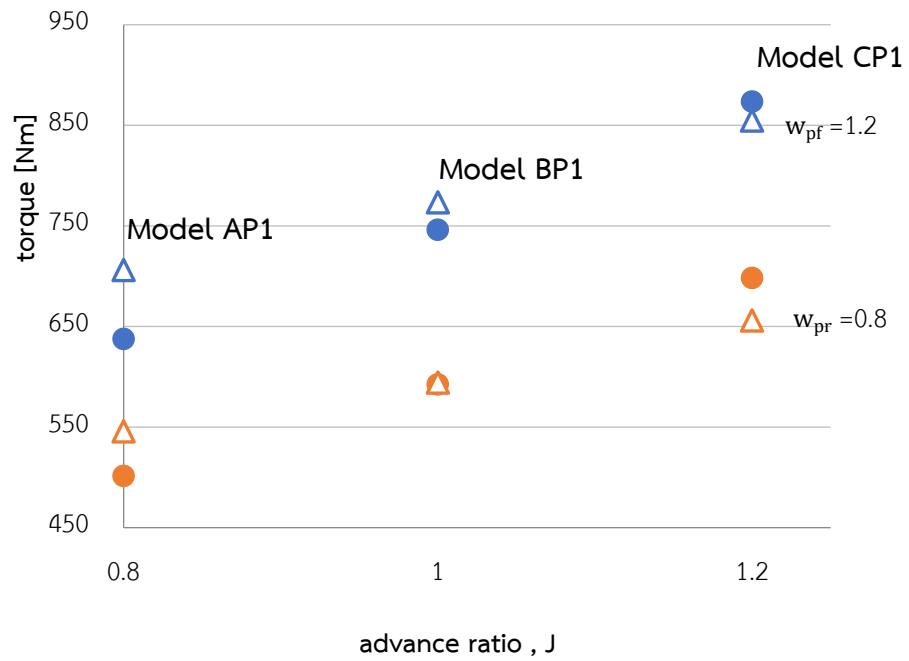
ตารางที่ 5.2 แรงผลักและแรงบิดบนชุดใบจักรใหม่ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ตัวประกอบการคูณค่า tangent ของมุม pitch ของเส้น free vortex ที่ thrust coefficient ( $C_T$ ) เท่ากับ 0.512

Advance ratio	$w_{pf}$	$w_{pr}$	Model	Thrust [N]		Torque [Nm]	
				Front	Rear	Front	Rear
0.8	1.2	0.8	AP1	1846.59	1444.78	637.60	501.36
1.0	1.2	0.8	BP1	1777.35	1413.72	773.44	594.21
	1	0.9	BP2	1849.55	1458.83	760.95	599.72
1.2	1.2	0.8	CP1	1799.48	1516.51	873.63	698.21
	0.8	1	CP2	1831.48	1483.15	902.01	717.93

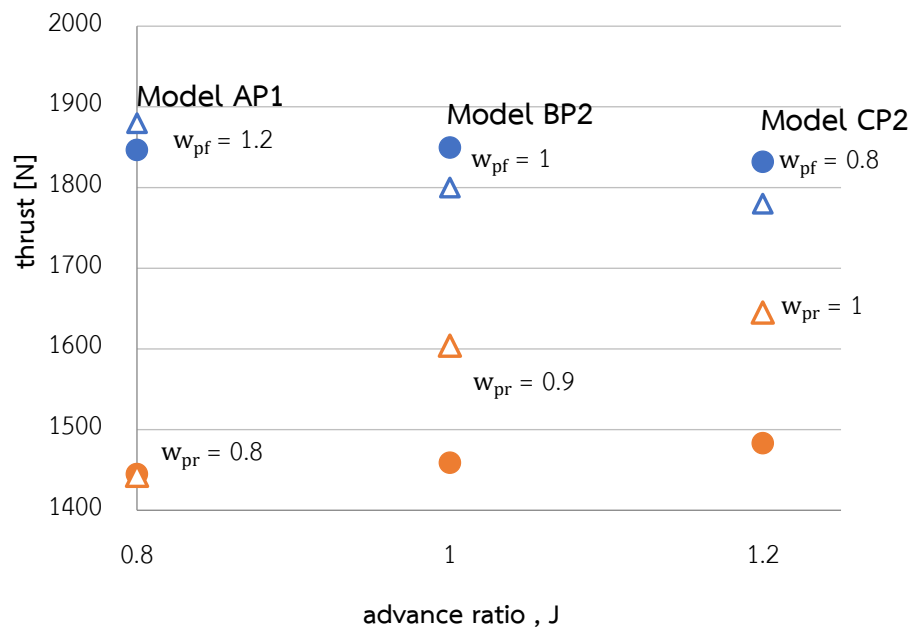
จากการทดสอบชุดใบจักรชุดใหม่ที่ได้จากการคำนวณโดยปรับเปลี่ยนค่าตัวประกอบการคูณค่า  $w_{pf}$  และ  $w_{pr}$  ดังแสดงในตารางที่ 5.2 บนโปรแกรม Fluent พบว่าผลลัพธ์จากการคำนวณมีค่าใกล้เคียงกับผลที่ได้จาก CFD เฉพาะที่ค่า advance ratio ต่ำ แต่ที่ค่า advance ratio สูง การปรับเปลี่ยนค่าตัวประกอบการคูณจะทำให้ผลลัพธ์ใกล้เคียงเฉพาะผลที่เกิดบนใบจักรใบใดใบหนึ่งเท่านั้น ในขณะที่อีกใบจะให้ผลลัพธ์ที่แตกต่างกันมากขึ้นดังแสดงในรูปที่ 5.14 และ 5.15 ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงมุม pitch ของเส้น free vortex จึงไม่ใช่สาเหตุหลักของความแตกต่างระหว่างผลลัพธ์จากการคำนวณและผลลัพธ์ที่ได้จาก Fluent ถึงแม้ตัวประกอบการคูณค่า tangent มุม pitch ของเส้น free vortex จะช่วยให้ผลลัพธ์การคำนวณใกล้เคียงกับผลที่ได้จาก CFD ที่ค่า advance ratio ต่ำ แต่ค่าตัวประกอบการคูณก็ทำให้ค่า tangent มุม pitch เปลี่ยนไปถึง 20% ซึ่งนับว่าสูงมาก



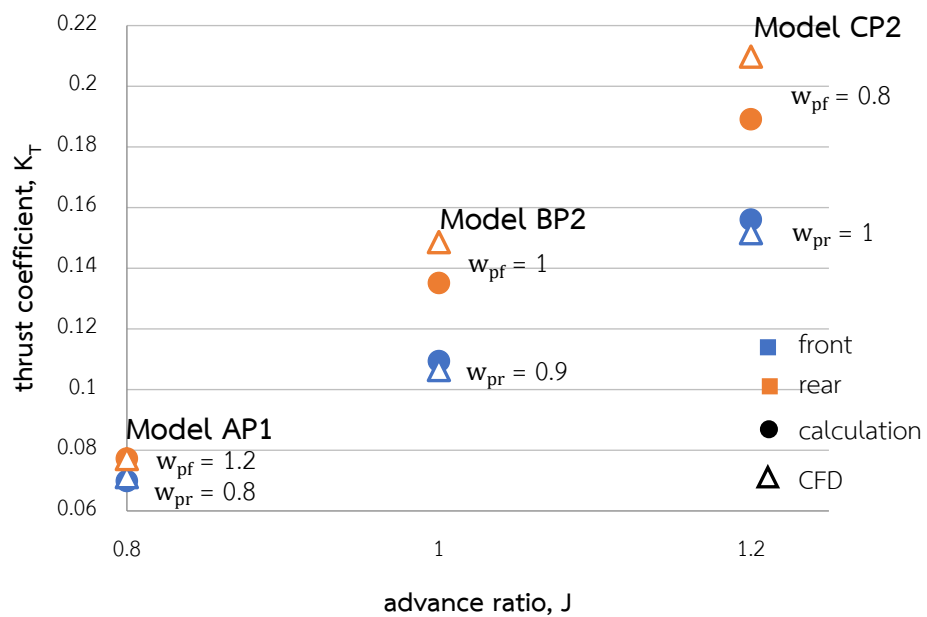
รูปที่ 5.14 แสดง (a)แรงผลัก และ(b)  $K_T$  ที่ได้จากการคำนวณและที่ได้จาก Fluent ของชุดใบจักรชุดใหม่ที่คำนวณโดยรวมตัวประกอบการคูณ  $w_{pf}=1.2$ ,  $w_{pr}=0.8$  ที่ค่า  $C_T = 0.512$



รูปที่ 5.15 แสดง (a)แรงบิด และ(b)  $K_Q$  ที่ได้จากการคำนวณและที่ได้จาก Fluent ของชุดใบจักรชุดใหม่ที่คำนวณโดยรวมตัวประกอบการคูณ  $w_{pr}=1.2$ ,  $w_{pr}=0.8$  ที่ค่า  $C_T = 0.512$

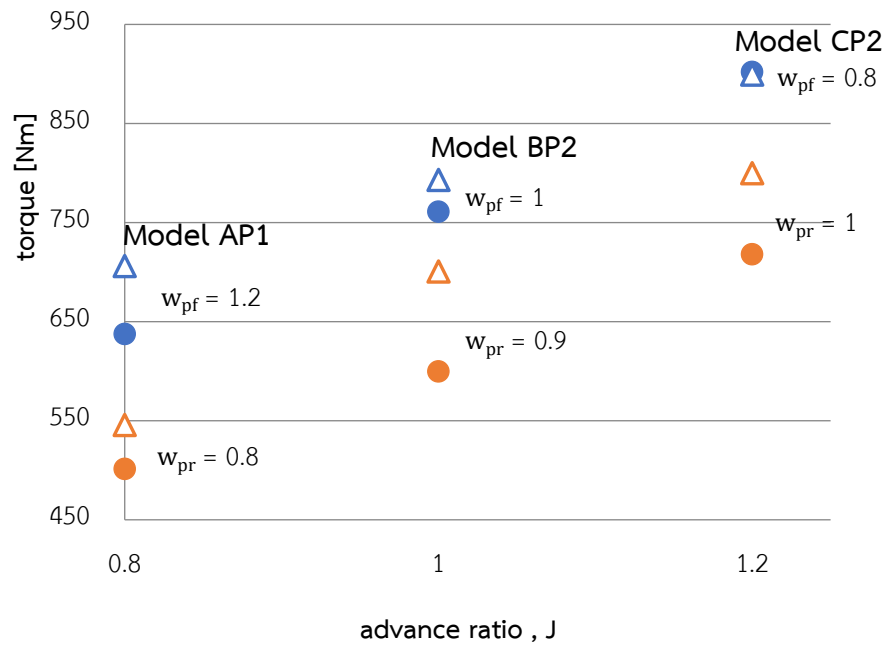


(a)

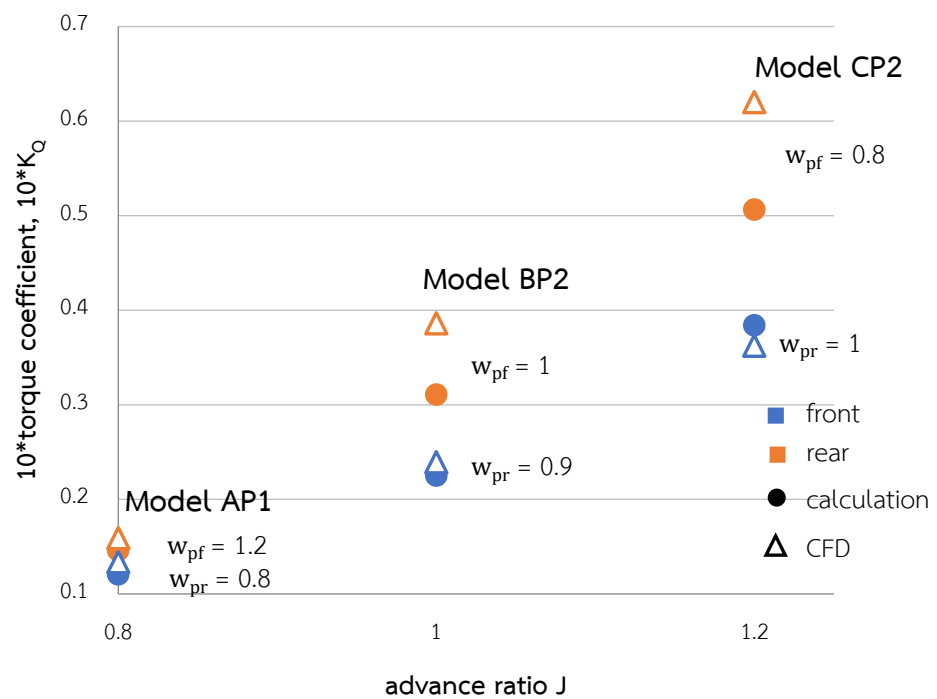


(b)

รูปที่ 5.16 แสดง (a)แรงผลัก และ(b)  $K_T$  ที่ได้จากการคำนวณและที่ได้จาก Fluent ของชุดใบจักรชุดใหม่ที่คำนวณโดยรวมตัวประกอบการคูณ  $w_{pf}=1.2,1,0.8$   $w_{pr}=0.8,0.9,1.0$  ที่ค่า  $J=0.8,1.0,1.2$  ตามลำดับ และค่า  $C_T=0.512$



(a)



(b)

รูปที่ 5.17 แสดง (a)แรงบิด และ(b)  $K_Q$  ที่ได้จากการคำนวณและที่ได้จาก Fluent ของชุดใบจักรชุดใหม่ที่มีคำนวณโดยรวมตัวประกอบการคูณ  $w_{pf}=1.2, 1, 0.8$   $w_{pr}=0.8, 0.9, 1.0$  ที่ค่า  $J=0.8, 1.0, 1.2$  ตามลำดับ และค่า  $C_T = 0.512$

### 5.3.2. ตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร

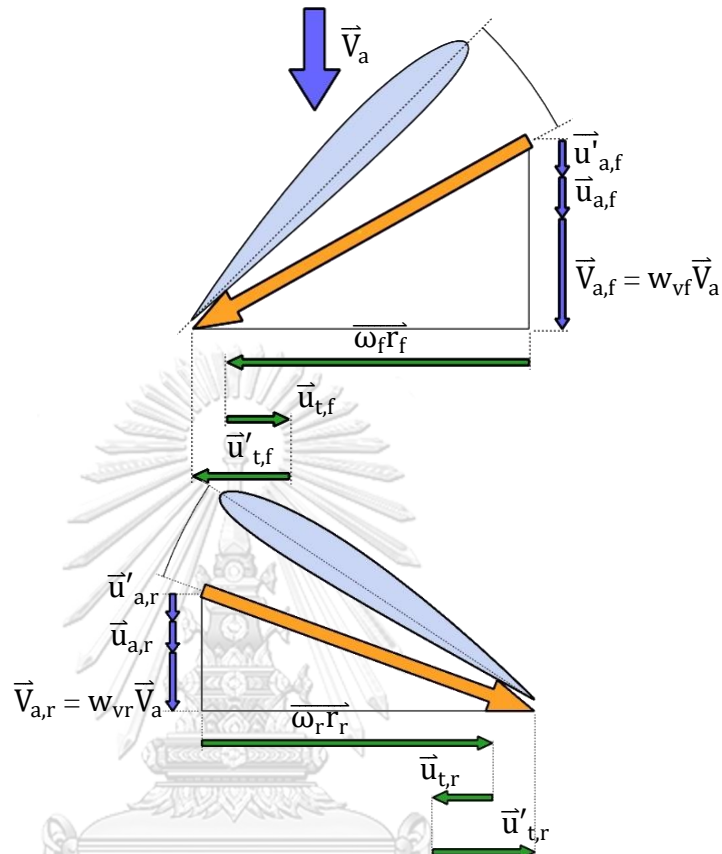
ตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ ตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลสำหรับใบจักรใบหน้าและสำหรับใบจักรใบหลัง ตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลสำหรับใบหน้าเกิดจากตัวใบจักรเหนี่ยวนำของไหลที่ตำแหน่ง inlet boundary ให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความเร็วก่อนถึงตัวใบจักร ส่วนตัวประกอบความเร็วของของไหลสำหรับใบจักรใบหลังนี้มีแนวคิดเดียวกับ wake fraction ที่ใช้ประมาณค่าความเร็วตามแนวแกนของของไหลที่ไหลเข้าสู่ใบจักรหลังจากไหลผ่านตัวเรือ เพราะลักษณะของไหลที่ไหลออกจากท้ายเรือจะมีลักษณะเป็น wake flow ทำให้ของไหลเกิดการสูญเสียความเร็วตามแนวแกนก่อนเข้าสู่ตัวใบจักร เช่นเดียวกับของไหลที่ไหลออกจากใบจักรใบหน้าที่มีลักษณะเป็น wake flow ก็จะมีการสูญเสียความเร็วตามแนวแกนก่อนเข้าสู่ใบจักรใบหลังในแบบเดียวกัน

ในการคำนวณที่ใช้ตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร ความเร็วของของไหลตามแนวแกนจะถูกแทนที่ด้วยผลคูณของความเร็วของของไหลกับตัวประกอบการคูณที่สมมติค่าขึ้นมาก่อนตั้งโต๊ะแกรมในรูปที่ 5.18 แทนการใช้โต๊ะแกรมในรูปที่ 3.1 และ 3.2 ใบบทที่ 3 จากนั้นจึงทำการคำนวณตามขั้นตอนปกติ จนได้ผลลัพธ์เป็นชุดใบจักรชุดใหม่ แล้วจึงทำการวิเคราะห์ชุดใบจักรชุดใหม่ที่ได้มานี้บนโปรแกรม Fluent ต่อไป

จากการปรับเปลี่ยนค่าตัวประกอบการคูณในการคำนวณและเทียบผลที่ได้จากการคำนวณกับผลที่ได้จากโปรแกรม Fluent พบว่าตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรมีผลทำให้แรงผลักและแรงบิดจากการคำนวณมีค่าใกล้เคียงกับผลจาก Fluent มากขึ้น โดยตัวประกอบการคูณที่เหมาะสมจะมีค่าแปรเปลี่ยนไปตามค่า advance ratio และ thrust coefficient โดยจะมีค่าแปรผันตามค่า advance ratio และแปรผกผันกับค่า thrust coefficient เมื่อพิจารณาใบจักรใบหน้าที่ของไหลที่ไหลเข้าเป็น potential flow แต่ด้วยระยะห่างระหว่าง inlet boundary ซึ่งเป็นตำแหน่งกำหนดความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรและตำแหน่งของ lifting line หรือที่ตัวใบจักรในการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม Fluent จึงทำให้เกิดการเหนี่ยวนำและเปลี่ยนแปลงความเร็วของของไหลตามแนวแกนนี้ก่อนถึงตัวใบจักร ซึ่งตามหลักทฤษฎี lifting line แล้วความเร็วตามแนวแกนจะถูกเหนี่ยวนำให้มีค่าเพิ่มขึ้นโดย bound และ free vortex แต่ในสถานการณ์จริงด้วยการหมุนของใบจักรจะทำให้เกิด wake flow ซึ่งจะมีผลกระทบต่อความเร็วของของไหลตามแนวแกน ทำให้ความเร็วตามแนวแกนนี้มีค่าเปลี่ยนแปลงไปจากทฤษฎี โดยผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณและจากโปรแกรม Fluent แสดงให้เห็นว่าตัวประกอบความเร็วตามแนวแกนจะมีค่าลดลงเมื่อค่า advance ratio ต่ำลงหรือที่ความเร็วรอบสูงขึ้น ซึ่งแสดงให้เห็นว่าความเร็วรอบที่สูงขึ้นหรือการเกิด wake ที่



มากขึ้นจะไปมีผลทำให้ความเร็วตามแนวแกนลดลง และจะลดลงมากขึ้นเมื่อค่า lift coefficient สูงขึ้นหรือเกิด wake flow มากขึ้นเมื่อภาระมากขึ้นเช่นกัน



รูปที่ 5.18 แสดงไดอะแกรมอธิบายความเร็วของไหลที่เกิดขึ้นบนใบจักรโดยใช้ตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร

ส่วนตัวประกอบความเร็วตามแนวแกนของใบจักรใบหลังก็มีแนวโน้มแบบเดียวกับใบจักรใบหน้าเช่นกัน แต่จะมีค่าน้อยกว่าที่ advance ratio และ lift coefficient เดียวกัน เป็นเพราะของไหลที่ไหลเข้าสู่ใบจักรใบหลังมีลักษณะเป็น wake flow ที่เกิดขึ้นหลังออกจากใบหน้าซึ่งต่างจากของไหลที่ไหลเข้าใบจักรใบหน้าที่เป็น potential flow ตัวประกอบความเร็วตามแนวแกนสำหรับใบจักรใบหลังนี้จึงมีค่าน้อยกว่าใบจักรใบหน้า

ค่าที่เหมาะสมของตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลสำหรับใบจักรหน้าและใบหลังแสดงในตารางที่ 5.3 ซึ่งได้จากการทดลองปรับเปลี่ยนค่าตัวประกอบคูณที่ค่า advance ratio และ thrust coefficient ที่แตกต่างกันสามค่า คือที่ค่า advance ratio เท่ากับ 0.8, 1.0 และ 1.2 และที่ค่า thrust coefficient เท่ากับ 0.412, 0.512 และ 0.612 โดยค่า  $Re_D = 4.61 \times 10^6$

ตารางที่ 5.3 แสดงค่าตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร

Thrust coefficient ( $C_T$ )	Advance ratio	Propeller Model	$W_{vf}$	$W_{vr}$
0.412	0.8	AV1	1.003	0.99
	1.0	BV1	1.012	0.995
	1.2	CV1	1.024	1.01
0.512	0.8	AV2	0.994	0.97
	1.0	BV2	1.004	0.98
	1.2	CV2	1.019	0.997
0.612	0.8	AV3	0.981	0.951
	1.0	BV3	0.995	0.961
	1.2	CV3	1.015	0.983

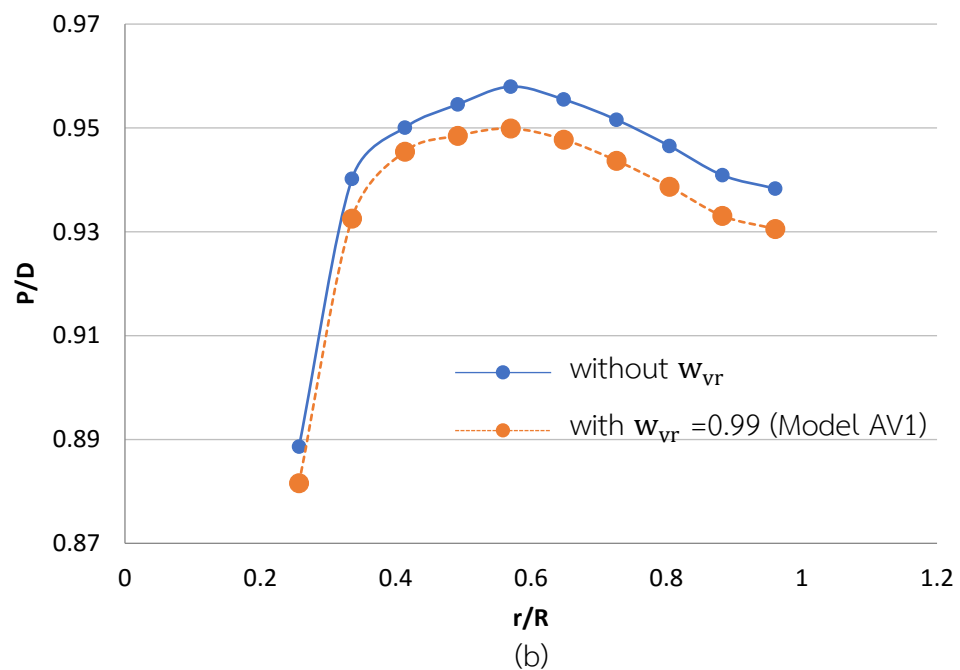
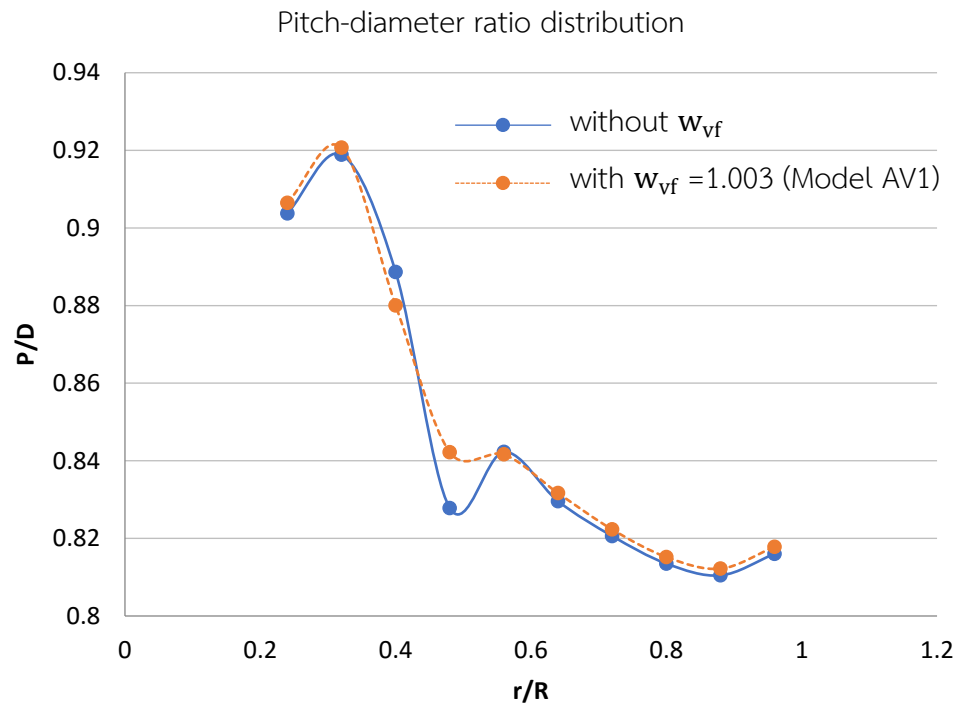
ชุดใบจักรชุดใหม่ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร มีค่าแรงผลักและแรงบิดที่กระทำบนใบจักรดังแสดงในตารางที่ 5.4

