

## บรรณานุกรม

### ภาษาไทย

#### หนังสือ

- ครุฑชิต มาลัยวงศ์ และคณะ. คอมพิวเตอร์เบื้องต้น เล่มที่ 1. กรุงเทพมหานคร :  
ห้างหุ้นส่วนจำกัดเจวีญูการพิมพ์, 2527.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์. ความหมายของบทเรียนแบบโปรแกรม. กรุงเทพมหานคร :  
แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2516.
- ทักษิณา สวานานนท์. พจนานุกรมศัพท์คอมพิวเตอร์. กรุงเทพมหานคร : บริษัทมีเดีย  
แอสโซซิเอทเค้จจำกัด, 2527.
- นรินทร์ เนาวประทีป และคณะ. การเขียนโปรแกรมภาษาเบสิกขั้นต้น. กรุงเทพ  
มหานคร : ฟิสิกส์เซ็นเตอร์การพิมพ์, 2526.
- ประพัฒน์ อุตโยภาส. เรียน Applesoft Basic ด้วยตนเอง เล่ม 2. กรุงเทพ  
มหานคร : ห้างหุ้นส่วนจำกัด เอช-เอน การพิมพ์, 2526.
- ลักศา สุขปรีดิ์. เทคโนโลยีการเรียนการสอน. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์พิชเชศ,  
2522.
- ณกุล อารยะวิญญู. ไมโครคอมพิวเตอร์เพื่อการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : บริษัท  
ซีไอเคยูเคชั่นจำกัด, 2527.
- ไพโรจน์ ศิรธนากุล. ไมโครคอมพิวเตอร์ประยุกต์ทางการศึกษา. กรุงเทพมหานคร :  
ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ, 2521.

ยีน ภูววรรณ และคณะ. โปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาเบสิก. กรุงเทพมหานคร : บริษัทเอเชียเพรส จำกัด, 2526.

\_\_\_\_\_. ภาษาเบสิกขั้นพื้นฐาน. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์สยามรัฐ, 2527.

ยุพิน ไทรัตนานนท์. การเขียนโปรแกรมด้วยภาษา BASIC. กรุงเทพมหานคร : อมรินทร์การพิมพ์, 2527.

ยุพิน พิพิธกุล. การนิเทศการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2527.

\_\_\_\_\_. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : บพิธการพิมพ์, 2523.

ศรินทร์นทวิโรฒ ประสานมิตร, มหาวิทยาลัย. ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา. สื่อการสอน. กรุงเทพมหานคร : ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2515. (อัครสำเนา)

สุโท เจริญสุข. หลักจิตวิทยาและพัฒนาการมนุษย์. กรุงเทพมหานคร : แพร์พิทยา, 2515.

### บทความ

ครรรชิต มาลัยวงศ์. "อนาคตของการสอนใช้คอมพิวเตอร์ช่วย." ไมโครคอมพิวเตอร์ 36 (กุมภาพันธ์ 2531) : 144.

ทักษิณา สนวนานนท์. "คอมพิวเตอร์ช่วยสอน (CAI)." คอมพิวเตอร์วิวิ 3 (กันยายน 2529) : 56-57.

บัณฑิต ณ ลำพูน. "การใช้คอมพิวเตอร์ประกอบการเรียนการสอนฟิสิกส์." วารสารวิทยาศาสตร์ 38 (พฤศจิกายน 2527) : 689-694.

- ประทีป สยามชัย. "บทเรียนสำเร็จรูป." ประชากรศึกษา 12 (สิงหาคม 2510) : 3-10.
- ปรารณ ไทรพร. "ผู้หญิงคอมพิวเตอร์." คอมพิวเตอร์สาร 12 (มกราคม-กุมภาพันธ์ 2528) : 16.
- ยงยศ พรตปกรณ. "การเรียนการสอนวิชาคอมพิวเตอร์ธุรกิจ." คอมพิวเตอร์วิวิ 2 (กรกฎาคม 2528) : 54.
- วัชณพงษ์ รักวีเชียร. "ฟิลิกส์กับคอมพิวเตอร์." วารสารวิทยาศาสตร์ 38 (พฤศจิกายน 2527) : 660-661.
- วารินทร์ รัชมีพรหม. "คอมพิวเตอร์ช่วยสอน." วารสารจันทร์เกษม 10 (มีนาคม-เมษายน 2524) : 26.
- ศึกษาริการ, กระหวง. กรมวิชาการ "วิวัฒนาการของเทคนิคและเทคโนโลยีทางการสอน." ประมวลบทความเกี่ยวกับนวัตกรรมและเทคโนโลยีทางการศึกษา (2517) : 153-161.
- อำพน สงวนศิริธรรม. "ใช้ไมโครคอมพิวเตอร์สอนซ่อมเสริม." คอมพิวเตอร์วิวิ 2 (พฤศจิกายน 2528) : 118-123.