ตารางที่ 5.4 แรงผลักและแรงบิดบนชุดใบจักรที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร

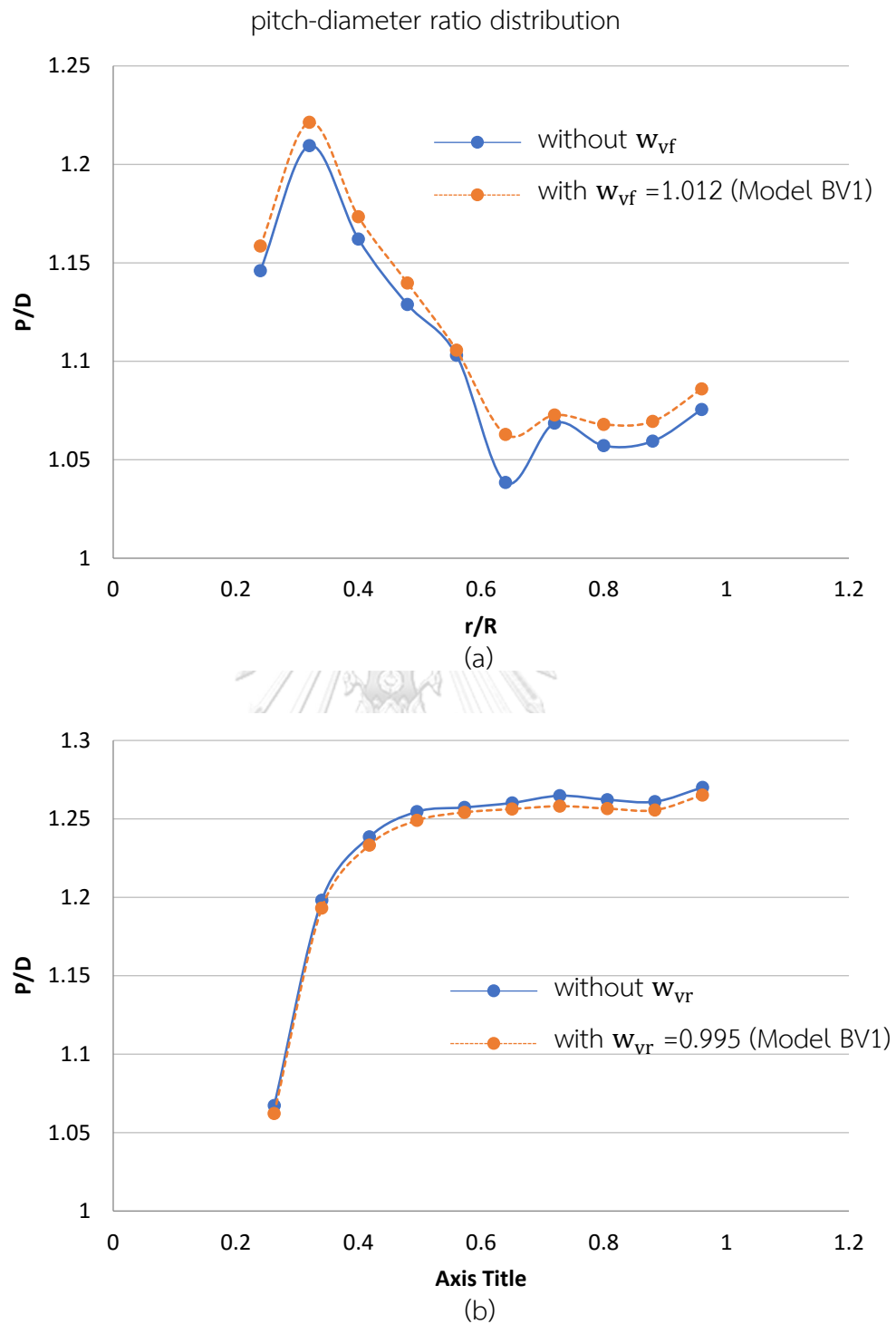
Thrust coefficient	Advance ratio	Propeller Model	Thrust [N]		Torque [Nm]	
			front	rear	front	rear
0.412	0.8	AV1	1477.06	1152.43	523.94	409.45
	1.0	BV1	1470.86	1176.50	609.75	477.73
	1.2	CV1	1454.88	1199.77	712.28	565.25
0.512	0.8	AV2	1846.03	1445.38	636.89	500.71
	1.0	BV2	1830.54	1479.02	755.15	594.71
	1.2	CV2	1804.78	1511.69	891.54	709.55
0.612	0.8	AV3	2216.61	1736.67	752.58	594.29
	1.0	BV3	2193.49	1777.89	904.61	715.31
	1.2	CV3	2146.73	1831.36	1077.22	859.02

รูปร่างใบจักรที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรดังแสดงในตารางที่ 5.3 ได้นำมาแสดงไว้ในรูปตัวแปรไร้มิติหน่วย pitch diameter ratio ของพื้นที่หน้าตัดของตัวใบที่ตำแหน่งต่างๆตามแนวรัศมีดังแสดงในรูปที่ 5.18 ถึง 5.27 โดยได้แสดงเปรียบเทียบกับการกระจายค่า pitch diameter ratio ของใบจักรที่คำนวณโดยไม่มีตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร

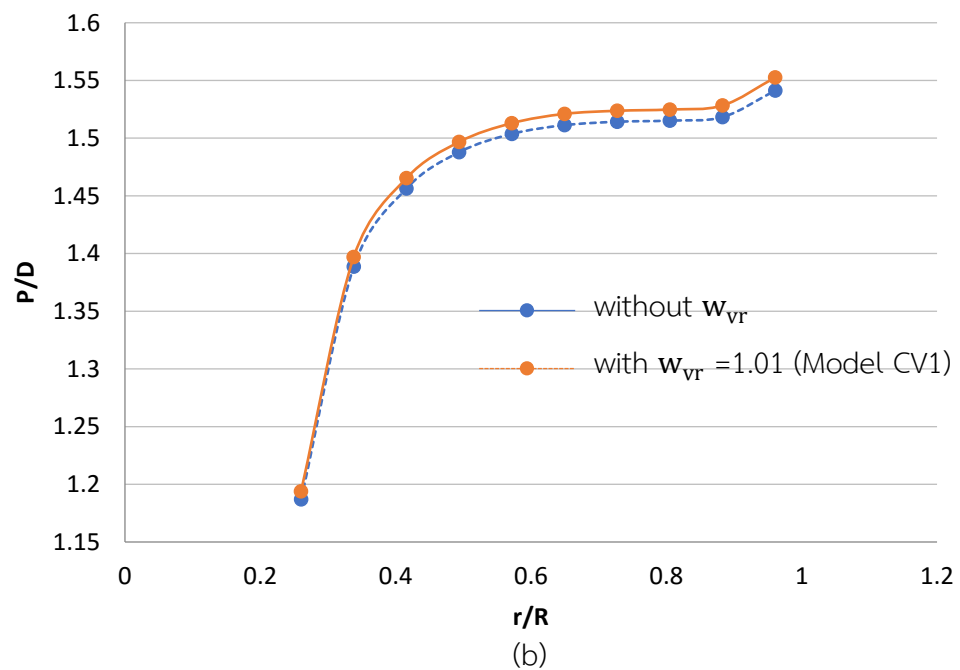
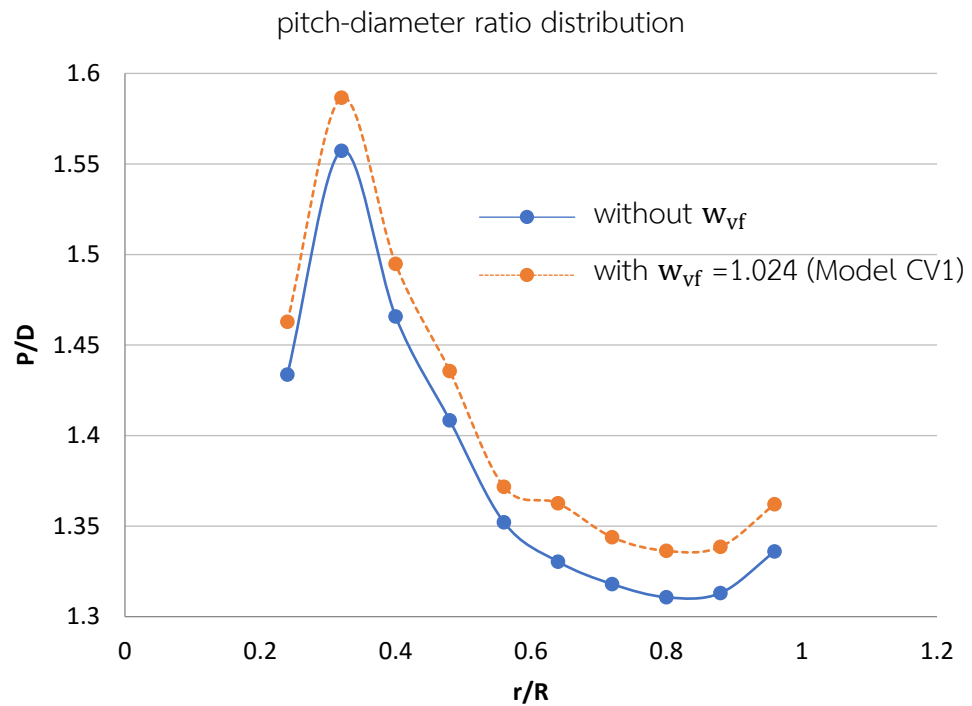




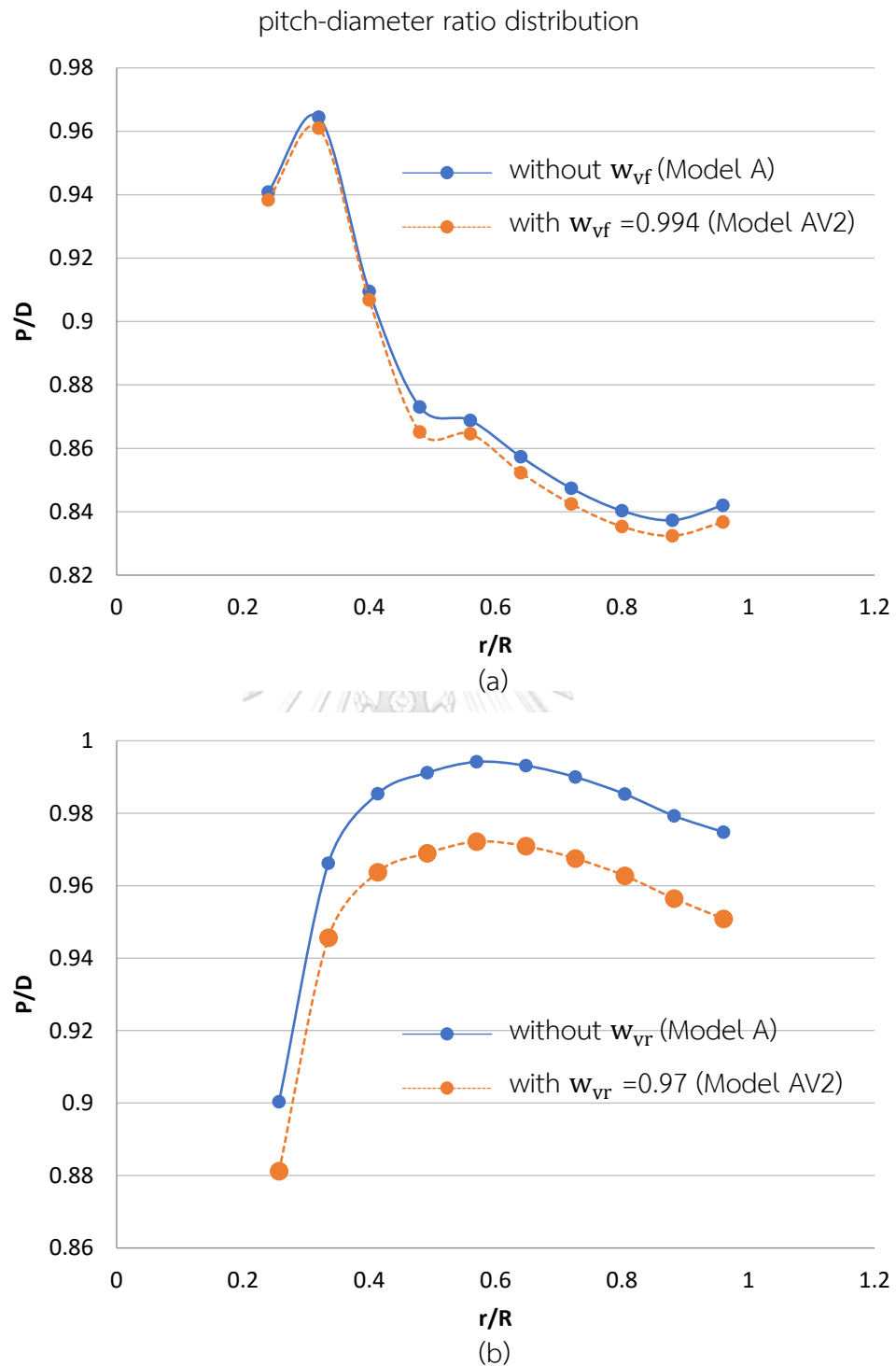
รูปที่ 5.19 แสดงการกระจายค่า pitch-diameter ratio ของใบจักรใบหน้า(a) และของใบจักรหลัง(b) ที่ได้จากการคำนวณโดยมีและไม่มีตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร ที่ค่า advance ratio=0.8 และค่า  $C_T=0.412$



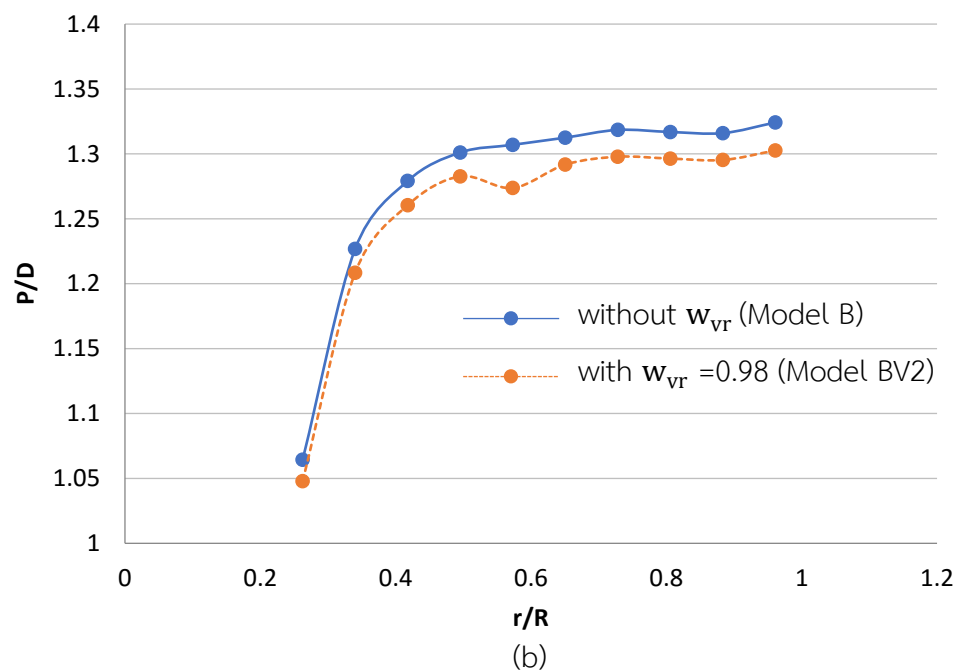
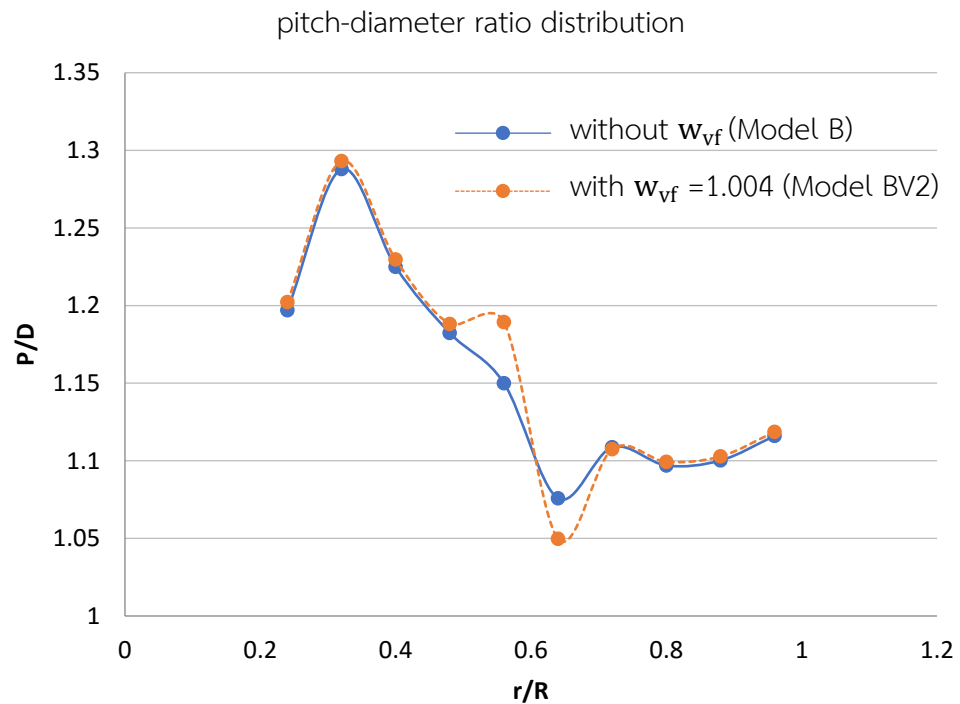
รูปที่ 5.20 แสดงการกระจายค่า pitch-diameter ratio ของใบจักรใบหน้า(a) และของใบจักรหลัง(b) ที่ได้จากการคำนวณโดยมีและไม่มีตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร ที่ค่า advance ratio=1.0 และค่า  $C_T=0.412$



รูปที่ 5.21 แสดงการกระจายค่า pitch-diameter ratio ของใบจักรใบหน้า(a) และของใบจักรหลัง(b) ที่ได้จากการคำนวณโดยมีและไม่มีตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร ที่ค่า advance ratio=1.2 และค่า  $C_T=0.412$

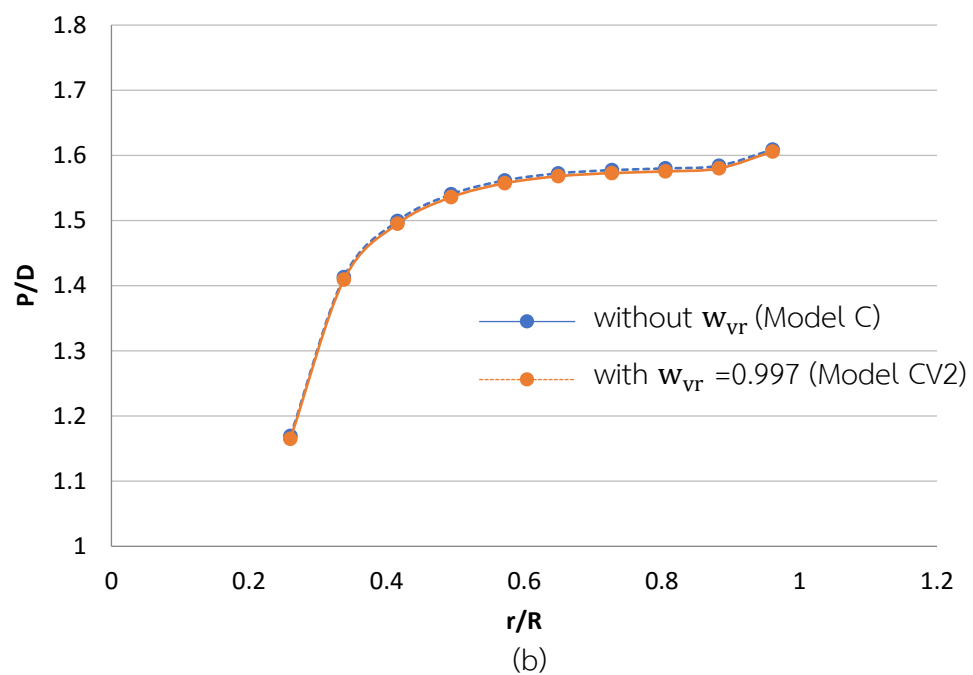
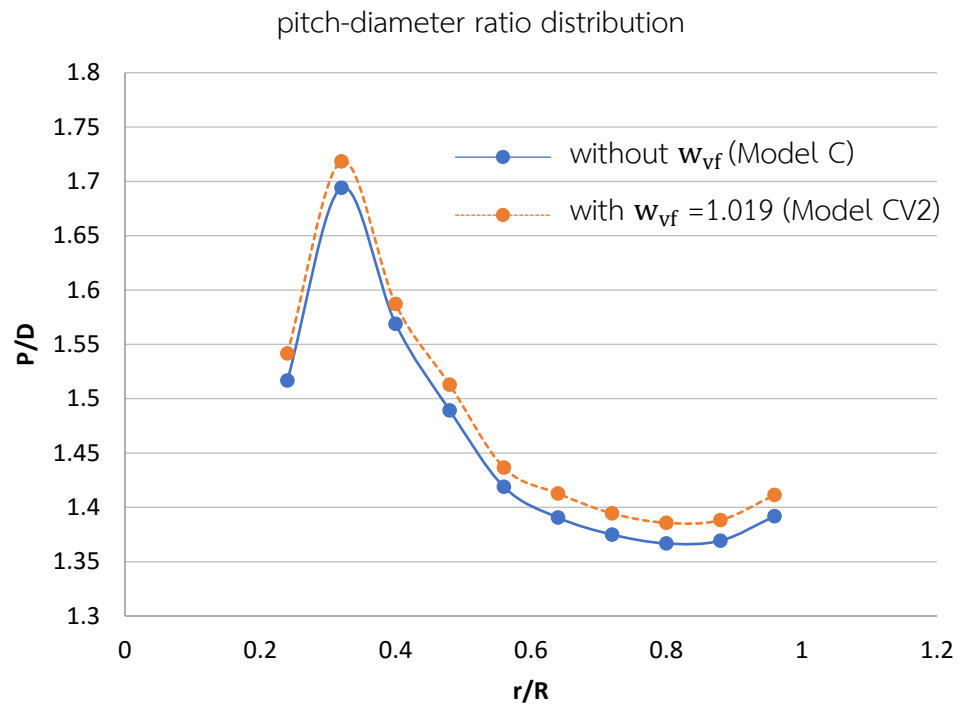


รูปที่ 5.22 แสดงการกระจายค่า pitch-diameter ratio ของใบจักรใบหน้า(a) และของใบจักรหลัง(b) ที่ได้จากการคำนวณโดยมีและไม่มีตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร ที่ค่า advance ratio=0.8 และค่า  $C_T=0.512$

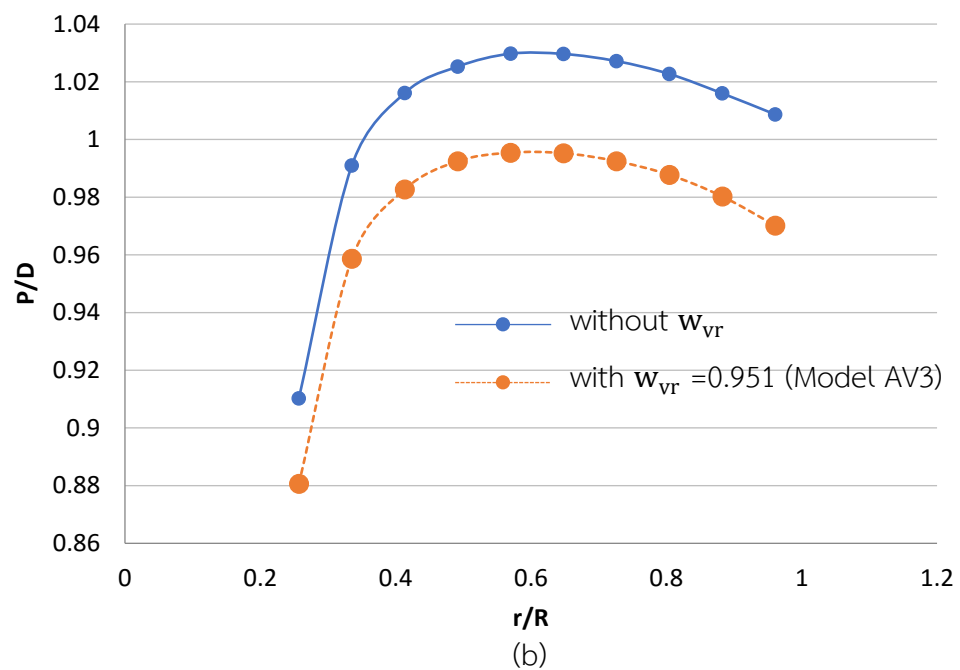
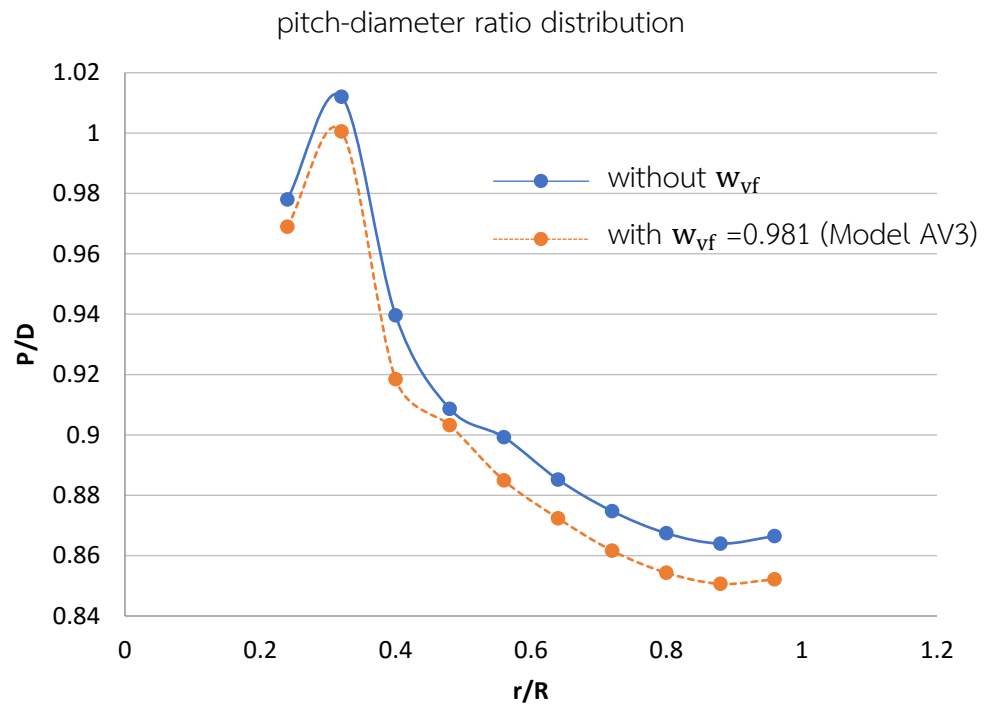


รูปที่ 5.23 แสดงการกระจายค่า pitch-diameter ratio ของใบจักรใบหน้า(a) และของใบจักรหลัง(b) ที่ได้จากการคำนวณโดยมีและไม่มีตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร ที่ค่า advance ratio=1.0 และค่า  $C_T=0.512$

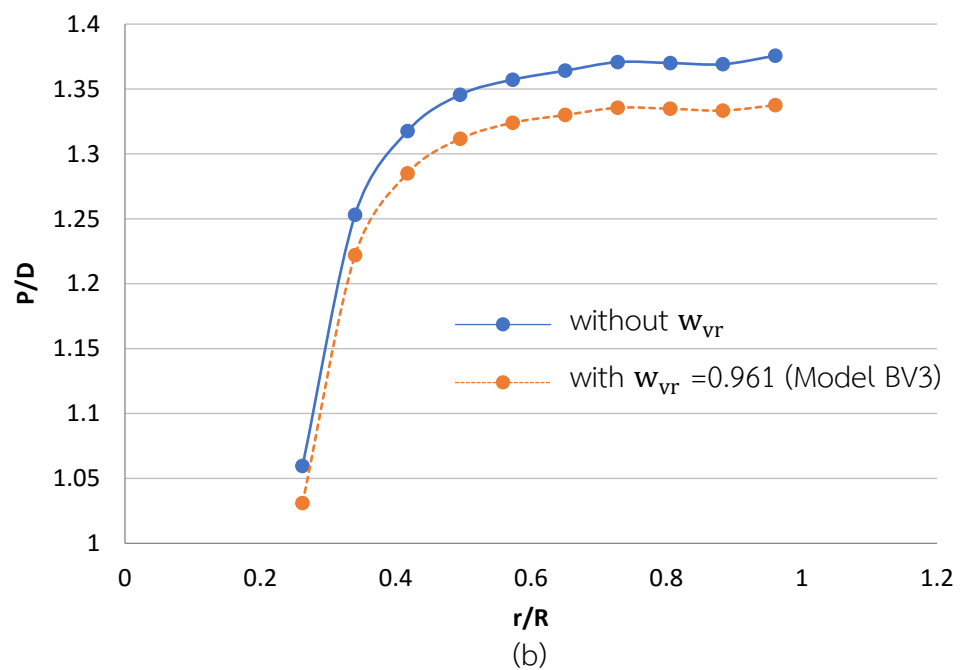
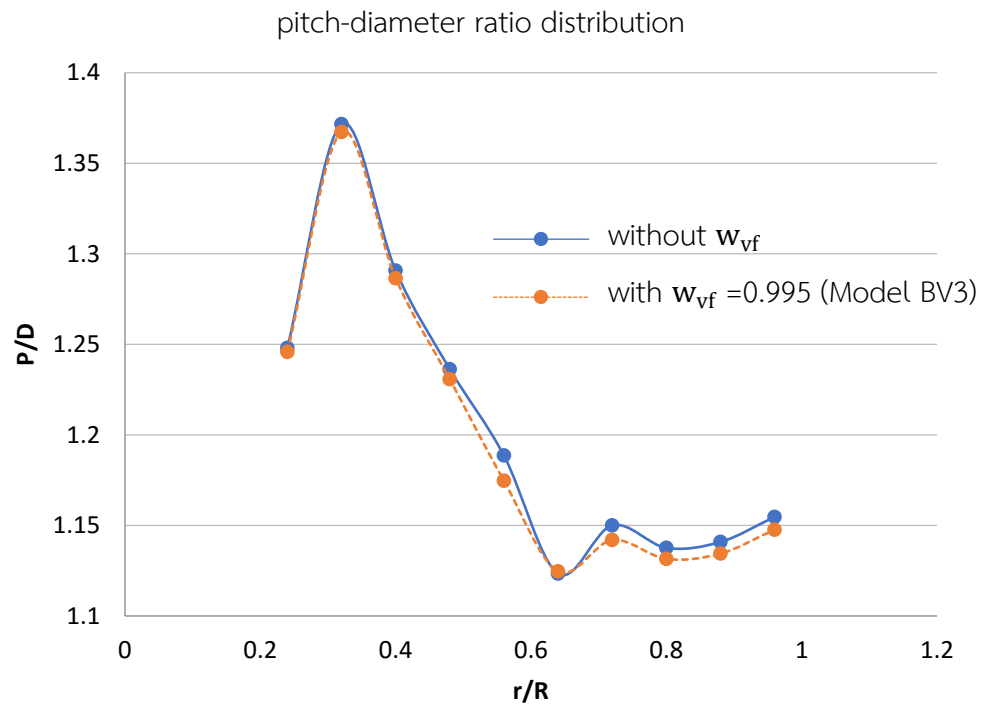




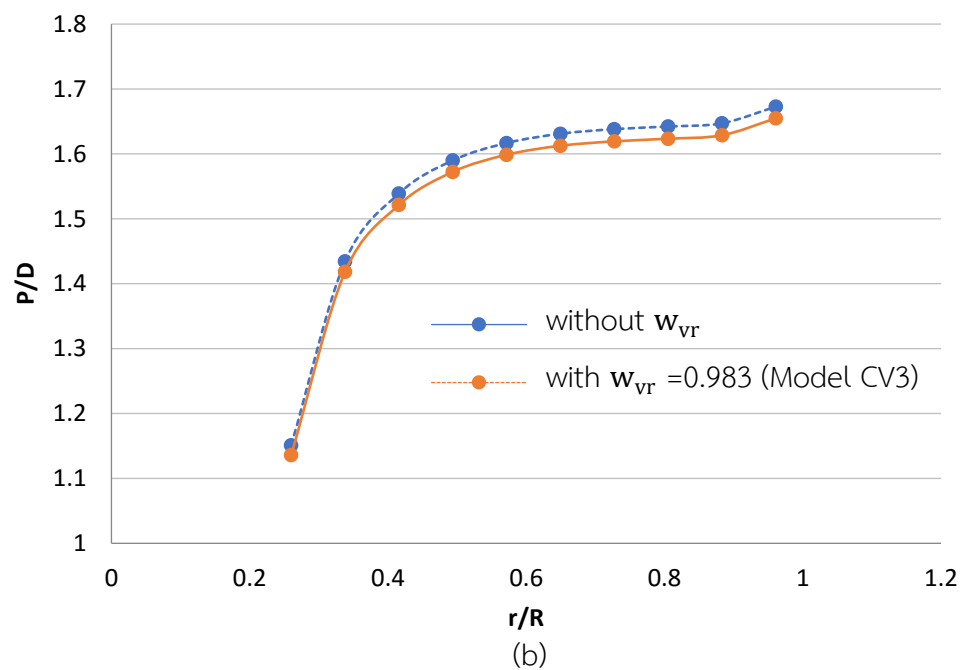
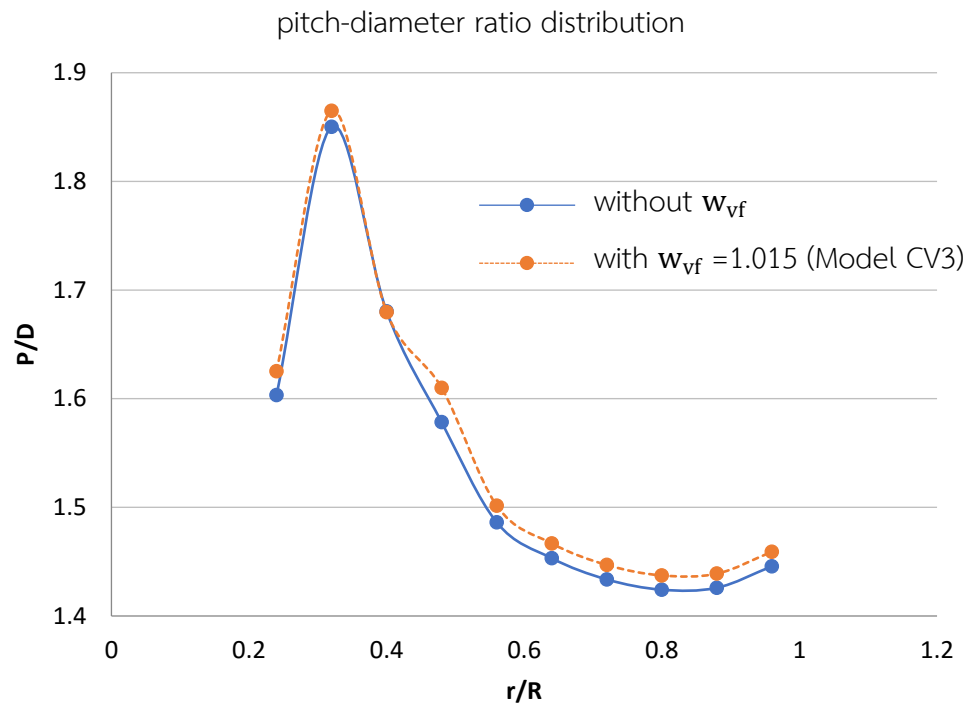
รูปที่ 5.24 แสดงการกระจายค่า pitch-diameter ratio ของใบจักรใบหน้า(a) และของใบจักรหลัง(b) ที่ได้จากการคำนวณโดยมีและไม่มีตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร ที่ค่า advance ratio=1.2 และค่า  $C_T=0.512$



รูปที่ 5.25 แสดงการกระจายค่า pitch-diameter ratio ของใบจักรใบหน้า(a) และของใบจักรหลัง(b) ที่ได้จากการคำนวณโดยมีและไม่มีตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร ที่ค่า advance ratio=0.8 และค่า  $C_T=0.612$



รูปที่ 5.26 แสดงการกระจายค่า pitch-diameter ratio ของใบจักรใบหน้า(a) และของใบจักรหลัง(b) ที่ได้จากการคำนวณโดยมีและไม่มีตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร ที่ค่า advance ratio=1.0 และค่า  $C_T=0.612$



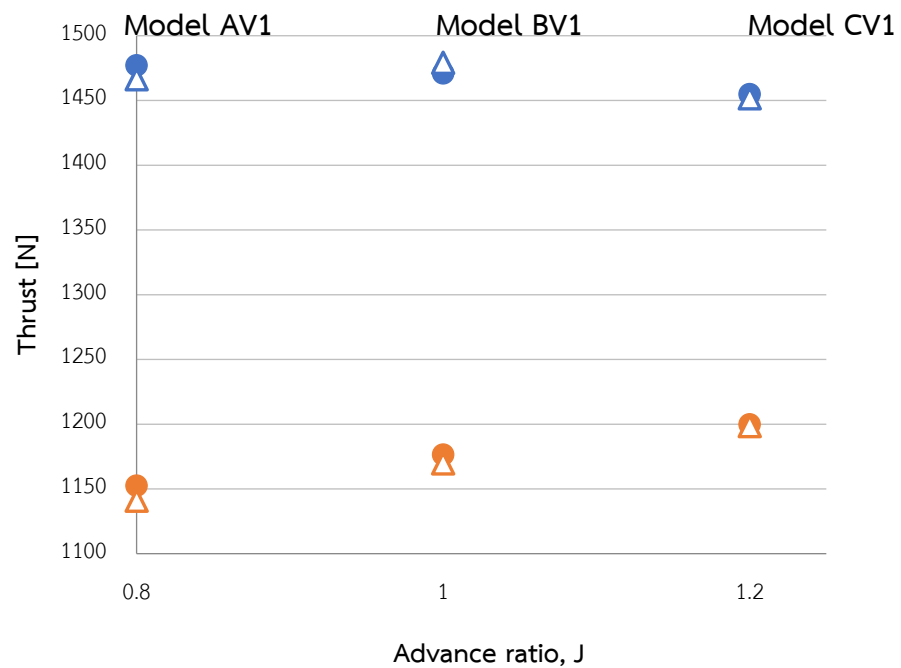
รูปที่ 5.27 แสดงการกระจายค่า pitch-diameter ratio ของใบจักรใบหน้า(a) และของใบจักรหลัง(b) ที่ได้จากการคำนวณโดยมีและไม่มีตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร ที่ค่า advance ratio=1.2 และค่า  $C_T=0.612$

ค่าตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรที่ได้จากการทดลองปรับเปลี่ยนสามารถสรุปเป็นสมการ empirical ดังแสดงในสมการที่ 5.4 และ 5.5 สำหรับใบจักรใบหน้าและใบหลังตามลำดับ

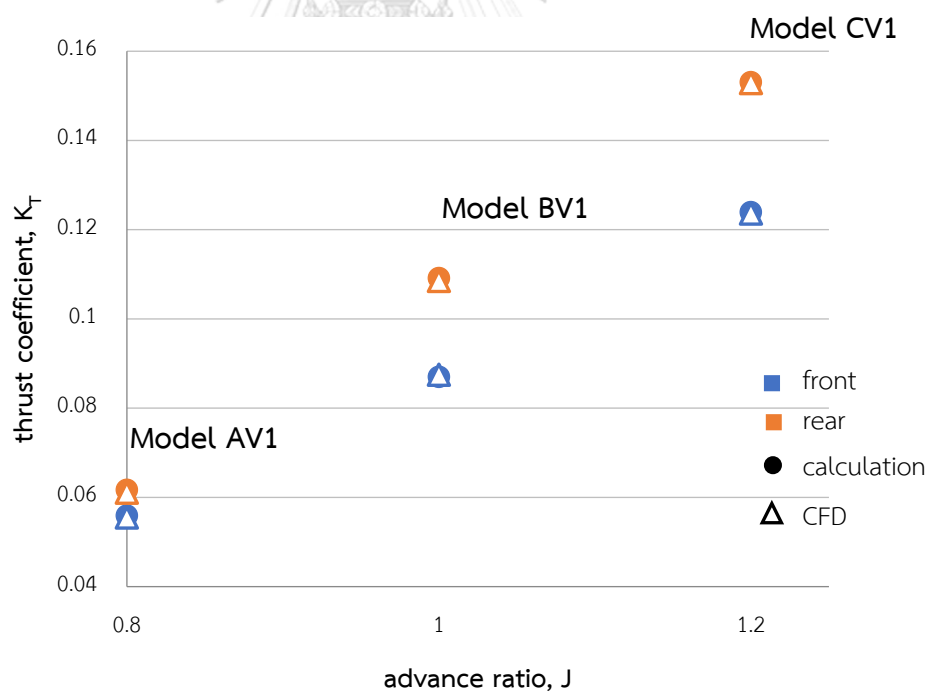
$$\begin{aligned} w_{vf} &= A_{f1}J^2 + A_{f2}J + A_{f3} ; \\ A_{f1} &= -1.875C_T^2 + 2.2325C_T - 0.589 \\ A_{f2} &= 4.375C_T^2 - 4.9425C_T + 1.3212 \\ A_{f3} &= -2.5C_T^2 + 2.62C_T + 0.3179 \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} w_{vr} &= A_{r1}J^2 + A_{r2}J + A_{r3} ; \\ A_{r1} &= -1.2505C_T^2 + 2.0305C_T - 0.6243 \\ A_{r2} &= 2.25C_T^2 + 3.654C_T + 1.1735 \\ A_{r3} &= -0.935C_T^2 + 1.3619C_T - 0.5477 \end{aligned} \quad (5.5)$$

ตัวประกอบการคูณที่สรุปอยู่ในรูปสมการที่ 5.4 และ 5.5 จะมีผลทำให้แรงผลักที่เกิดขึ้นบนใบจักรแต่ละใบและแรงลัพท์รวมที่ได้จากการคำนวณและที่ได้จาก Fluent มีค่าแตกต่างกันสูงสุดไม่เกิน 3.3% ในขณะที่แรงบิดจะมีเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างที่สูงกว่าโดยเฉพาะที่ค่า advance ratio และ thrust coefficient ( $C_T$ ) ที่ต่ำ ซึ่งค่าความแตกต่างสูงสุดของแรงบิดอยู่ที่ 12.6% โดยเกิดขึ้นกับใบจักรใบหน้าที่ค่า advance ratio และ thrust coefficient ( $C_T$ ) เท่ากับ 0.8 และ 0.421 ตามลำดับ โดยผลลัพธ์จากการคำนวณและผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรม Fluent ของชุดใบจักรชุดใหม่ที่มาจากการคำนวณโดยใช้ตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรได้ถูกแสดงเปรียบเทียบดังในรูปที่ 5.28 ถึง 5.33 ส่วนสาเหตุที่ทำให้ค่าแรงบิดแตกต่างกันสูงบนใบจักรใบหน้าที่ค่า advance ratio และ thrust coefficient ( $C_T$ ) มีค่าต่ำ มาจากใบจักรใบหน้าต้องปะทะกับกระแสของไหลโดยตรง และที่ thrust coefficient ( $C_T$ ) ต่ำ ความเร็วของของไหลตามแนวแกนจะถูกเหนี่ยวนำให้มีค่าเพิ่มขึ้นน้อยกว่าที่ thrust coefficient ( $C_T$ ) สูง มุม pitch ของความเร็วลัพท์ของของไหลจึงมีค่าต่ำ แรงเสียดทานซึ่งมีทิศทางขนานกับความเร็วลัพท์ของของไหลจึงแตกแรงอยู่ในแนวเส้นรอบวงมากกว่า ส่งผลให้เกิดแรงต้านการหมุนที่มากกว่าดังแสดงในรูปที่ 5.34 ประกอบกับการที่ค่า advance ratio ต่ำหรือความเร็วรอบของใบจักรมีค่าสูงจึงทำให้แรงเสียดทานที่แปรผันตามความเร็วมีค่าสูงยิ่งขึ้น ดังนั้นหากสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ใช้ในการคำนวณมีค่าคลาดเคลื่อนจากค่าที่เกิดขึ้นจริง ความแตกต่างของแรงบิดจะปรากฏได้ชัดเจนใบจักรใบหน้าที่มีค่า advance ratio และ thrust coefficient ที่ต่ำ

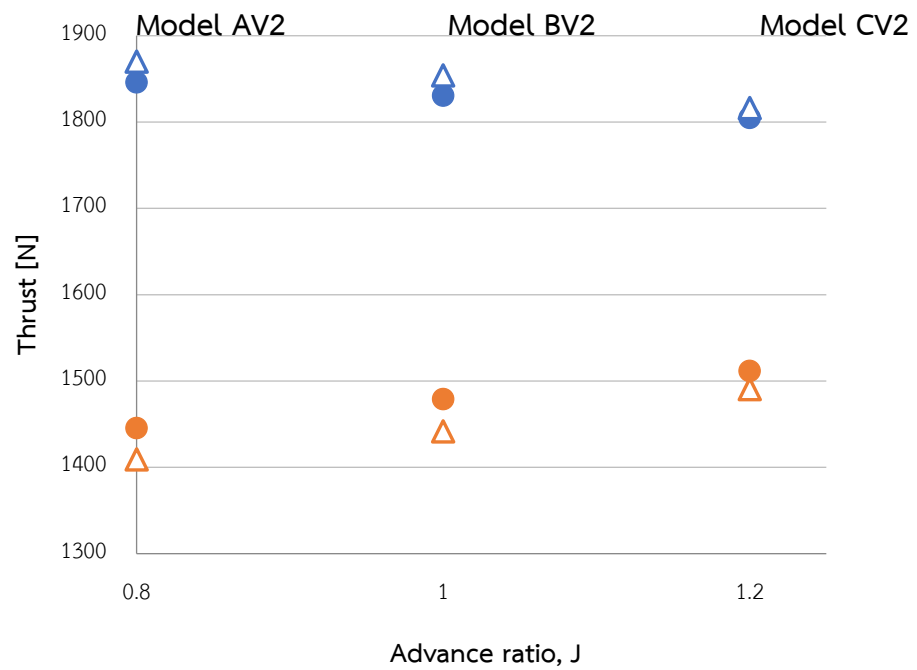


(a)

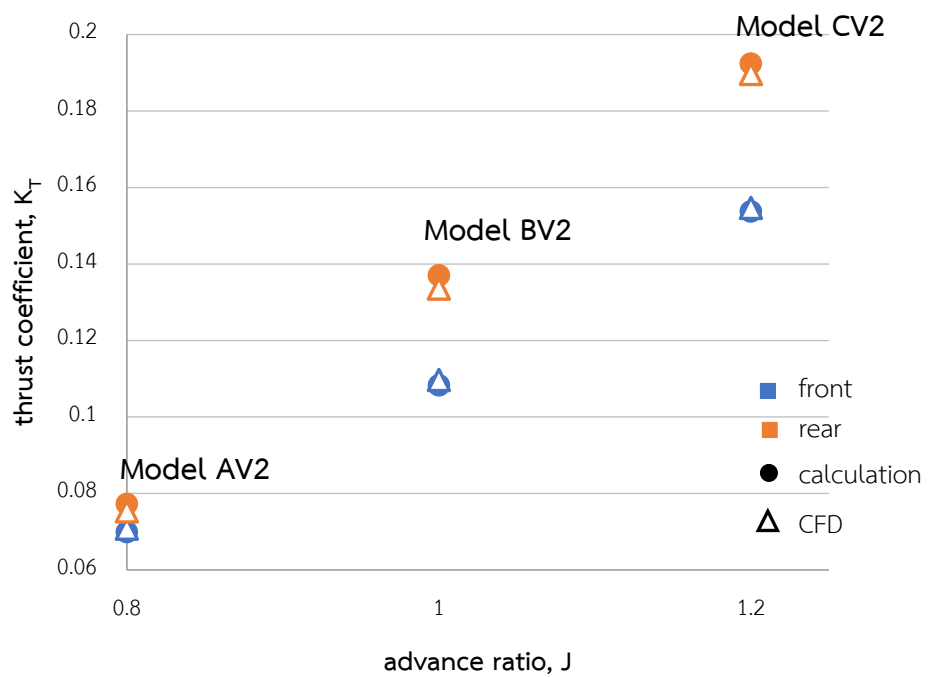


(b)

รูปที่ 5.28 แสดง (a) แรงผลัก และ (b)  $K_T$  ที่ได้จากการคำนวณและที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย Fluent ของชุดใบจักรชุดใหม่ที่คำนวณโดยใช้ตัวประกอบการคูณที่ได้จากสมการที่ 5.4 และ 5.5 ที่ค่า  $C_T$  เท่ากับ 0.412

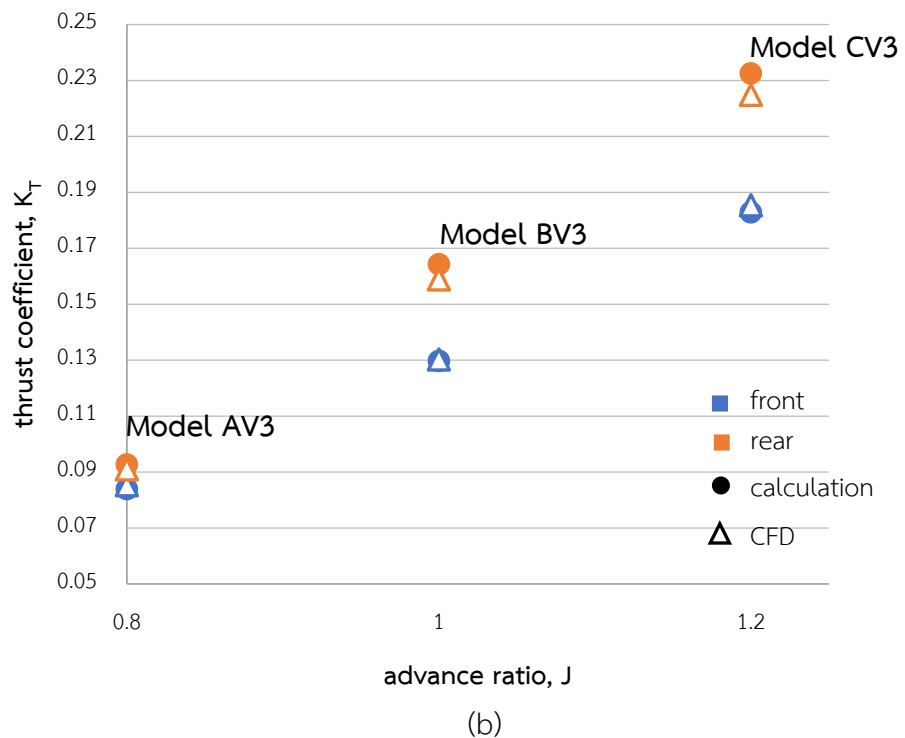
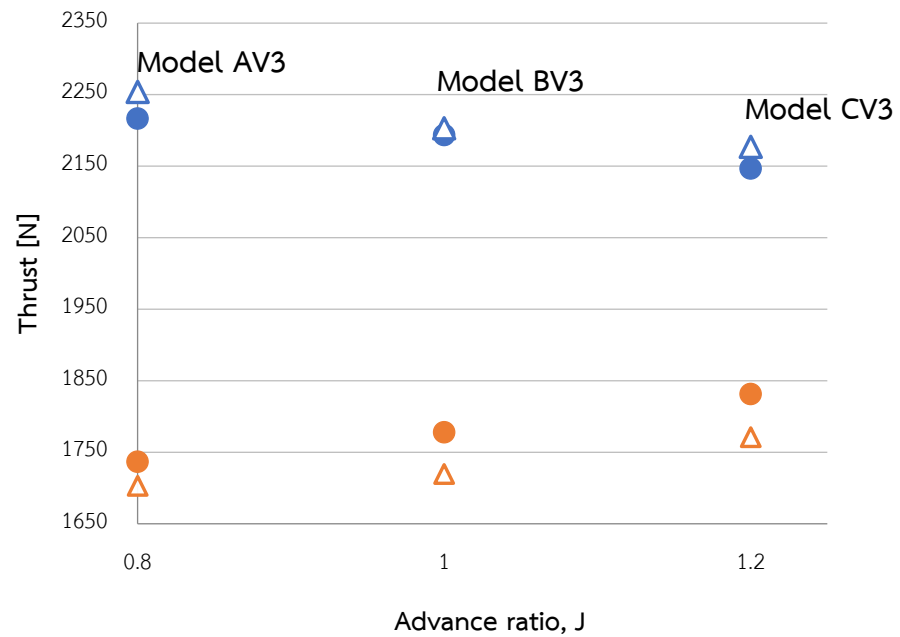