#### เอกสารอื่น ๆ

- กำพล คำรงค์วงศ์. "การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนค่านพุทธิพิสัยในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จากวิธีใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน 2 วิธี." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2528.

- จิตศิริกัน หักเทียมมรณ. "ความคิดเห็นของผู้เข้ารับการอบรมคอมพิวเตอร์ในการใช้คอมพิวเตอร์ในระดับอุดมศึกษา." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาด้านจิตวิทยา ภาควิชาจิตวิทยา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2513.
- นุพวรรณ จารีย์พานิช. "การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ 4 ของนักศึกษาผู้ใหญ่แบบเบ็คเสิร์จ ระดับที่ 4 ที่เรียนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาด้านจิตวิทยา ภาควิชาจิตวิทยา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2528.
- พลรักัน ลักษณะนิยานาวิน. "การทดลองสอนพีชคณิตโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาด้านจิตวิทยา ภาควิชาจิตวิทยา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2514.
- มานะ เอกจริยวงศ์. "การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาสถิติของนักเรียนฝึกหัดครู ป.ศ. โดยใช้วิธีสอนแบบธรรมชาติกับวิธีสอนที่ใช้บทเรียนแบบโปรแกรม." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาด้านจิตวิทยา ภาควิชาจิตวิทยา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2520.
- วิษณุลาวัณย์ พิทักษ์ผล. "การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์การเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากการเรียนซ่อมเสริมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างกลุ่มที่สอนซ่อมเสริมโดยครูกับกลุ่มที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาด้านจิตวิทยา ภาควิชาจิตวิทยา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2530.
- วิรัช กล้าหาญ. "การทดลองใช้ไมโครคอมพิวเตอร์สอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณกับนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการได้ยิน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาด้านจิตวิทยา ภาควิชาจิตวิทยา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2529.

จิรวรรณ วิชาภิชากิ. "การทดลองเปรียบเทียบผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เมทริกซ์และคิเทอร์มิแนนท์ ในระดับชั้น ม.ศ.1 โดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม และสอนปกติ." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2518.

สมวงษ์ ทรัพย์เจริญ. "การทดลองเปรียบเทียบผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมกับการสอนปกติ." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2518.

#### ภาษาต่างประเทศ

Beggs, Donald L. and Lewis, Ernest L. Measurement and Evaluation in the School. Boston : Houghton Mifflin Co., 1975.

Ferguson, George A. Statistical Analysis in Psychology and Education. 5 edition. New York : McGraw-Hill Book Co., 1987.

Fry, Edward B. Teaching Machine and Programmed Instruction. New York : McGraw-Hill Book Co., 1963.

Glass, Gene V., and Stanley, Julian C. Statistical Methods in Education and Psychology. New Jersey : Prentice-Hall Inc., 1970.

Kelman, Peter, and Others. Computers in Teaching Mathematics. U.S.A. : Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1983.

- Mehrens, William A. and Lehmann, Irvin J. Standardized Test in Education. 2d ed. New York : Holt, Rinehart and Winston, 1975.
- Morris, William. The New Book of Knowledge. Massachusettes : Houghton Mifflin Co., 1981.
- Ostle, Bernard. Statistics in Research : Basic Concepts and Techniques for Research Workers. 2d ed. Calcutta. The TOWA State University Press, 1966.
- Prentis, John. Running Press Glossary of Computer Terms. New Jersey : Kaiman & Polon, Inc., 1977.
- Sipl, Charles J. Microcomputer Dictionary. 2 edition. U.S.A. : Howard W. Sams & Co., Inc., 1981.
- Spencer, Donald D. Computer Dictionary. 2 edition. Florida : Camelot Publishing Company, Inc., 1977.
- Walter Arno Wittich and Charles Francis Schuller. Audiovisual Materials. New York : Harper & Row Co., 1986.