(a)



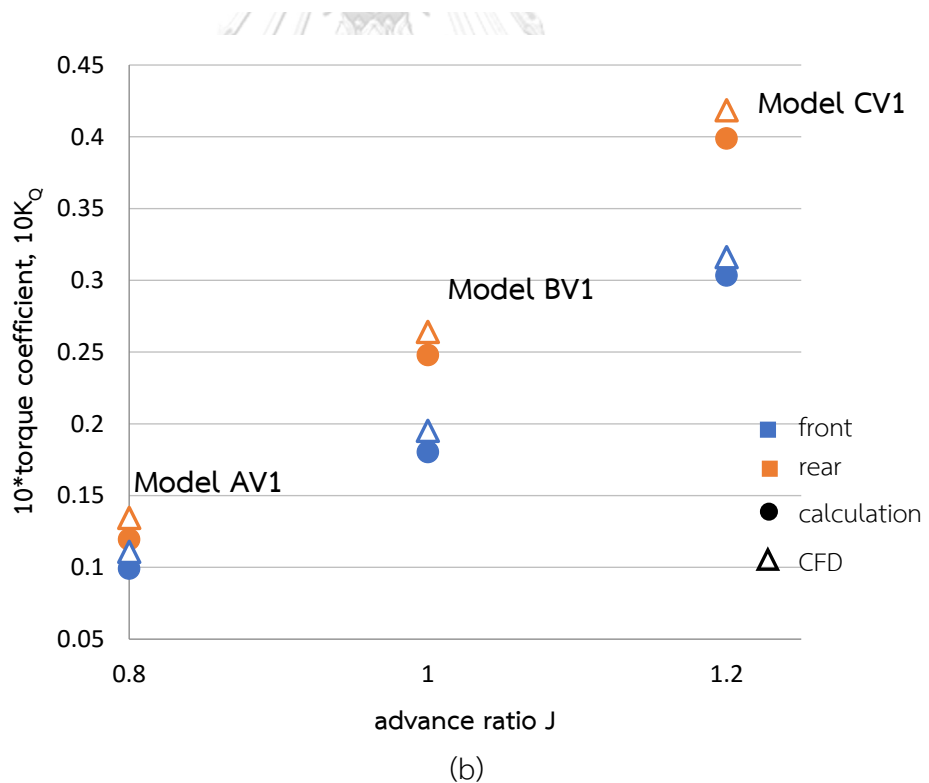
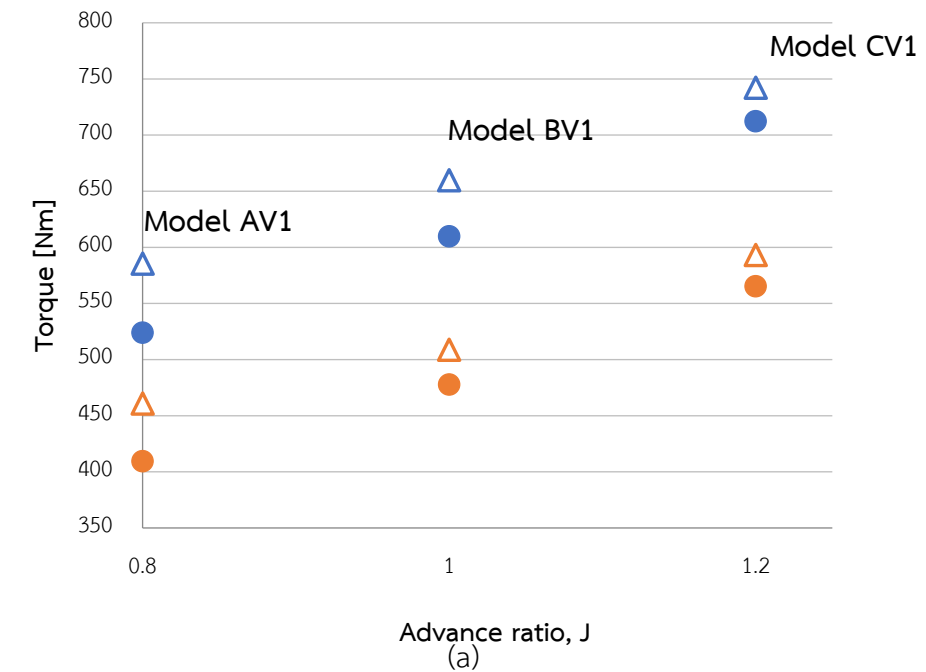
(b)

รูปที่ 5.29 แสดง (a) แรงผลัก และ (b)  $K_T$  ที่ได้จากการคำนวณและที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย Fluent ของชุดใบจักรชุดใหม่ที่คำนวณโดยใช้ตัวประกอบการคูณที่ได้จากสมการที่ 5.4 และ 5.5 ที่ค่า  $C_T$  เท่ากับ 0.512

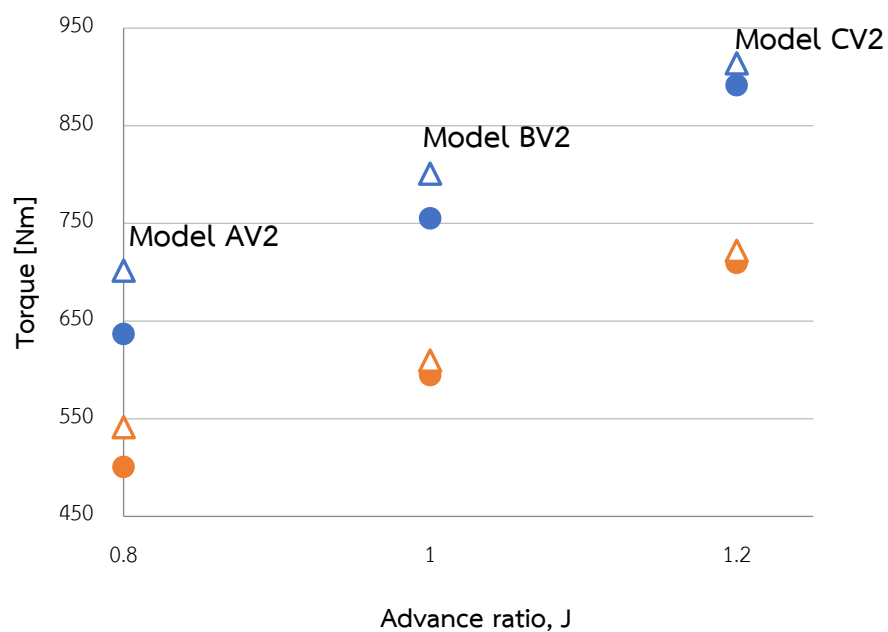


รูปที่ 5.30 แสดง (a) แรงผลัก และ (b)  $K_T$  ที่ได้จากการคำนวณและที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย Fluent ของชุดใบจักรชุดใหม่ที่คำนวณโดยใช้ตัวประกอบการคูณที่ได้จากสมการที่ 5.4 และ 5.5 ที่ค่า  $C_T$  เท่ากับ 0.612

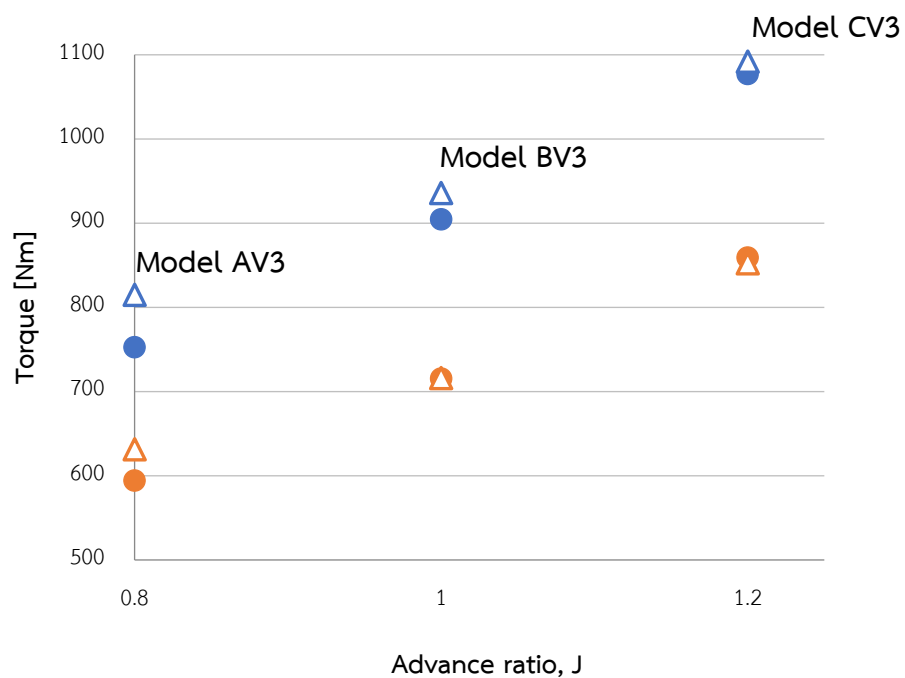




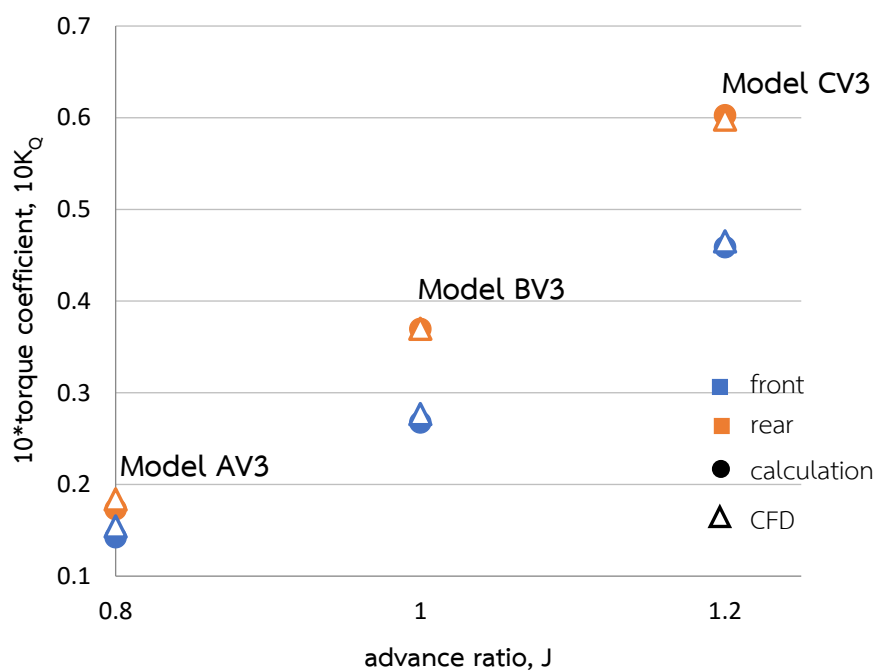
รูปที่ 5.31 แสดง (a) แรงบิด และ (b)  $K_Q$  ที่ได้จากการคำนวณและที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย Fluent ของชุดใบจักรชุดใหม่ที่คำนวณโดยใช้ตัวประกอบการคูณที่ได้จากสมการที่ 5.4 และ 5.5 ที่ค่า  $C_T$  เท่ากับ 0.412



รูปที่ 5.32 แสดง (a) แรงบิด และ (b)  $K_Q$  ที่ได้จากการคำนวณและที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย Fluent ของชุดใบจักรชุดใหม่ที่คำนวณโดยใช้ตัวประกอบการคูณที่ได้จากสมการที่ 5.4 และ 5.5 ที่ค่า  $C_T$  เท่ากับ 0.512

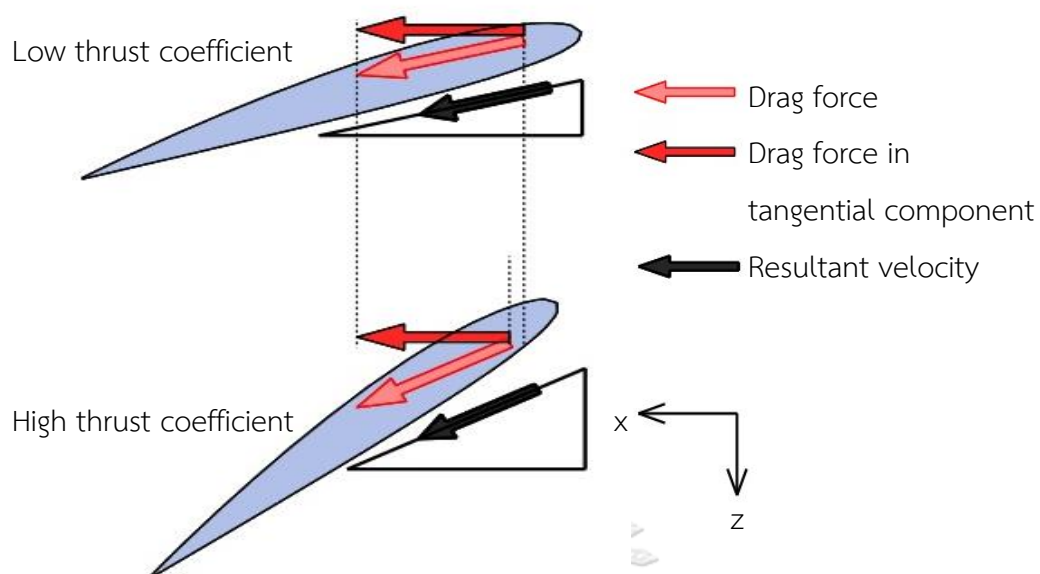


(a)



(b)

รูปที่ 5.33 แสดง (a) แรงบิด และ (b)  $K_Q$  ที่ได้จากการคำนวณและที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย Fluent ของชุดใบจักรชุดใหม่ที่คำนวณโดยใช้ตัวประกอบการคูณที่ได้จากสมการที่ 5.4 และ 5.5 ที่ค่า  $C_T$  เท่ากับ 0.612



รูปที่ 5.34 แสดงภาพเปรียบเทียบแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นบนใบจักรที่มีค่า thrust coefficient ต่ำ และที่เกิดขึ้นบนใบจักรที่มีค่า thrust coefficient สูง

## บทที่ 6

### บทสรุป ปัญหาที่พบ และข้อเสนอแนะ

#### 6.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์เล่มนี้มีจุดประสงค์เพื่อศึกษาและคำนวณหารูปร่างที่เหมาะสมสำหรับชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด โดยใช้หลักทฤษฎี lifting line และ calculus of variation ในการคำนวณ ทฤษฎี lifting line เป็นทฤษฎีที่อธิบายการเกิดความเร็วเหนียวนำของของไหลและแรงที่กระทำบนใบจักร โดยสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่างๆและแรงที่กระทำบนใบจักรที่ได้จากหลักทฤษฎีจะถูกนำมาหาค่าตัวแปรที่เหมาะสมด้วยวิธี calculus of variation เพื่อให้ได้ชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่สามารถสร้างแรงผลักรวมได้ตามที่กำหนดโดยใช้กำลังน้อยสุดภายใต้สภาวะที่กำหนด

จากการคำนวณเพื่อหาชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่ค่า advance ratio ต่างๆภายใต้สภาวะเงื่อนไขอื่น ๆ ที่เหมือนกันพบว่า แรงผลักรวมบนใบจักรใบหน้ามีค่าสูงกว่าใบหลังในทุกค่า advance ratio โดยแรงผลักรวมที่เกิดบนใบจักรใบหน้ามีค่าลดลงเมื่อค่า advance ratio สูงขึ้น และแรงผลักรวมบนใบจักรใบหลังมีค่าเพิ่มขึ้นเพื่อให้แรงผลักรวมมีค่าตามที่กำหนด ทั้งนี้เพราะที่ค่า advance ratio สูงหรือใบจักรมีความเร็วรอบต่ำ ค่า circulation จะเพิ่มขึ้นเพื่อสร้างแรงผลักรวมให้ได้ตามที่กำหนด แต่การเพิ่มขึ้นของค่า circulation จะทำให้แรงบิดมีค่าสูงขึ้นเช่นกัน ดังนั้น จึงต้องกระจายการสร้างแรงผลักรวมไปยังใบจักรใบหลัง ส่งผลให้ใบจักรใบหลังมีค่าเพิ่มขึ้น

ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณถูกนำมาใช้เป็นข้อมูลในการสร้างรูปร่างใบจักรในสามมิติโดยการกำหนดความยาว chord ของใบจักรและใช้ข้อมูลที่ได้จากงานศึกษาทดลอง airfoil ในการไหลในสองมิติมาเป็นตัวกำหนดลักษณะการวางตัวของพื้นที่หน้าตัดของใบจักรในแต่ละตำแหน่งซึ่งเป็นรูป airfoil ในแบบเดียวกัน ชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่สร้างรูปร่างเสร็จสมบูรณ์แล้วในโปรแกรม CFD จะถูกนำมาวิเคราะห์ด้วยวิธี CFD โดยใช้โปรแกรม ANSYS Fluent การวิเคราะห์ที่ใช้โปรแกรม Fluent จะใช้วิธี sliding mesh กล่าวคือโปรแกรมจะคำนวณผลลัพธ์ในทุกๆ time step ที่ใบจักรหมุนเคลื่อนไปจากตำแหน่งเดิม ทำให้ทราบผลลัพธ์เมื่อใบจักรทั้งสองใบหมุนไปอยู่ในตำแหน่งสัมพันธ์ที่แตกต่างกัน ค่าเฉลี่ยของผลลัพธ์ที่ได้จาก Fluent จะถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลการคำนวณที่ได้มาก่อนหน้า ซึ่งเป็นผลที่ได้จากการใช้ค่าเฉลี่ยเช่นกัน

การเปรียบเทียบผลลัพธ์จากการคำนวณและจาก Fluent ในขั้นแรกพบว่าให้ผลที่ไม่สอดคล้องกัน โดยผลลัพธ์จาก Fluent แสดงให้เห็นว่าแรงผลักรวมทั้งใบจักรใบหน้าและใบหลังจะมีค่าลดลงเมื่อค่า advance ratio สูงขึ้น ขณะที่ผลจากการคำนวณแสดงให้เห็นว่าแรงผลักรวมบนใบจักร

ใบหน้าเท่านั้นที่มีค่าลดลงในขณะที่แรงผลักดันใบจักรใบหลังมีค่าสูงขึ้น จากผลลัพธ์ที่ไม่สอดคล้องกันนี้จึงได้ทำการวิเคราะห์หาสาเหตุโดยพบว่าความแตกต่างนี้มาจากความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรมีค่าที่แตกต่างกันระหว่างวิธีการคำนวณกับวิธี CFD ความแตกต่างที่เกิดขึ้นกับความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรใบหน้ามีสาเหตุมาจากการที่ความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรในวิธีคำนวณจะถูกกำหนดไว้ที่ตำแหน่ง lifting line หรือที่ตัวใบจักร ในขณะที่การวิเคราะห์ด้วย Fluent หรือวิธี CFD ความเร็วของของไหลจะถูกกำหนดไว้ที่ inlet boundary ซึ่งมีระยะห่างจากตัวใบจักร ทำให้ความเร็วของของไหลที่ตำแหน่งตัวใบจักรในการวิเคราะห์ด้วย Fluent มีค่าต่างจากที่ใช้ในวิธีคำนวณ ส่วนความเร็วของของไหลที่เข้าใบจักรใบหลังก็ได้รับผลกระทบส่งต่อมาจากสาเหตุที่กล่าวมาในใบจักรใบหน้าอีกทีหนึ่ง รวมกับลักษณะการไหลแบบปั่นป่วนจากทางด้านท้ายของใบจักรใบหน้าจึงทำให้มีค่าแตกต่างจากผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ

เพื่อแก้ไขความแตกต่างของผลลัพธ์ดังกล่าวมาข้างต้น จึงได้มีการเพิ่มตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรสำหรับใบจักรใบหน้าและใบจักรใบหลังไว้ในการคำนวณ เพื่อให้ผลลัพธ์จากการวิธีคำนวณและจากวิธี CFD มีผลที่สอดคล้องกันมากขึ้น จากการทดลองปรับเปลี่ยนค่าตัวประกอบการคูณพบว่าตัวประกอบการคูณที่เหมาะสมทั้งสำหรับใบจักรหน้าและใบหลังจะมีค่าแปรผันตามกับค่า advance ratio และแปรผกผันกับค่า thrust coefficient ( $C_T$ ) โดยที่ค่าตัวประกอบการคูณสำหรับใบจักรหลังจะมีค่าน้อยกว่าค่าสำหรับใบจักรใบหน้าเพราะเกิดกระแสการไหลแบบปั่นป่วนที่มากกว่า จึงทำให้ความเร็วของของไหลมีค่าลดลงมากกว่า

การใช้ตัวประกอบการคูณความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักรในการคำนวณทำให้ผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีคำนวณมีค่าใกล้เคียงกับผลที่ได้จากวิธี CFD ที่วิเคราะห์ผ่านโปรแกรม Fluent มากขึ้น แต่ก็ยังมีความแตกต่างกันอยู่บ้างโดยเฉพาะแรงบิดที่ advance ratio และ thrust coefficient ( $C_T$ ) ที่มีค่าต่ำ ความแตกต่างนี้เป็นผลมาจากองค์ประกอบของแรงเสียดทานในแนวเส้นรอบวงที่มากกว่าในใบจักรที่มีค่า thrust coefficient ต่ำ ทำให้เกิดแรงต้านการหมุนที่มากกว่า และเมื่อรวมกับความเร็วรอบของใบจักรที่มีค่าสูงหรือมีค่า advance ratio ต่ำ ประกอบกับการเกิดความคลาดเคลื่อนในการเลือกใช้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ใช้ในการคำนวณ ทำให้แรงบิดที่ได้มีความแตกต่างที่เห็นได้ชัด

## 6.2 ปัญหาที่พบ

ปัญหาที่พบในขณะทำวิทยานิพนธ์มีรายละเอียดแยกเป็นข้อดังต่อไปนี้

1. ปัญหาการลู่เข้าของคำตอบในขั้นตอนการคำนวณ เนื่องจากสมการที่ใช้ในการคำนวณเป็นสมการแบบ non-linear จึงทำให้วิธีการแก้ระบบสมการต้องใช้วิธีการคำนวณวนซ้ำอย่างระเบียบวิธี Newton-Raphson มาแก้ระบบสมการ โดยสมการที่ใช้ในการคำนวณแสดงให้เห็นว่าความเร็ว

เหนี่ยวนำบนใบจักรแปรผกผันกับระยะห่างระหว่างจุดบนใบจักรและจุด circulation ยกกำลังสาม ซึ่งจากการคำนวณจะพบว่าจุดบนใบจักรบางจุดจะอยู่ใกล้จุด circulation ของ free vortex มาก ส่งผลให้ความเร็วเหนี่ยวนำบนจุดนั้นมีค่าสูงกว่าตำแหน่งอื่นๆบนใบจักร ทำให้การลู่เข้าของคำตอบ ต้องใช้เวลามากขึ้นหรือความแตกต่างของค่าตัวแปรในการคำนวณซ้ำแต่ละครั้งไม่สามารถมีค่าต่ำกว่าที่กำหนดได้ ดังนั้นจึงแก้ปัญหาโดยการปรับเปลี่ยนปริมาณค่าคงเหลือ (residual) ในแต่ละครั้งก่อนที่จะนำมาบวกเข้ากับค่าตัวแปรที่ได้จากการทำซ้ำครั้งก่อน เพื่อให้ค่าคงเหลือของตัวแปรแต่ละจุดบนใบจักรมีค่าใกล้เคียงกันและลู่เข้าสู่คำตอบได้ง่ายขึ้น

2. ปัญหาการสร้าง mesh ในการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม Fluent เนื่องจากลักษณะรูปร่างใบจักรที่มีลักษณะบิดโค้งจึงทำให้ขอบเขตของไหลส่วนที่ติดกับใบจักรมีรูปร่างที่ไม่เป็นแบบแผน เกิดเหลี่ยมมุมหรือส่วนที่แคบกว่าบริเวณอื่น ทำให้การสร้าง mesh ในบางครั้งไม่สำเร็จ เช่นขนาดของ mesh อาจไม่ได้ตามที่กำหนดหรือมีคุณสมบัติที่ไม่เหมาะสมและส่งผลต่อลู่ออกของผลลัพธ์ ดังนั้นจึงต้องมีการทดลองปรับเปลี่ยนค่าเริ่มต้นต่างๆสำหรับการสร้าง mesh เช่น ปรับเปลี่ยนปริมาตรต่ำสุดและสูงสุดของ mesh, อัตราการเพิ่มขนาดของ mesh หรือ growth rate, จำนวนชั้นและอัตราการเพิ่มขนาดของ boundary layer เป็นต้น ซึ่งต้องอาศัยการทดลองปรับเปลี่ยนค่าจนกว่าจะได้ mesh ที่ถูกต้องและมีคุณสมบัติที่เหมาะสมต่อการลู่เข้าของผลลัพธ์

3. การหาสาเหตุของความแตกต่างระหว่างผลการคำนวณและผลที่ได้จากวิธี CFD ผ่านการวิเคราะห์ด้วย Fluent ในช่วงแรกของการศึกษาก่อนมีการแก้ไขปรับเปลี่ยนค่าตัวแปรบางตัวในการคำนวณ เนื่องจากมีหลายปัจจัยที่ทำให้เกิดความแตกต่างนี้เช่น ข้อสมมติฐานลักษณะ free vortex, ความคลาดเคลื่อนจากการแปลงผลการคำนวณออกมาเป็นรูปร่างใบจักรในสามมิติ, กระแสการไหลที่เป็นแบบปั่นป่วน เป็นต้น ดังนั้นจึงต้องมีการทดสอบเปลี่ยนค่าตัวแปรต่างๆว่ามีผลต่อความแตกต่างที่เกิดขึ้นหรือไม่ และเมื่อพบว่าตัวแปรใดที่มีผลก็ต้องศึกษาต่อไปอีกว่าในสภาวะเงื่อนไขอื่น ๆ ตัวแปรดังกล่าวนี้จะมีค่าแปรเปลี่ยนไปอย่างไร ซึ่งเป็นกระบวนการที่ต้องใช้เวลาในทดลองก่อนจะได้มาซึ่งข้อสรุปที่จะนำมาใช้ในการปรับเปลี่ยนค่าตัวแปร ซึ่งในที่นี้คือค่าตัวประกอบการคูณความเร็ว

### 6.3 ข้อเสนอแนะ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นการรวมเอาหลักทฤษฎี lifting line และวิธีแคลคูลัสของการแปรผันมาใช้วิเคราะห์แรงและความเร็วของของไหลที่เกิดขึ้นบนชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม และหารูปร่างชุดใบจักรที่เหมาะสมภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด รวมถึงยังได้รวมเอาผลกระทบจากการลดขนาดของของไหลที่ไหลผ่านใบจักรมารวมเข้าไว้ในการคำนวณ มีการทดสอบผลที่ได้จากวิธีการคำนวณด้วยการใช้วิธี CFD ผ่านการวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรม Fluent และมีการแก้ไขวิธีการคำนวณด้วยการทดลองปรับเปลี่ยน

ตัวแปรต่างๆ จนทำให้ผลที่ได้จากวิธีคำนวณและผลที่ได้จากวิธี CFD ผ่านการวิเคราะห์โดยโปรแกรม Fluent มีความสอดคล้องกัน ถึงแม้จะสามารถสรุปสาเหตุและผลของการแก้ไขได้แล้ว แต่ก็ยังมีประเด็นอื่นที่สามารถนำไปพัฒนาหรือศึกษาต่อเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำขึ้นดังต่อไปนี้

1. เนื่องจากในการศึกษานี้ สมการที่ใช้คำนวณไม่ได้รวมผลของแรงเสียดทานเนื่องจากความหนืดของของไหลเอาไว้ในขั้นตอนการหา circulation ที่เหมาะสมด้วยวิธีแคลคูลัสของการแปรผันเพื่อลดความซับซ้อนของตัวสมการ ซึ่งในสถานการณ์จริง ผลของแรงเสียดทานจะกระทบต่อการทำงานของใบจักรโดยเฉพาะใบจักรที่มีความเร็วรอบสูง ดังนั้นหากรวมผลของแรงเสียดทานไว้ในสมการที่ใช้ในขั้นตอนการหา circulation ที่เหมาะสมด้วยวิธีแคลคูลัสของการแปรผัน ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณไม่ว่าจะเป็นแรงผลักบนใบจักรและแรงบิดที่ใบจักรต้องใช้ก็จะเป็นค่าที่รวมผลของแรงเสียดทานเอาไว้เรียบร้อยแล้ว ผลลัพธ์ที่ได้จะทำให้ได้ชุดใบจักรที่มีความเหมาะสม สามารถให้แรงผลักได้ใกล้เคียงตามที่กำหนด และสามารถประมาณแรงบิดที่ใบจักรต้องใช้ให้เพียงพอต่อแรงต้านที่เกิดขึ้นจริงได้ดียิ่งขึ้น การเพิ่มผลของแรงเสียดทานเข้าไว้ในการคำนวณอาจเริ่มโดยการประมาณค่าเริ่มต้นของสัมประสิทธิ์แรงเสียดของ airfoil ที่จะนำมาใช้เป็นพื้นที่หน้าตัดของใบจักร จากนั้นต้องเพิ่มขั้นตอนในการตรวจเช็คสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานซึ่งจะเป็นฟังก์ชันของสัมประสิทธิ์แรงยกโดยดูได้จากงานศึกษาของ Abbot[30] ว่ามีค่าที่ถูกต้องหรือไม่และอาจต้องมีการเปลี่ยนค่าในการคำนวณซ้ำในแต่ละครั้ง เช่นเดียวกับตัวแปรไม่ทราบอื่นๆ ที่ต้องมีการเปลี่ยนแปลงค่าในการคำนวณซ้ำในแต่ละครั้ง จนกว่าจะได้ผลลัพธ์ที่มีค่าคู่เข้า

2. การศึกษาครั้งนี้เป็นการหาค่า circulation ที่กระจายอยู่บนใบจักรภายใต้เงื่อนไขที่กำหนดเพื่อให้ได้แรงผลักรวมตามที่กำหนดโดยใช้กำลังน้อยที่สุดด้วยวิธีแคลคูลัสของการแปรผัน แต่ก็ยังมีตัวแปรอื่นที่มีผลต่อแรงผลักและกำลังที่ใบจักรต้องใช้เช่นกัน เช่น ระยะห่างระหว่างใบจักรสองใบ เป็นต้น เพื่อศึกษาหาค่าที่เหมาะสมของตัวแปรอื่นนอกเหนือจากค่า circulation บนใบจักรด้วยวิธีแคลคูลัสของการแปรผัน ระบบสมการจะถูกปรับเปลี่ยนโดยการเพิ่มสมการที่ได้จากการหาอนุพันธ์สมการ auxiliary function เทียบกับตัวแปรที่ต้องการทราบค่าที่เหมาะสมเพิ่มเติม ทำให้ระบบสมการมีสมการอนุพันธ์เพิ่มเติมมาอีกหนึ่งสมการเพื่อนำมาแก้หาค่าของตัวแปรที่จะเพิ่มเข้าในการพิจารณา

3. รูปร่างชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่ได้จากการศึกษาครั้งนี้เป็นการศึกษาเพื่อหาชุดใบจักรที่สามารถสร้างแรงผลักให้ได้ตามที่กำหนดโดยใช้กำลังน้อยที่สุด แต่ยังไม่ได้ถูกศึกษาในเรื่องความแข็งแรงของตัวใบจักรเมื่อมีแรงมากระทำ ดังนั้นเพื่อให้ได้ชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่มีความแข็งแรงเหมาะสมกับการใช้งาน จึงควรมีการศึกษาเพิ่มเติมทางด้านนี้โดยอาจใช้สมการที่ใช้ในการคำนวณศึกษาครั้งนี้มาหาแรงที่กระจายบนแต่ละพื้นที่หน้าตัดและคำนวณความแข็งแรงโดยใช้แนวคิดการวิเคราะห์คานายื่นหรืออาจใช้วิธีวิเคราะห์โดยโปรแกรม CFD เป็นต้น



4. ในการศึกษาี้ ลักษณะของเส้น free vortex และการลดขนาดของของไหลจะอ้างอิงจาก ผลการศึกษาของ Hoshino กล่าวคือ เส้น free vortex แต่ละเส้นจะมีขนาดรัศมีลดหลั่นกันไปตาม ระยะรัศมีที่หลุดออกมาจากใบจักร ทำให้เส้น free vortex ที่อยู่รวมกันใน downstream มองดูคล้าย แผ่นที่บิดเกลียวไปตามแนว downstream แต่ก็มีงานศึกษาอื่นเช่นงานศึกษาของ Kerwin[23] ที่ให้ ข้อสังเกตเกี่ยวกับลักษณะของเส้น free vortex ที่แตกต่างกันออกไป กล่าวคือ เมื่อเส้น free vortex ที่หลุดออกมาจากใบจักรจะมีขนาดรัศมีลดหลั่นไปตามระยะรัศมีที่หลุดออกมาในช่วงแรก จากนั้นเส้น free vortex แต่ละเส้นจะค่อย ๆ ปรับเปลี่ยนขนาดรัศมีจนมามีขนาดรัศมีเดียวกันและรวมกันเป็นเส้น free vortex เส้นเดียวหรือเกิดการ roll-up ขึ้น ซึ่งลักษณะของเส้น free vortex ที่เกิดการ roll-up สามารถนำมาศึกษาต่อไปได้ว่าจะมีผลต่อชุดใบจักรเหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร เมื่อเทียบกับผล ที่ได้จากการกำหนดให้กลุ่มเส้น free vortex ที่มีลักษณะเป็นแผ่นบิดเกลียว

5. ในการศึกษาี้ มีการปรับปรุงวิธีการคำนวณโดยสร้างตัวประกอบการคูณความเร็วมาคูณ กับความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร ซึ่งเป็นการปรับเปลี่ยนเฉพาะขนาดความเร็วของของไหลที่ ไหลเข้าใบจักรที่ปรากฏบนใบจักรเท่านั้นและเป็นการปรับเปลี่ยนเท่ากันตลอดตามแนวรัศมีบนใบจักร ซึ่งในความเป็นจริงแล้วความเร็วของของไหลอาจจะไม่ได้เปลี่ยนเฉพาะขนาดแต่ยังรวมถึงทิศทางด้วย รวมถึงอาจมีการเปลี่ยนแปลงที่ไม่เท่ากันที่แต่ละตำแหน่งตามแนวรัศมีบนใบจักร จากการศึกษาที่ความเร็วมี การเปลี่ยนแปลงได้ทั้งขนาดและทิศทางจึงสามารถศึกษาขยายผลต่อไป โดยอาจกำหนดความเร็วของ ของไหลที่เปลี่ยนไปจากเดิมทั้งในทิศทางตามแนวแกนและในทิศทางเชิงมุม แล้วทดลองปรับเปลี่ยน ค่าที่สภาวะเงื่อนไขต่างๆ จนได้ค่าที่เหมาะสมแล้วสรุปเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับตัวแปรต่างๆ เป็นต้น

## รายการอ้างอิง

- [1] Y.Inukai&F.Ochi, "A study on the characteristics of self-propulsion factors for a ship equipped with contra-rotating propeller," in *First international symposium on marine propulsors smp '09*, Trondheim Norway, 2009.
- [2] W.J.Rankine, "On the mechanical principles of the action of propellers," Institution of Naval Architects1865.
- [3] R.E.Froude, "On the part played in the operation of propulsiion differences in fluid pressure," Institution of Naval Architects1889.
- [4] W.Froude, *On the elementary relation between pitch, slip and propulsive efficiency*. London: Institute of Naval Architects, 1878.
- [5] L.C.Burrill, "Calculation of marine propeller performance characteristics," The North East Coast Institution of Engineers and Shipbuilders, London1944, vol. 60.
- [6] S.Kawada, "Induced velocity by helical vortices," *Journal of the aeronautical sciences*, vol. 3, 1935.
- [7] H.W.Lerbs, "Moderately loaded propellers with a finite number of blades and arbitrary distribution of circulation," in *The society of naval architects and marine engineers*, New York, 1952, vol. 60.
- [8] M.K.Eckhardt&W.B.Morgan, "A propeller design method," in *The society of naval architects and marine engineers*, New York, 1955.
- [9] J.G.Hill, "The design of propeller," in *The society of naval architects and marine engineers*, 1949, vol. 57.
- [10] J.D.vanManen&W.P.A.Lammeren, "The design of wake-adapted screws and their behavior behind the ship," in *The Institution of Engineers and Shipbuilders in Scotland*, 1955, vol. 99.
- [11] L.C.Burrill, "The optimum diameter of marine propellers : a new design approach," The North East Coast Institution of Engineers and Shipbuilders1956, vol. 72.

- [12] W.B.Morgan V.Silovic S.B.Denny, "Propeller lifting surface corrections," in *The society of naval architects and marine engineers*, 1968, vol. 76.
- [13] H.M.Cheng, "Hydrodynamic aspect of propeller design based on lifting surface theory part I and II," David Taylor Model Basin 1964.
- [14] J.E.Kerwin & R.Leopold, "A design theory for subcavitating propellers," in *The society of naval architects and marine engineers*, New York, 1964.
- [15] P.Oossanen, *Calculation of performance and cavitation characteristics of propellers including effects of non-uniform flow and viscosity*. Wageningen Netherland Ship Model basin, 1974.
- [16] R.A.Cummings W.B.Morgan R.J.Boswell, "Highly skewed propellers," in *The society of naval architects and marine engineers*, 1970.
- [17] H.W.Lerbs, "Contra-rotating optimum propellers operating in radially non-uniform wake," David Taylor Model Basin 1955.
- [18] L.A.vanGunsteren, "Application of momentum theory in counter-rotating propeller design," *International Shipbuilding Progress*, vol. 18, 1971.
- [19] E.B.Caster & T.A.LaFone, "A computer program for the preliminary design of contrarotating propellers," David W Taylor naval ship research and development center 1975.
- [20] W.B.Coney, "Optimum circulation distributions for a class of marine propulsors," *Journal of ship research*, vol. 36, 1922.
- [21] D.Laskos, "Design and cavitating performance of contra-rotating propellers," Master, Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge Massachusetts, 2010.
- [22] T.Theodorsen, "Slipstream contraction with numerical values for two-blade and four-blade propellers," National advisory committee for aeronautics 1944.
- [23] J.E.Kerwin, "A deformed wake model for marine propellers," Massachusetts Institute of Technology, Cambridge Massachusetts 1976.
- [24] D.E.Cummings, "The effect of propeller wake deformation on propeller design," in *The 3rd Lips Propeller Symposium*, Drunen Netherlands, 1976.
- [25] T.Hoshino, "Hydrodynamic analysis of propellers in steady flow using surface panel method," *The Society of Naval Architects of Japan*, no. 166, 1989.

- [26] J.T.Conway, "Analytical solutions for the Newtonian gravitational field induced by matter within axisymmetric boundaries," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 316, 2000.
- [27] M.GunerM.AtlarM.Soylemez, "SWATH fishing platform with higher propulsor efficiency," *Marine Technology*, vol. 38, 2001.
- [28] G.R.Hough&D.E.Ordway, "The generalized actuator disk," in *The 2nd Southeastern Conference on Theoretical and Applied Mechanics* Atlanta Georgia, 1964.
- [29] M.H.Wang, "Hub effects in propeller design and analysis," Ph.D, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge Massachusetts, 1985.
- [30] I.H.Abbot&A.E.VonDoenhoff, *Theory of wing section, including a summary of airfoil data*. New York: Dover Publications, inc., 1959.
- [31] J.W.Wrench, "The calculation of propeller induction factors AML problem 69-54," Applied Mathematics Laboratory Research and Development 1957.
- [32] L.C.Burrill&A.Emerson, "Propeller cavitation : Further test on 16 in. propeller models in the King's college cavitation tunnel," The North East Coast Institution of Engineers and Shipbuilders1978.
- [33] D.Q.LiN.BerchicheC.E.Janson, "Influence of turbulence models on the prediction of full scale propeller open water characteristics with RANS methods," in *26th Symposium on Naval Hydrodynamics*, Rome Italy, 2006.
- [34] T.WangLD.ZhouX.Zhang, "Numerical simulation of 3-d viscous complicated flow field around axisymmetric body with integrated ducted propulsion," *Journal of Ship Mechanic*, vol. 7, 2003.
- [35] T.KawamuraT.WatanabeY.TakekoshiM.MaedaH.Yamaguchi, "Numerical simulation of cavitating flow around propeller," *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, no. 195, 2004.
- [36] A.Sanchez-CajaTP.SipilaJV.Pylkkanen, "Simulation of viscous flow around a ducted propeller with rudder using different RANS-based approaches," in *1st International Symposium on Marine Propulsors*, Trondheim Norway, 2009.

- [37] S.H.Rhee&S.Joshi, "Computational validation for flow around a marine propeller using unstructured mesh based Navier-Stokes Solver," *JSME Internatioinal Journal*, vol. 48, 2005.
- [38] R.Hecker&N.A.McDonald, "The effect of axial spacing and diameter on the powering performance of counterrotating propellers," David Taylor Model Basin1960.
- [39] L.Prandtl, "Application of modern hydrodynamics to aeronautics," National Advisory Committee for Aeronautics1921, vol. 7.





ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
**CHULALONGKORN UNIVERSITY**

ภาคผนวก ก.

ความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line เนื่องจาก trailing free vortex

จาก Biot-Savart Law ความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line เนื่องจาก trailing free vortex สามารถแสดงได้ดังสมการที่ a1

$$\vec{u} = \frac{1}{4\pi} \oint \frac{\vec{\Gamma}_f \times \vec{S}}{|\vec{S}|^3} = \frac{1}{4\pi} \oint \frac{\Gamma_f \vec{dl} \times \vec{S}}{|\vec{S}|^3} \quad (\text{a1})$$

เมื่อ

$\vec{u}$  = เวกเตอร์ความเร็วเหนี่ยวนำ

$\vec{S}$  = เวกเตอร์ที่ลากจาก trailing free vortex element ไปยังจุดที่พิจารณาความเร็วเหนี่ยวนำ

$\Gamma_f$  = ค่า circulation ของ trailing free vortex element

$\vec{dl}$  = เวกเตอร์แสดงทิศทางของ trailing free vortex element

เนื่องจาก  $\Gamma_f$  มีค่าเท่ากับอัตราการเปลี่ยนของค่า circulation ของ bound vortex บนเส้น lifting line ดังแสดงในสมการที่ a2

$$\Gamma_f(r_v) = -\frac{\partial \Gamma(r_v)}{\partial r} dr \quad (\text{a2})$$

ดังนั้นสมการของความเร็วเหนี่ยวนำจึงสามารถเขียนใหม่ได้เป็นดังสมการที่ a3 และ a4

$$\vec{u}(r_c) = \frac{1}{4\pi} \int_{r_h}^R -\frac{\partial \Gamma(r_v)}{\partial r} \oint \frac{\vec{dl} \times \vec{S}}{|\vec{S}|^3} dr_v = \int_{r_h}^R -\frac{\partial \Gamma(r_v)}{\partial r} \vec{u}(r_c, r_v) dr_v \quad (\text{a3})$$

$$\vec{u}(r_c, r_v) = \frac{1}{4\pi} \oint \frac{\vec{dl}(r_v) \times \vec{S}(r_c, r_v)}{|\vec{S}(r_c, r_v)|^3} \quad (\text{a4})$$

เมื่อ

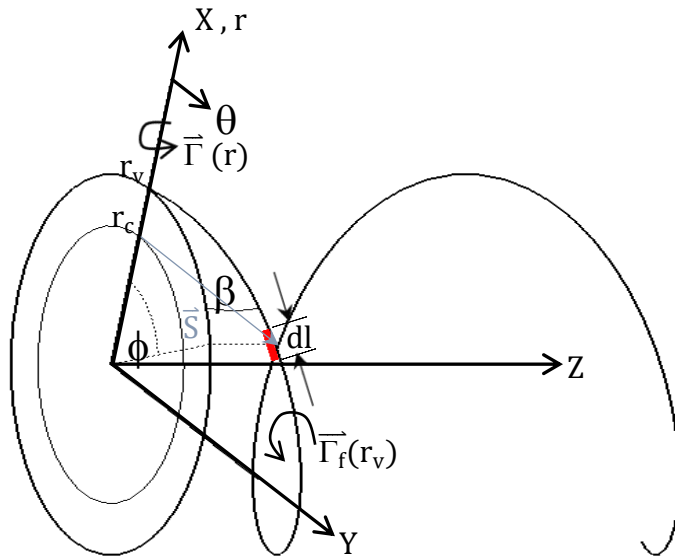
$r_c$  = รัศมีของตำแหน่งที่พิจารณาความเร็วเหนี่ยวนำ

$r_v$  = รัศมีของตำแหน่ง free vortex element

$\Gamma$  = ค่า circulation ของ bound vortex

$\vec{u}(r_c, r_v)$  = ตัวประกอบความเร็วเหนี่ยวนำที่ตำแหน่ง  $r_c$  เนื่องจาก free vortex ที่ตำแหน่งรัศมี  $r_v$  (induced velocity factor)

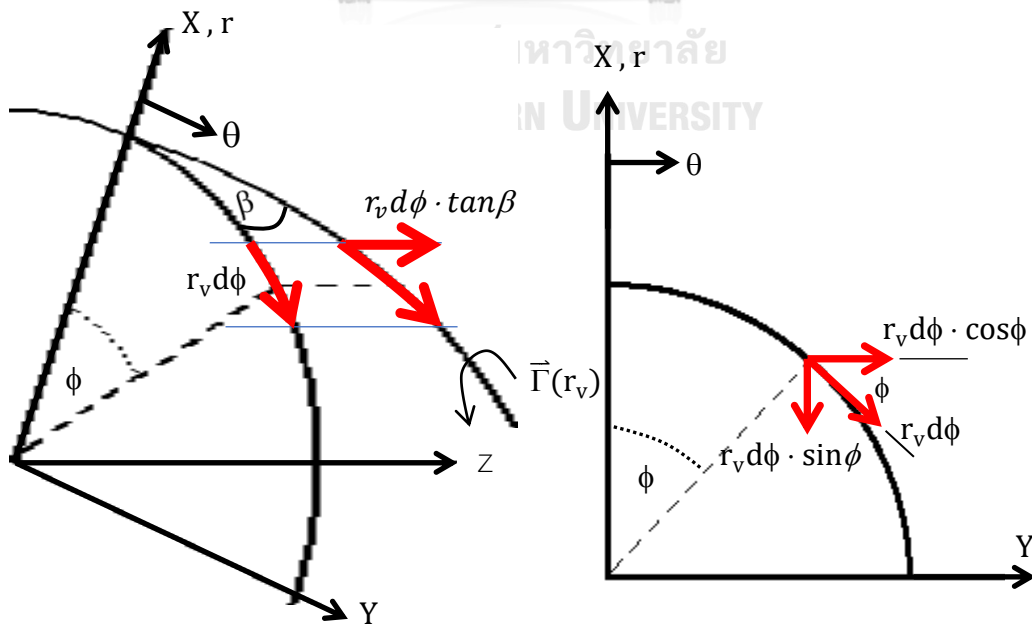
ทิศทางของเวกเตอร์ในสมการที่ a3 และ a4 สามารถพิจารณาได้จากรูปที่ a1 และ a2 โดยเส้น lifting line จะวางตัวบนแกนเดียวกับแกน X และมีทิศไปในทางบวก X ส่วน trailing free vortex จะหลุดจาก lifting line ที่ตำแหน่ง  $Z=0$  และมีลักษณะเป็นเกลียวยาวต่อเนื่องไปสิ้นสุดที่  $Z=+\infty$



รูปที่ a1 แผนภาพแสดง trailing free vortex และทิศทางของเวกเตอร์ในสมการที่ a1 ในพิกัด XYZ

เมื่อ  $\phi$  = มุมของตำแหน่ง trailing free vortex element บนระนาบ XY

$\beta$  = มุม pitch ของ trailing free vortex element



รูปที่ a2 แผนภาพแสดงทิศทางของ trailing free vortex element ในพิกัด XYZ



จากรูปที่ a1 และ a2 เวกเตอร์  $\vec{dl}$ ,  $\vec{S}$  และ  $|\vec{S}|$  สามารถแสดงได้ดังสมการที่ a5-a7

$$\vec{dl}(r_v) = (-r_v \sin\phi \, d\phi)\vec{i} + (r_v \cos\phi \, d\phi)\vec{j} + (r_v \tan\beta \, d\phi)\vec{k} \quad (a5)$$

$$\vec{S}(r_c, r_v) = (r_c - r_v \cos\phi)\vec{i} + (-r_v \sin\phi)\vec{j} + (-r_v \phi \tan\beta)\vec{k} \quad (a6)$$

$$|\vec{S}(r_c, r_v)| = [r_c^2 + r_v^2 - 2r_c r_v \cos\phi + (r_v \phi \tan\beta)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (a7)$$

เมื่อแทนค่าสมการที่ a5-a7 ลงในสมการที่ a4 จะได้ตัวประกอบความเร็วเหนี่ยวนำในทิศทางต่างๆ ดังแสดงในสมการที่ a8-a10

$$\bar{u}_i(r_c, r_v) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \frac{r_v^2 \tan\beta (\sin\phi - \phi \cos\phi) d\phi}{[r_c^2 + r_v^2 - 2r_c r_v \cos\phi + (r_v \phi \tan\beta)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (a8)$$

$$\bar{u}_j(r_c, r_v) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \frac{r_v \tan\beta (r_c - r_v \cos\phi - r_v \phi \sin\phi) d\phi}{[r_c^2 + r_v^2 - 2r_c r_v \cos\phi + (r_v \phi \tan\beta)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (a9)$$

$$\bar{u}_k(r_c, r_v) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \frac{r_v (r_v - r_c \cos\phi) d\phi}{[r_c^2 + r_v^2 - 2r_c r_v \cos\phi + (r_v \phi \tan\beta)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (a10)$$

แต่เนื่องจากใบจักรประกอบด้วยจำนวนใบเป็นจำนวน  $Z$  ใบ ดังนั้น trailing free vortex จึงมีจำนวนทั้งหมด  $Z$  เส้น ซึ่งแต่ละเส้นจะอยู่ถัดจากเส้น trailing free vortex ที่อยู่ติดกันเป็นขนาดมุม  $\delta$  ดังนั้นตำแหน่งที่หลุดจาก lifting line ของเส้น trailing free vortex แต่ละเส้นสามารถแสดงได้ดังสมการที่ a11

$$\delta_k = (k-1)\delta = (k-1) \frac{2\pi}{Z} \quad ; k=1, 2, \dots, Z \quad (a11)$$

เนื่องจากความเร็วเหนี่ยวนำสามารถหาได้จากผลรวมของความเร็วเหนี่ยวนำเนื่องจาก trailing free vortex แต่ละเส้น ดังนั้นสมการที่ a8-a10 จึงสามารถเขียนแสดงได้ใหม่ดังสมการที่ a12-a14

$$\bar{u}_i(r_c, r_v) = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^Z \int_0^\infty \frac{r_v^2 \tan\beta [\sin(\phi + \delta_k) - \phi \cos(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + r_v^2 - 2r_c r_v \cos(\phi + \delta_k) + (r_v \phi \tan\beta)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (a12)$$

$$\bar{u}_j(r_c, r_v) = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^Z \int_0^\infty \frac{r_v \tan\beta [r_c - r_v \cos(\phi + \delta_k) - r_v \sin(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + r_v^2 - 2r_c r_v \cos(\phi + \delta_k) + (r_v \phi \tan\beta)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (a13)$$

$$\bar{u}_k(r_c, r_v) = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^Z \int_0^{\infty} \frac{r_v [r_v - r_c \cos(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + r_v^2 - 2r_c r_v \cos(\phi + \delta_k) + (r_v \phi \tan\beta)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (a14)$$

ตัวประกอบความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line ในพิกัด XYZ สามารถเขียนให้อยู่พิกัด  $r\theta Z$  ได้ดังสมการที่ a15-a17

$$\bar{u}_r(r_c, r_v) = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^Z \int_0^{\infty} \frac{r_v^2 \tan\beta [\sin(\phi + \delta_k) - \phi \cos(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + r_v^2 - 2r_c r_v \cos(\phi + \delta_k) + (r_v \phi \tan\beta)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (a15)$$

$$\bar{u}_t(r_c, r_v) = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^Z \int_0^{\infty} \frac{r_v \tan\beta [r_c - r_v \cos(\phi + \delta_k) - r_v \sin(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + r_v^2 - 2r_c r_v \cos(\phi + \delta_k) + (r_v \phi \tan\beta)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (a16)$$

$$\bar{u}_a(r_c, r_v) = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^Z \int_0^{\infty} \frac{r_v [r_v - r_c \cos(\phi + \delta_k)] d\phi}{[r_c^2 + r_v^2 - 2r_c r_v \cos(\phi + \delta_k) + (r_v \phi \tan\beta)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (a17)$$

เมื่อตัวห้อย  $r$ ,  $t$  และ  $a$  แสดงส่วนประกอบตามแนวแกน  $r$ ,  $\theta$  และ  $Z$  ตามลำดับ

การพิจารณาสมรรถนะใบจักรโดยอาศัยทฤษฎี lifting line จะมีเพียงความเร็วเหนี่ยวนำในแกน  $\theta$  และ  $Z$  จะถูกนำมาใช้วิเคราะห์เพื่อหาแรงผลักและแรงบิดที่ใบจักร ในขณะที่ความเร็วเหนี่ยวนำในทิศทางแกน  $r$  จะไม่ถูกนำมาใช้ ความเร็วเหนี่ยวนำในแนวแกน  $\theta$  และ  $Z$  ในสมการที่ a16 และ a17 จะพบว่าไม่สามารถแก้ค่าได้โดยตรง ดังนั้นวิธีการทาง numerical method จึงถูกนำมาใช้ หรือใช้วิธีประมาณค่าโดยเปลี่ยนขอบเขต integration จาก 0 ถึง  $\infty$  ในสมการที่ a16 และ a17 เป็น  $-\infty$  ถึง  $+\infty$

ขอบเขต integration จาก  $-\infty$  ถึง  $+\infty$  สามารถหาค่าความเร็วเหนี่ยวนำที่ระยะอนันต์ และเนื่องจากสมการที่ a16 และ a17 เป็น odd function ทำให้ค่าความเร็วเหนี่ยวนำที่ระยะอนันต์มีค่าเป็นสองเท่าของความเร็วเหนี่ยวนำบน lifting line ผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีการนี้ถูกแก้โดย Kawada[6] และ Lerbs[7] ซึ่งจะอยู่ในรูปผลรวมอนุกรมเป็นจำนวนอนันต์ของ modified Bussel function ซึ่งต่อมา Wrench[31] ได้แก้สมการอนุกรมนี้ให้อยู่ในรูปสมการอย่างง่ายโดยให้ค่าผลลัพธ์โดยประมาณที่มีความแม่นยำสูง ผลลัพธ์โดยประมาณของสมการที่ a16 และ a17 โดย Wrench แสดงในสมการที่ a18-a25

$$\bar{u}_t(r_c, r_v) = \begin{cases} \frac{Z^2}{2\pi r_c} y_0 F_1 & ; r_c < r_v \\ \frac{Z}{4\pi r_c} (1 + 2Zy_0 F_2) & ; r_c > r_v \end{cases} \quad (a18)$$

$$\bar{u}_a(r_c, r_v) = \begin{cases} \frac{Z}{4\pi r_c} (y - 2Zy y_0 F_1) & ; r_c < r_v \\ \frac{Z^2}{2\pi r_c} y y_0 F_2 & ; r_c > r_v \end{cases} \quad (\text{a19})$$

$$F_1 \approx \frac{1}{2Zy_0} \left( \frac{1+y_0^2}{1+y^2} \right)^{0.25} \left\{ \frac{1}{U^{-1}-1} + \frac{1}{24Z} \left[ \frac{9y_0^2+2}{(1+y_0^2)^{1.5}} + \frac{3y^2-2}{(1+y^2)^{1.5}} \right] \ln \left( 1 + \frac{1}{U^{-1}-1} \right) \right\} \quad (\text{a20})$$

$$F_2 \approx \frac{1}{2Zy_0} \left( \frac{1+y_0^2}{1+y^2} \right)^{0.25} \left\{ \frac{1}{U-1} - \frac{1}{24Z} \left[ \frac{9y_0^2+2}{(1+y_0^2)^{1.5}} + \frac{3y^2-2}{(1+y^2)^{1.5}} \right] \ln \left( 1 + \frac{1}{U-1} \right) \right\} \quad (\text{a21})$$

$$U = \left\{ \frac{y_0 (\sqrt{1+y^2}-1)}{y (\sqrt{1+y_0^2}-1)} \exp(\sqrt{1+y^2}-\sqrt{1+y_0^2}) \right\}^Z \quad (\text{a22})$$

$$y = \frac{r_c}{r_v \tan \beta_{i0}} \quad (\text{a23})$$

$$y_0 = \frac{1}{\tan \beta_{i0}} \quad (\text{a24})$$

$$\tan \beta_{i0} = \frac{V_a}{\omega r_v} \quad (\text{a25})$$

- เมื่อ  $\omega$  = ความเร็วรอบของใบจักร [rad/s]  
 $V_a$  = ความเร็วของของไหลที่ปรากฏบนใบจักรตามแนวแกน Z [m/s]  
 (advanced speed)

ภาคผนวก ข.

รายละเอียดโปรแกรม MATLAB

```

%% This code is used for finding optimum circulation distribution of
contra-rotating propellers which included slipstream contraction
effect %%
%% constant df and vary dr due to front slip contraction %%
%% hub radius of front and rear propellers are equal %%
%% includes hub effect %%

%% INPUT DATA : define all design parameters
%% df = diameter of front propeller [m]
%% xhf = hub ratio=hub radius/propeller radius of front
propeller
%% wf = rotational speed of front propeller [rad/s]
%% wr = rotational speed of rear propeller [rad/s]
%% zf = number of blade of front propeller
%% zr = number of blade of rear propeller
%% nef = number of element on lifting line of front
propeller
%% ner = number of element on lifting line of rear propeller
%% ncf = number of element in 1 revolution of helix trailing
free vortex line of front propeller
%% ncr = number of element in 1 revolution of helix trailing
free vortex line of rear propeller
%% ntf = number of different position of front prop. respect
to rear prop.
%% ntr = number of different position of rear prop. respect
to front prop.
%% dd = distance between front and rear propeller [m]
%% va = axial velocity [m/s]: assume uniform flow
%% CT = required thrust coefficient based of front
propeller's dia.
%% pho = fluid density [kg/m^3]
%% q = rear/front torque ratio
%% ear = expanded area ratio of propeller

%% ASSUMED DATA : parameters need to be assumed for the first time of
iteration
uaj7f=0;
utj7f=0;
uaj7r=0;
utj7r=0;

for j=1:(nef+1)
    uajf(j)=0;
    utjf(j)=0;
end
for j=1:(ner+1)
    uajr(j)=0;
    utjr(j)=0;
end
for i=1:nef
    Tf(i)=0.1;
end
for i=1:ner

```

```

        Tr(i)=0.1;
    end
    lambda_t=-1;
    lambda_q=-0.1;

    %% uaj7f = axial induced velocity at 0.7*R of front
propeller [m/s]
    %% utj7f = tangential induced velocity at 0.7*R of front
propeller [m/s]
    %% uaj7r = axial induced velocity at 0.7*R of rear propeller
[m/s]
    %% utj7r = tangential induced velocity at 0.7*R of rear
propeller [m/s]
    %% uajf(j) = axial induced velocity at vortex point index(j)
of front propeller [m/s]
    %% utjf(j) = tangential induced velocity at vortex point
index(j) of front propeller [m/s]
    %% uajr(j) = axial induced velocity at vortex point index(j)
of rear propeller [m/s]
    %% utjr(j) = tangential induced velocity at vortex point
index(j) of rear propeller [m/s]
    %% Tf(i) = circulation strength at control point index(i) of
front propeller [m^2/s]
    %% Tr(i) = circulation strength at control point index(i) of
rear propeller [m^2/s]
    %% lambda_t = thrust lambda for auxiliary function
    %% lambda_q = torque lambda for auxiliary function

%% ITERATION PROCESS
kkk=1;

while kkk<500
%% ----- %%
%% Front Prop. : calculated paramters
    rhf=xhf*df/2;
    [wvf]=velfactor(va,wf,df,df,CT,1);

    [rf,rcf,rvf,rvhif,del_rf,del_cf,deltakf,etasf,tanbetajf,nc_tf,rtf,z_f
f,rwf]=fltline(va,df,xhf,wf,nef,ncf,ntf,wvf,uaj7f,utj7f,uajf,utjf,zf,
zr);

    %% Front prop. : self-induced velocity coeff.
        %% free vortex : vary radius rtf(j,k) in transition zone
[ut_bare1f,ua_bare1f]=u_bare1(nef,nc_tf,zf,rtf,rcf,tanbetajf,del_cf,d
eltakf);

        %% free vortex : constant radius rtf(j,nc_tf) in transition zone
[ut_bare2f,ua_bare2f]=u_bare2(nef,nc_tf,zf,rtf,rcf,tanbetajf,del_cf,d
eltakf);

        %% free vortex : constant radius rtf(j,nc_tf) in ultimate zone,
[ut_bare3f,ua_bare3f]=u_bare3new(nef,rtf,nc_tf,tanbetajf,rcf,zf);

    %% hub image vortex

[ut_bare3hf,ua_bare3hf]=u_bare3hnew(nef,rvhif,rvf,tanbetajf,rcf,zf);

```

```

%% combine all effects
for i=1:nef
    for j=1:(nef+1)
        ua_baref(i,j)=ua_bare1f(i,j)-
ua_bare2f(i,j)+ua_bare3f(i,j)-ua_bare3hf(i,j);
        ut_baref(i,j)=ut_bare1f(i,j)-
ut_bare2f(i,j)+ut_bare3f(i,j)-ut_bare3hf(i,j);
    end
end
%% self induced velocity coeff.
for i=1:nef
    for j=1:nef
        ua_barsf(i,j)=(ua_baref(i,j+1))-(ua_baref(i,j));
        ut_barsf(i,j)=(ut_baref(i,j+1))-(ut_baref(i,j));
    end
end
%% ua_barsf(i,j)= axial self-induced velocity coeff. of front
prop.at rcf(i) due to free vortex at rvf(j)
%% ut_barsf(i,j)= tangential self-induced velocity coeff. of
front prop.at rcf(i) due to free vortex at rvf(j)

%% ----- %%
%% Rear Prop. : rear diameter
if dd<z_ff
    si=(dd)/(z_ff);
    fr=sqrt(si)+1.013*si-1.920*(si^2)+1.228*(si^3)-
0.321*(si^4);
    rt=rvf(nef+1)-(rvf(nef+1)-rwf(nef+1))*fr;
    dr=2*rt; %% dr=diameter of rear propeller
[m]
else
    dr=2*rtf(nef+1,nc_tf); %% dr=diameter of rear propeller
[m]
end
rhr=rhf;
%% Rear Prop. : calculated paramters
[wvr]=velfactor(va,wr,dr,df,CT,2);

[rr,rcr,rvr,rvhir,del_rr,del_cr,deltakr,etasr,tanbetajr,nc_tr,rtr,z_f
r,rwr]=rltline(va,dr,rhf,wr,ner,ncr,ntr,wvr,uaj7r,utj7r,uajr,utjr,zr,
zf);

%% Rear prop. : self induced velocity coeff.
%% free vortex : vary radius rtr(j,k) in transition zone
[ut_bare1r,ua_bare1r]=u_bare1(ner,nc_tr,zr,rtr,rcr,tanbetajr,del_cr,d
eltakr);

%% free vortex : constant radius rtr(j,nc_tr) in transition
zone
[ut_bare2r,ua_bare2r]=u_bare2(ner,nc_tr,zr,rtr,rcr,tanbetajr,del_cr,d
eltakr);

%% free vortex : constant radius rtr(j,nc_tr) in ultimate zone
[ut_bare3r,ua_bare3r]=u_bare3new(ner,rtr,nc_tr,tanbetajr,rcr,zr);

```

```

%% hub image vortex

[ut_bare3hr,ua_bare3hr]=u_bare3hnew(ner,rvhir,rvr,tanbetajr,rcr,zr);

%% combine all effects
for i=1:ner
    for j=1:(ner+1)
        ua_barer(i,j)=ua_bare1r(i,j)-
ua_bare2r(i,j)+ua_bare3r(i,j)-ua_bare3hr(i,j);
        ut_barer(i,j)=ut_bare1r(i,j)-
ut_bare2r(i,j)+ut_bare3r(i,j)-ut_bare3hr(i,j);
    end
end
%% Rear Prop. : arrange in form of self induced velocity coeff.
for i=1:ner
    for j=1:ner
        ua_barsr(i,j)=(ua_barer(i,j+1))-(ua_barer(i,j));
        ut_barsr(i,j)=(ut_barer(i,j+1))-(ut_barer(i,j));
    end
end
%% ua_barsr(i,j)= axial self-induced velocity coeff. of rear
prop.at rcr(i) due to free vortex at rvr(j)
%% ut_barsr(i,j)= tangential self-induced velocity coeff. of
rear prop.at rcr(i) due to free vortex at rvr(j)

%% ----- %%
%% Front Prop. : mutually induced velocity coeff. due to rear prop. ;
uaa_sf(i,j) & uta_sf(i,j)
%% Front prop. : parameters for mutually induced velocity
%% b1f, k1f, w1f, Q_-1/2[Q_m12f] for ultimate free trailing
vortex
[b1f,k1f,w1f,Q_m12f]=avgpara(nef,ner,-
(dd+(z_fr)),rcf,rtr,nc_tr);

%% b1hf, k1hf, w1hf, Q_-1/2[Q_m12hf] for rear hub vortex
[b1hf,k1hf,w1hf,Q_m12hf]=avgpara(nef,ner,-dd,rcf,rvhir);
CHULALONGKORN UNIVERSITY

%% w1bf, Q_1/2'[Q_12pbf] for bound vortex
[w1bf,Q_12pbf]=avgbpara(nef,ner,-dd,rcf,rcr);

%% Heumann Lambda Funtion [heumf]
[heumf]=heum(nef,ner,k1f,b1f);
[heumhf]=heum(nef,ner,k1hf,b1hf);

%% K1f, K2f
[K1f,K2f]=K1K2(nef,ner,rcf,rtr,nc_tr,-
(dd+(z_fr)),Q_m12f,heumf);
[K1hf,K2hf]=K1K2h(nef,ner,rcf,rvhir,-dd,Q_m12hf,heumhf);

%% effect of bound vortex
for i=1:nef
    for j=1:ner
        uaa_sbf(i,j)=0;
        uta_sbf(i,j)=zr*(-
dd)/(4*(pi^2)*(rcf(i)^1.5)*(rcr(j)^1.5))*Q_12pbf(i,j)*(del_rr);

```

```

end
end
%% effect of mutually transition free trailing vortex
[uta_stf,uaa_stf]=u_st(nef,ner,nc_tr,zr,ntr,rcf,rtr,tanbetajr,deltakr
,etasr,del_cr,dd);

%% effect of mutually transition free trailing vortex in
ultimate zone
[uta_suf,uaa_suf]=u_suhnew(nef,ner,zr,tanbetajr,rvr,rcf,K1f,K2f);

%% effect of rear hub vortex
[uta_suhf,uaa_suhf]=u_suhnew(nef,ner,zr,tanbetajr,rvr,rcf,K1hf,K2hf);

%% combine all effects
for i=1:nef
for j=1:ner
uaa_sf(i,j)=(uaa_sbf(i,j)+uaa_stf(i,j)+uaa_suf(i,j)-
uaa_suhf(i,j));
uta_sf(i,j)=-(uta_sbf(i,j)+uta_stf(i,j)+uta_suf(i,j)-
uta_suhf(i,j));
end
end
%% uaa_sf(i,j)= axial mutually-induced velocity coeff. of front
prop.at rcf(i) due to free vortex at rvf(j)
%% uta_sf(i,j)= tangential mutually-induced velocity coeff. of
front prop.at rcf(i) due to free vortex at rvf(j)

%% ----- %%
%% Rear Prop. : mutually induced velocity coeff. due to front prop. ;
uaa_sr(i,j) & uta_sr(i,j)
%% Rear prop. : parameters for mutually induced velocity
%% b1r, k1r, w1r for ultimate free trailing vortex & wlbr for
bound vortex
[b1r,k1r,w1r,Q_m12r]=avgpara(ner,nef,(dd-
(z_ff)),rcr,rtf,nc_tf);

%% b1hr, k1hr, w1hr, Q_-1/2[Q_m12hr] for front hub vortex
[b1hr,k1hr,w1hr,Q_m12hr]=avgpara(ner,nef,dd,rcr,rvhif);

%% w1br, Q_1/2'[Q_12pbr] for bound vortex
[w1br,Q_12pbr]=avgpara(ner,nef,dd,rcr,rcf);

%% Heumann Lambda Funtion [heumf]
[heumr]=heum(ner,nef,k1r,b1r);
[heumhr]=heum(ner,nef,k1hr,b1hr);

%% K1r, K2r
[K1r,K2r]=K1K2(ner,nef,rcr,rtf,nc_tf,(dd-(z_ff)),Q_m12r,heumr);
[K1hr,K2hr]=K1K2h(ner,nef,rcr,rvhif,dd,Q_m12hr,heumhr);

%% effect of bound vortex
for i=1:ner
for j=1:nef
uaa_sbr(i,j)=0;

```



```

uta_sbr(i,j)=zf*dd/(4*(pi^2)*(rcr(i)^1.5)*(rcf(j)^1.5))*
Q_12pbr(i,j)*(del_rf);
    end
    end
    %% effect of mutually transition free trailing vortex
    [uta_str,uaa_str]=u_st(ner,nef,nc_tf,zf,ntf,rcr,rtf,tanbetajf,
deltakf,etasf,del_cf,-dd);

    %% effect of mutually transition free trailing vortex in
ultimate zone

[uta_sur,uaa_sur]=u_suhnew(ner,nef,zf,tanbetajf,rvf,rcr,K1r,K2r);

    %% effect of rear hub vortex

[uta_suhr,uaa_suhr]=u_suhnew(ner,nef,zf,tanbetajf,rvf,rcr,K1hr,K2hr);

    %% combine all effects
    for i=1:ner
        for j=1:nef
            uaa_sr(i,j)=(uaa_sbr(i,j)+uaa_str(i,j)+uaa_sur(i,j)-
uaa_suhr(i,j));
            uta_sr(i,j)=-(uta_sbr(i,j)+uta_str(i,j)+uta_sur(i,j)-
uta_suhr(i,j));
        end
    end
    %% uaa_sr(i,j)= axial mutually-induced velocity coeff. of rear
prop.at rcr(i) due to free vortex at rvr(j)
    %% uta_sr(i,j)= tangential mutually-induced velocity coeff. of
rear prop.at rcr(i) due to free vortex at rvr(j)

%% ----- %%
%% find Auxiliary function and its differential function (fx,dfx)
with thrust and torque on propeller
จฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
[fx,dfx,thrustf,thrustr,torquef,torquer]=auxfn(nef,ner,ua_barsf,ut_ba
rsf,rcf,Tf,uta_sf,uaa_sf,ua_barsr,ut_barsr,rcr,Tr,uta_sr,uaa_sr,pho,z
f,del_rf,wf,wvf,va,rhf,rf,zr,del_rr,wr,wvr,CT,q,lambda_t,lambda_q);
    %% fx = Auxiliary function
    %% dfx = differential of Auxiliary function
    %% thrustf = thrust on front propeller
    %% thrustr = thrust on rear propeller
    %% torquef = torque on front propeller
    %% torquer = torque on rear propeller

%% ----- %%
%% find matrix dT (Tf:k+1-Tf:k, Tr:k+1-Tr:k, lambda_t:k+1-lambda_t:k,
lambda_q:k+1-lambda_q:k)
    dT=-inv(dfx)*transpose(fx)

%% ----- %%
%% find new parameters
    %% new Tf,lambda_t,lambda_q
    for i=1:nef
        Tf(i)=Tf(i)+1*dT(i);
    end

```

```

for i=1:ner
    Tr(i)=Tr(i)+1*dT(i+nef);
end
lambda_t=lambda_t+dT(nef+ner+1);
lambda_q=lambda_q+dT(nef+ner+2);

%% ----- %%
%% find induced velocity at control points
[uaif(i),utif(i),uair(i),utir(i)]
    %% Front Prop. : induced velocity at control points

[uaf,utf,uamf,utmf,uaif,utif]=velrc(nef,ner,ua_barsf,ut_barsf,uaa_sf,
uta_sf,Tf,Tr);
    %% uaf = axial self-induced velocity on front propeller
    %% utf = tangential self-induced velocity on front propeller
    %% uamf = axial mutually-induced velocity on front propeller
    %% utmf = tangential mutually-induced velocity on front
propeller
    %% uaif = axial induced velocity on front propeller
    %% utif = tangential induced velocity on front propeller

    %% Rear Prop. : induced velocity at control points

[uar,utr,uamr,utmr,uair,utir]=velrc(ner,nef,ua_barsr,ut_barsr,uaa_sr,
uta_sr,Tr,Tf);
    %% uar = axial self-induced velocity on rear propeller
    %% utr = tangential self-induced velocity on rear propeller
    %% uamr = axial mutually-induced velocity on rear propeller
    %% utmr = tangential mutually-induced velocity on rear
propeller
    %% uair = axial induced velocity on rear propeller
    %% utir = tangential induced velocity on rear propeller

%% ----- %%
%% new induced velocity at vortex points
    %% Front Prop.: build the matrix front induced velocity that
include point stepping down from root & point stepping up from tip
[yaf,ytf] which correspond to the points [xff]
    [uajf,utjf,uaj7f,utj7f]=velrv(rf,nef,rcf,rvf,del_rf,uaif,utif);

    %% Rear Prop. : build the matrix front induced velocity that
include point stepping down from root & point stepping up from tip
[yar,ytr] which correspond to the points [xfr]
    [uajr,utjr,uaj7r,utj7r]=velrv(rr,ner,rcr,rvr,del_rr,uair,utir);

%% ----- %%
kkk=kkk+1;
if abs(dT)<10^(-6)
    break
else
    if abs(dT)>10^6
        break
    else
        if kkk==101
            break
        end
    end
end

```

```

end
disp(kkk);

end

%% ----- %%
%% blade profile : chord length and pitch angle at each sections for
NACA 2412 cross section profile

[chordf,pitchf]=blade(nef,rcf,rf,zf,ear,df,wf,utf,utmf,wvf,va,uaf,uam
f,Tf);
[chordr,pitchr]=blade(ner,rcr,rr,zr,ear,dr,wr,utr,utmr,wvr,va,uar,uam
r,Tr);
    %% chordf = chord length of front propeller
    %% chordr = chord length of rear propeller
    %% pitchf = pitch angle of front propeller
    %% pitchr = pitch angle of rear propeller

%% blade profile : NACA 2412 cross section profile at each sections
[sectionf]=bladeprofile(nef,chordf,pitchf,rcf);
[sectionr]=bladeprofile(ner,chordr,pitchr,rcr);
    %% sectionf = coordinates of blade cross section of front
propeller
    %% sectionr = coordinates of blade cross section of rear
propeller

%% ----- %%
%% Thrust and torque including viscous effect for NACA 2412 cross
section blade profile

[thrustvisf,torquevisf]=incvis(nef,pho,zf,wvf,va,wf,uaf,uamf,utf,utmf
,rcf,chordf,del_rf);
[thrustvisr,torquevisr]=incvis(ner,pho,zr,wvr,va,wr,uar,uamr,utr,utmr
,rcr,chordr,del_rr);
    tthrustf=thrustf-thrustvisf;
    tthrustr=thrustr-thrustvisr;
    ttorquef=torquef+torquevisf;
    ttorquer=torquer+torquevisr;
    %% tthrustf = thrust including viscous effect for front
propeller
    %% tthrustr = thrust including viscous effect for rear
propeller
    %% ttorquef = torque including viscous effect for front
propeller
    %% ttorquer = torque including viscous effect for rear
propeller

```

### **Inflow velocity factor**

```

function[wv]=velfactor(va,w,d,df,CT,frontorrear)
if frontorrear==1
    a1=-1.875*CT^2+2.2325*CT-0.589;
    a2=4.375*CT^2-4.9425*CT+1.3212;
    a3=-2.5*CT^2+2.62*CT+0.3179;
else
    a1=-1.2505*CT^2+2.0305*CT-0.6243;
    a2=2.25*CT^2-3.654*CT+1.1735;

```

```

a3=-0.935*CT^2+1.3619*CT+0.5477;
end
J=2*pi*va/(w*df);
wv=a1*J^2+a2*J+a3;
%% J = advance ratio of CRPs
%% wv = inflow velocity factor

```

### **Parameter for front propeller**

```

function[r1,rc1,rv1,rvhi1,del_r1,del_c1,deltak1,etas1,tanbetaj1,nc_t1
,rt1,z_f1,rw1]=fltline(va,d1,xh1,w1,nel,nc1,nt1,wt1,uaj7_1,utj7_1,uaj
1,utj1,z1,z2)