### Articles

- Brown Jr., Robert O. "A Comparison test of Score of Student Using Programed Instruction Materials with These of Student not Using Programmed Instruction Materials." The Research on Programmed Instruction. Washington: U.S. Government Printing Office, 1964: 26.

Greatsinger, Cavin. "An Experimental Study of Programmed Instruction in Division of Fraction." A.V. Communication Review. 16 (Spring, 1968) : 87-90.

Pam Trim. "Using Computer in Teaching Secondary School Mathematics." Mathematics Teacher. 79 (January, 1986) : 76.

Zinn, K.L. "Computer-Assisted Instruction. (CAI)" Encyclopedia of Computer Science. 1976 : 268-270.

#### Other Materials

Beck, Marilyn Clark, "A Comparative Analysis of Three Methods of Teaching Remedial Algebra on the Junior College Level." Dissertation Abstracts International, 1970 : 6270 - A.

Darling, Diane Lind. "A Study of the Effects Using Microcomputers on Achievement in Mathematics Basic Skills." Dissertation Abstracts International, 1986 : 785 - A.

Davidson, Robert Lloyd. "The Effectiveness of Computer-Assisted Instruction of Chapter I Students in Secondary Schools." Dissertation Abstracts International, 1986 : 399 - A.

- Johnson, Noel Charles. "Using a Microcomputer to Teach a Statistical Concept." Dissertation Abstracts International, 1986 : 455 - A.
- Liu, Hsi-Chiu. "Computer - Assisted Instruction in Teaching College Physics." Dissertation Abstracts International, 1975 : 1411A - 1412A.
- McHancy, John Howard. "An Experimental in Business and Economic Statistics I at Auburn University." Dissertation Abstracts International, 1970 : 4877 - A.
- Merritt, Robert C. "Achievement with and without Computer - Assisted Instruction in the Middle School." Dissertation Abstracts International, (July 1983) : 34-A.
- Oden, Robin Earl. "An Assessment of the Effectiveness of Computer-Assisted Instruction on Altering Teacher Behavior and the Achievement and Attitudes of Ninth Grade Pre-Algebra Mathematics Students." Dissertation Abstracts International, 1982 : 355A.
- Turner, Larry Glen. "An Evaluation of the Effects of Paired Learning in a Mathematics Computer-Assisted Instruction Program." Dissertation Abstracts International, 1986 : 3641-A.
- Wilson, Shirley Anne. "The Construction of Computer-Assisted Instruction : an Application to Remedial College Algebra." Dissertation Abstracts International, 1986 : 2222-A.



ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิพิจารณาแก้ไขบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ ชาริณี คุณาเวชกิจ  
อาจารย์แผนกวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  
มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี
2. อาจารย์อรทัย อารยะทรงศักดิ์  
อาจารย์หมวดวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิต  
มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี
3. อาจารย์สุนันท์ ทองสีนุช  
อาจารย์หมวดวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิต  
มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจสอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อรพรรณ ทันบรรจง  
 ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ประจำภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์  
 มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. รองศาสตราจารย์พิชานกร แปลงประสพโชค  
 รองศาสตราจารย์ ประจำคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ  
 บางเขน
3. อาจารย์ภัทรารรรณ ทองคำชุม  
 อาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิต  
 มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี

ภาคผนวก ข.