```

```

%% General parameters

```

```

r1=d1/2;
rh1=xh1*r1;
n1=w1/(2*pi);
J1=va/(n1*d1);
del_r1=(r1-rh1)/nel;
del_c1=2*pi/nc1;
del_t1=(2*pi)/z2/nt1;
%% r1      = propeller radius [m]
%% rh1     = hub radius of propeller [m]
%% n1      = rotational speed of propeller [rev/s]
%% J1      = advanced ratio of propeller
%% del_r1  = length of each elements on propeller's lifting
line [m]
%% del_c1  = corresponded angle of each element on free
trailing vortex line [rad]
%% del_t1  = angle position of propeller respect to the other
propeller [rad]

for i=1:nel
    rc1(i)=rh1+(i-0.5)*(del_r1);
end
for j=1:(nel+1)
    rv1(j)=rh1+(j-1)*(del_r1);
    rvhi1(j)=(rh1^2)/rv1(j);
end
for m=1:z1
    deltak1(m)=(m-1)*2*pi/z1;
end
for n=1:nt1
    etas1(n)=(n-1)*(del_t1);
end
%% rc1(i)   = radius position of control point index(i) on
lifting line [m]
%% rv1(j)   = radius position of vortex point index(j) on
lifting line [m]
%% rvhi1(j) = image radius inside front hub correspond to
rv1(j) [m]
%% deltak1(m) = angle position of key lifting line to other
propeller's lifting lines index(m) [rad]
%% etas1(n)  = relative angle position index(n) of propeller
respect to the other propeller [rad]

```

```

for j=1:(ne1+1)
    tanbetaj1(j)=1*(wt1*va+uaj1(j))/(w1*rv1(j)+utj1(j));
    if tanbetaj1(j)>1.5*wt1*va/(w1*rv1(j))
        tanbetaj1(j)=1.5*wt1*va/(w1*rv1(j));
    else
        if tanbetaj1(j)<0.5*wt1*va/(w1*rv1(j))
            tanbetaj1(j)=0.5*wt1*va/(w1*rv1(j));
        else
            tanbetaj1(j)=tanbetaj1(j);
        end
    end
end
%% tanbeta1 = tangent of beta angle

pitch7_1=1*(wt1*va+uaj7_1)*2*pi*0.7*r1/(w1*0.7*r1+utj7_1);
if pitch7_1>1.5*(wt1*va*2*pi)/w1;
    pitch7_1=1.5*(wt1*va*2*pi)/w1;
else
    if pitch7_1<0.5*(wt1*va*2*pi)/w1;
        pitch7_1=0.5*(wt1*va*2*pi)/w1;
    else
        pitch7_1=pitch7_1;
    end
end
%% pitch7_1 = pitch of free trailing vortex line at 0.7 of
propeller's diameter [m]

%% Free trailing vortex line in transition zone
z_f1=2*r1;
n_helixf=ceil((z_f1)/pitch7_1);
z_f1=(n_helixf)*pitch7_1;
nc_t1=nc1*(n_helixf);
%% z_f1 = distance in z direction that steady free
trailing vortex begins
%% n_helix1 = number of free trailing vortex helix in
transition zone
%% nc_t1 = total number of elements on helix free
trailing vortex in transition zone

for k=1:(nc_t1)
    cet1(k)=k*(del_c1);
end
%% cet1(k) = angle position of the point index(k) on
transition free trailing vortex line respect to the lifting line
[rad]

rw_t1=(0.887-0.125*(1-(J1/pitch7_1)))*r1;
rw_h1=0.1*r1;
del_rw1=((rw_t1)-(rw_h1))/ne1;
for j=1:(ne1+1)
    rw1(j)=(rw_h1)+(j-1)*(del_rw1);
end
%% rw_t1 = radius of the outmost free trailing vortex line
in ultimate zone
%% rw_h1 = radius of the innermost free trailing vortex
line in ultimate zone

```

```

        %% del_rw1 = radial distance between adjacent free trailing
        vortex lines in ultimate zone
        %% rwf(j) = radius of free trailing vortex index(j) in
        ultimate zone

        for j=1:(nel+1)
            for k=1:(nc_t1)
                zzf=cetal(k)*(pitch7_1)/(2*pi);
                sif=(zzf)/(z_f1);
                frf=sqrt(sif)+1.013*sif-1.920*(sif^2)+1.228*(sif^3)-
0.321*(sif^4);
                rt1(j,k)=rv1(j)-(rv1(j)-rw1(j))*frf;
            end
        end
        %% rtf(j,k) = radius of trailing free vortex in transition
        zone that correspond to vortex line index(j) and ceta angle index(k)

```

### **Parameter for rear propeller**

```

function[r1,rcl,rv1,rvhil,del_r1,del_c1,deltak1,etas1,tanbetaj1,nc_t1
,rt1,z_f1,rw1]=rltline(va,d1,rhf,w1,nel,nc1,nt1,wt1,uaj7_1,utj7_1,uaj
1,utj1,z1,z2)
%% General parameters
r1=d1/2;
rh1=rhf;
n1=w1/(2*pi);
J1=va/(n1*d1);
del_r1=(r1-rh1)/nel;
del_c1=2*pi/nc1;
del_t1=(2*pi)/z2/nt1;
%% r1      = propeller radius [m]
%% rh1     = hub radius of propeller [m]
%% n1      = rotational speed of propeller [rev/s]
%% J1      = advanced ratio of propeller
%% del_r1  = length of each elements on propeller's lifting
line [m]
%% del_c1  = corresponded angle of each element on free
trailing vortex line [rad]
%% del_t1  = angle position of propeller respect to the other
propeller [rad]

        for i=1:nel
            rcl(i)=rh1+(i-0.5)*(del_r1);
        end
        for j=1:(nel+1)
            rv1(j)=rh1+(j-1)*(del_r1);
            rvhil(j)=(rh1^2)/rv1(j);
        end
        for m=1:z1
            deltak1(m)=(m-1)*2*pi/z1;
        end
        for n=1:nt1
            etas1(n)=(n-1)*(del_t1);
        end
        %% rcl(i)      = radius position of control point index(i) on
        lifting line [m]

```

```

        %% rv1(j)      = radius position of vortex point index(j) on
lifting line [m]
        %% rvh1(j)    = image radius inside front hub correspond to
rv1(j) [m]
        %% deltak1(m) = angle position of key lifting line to other
propeller's lifting lines index(m) [rad]
        %% etas1(n)   = relative angle position index(n) of propeller
respect to the other propeller [rad]

for j=1:(nel+1)
    tanbetaj1(j)=1*(wt1*va+uaj1(j))/(w1*rv1(j)+utj1(j));
    if tanbetaj1(j)>1.5*wt1*va/(w1*rv1(j))
        tanbetaj1(j)=1.5*wt1*va/(w1*rv1(j));
    else
        if tanbetaj1(j)<0.5*wt1*va/(w1*rv1(j))
            tanbetaj1(j)=0.5*wt1*va/(w1*rv1(j));
        else
            tanbetaj1(j)=tanbetaj1(j);
        end
    end
end
%% tanbeta1 = tangent of beta angle

pitch7_1=1*(wt1*va+uaj7_1)*2*pi*0.7*r1/(w1*0.7*r1+utj7_1);
if pitch7_1>1.5*(wt1*va*2*pi)/w1;
    pitch7_1=1.5*(wt1*va*2*pi)/w1;
else
    if pitch7_1<0.5*(wt1*va*2*pi)/w1;
        pitch7_1=0.5*(wt1*va*2*pi)/w1;
    else
        pitch7_1=pitch7_1;
    end
end
%% pitch7_1 = pitch of free trailing vortex line at 0.7 of
propeller's diameter [m]

%% Free trailing vortex line in transition zone
z_f1=2*r1;
n_helixf=ceil((z_f1)/pitch7_1);
z_f1=(n_helixf)*pitch7_1;
nc_t1=nc1*(n_helixf);
%% z_f1      = distance in z direction that steady free
trailing vortex begins
%% n_helix1  = number of free trailing vortex helix in
transition zone
%% nc_t1     = total number of elements on helix free
trailing vortex in transition zone

for k=1:(nc_t1)
    cetal(k)=k*(del_c1);
end
%% cetal(k)  = angle position of the point index(k) on
transition free trailing vortex line respect to the lifting line
[rad]

rw_t1=(0.887-0.125*(1-(J1/pitch7_1)))*r1;

```

```

    rw_h1=0.1*r1;
    del_rw1=((rw_t1)-(rw_h1))/nel;
    for j=1:(nel+1)
        rw1(j)=(rw_h1)+(j-1)*(del_rw1);
    end
    %% rw_t1 = radius of the outmost free trailing vortex line
in ultimate zone
    %% rw_h1 = radius of the innermost free trailing vortex
line in ultimate zone
    %% del_rw1 = radial distance between adjacent free trailing
vortex lines in ultimate zone
    %% rwf(j) = radius of free trailing vortex index(j) in
ultimate zone

    for j=1:(nel+1)
        for k=1:(nc_t1)
            zzf=ceta1(k)*(pitch7_1)/(2*pi);
            sif=(zzf)/(z_f1);
            frf=sqrt(sif)+1.013*sif-1.920*(sif^2)+1.228*(sif^3)-
0.321*(sif^4);
            rt1(j,k)=rv1(j)-(rv1(j)-rw1(j))*frf;
        end
    end
    %% rtf(j,k) = radius of trailing free vortex in transition
zone that correspond to vortex line index(j) and ceta angle index(k)

```

### **Self-induced velocity coefficient**

```

function[ut_barels,ua_barels]=u_barel(nes,nc_ts,zs,rts,rcs,tanbetajs,
del_cs,deltaks)
    for i=1:nes
        for j=1:(nes+1)
            ua_barels(i,j)=0;
            ut_barels(i,j)=0;
            for k=1:(nc_ts)
                for m=1:zs
                    ut_barels(i,j)=ut_barels(i,j)+(rts(j,k)*tanbetajs(j)*(rcs(i)-
rts(j,k)*cos((k-0.5)*del_cs+deltaks(m))-rts(j,k)*(k-
0.5)*del_cs*sin((k-
0.5)*del_cs+deltaks(m)))*del_cs)/((rcs(i)^2+rts(j,k)^2-
2*rcs(i)*rts(j,k)*cos((k-0.5)*del_cs+deltaks(m)))+(rts(j,k)*(k-
0.5)*del_cs*tanbetajs(j))^2)^1.5)/4/pi;

                    ua_barels(i,j)=ua_barels(i,j)+(rts(j,k)*(rts(j,k)-rcs(i)*cos((k-
0.5)*del_cs+deltaks(m)))*del_cs)/((rcs(i)^2+rts(j,k)^2-
2*rcs(i)*rts(j,k)*cos((k-0.5)*del_cs+deltaks(m)))+(rts(j,k)*(k-
0.5)*del_cs*tanbetajs(j))^2)^1.5)/4/pi;
                end
            end
        end
    end
    end
    end
    end
    %% ----- %%
function[ut_bare2s,ua_bare2s]=u_bare2(nes,nc_ts,zs,rts,rcs,tanbetajs,
del_cs,deltaks)
    for i=1:nes

```





```

end
%% ----- %%
function[ut_bare3s,ua_bare3s]=u_bare3hnew(nes,rhis,rvs,tanbetajs,rcs,
zs)
    for i=1:nes
        for j=1:(nes+1)
            yis(i)=rcs(i)/(rvs(j)*tanbetajs(j));
            ytjs(j)=rhis(j)/(rvs(j)*tanbetajs(j));

            Us(i,j)=(ytjs(j)*(sqrt(1+(yis(i)^2))-
1))/(yis(i)*(sqrt(1+(ytjs(j)^2))-1))*exp(sqrt(1+(yis(i)^2))-
sqrt(1+(ytjs(j)^2)))^zs;

As(i,j)=1/(2*zs*ytjs(j))*(((1+(ytjs(j)^2))/(1+(yis(i)^2)))^0.25);

Bs(i,j)=(((9*(ytjs(j)^2)+2)/((1+(ytjs(j)^2))^1.5))+((3*(yis(i)^2)-
2)/((1+(yis(i)^2))^1.5)))/(24*zs);
Cs(i,j)=1/((Us(i,j)^(-1))-1);
Ds(i,j)=1/(Us(i,j)-1);
F1s(i,j)=-
As(i,j)*(Cs(i,j)+Bs(i,j)*log(1+Cs(i,j)));
F2s(i,j)=As(i,j)*(Ds(i,j)-Bs(i,j)*log(1+Ds(i,j)));

        if rcs(i)<rhis(j)
            ua_bare3s(i,j)=zs/(4*pi*rcs(i))*(yis(i)-
2*zs*yis(i)*ytjs(j)*F1s(i,j));

ut_bare3s(i,j)=(zs^2)/(2*pi*rcs(i))*ytjs(j)*F1s(i,j);
        else
            ua_bare3s(i,j)=-
(zs^2)/(2*pi*rcs(i))*(yis(i)*ytjs(j)*F2s(i,j));

ut_bare3s(i,j)=zs/(4*pi*rcs(i))*(1+2*zs*ytjs(j)*F2s(i,j));
        end
    end
end

```

### **Mutually-induced velocity coefficient**

```

function[b1s,k1s,w1s,Q_m12s]=avgpara(nes1,nes2,ddd,rcl1,rts2,nc_ts2)
    for i=1:nes1
        for j=1:(nes2+1)
            b1s(i,j)=asin(ddd/sqrt(ddd^2+(rcl1(i)-
rts2(j,nc_ts2))^2));

k1s(i,j)=sqrt(4*rcl1(i)*rts2(j,nc_ts2)/(ddd^2+(rcl1(i)+rts2(j,nc_ts2)
)^2));
            w1s(i,j)=1+((ddd^2+(rcl1(i)-
rts2(j,nc_ts2))^2)/(2*rcl1(i)*rts2(j,nc_ts2)));
        end
    end
    for i=1:nes1
        for j=1:(nes2+1)
            funrs=@(x) (2*(w1s(i,j)-1)+4*(sin(x)).^2).^(-
0.5);

            Q_m12s(i,j)=integral(funrs,-pi/2,pi/2);
%%Q_m12f(i,j)=Q-1/2(rcf(i),rvr(j)) of front propeller
        end
    end

```

```

end

function [b1hs, k1hs, w1hs, Q_m12hs] = avghpara (nes1, nes2, ddd, rcs1, rhis2)
    for i=1:nes1
        for j=1:(nes2+1)
            b1hs(i, j) = asin(ddd/sqrt(ddd^2 + (rcs1(i) -
rhis2(j))^2));

k1hs(i, j) = sqrt(4*rcs1(i)*rhis2(j)/(ddd^2 + (rcs1(i) + rhis2(j))^2));
            w1hs(i, j) = 1 + ((ddd^2 + (rcs1(i) -
rhis2(j))^2)/(2*rcs1(i)*rhis2(j)));
        end
    end
    for i=1:nes1
        for j=1:(nes2+1)
            funrhs=@(x) (2*(w1hs(i, j) -
1)+4*((sin(x)).^2)).^(-0.5);
            Q_m12hs(i, j) = integral(funrhs, -pi/2, pi/2);
            %%Q_m12f(i, j) = Q - 1/2(rcf(i), rvr(j)) of front propeller
        end
    end
%% ----- %%
function [w1bs, Q_12pbs] = avgbpara (nes1, nes2, ddd, rcs1, rcs2)
    for i=1:nes1
        for j=1:nes2
            w1bs(i, j) = 1 + ((ddd)^2 + (rcs1(i) -
rcs2(j))^2)/(2*rcs1(i)*rcs2(j));
        end
    end
    for i=1:nes1
        for j=1:nes2
            funhbs=@(x) -cos(2*x).*((2*(w1bs(i, j) -
1)+4*((sin(x)).^2)).^(-1.5));
            Q_12pbs(i, j) = integral(funhbs, -pi/2, pi/2);
            %%Q_12pf(i, j) = Q + 1/2'(rcf(i), rvr(j)) of front propeller
        end
    end
%% ----- %%
function [heums] = heum(nes1, nes2, k1s, b1s)
    for i=1:nes1
        for j=1:(nes2+1)
            k1_2s(i, j) = (k1s(i, j))^2;
            k1_p2s(i, j) = 1 - (k1_2s(i, j));
        end
    end
    for i=1:nes1
        for j=1:(nes2+1)
            e1s = ellipticE(pi/2, k1_2s(i, j));
            e2s = ellipticE(b1s(i, j), k1_p2s(i, j));
            f1s = ellipticF(pi/2, k1_2s(i, j));
            f2s = ellipticF(b1s(i, j), k1_p2s(i, j));
            heums(i, j) = 2/pi * (e1s*f2s + f1s*e2s - f1s*f2s);
            %%heumf(i, j) = Heuman Lambda function for at (rc(i), rv(j), dd) for front
propeller
        end
    end
%% ----- %%
function [K1s, K2s] = K1K2(nes1, nes2, rcs1, rts2, nc_ts2, ddd, Q_m12s1, heums1)

```

```

        for i=1:nes1
            for j=1:(nes2+1)
                if rcs1(i)<rts2(j,nc_ts2)

K1s(i,j)=pi+ddd/(2*sqrt(rcs1(i)*rts2(j,nc_ts2)))*Q_m12s1(i,j)+pi/2*he
ums1(i,j);

K2s(i,j)=ddd/(2*sqrt(rcs1(i)*rts2(j,nc_ts2)))*Q_m12s1(i,j)-
pi/2*heums1(i,j);

                else

K1s(i,j)=ddd/(2*sqrt(rcs1(i)*rts2(j,nc_ts2)))*Q_m12s1(i,j)-
pi/2*heums1(i,j);

K2s(i,j)=pi+ddd/(2*sqrt(rcs1(i)*rts2(j,nc_ts2)))*Q_m12s1(i,j)+pi/2*he
ums1(i,j);

                end
            end
        end
    end
%% ----- %%
function [K1hs,K2hs]=K1K2h(nes1,nes2,rcs1,rhis2,ddd,Q_m12hs1,heumhs1)
    for i=1:nes1
        for j=1:(nes2+1)
            if rcs1(i)<rhis2(j)

K1hs(i,j)=pi+ddd/(2*sqrt(rcs1(i)*rhis2(j)))*Q_m12hs1(i,j)+pi/2*heumhs
1(i,j);

K2hs(i,j)=ddd/(2*sqrt(rcs1(i)*rhis2(j)))*Q_m12hs1(i,j)-
pi/2*heumhs1(i,j);

            else

K1hs(i,j)=ddd/(2*sqrt(rcs1(i)*rhis2(j)))*Q_m12hs1(i,j)-
pi/2*heumhs1(i,j);

K2hs(i,j)=pi+ddd/(2*sqrt(rcs1(i)*rhis2(j)))*Q_m12hs1(i,j)+pi/2*heumhs
1(i,j);

            end
        end
    end
%% ----- %%
function [uta_sts,uaa_sts]=u_st(nes1,nes2,nc_ts2,zs2,nts2,rcs1,rts2,tan
betajs2,deltaks2,etass2,del_cs2,ddd)
    for i=1:nes1
        for j=1:(nes2+1)
            uaa_ets(i,j)=0;
            uta_ets(i,j)=0;
            for k=1:nc_ts2
                for m=1:zs2
                    for n=1:nts2

uta_ets(i,j)=uta_ets(i,j)+((rts2(j,k)*tanbetajs2(j)*(rcs1(i)-
rts2(j,k)*cos((k-0.5)*del_cs2+deltaks2(m)+etass2(n))-rts2(j,k)*(k-
0.5)*del_cs2*sin((k-0.5)*del_cs2+deltaks2(m)+etass2(n)))-
ddd*rts2(j,k)*sin((k-
0.5)*del_cs2+deltaks2(m)+etass2(n)))*del_cs2)/((rcs1(i)^2+rts2(j,k)^2
-2*rcs1(i)*rts2(j,k)*cos((k-

```



```

ua_barsf2T1(i)=ua_barsf2T1(i)+(ua_bars1(i,j)*rc1(i)+ua_bars1(j,i)*rc1
(j))*T1(j);
    end
end

for i=1:ne1
    utm1(i)=0;
    uam1(i)=0;
    uta_s1T2(i)=0;
    uta_s2T2(i)=0;
    uaa_s1T2(i)=0;
    uaa_s2T2(i)=0;
    for j=1:ne2
        utm1(i)=utm1(i)+uta_s1(i,j)*T2(j);
        uam1(i)=uam1(i)+uaa_s1(i,j)*T2(j);
        uta_s1T2(i)=uta_s1T2(i)+uta_s1(i,j)*T2(j);
        uta_s2T2(i)=uta_s2T2(i)+uta_s2(j,i)*T2(j);
        uaa_s1T2(i)=uaa_s1T2(i)+uaa_s1(i,j)*rc1(i)*T2(j);
        uaa_s2T2(i)=uaa_s2T2(i)+uaa_s2(j,i)*rc2(j)*T2(j);
    end
end

for i=1:ne2
    ut2(i)=0;
    ua2(i)=0;
    ut_bars2_2T2(i)=0;
    ua_bars2_2T2(i)=0;
    for j=1:ne2
        ut2(i)=ut2(i)+ut_bars2(i,j)*T2(j);
        ua2(i)=ua2(i)+ua_bars2(i,j)*T2(j);
    end
end

ut_bars2_2T2(i)=ut_bars2_2T2(i)+(ut_bars2(i,j)+ut_bars2(j,i))*T2(j);

ua_bars2_2T2(i)=ua_bars2_2T2(i)+(ua_bars2(i,j)*rc2(i)+ua_bars2(j,i)*r
c2(j))*T2(j);
    end
end

for i=1:ne2
    utm2(i)=0;
    uam2(i)=0;
    uta_s2T1(i)=0;
    uta_s1T1(i)=0;
    uaa_s2T1(i)=0;
    uaa_s1T1(i)=0;
    for j=1:ne1
        utm2(i)=utm2(i)+uta_s2(i,j)*T1(j);
        uam2(i)=uam2(i)+uaa_s2(i,j)*T1(j);
        uta_s2T1(i)=uta_s2T1(i)+uta_s2(i,j)*T1(j);
        uta_s1T1(i)=uta_s1T1(i)+uta_s1(j,i)*T1(j);
        uaa_s2T1(i)=uaa_s2T1(i)+uaa_s2(i,j)*rc2(i)*T1(j);
        uaa_s1T1(i)=uaa_s1T1(i)+uaa_s1(j,i)*rc1(j)*T1(j);
    end
end

thrust1=0;

```

```

torque1=0;
for i=1:ne1

thrust1=thrust1+pho*z1*del_r1*(w1*rc1(i)+ut1(i)+utm1(i))*T1(i);

torque1=torque1+pho*z1*del_r1*(wt1*va+ua1(i)+uam1(i))*rc1(i)*T1(i);
end
Dh=pho/(16*pi)*(log(rh1/(0.1*r1))+3)*((z1*T1(1)-z2*T2(1))^2);

thrust2=0;
torque2=0;
for i=1:ne2

thrust2=thrust2+pho*z2*del_r2*(w2*rc2(i)+ut2(i)+utm2(i))*T2(i);

torque2=torque2+pho*z2*del_r2*(wt2*va+ua2(i)+uam2(i))*rc2(i)*T2(i);
end

for i=1:ne1
    T1_T1(i)=pho*z1*del_r1*(w1*rc1(i)+ut_barsf2T1(i)+uta_s1T2(i));
    T2_T1(i)=pho*z2*del_r2*uta_s2T2(i);

Q1_T1(i)=pho*z1*del_r1*(wt1*va*rc1(i)+ua_barsf2T1(i)+uaa_s1T2(i));
Q2_T1(i)=pho*z2*del_r2*uaa_s2T2(i);
if i==1
    Dh_T1(i)=pho/(16*pi)*(log(rh1/(0.1*r1))+3)*2*z1*(z1*T1(1)-
z2*T2(1));
else
    Dh_T1(i)=0;
end
end

for i=1:ne2
    T1_T2(i)=pho*z1*del_r1*uta_s1T1(i);

T2_T2(i)=pho*z2*del_r2*(w2*rc2(i)+ut_bars2_2T2(i)+uta_s2T1(i));
Q1_T2(i)=pho*z1*del_r1*uaa_s1T1(i);

Q2_T2(i)=pho*z2*del_r2*(wt2*va*rc2(i)+ua_bars2_2T2(i)+uaa_s2T1(i));
if i==1
    Dh_T2(i)=pho/(16*pi)*(log(rh1/(0.1*r1))+3)*2*(-
z2)*(z1*T1(1)-z2*T2(1));
else
    Dh_T2(i)=0;
end
end

for i=1:ne1
    for j=1:ne1
        T1_T1T1(i,j)=pho*z1*del_r1*(ut_bars1(i,j)+ut_bars1(j,i));
        T2_T1T1(i,j)=0;

Q1_T1T1(i,j)=pho*z1*del_r1*(ua_bars1(i,j)*rc1(i)+ua_bars1(j,i)*rc1(j)
);
        Q2_T1T1(i,j)=0;
        if i==1 && j==1

```

```

Dh_T1T1(i,j)=pho/(16*pi)*(log(rh1/(0.1*r1))+3)*2*(z1^2);
    else
        Dh_T1T1(i,j)=0;
    end
end
end

for i=1:ne1
    for j=1:ne2
        T1_T1T2(i,j)=pho*z1*del_r1*uta_s1(i,j);
        T2_T1T2(i,j)=pho*z2*del_r2*uta_s2(j,i);
        Q1_T1T2(i,j)=pho*z1*del_r1*uaa_s1(i,j)*rc1(i);
        Q2_T1T2(i,j)=pho*z2*del_r2*uaa_s2(j,i)*rc2(j);
        if i==1 && j==1
            Dh_T1T2(i,j)=pho/(16*pi)*(log(rh1/(0.1*r1))+3)*2*(-
z2)*z1;
        else
            Dh_T1T2(i,j)=0;
        end
    end
end

for i=1:ne2
    for j=1:ne2
        T1_T2T2(i,j)=0;
        T2_T2T2(i,j)=pho*z2*del_r2*(ut_bars2(i,j)+ut_bars2(j,i));
        Q1_T2T2(i,j)=0;
        Q2_T2T2(i,j)=pho*z2*del_r2*(ua_bars2(i,j)*rc2(i)+ua_bars2(j,i)*rc2(j)
);
        if i==1 && j==1
            Dh_T2T2(i,j)=pho/(16*pi)*(log(rh1/(0.1*r1))+3)*2*(z2^2);
        else
            Dh_T2T2(i,j)=0;
        end
    end
end

for i=1:ne2
    for j=1:ne1
        T1_T2T1(i,j)=pho*z1*del_r1*uta_s1(j,i);
        T2_T2T1(i,j)=pho*z2*del_r2*uta_s2(i,j);
        Q1_T2T1(i,j)=pho*z1*del_r1*uaa_s1(j,i)*rc1(j);
        Q2_T2T1(i,j)=pho*z2*del_r2*uaa_s2(i,j)*rc2(i);
        if i==1 && j==1
            Dh_T2T1(i,j)=pho/(16*pi)*(log(rh1/(0.1*r1))+3)*2*z1*(-
z2);
        else
            Dh_T2T1(i,j)=0;
        end
    end
end

%% find ff,fr,ft,fq
for i=1:ne1