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. คู่มือการใช้คอมพิวเตอร์ในการเรียนบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน
2. บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน
3. โปรแกรมคอมพิวเตอร์
4. บันทึกการสอน
5. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษา  
เรื่อง แคลคูลัส

## คู่มือการใช้คอมพิวเตอร์ในการเรียนบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

## เรื่อง

## แคลคูลัส

โปรดอ่านข้อเสนอแนะให้เข้าใจก่อน แล้วจึงเริ่มต้นศึกษาบทเรียน

วิธีเรียกใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

1. นำแผ่นดิสเกตต์ (Diskette) ใส่ในตู้อ่านดิสเกตต์ (Disk Drive)
2. เปิดสวิทช์หน้าจอภาพ (Monitor)
3. เสียบปลั๊กไฟที่คอจากจอภาพและหน่วยประมวลผลกลาง (CPU)
4. รอให้เครื่องคอมพิวเตอร์บูท (Boot) โปรแกรมจนหมด โดยให้สังเกตจากไฟที่ Disk drive ดับ แล้วเลือกบทเรียนคาบต่าง ๆ จากหน้าจอที่กำหนด โดยกด RETURN เมื่อต้องการศึกษาข้อต่อไปให้กด RETURN เช่นกัน แต่ถ้าต้องการกลับไปศึกษาค้นบทเรียนนั้นให้กด ESC
5. หลังจากเลิกศึกษาบทเรียนแล้ว เอาแผ่น Diskette ออกจาก Disk drive แล้วปิดสวิทช์ อุปกรณ์ทุกชิ้นให้เรียบร้อย

ข้อแนะนำในการเรียน

1. ผู้วิจัยได้เขียนบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนทั้งหมด 18 คาบ โดยบรรจุใน Diskette จำนวน 3 แผ่น ซึ่ง

แผ่นที่ 1 ประกอบด้วย

คาบที่ 1 การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง

(MATH.PART 1, MATH.PART 1 - II)

คาบที่ 2 ความเร็วเฉลี่ย

(MATH.PART 2, MATH.PART 2 - II)

คาบที่ 3 ความเร็วในขณะเวลาใด ๆ

(MATH.PART 3, MATH.PART 3 - II)

คาบที่ 4 ความเร็วในระยะเวลาใด ๆ (ทอ)  
(MATH.PART 4, MATH.PART 4 - II)

คาบที่ 5 อัตราการเปลี่ยนแปลง  
(MATH.PART 5, MATH.PART 5-II, MATH.PART 5-III)

คาบที่ 6 อัตราการเปลี่ยนแปลง (ทอ)  
(MATH.PART 6, MATH.PART 6 - II)

### แผนที่ 2 ประกอบค้วย

คาบที่ 7 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน  
(MATH.PART 7, MATH.PART 7 - II)

คาบที่ 8 ความชันของเส้นโค้ง  
(MATH.PART 8, MATH.PART 8 - II)

คาบที่ 9 ความชันของเส้นโค้ง (ทอ)  
(MATH.PART 9, MATH.PART 9 - II)

คาบที่ 10 สูตรสำหรับหาอนุพันธ์  
(MATH.PART 10, MATH.PART 10-II)

คาบที่ 11 สูตรสำหรับหาอนุพันธ์ (ทอ)  
(MATH.PART 11, MATH.PART 11-II)

คาบที่ 12 สูตรสำหรับหาอนุพันธ์ (ทอ)  
(MATH.PART 12, MATH.PART 12-II)

### แผนที่ 3 ประกอบค้วย

คาบที่ 13 การประยุกต์ของอนุพันธ์  
(MATH.PART 13, MATH.PART 13-II, MATH.PART-III)

คาบที่ 14 การประยุกต์ของอนุพันธ์ (ทอ)  
(MATH.PART 14, MATH.PART 14-II)

คาบที่ 15 การประยุกต์ของอนุพันธ์ (ทอ)  
(MATH.PART 15, MATH.PART 15-II)

- คาบที่ 16 โอเปอเรชันตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์  
(MATH.PART 16, MATH.PART 16-II)
- คาบที่ 17 โอเปอเรชันตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์ (ต่อ)  
(MATH.PART 17, MATH.PART 17-II)
- คาบที่ 18 โอเปอเรชันตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์ (ต่อ)  
(MATH.PART 18, MATH.PART 18-II)

คอมพิวเตอร์จะขึ้นรายการให้เลือก นักเรียนต้องเริ่มศึกษาตั้งแต่คาบที่ 1 ถึง 18 ตามลำดับ โดยใช้ลูกศร  $\Rightarrow$  เป็นตัวเคลื่อนไหวในการเลือกคาบ แล้วกด RETURN ถ้าต้องการศึกษาคาบนั้น