```



```

        f1(i)=(w1-
q*lambda_q)*Q1_T1(i)+(w2+lambda_q)*Q2_T1(i)+lambda_t*(T1_T1(i)+T2_T1(
i)-Dh_T1(i));
    end

    for i=1:ne2
        f2(i)=(w1-
q*lambda_q)*Q1_T2(i)+(w2+lambda_q)*Q2_T2(i)+lambda_t*(T1_T2(i)+T2_T2(
i)-Dh_T2(i));
    end

    Tre=0.5*pho*CT*pi*(r1^2)*(va^2);           %% Tre=required torque [N.m]
    ft=thrust1+thrust2-Dh-Tre;
    fq=torque2-q*torque1;

    %% build fx
    for i=1:(ne1+ne2+2)
        if i<(ne1+1)
            fx(i)=f1(i);
        else
            if i<(ne1+ne2+1)
                fx(i)=f2(i-ne1);
            else
                if i==(ne1+ne2+1)
                    fx(i)=ft;
                else
                    fx(i)=fq;
                end
            end
        end
    end
end

%% find differntiation of auxiliary function dff (dff,dfr,dft,dfq)
%% find dff,dfr,dft,dfq
for i=1:ne1
    for j=1:(ne1+ne2+2)
        if j<(ne1+1)
            df1(i,j)=(w1-
q*lambda_q)*Q1_T1T1(i,j)+(w2+lambda_q)*Q2_T1T1(i,j)+lambda_t*(T1_T1T1
(i,j)+T2_T1T1(i,j)-Dh_T1T1(i,j));
        else
            if j<(ne1+ne2+1)
                df1(i,j)=(w1-q*lambda_q)*Q1_T1T2(i,j-
ne1)+(w2+lambda_q)*Q2_T1T2(i,j-ne1)+lambda_t*(T1_T1T2(i,j-
ne1)+T2_T1T2(i,j-ne1)-Dh_T1T2(i,j-ne1));
            else
                if j==(ne1+ne2+1)
                    df1(i,j)=T1_T1(i)+T2_T1(i)-Dh_T1(i);
                else
                    df1(i,j)=-q*Q1_T1(i)+Q2_T1(i);
                end
            end
        end
    end
end
end

for i=1:ne2

```

```

    for j=1:(ne1+ne2+2)
        if j<(ne1+1)
            df2(i,j)=(w1-
q*lambda_q)*Q1_T2T1(i,j)+(w2+lambda_q)*Q2_T2T1(i,j)+lambda_t*(T1_T2T1
(i,j)+T2_T2T1(i,j)-Dh_T2T1(i,j));
        else
            if j<(ne1+ne2+1)
                df2(i,j)=(w1-q*lambda_q)*Q1_T2T2(i,j-
ne1)+(w2+lambda_q)*Q2_T2T2(i,j-ne1)+lambda_t*(T1_T2T2(i,j-
ne1)+T2_T2T2(i,j-ne1)-Dh_T2T2(i,j-ne1));
            else
                if j==(ne1+ne2+1)
                    df2(i,j)=T1_T2(i)+T2_T2(i)-Dh_T2(i);
                else
                    df2(i,j)=-q*Q1_T2(i)+Q2_T2(i);
                end
            end
        end
    end
end
end

for j=1:(ne1+ne2+2)
    if j<(ne1+1)
        dft(j)=T1_T1(j)+T2_T1(j)-Dh_T1(j);
    else
        if j<(ne1+ne2+1)
            dft(j)=T1_T2(j-ne1)+T2_T2(j-ne1)-Dh_T2(j-ne1);
        else
            dft(j)=0;
        end
    end
end

for j=1:(ne1+ne2+2)
    if j<(ne1+1)
        dfq(j)=Q2_T1(j)-q*Q1_T1(j);
    else
        if j<(ne1+ne2+1)
            dfq(j)=Q2_T2(j-ne1)-q*Q1_T2(j-ne1);
        else
            dfq(j)=0;
        end
    end
end

%% build dfx
for i=1:(ne1+ne2+2)
    for j=1:(ne1+ne2+2)
        if i<(ne1+1)
            dfx(i,j)=df1(i,j);
        else
            if i<(ne1+ne2+1)
                dfx(i,j)=df2(i-ne1,j);
            else
                if i==(ne1+ne2+1)
                    dfx(i,j)=dft(j);
                else

```

```

                                dfx(i,j)=dfq(j);
                                end
                            end
                        end
                    end
                end
            end
        end
    end
end

```

### New velocity at control points

```

function[ua1,ut1,uam1,utm1,uail,util]=velrc(ne1,ne2,ua_bars1,ut_bars1
,uaa_s1,uta_s1,T1,T2)
    for i=1:ne1
        ua1(i)=0;
        ut1(i)=0;
        for j=1:ne1
            ua1(i)=ua1(i)+ua_bars1(i,j)*T1(j);
            ut1(i)=ut1(i)+ut_bars1(i,j)*T1(j);
        end
    end
    for i=1:ne1
        uam1(i)=0;
        utm1(i)=0;
        for j=1:ne2
            uam1(i)=uam1(i)+uaa_s1(i,j)*T2(j);
            utm1(i)=utm1(i)+uta_s1(i,j)*T2(j);
        end
    end
    for i=1:ne1
        uail(i)=ua1(i)+uam1(i);
        util(i)=ut1(i)+utm1(i);
    end
end

```

### New velocity at vortex points

```

function[uaj,utj,uaj7,utj7]=velrv(r1,ne1,rc1,rv1,del_r1,uail,util)
    for i=1:(ne1+2)
        if i==1
            xf1(i)=rc1(i)-(del_r1);
            ya1(i)=0;
            yt1(i)=0;
        else
            if i==(ne1+2)
                xf1(i)=rc1(i-2)+(del_r1);
                ya1(i)=0;
                yt1(i)=0;
            else
                xf1(i)=rc1(i-1);
                ya1(i)=uail(i-1);
                yt1(i)=util(i-1);
            end
        end
    end
    uaj=interp1(xf1,ya1,rv1);
    utj=interp1(xf1,yt1,rv1);
    uaj7=interp1(xf1,ya1,0.7*r1);
    utj7=interp1(xf1,yt1,0.7*r1);
end

```

### Chord length and blade pitch angle

```
function[chord1,pich1]=blade(ne1,rc1,r1,z1,ear,d1,w1,ut1,utml,w1,va,
ual,uaml,T1)
for i=1:ne1
    K1(i)=-64.14*((rc1(i)/r1)^5)+151.17*((rc1(i)/r1)^4)-
134.64*((rc1(i)/r1)^3)+52.883*((rc1(i)/r1)^2)-
7.218*(rc1(i)/r1)+1.9575;
    chord1(i)=K1(i)/z1*ear*d1;

vstar1(i)=sqrt((w1*rc1(i)+ut1(i)+utml(i))^2+(w1*va+ual(i)+uaml(i))^2
);
    cl_1(i)=2*T1(i)/vstar1(i)/chord1(i);
    alphas1(i)=(10*cl_1(i)-2)*pi/180;

pitch1(i)=atan((w1*va+ual(i)+uaml(i))/(w1*rc1(i)+ut1(i)+utml(i)))+al
phas1(i);
end
```

### Coordinate of blade cross section profile

```
function[section1]=bladeprofile(ne1,chord1,pitch1,rc1)
px=[-0.5   -0.45 -0.4   -0.3   -0.2   -0.1   0     0.1   0.2
0.25  0.3   0.35  0.4   0.425  0.45   0.475  0.4875 0.5   0.4875
0.475  0.45   0.425  0.4   0.35   0.3    0.25   0.2    0.1
0     -0.1   -0.2   -0.3   -0.4   -0.45  -0.5];
pz=[0.0013 0.0114 0.0208 0.0375 0.0518 0.0636 0.0724 0.0780 0.0788
0.0767 0.0726 0.0661 0.0563 0.0496 0.0413 0.0299 0.0215 0.000 -0.0165
-0.0227 -0.0301 -0.0346 -0.0375 -0.0410 -0.0423 -0.0422 -0.0412 -
0.0380 -0.0334 -0.0276 -0.0214 -0.0150 -0.0082 -0.0048 -0.0013];

for i=1:ne1
    for j=1:35
        plxf(i,j)=chord1(i)*px(j);
        plzf(i,j)=chord1(i)*pz(j);
        lf(i,j)=sqrt(plxf(i,j)^2+plzf(i,j)^2);

        if plxf(i,j)==0
            alf(i,j)=pi/2;
        else
            alf(i,j)=atan(abs(plzf(i,j)/plxf(i,j)));
        end

        if plxf(i,j)>0
            if plzf(i,j)>0
                alpf(i,j)=alf(i,j)+pitch1(i);
            else
                alpf(i,j)=2*pi-alf(i,j)+pitch1(i);
            end
        else
            if plzf(i,j)>0
                alpf(i,j)=pi-alf(i,j)+pitch1(i);
            else
                alpf(i,j)=pi+alf(i,j)+pitch1(i);
            end
        end

        if lf(i,j)*cos(alpf(i,j))>0
            pxf(i,j)=rc1(i)*sin(lf(i,j)/rc1(i)*cos(alpf(i,j)));
        end
    end
end
```

```

        pyf(i,j)=-rc1(i)*cos(lf(i,j)/rc1(i)*cos(alpf(i,j)));
    else
        pxf(i,j)=rc1(i)*sin(--lf(i,j)/rc1(i)*cos(alpf(i,j)));
        pyf(i,j)=-rc1(i)*cos(--lf(i,j)/rc1(i)*cos(alpf(i,j)));
    end
    pzf(i,j)=lf(i,j)*sin(alpf(i,j));

end
end
for i=1:nel
    for j=1:35
        section1(j+(i-1)*35,1)=pxf(i,j);
        section1(j+(i-1)*35,2)=pyf(i,j);
        section1(j+(i-1)*35,3)=pzf(i,j);
    end
end
end

```

### **Thrust and torque including viscous effect**

```

function[thrustvis,torquevis]=incvis(nel,pho,z1,wt1,va,w1,ual,uaml,ut
1,utm1,rc1,chord1,del_r1)
thrustvis=0;
torquevis=0;
for i=1:nel
    thrustvis=thrustvis+pho*z1*0.5*sqrt((w1*rc1(i)+ut1(i)+utm1(i))^
2+(wt1*va+ual(i)+uaml(i))^2)*(wt1*va+ual(i)+uaml(i))*chord1(i)*0.0065
*del_r1;
    torquevis=torquevis+pho*z1*0.5*sqrt((w1*rc1(i)+ut1(i)+utm1(i))^
2+(wt1*va+ual(i)+uaml(i))^2)*(wt1*rc1(i)+ut1(i)+utm1(i))*rc1(i)*chord1
(i)*0.0065*del_r1;
end

```

## ภาคผนวก ค.

การใช้โปรแกรม Fluent ในการทดสอบชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามที่ได้จากการศึกษาของ R.Hecker and N.A.McDonald[38]

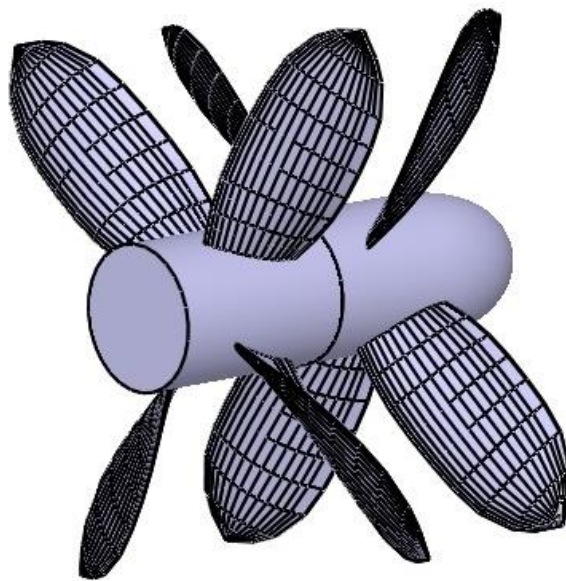
การทดสอบการใช้งานของโปรแกรม Fluent ตามรายละเอียดในภาคผนวก ค. มีวัตถุประสงค์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของขั้นตอนการวิเคราะห์ที่ตั้งที่ได้อธิบายไว้ในบทที่ 4 โดยนำผลลัพธ์ที่ได้จากชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามจากการศึกษาผ่านการทดลองของ R. Hecker and N.A. McDonald มาเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามชุดเดียวกันในโปรแกรม Fluent โดยคุณลักษณะของชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามจากการศึกษาของ R. Hecker and N.A. McDonald ได้แสดงไว้ในตารางที่ C1 ตารางที่ C1 แสดงคุณลักษณะของชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้ามจากการศึกษาของ R.Hecker and N.A. McDonald

Parameters	Fore	Aft
Propellers model	3684	3685
Number of blades	4	
Expanded area ratio	0.304	0.315
Diameter [inch]	12.017	11.625
Pitch/Diameter at 0.7R	1.272	1.380
Test rotational speed [rev/s]	5.8-7.2	
Test $V_a$ [ft/s]	3.0-10.0	
Blade cross section	TMB modified NACA 66 section a=0.8 meanline	
Distance between two	0.5	

คุณลักษณะของชุดใบจักรดังแสดงในตารางที่C1 เป็นคุณลักษณะพอสั้งเซปของชุดใบจักร ซึ่งในรายงานการศึกษาของ Hecker and A.McDonald ได้แสดงภาพวาดของชุดใบจักรที่ระยะ pitch ของใบจักรที่ตำแหน่งต่างๆและคุณลักษณะปลีกย่อยอื่น ๆ ลักษณะชุดใบจักรที่ถูกวาดขึ้นมาใหม่แสดงดังในรูปที่ c1

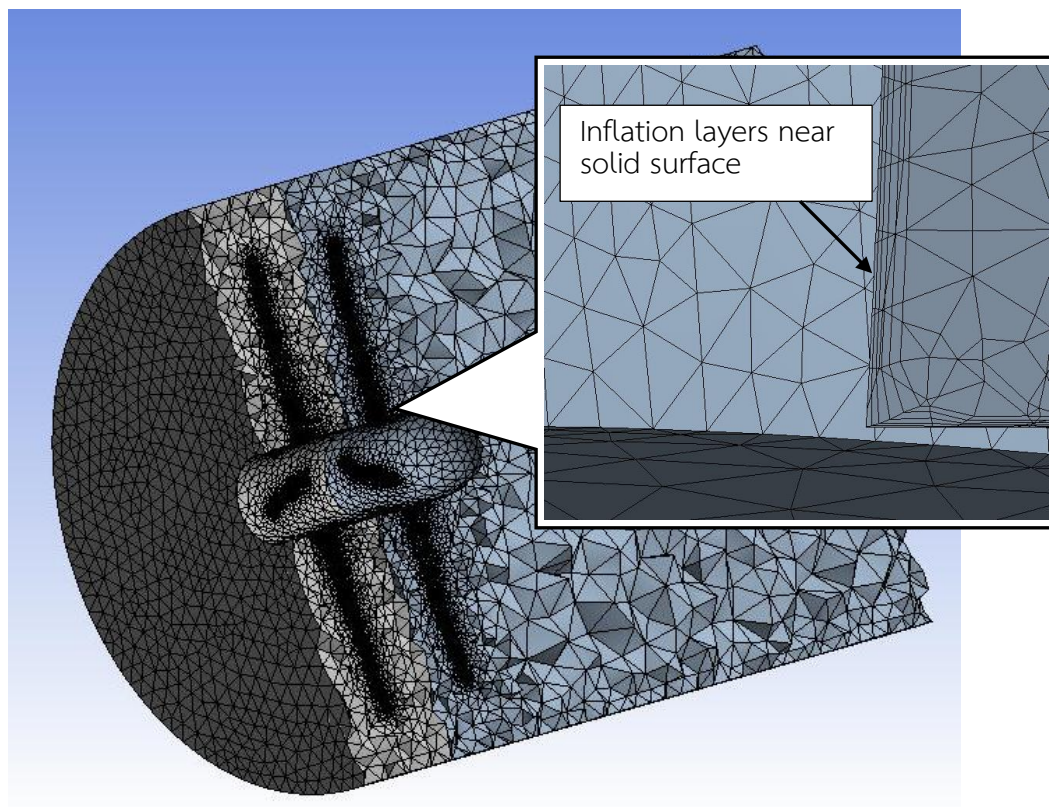
ชุดใบจักรถูกกำหนดให้มีขอบเขตและเงื่อนไขขอบเขตของของไหลดังอธิบายในบทที่ 4 ซึ่งขอบเขตของไหลพร้อม mesh ที่ถูกสร้างขึ้นภายในของชุดใบจักรถูกแสดงดังในรูปที่ c2 โดยประกอบด้วย mesh ชนิด tetrahedral เป็นส่วนใหญ่ ตามด้วยชนิด prism และ pyramid ตามลำดับ จำนวน mesh ทั้งหมดประมาณ  $7 \times 10^6$

การทดสอบชุดใบจักรด้วย Fluent จะทำการทดสอบที่ค่า advance ratio เท่ากับ 1.0 โดยกำหนดให้ความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าใบจักร  $V_\infty$  มีค่าเท่ากับ 1.9812 m/s (หรือ 6.5 ft/s) และความเร็วรอบใบจักรเท่ากับ 40.783 rad/s (หรือ 6.49 rev/s) เท่ากันทั้งใบหน้าและใบหลัง ผลลัพธ์ที่ลู่เข้าแล้วในแต่ละ time step จะถูกนำมาหาค่าเฉลี่ยแล้วเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลองในการศึกษาของ R.Hecker and N.A.McDonald[38] ซึ่งลักษณะตัวอย่างของชุดใบจักร model 3684-3685 ที่ถูกวิเคราะห์ด้วย Fluent ในแต่ละ time step ถูกแสดงในรูปที่ c3



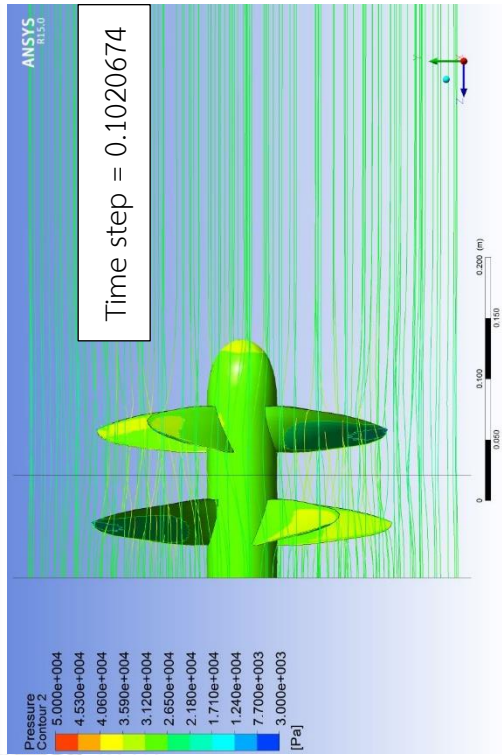
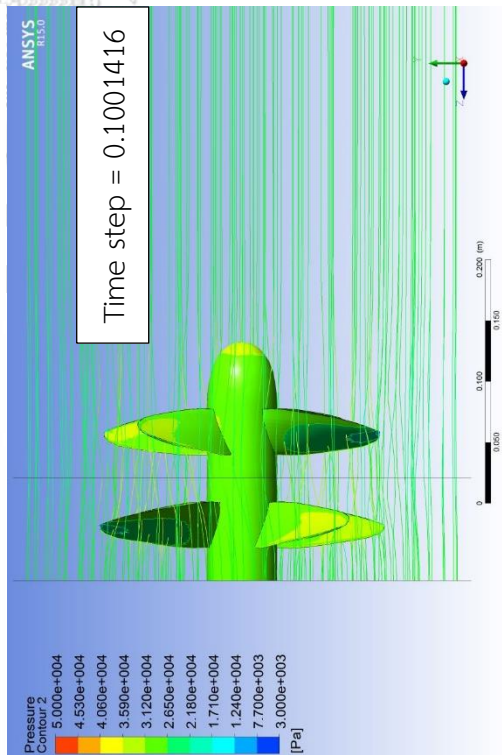
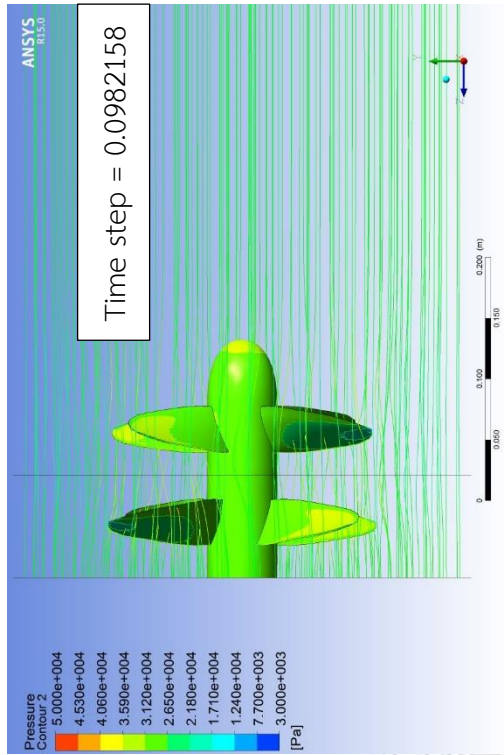
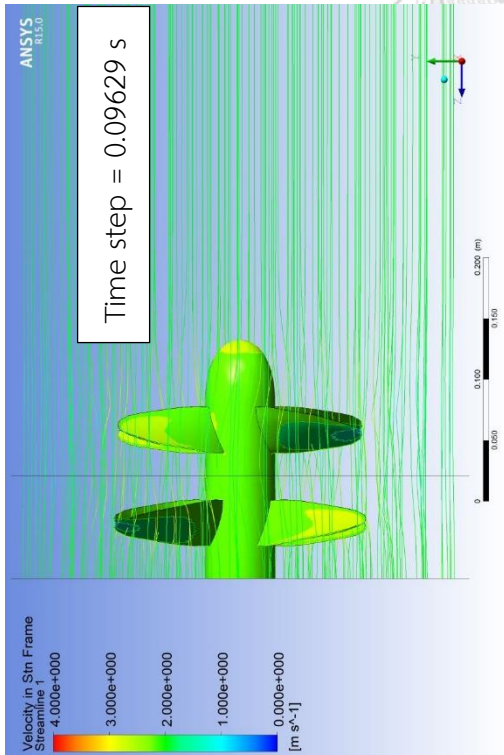
รูปที่ c1 แสดงรูปชุดใบจักรหมุนตรงข้าม model 3684-3685 ที่ถูกวาดจำลองขึ้นมาใหม่เพื่อใช้ทดสอบด้วยโปรแกรม Fluent ตามขั้นตอนการวิเคราะห์ที่ในบทที่ 4

CHULALONGKORN UNIVERSITY



รูปที่ c2 แสดงภาพตัดขวางของขอบเขตการไหลและ mesh ภายในขอบเขตของไหลของชุดใบจักร  
หมุนทวนตรงข้าม model 3684-3685





รูปที่ c3 แสดงของไหลที่ไหลผ่านและความดันบนชุดใบจักร model 3684-3685 มาได้จากการวิเคราะห์ด้วย Fluent ที่ time step ต่างๆ

ผลลัพธ์การทดลองที่ได้จากการศึกษาของ Hecker and A.Mc.Donald และผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย Fluent ของชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม model 3684-3685 ถูกแสดงเปรียบเทียบในตารางที่ C2

ตารางที่ C2 แสดงการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองและผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย Fluent ของชุดใบจักรหมุนทวนตรงข้าม model 3684-3685

Results	Front			Rear		
	Exp.	Fluent	% diff	Exp.	Fluent	% diff
Thrust [N]	116.42	106.29	-8.70	119.41	107.59	-9.89
$K_T$	0.32	0.29		0.375	0.34	
Torque [Nm]	4.88	5.13	5.01	4.70	5.26	12.06
$10 \cdot K_Q$	0.44	0.46		0.5	0.56	

จากตารางที่ C2 จะเห็นว่า Fluent จะให้ค่าแรงผลึกที่ต่ำกว่าและแรงบิดที่สูงกว่าค่าที่ได้จากการทดลอง และเมื่อเปรียบเทียบระหว่างใบจักรใบหน้าและใบหลัง พบว่าความแตกต่างในใบหลังจะสูงกว่าความแตกต่างในใบจักรใบหน้า โดยเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างสูงสุดเกิดที่ค่าแรงบิดบนใบจักรใบหลังซึ่งมีค่าความแตกต่างอยู่ที่ 12.06% ความแตกต่างดังกล่าวมีสาเหตุมาจากคลาดเคลื่อนในสร้างรูปร่างใบจักรและการกำหนดตำแหน่งที่ของไหลที่ไหลเข้าสู่ชุดใบจักรที่ต่างจากการทดลอง อันเนื่องมาจากข้อจำกัดในการสร้างแบบจำลองของโปรแกรม Fluent อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณาเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างโดยรวมถือว่าอยู่ในค่าที่ยอมรับได้ ดังนั้น จึงสรุปได้ว่าการใช้โปรแกรม Fluent ตามขั้นตอนการวิเคราะห์ที่อธิบายในบทที่ 4 มีความถูกต้องเพียงพอที่จะใช้ในการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีอื่น ๆ ไม่ว่าจะมาจากการคำนวณหรือจากการทดลอง



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
**CHULALONGKORN UNIVERSITY**

### ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวณัฐนันท์ ทรัพย์สามารถ เกิดเมื่อวันที่ 12 เดือนมกราคม พุทธศักราช 2530 ที่ จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาปริญญาตรี วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2551 เข้า ศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะ วิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2557