2. ในการศึกษาบทเรียน หากมีข้อเสนอแนะใด ๆ ปรากฏบนหน้าจอภาพ ให้ปฏิบัติตามข้อเสนอแนะนั้น ตัวอย่างเช่น ในส่วนท้ายของบทเรียนทุก ๆ หน้าจอจะมีข้อความว่า กด 1 ถ้าต้องการศึกษาคาเดิม กด 2 ถ้าต้องการศึกษาคาต่อไป

3. เมื่อไม่เข้าใจบทเรียน นักเรียนสามารถเลือกศึกษาบทเรียนซ้ำ ๆ ได้ตามความต้องการโดยการกด RETURN ไปจนจบคาบเรียนนั้น ๆ แล้วกด 2 เพื่อเข้ารายการหรือให้คอมพิวเตอร์บูท (Boot) โปรแกรมให้ใหม่ก็ครั้งก็ได้

เมื่อนักเรียนอ่านข้อเสนอแนะเข้าใจแล้วก็ให้เริ่มต้นศึกษาคาเรียนที่ 1 ได้เลย



**จุดประสงค์การเรียนรู้**

ในชีวิตประจำวันของพวกเรา มีการเคลื่อนที่ อยู่ตลอดเวลา เช่น การเคลื่อนที่ของรถยนต์ รถไฟ เรือ ซึ่งการเคลื่อนที่เหล่านี้ เป็นการเคลื่อนที่ตามแนวราบ ส่วนการเคลื่อนที่ที่พบบ่อยๆ ในชีวิตประจำวันอีกอย่างหนึ่ง เช่น การปล่อยก้อนหินให้ตกจากที่สูง ผลไม้หล่น เป็น การเคลื่อนที่ในแนวตั้ง เรียกการเคลื่อนที่ตามแนวราบ และแนวตั้งว่า **การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง**

**การตกของเครื่องบิน** เป็นการเคลื่อนที่ในแนว

สมมติว่าปล่อยก้อนหินให้ตกลงมาจากที่สูงและจับ เวลา โดยกำหนดเวลาเริ่มปล่อยเป็นศูนย์ หากระยะทาง ที่วัตถุเคลื่อนที่ เมื่อเวลาผ่านไป 1, 2, 3, 4 วินาที ได้ ผลดังตารางต่อไปนี้

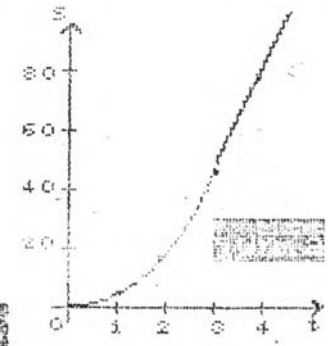
t	0	1	2	3	4
s	0	4.9	19.6	44.1	78.4

- เมื่อ t แทน เวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่มีหน่วยเป็น วินาที
- s แทน ระยะทางที่วัดจากจุดเริ่มต้นถึง เวลา t วินาที

เมื่อ  $t$  แทนเวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่มีหน่วยเป็นวินาที

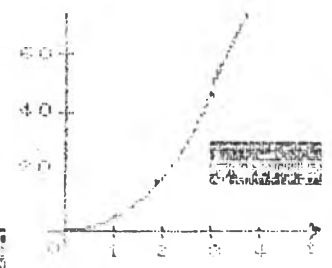
จาก  $s$  และ  $t$   
 เขียนกราฟของกราฟ  
 เคลื่อนที่ในแนวเส้น  
 ตรงได้ดังรูปที่ 1  
 และเขียนกราฟแสดง  
 ความสัมพันธ์ระหว่าง  
 $s$  และ  $t$  ได้ดังรูปที่ 2

$t=0$	$s=0$
$t=1$	$s=4.9$
$t=2$	$s=19.6$
$t=3$	$s=44.1$
$t=4$	$s=78.4$



เขียนกราฟของกราฟ  
 เคลื่อนที่ในแนวเส้น  
 ตรงได้ดังรูปที่ 1  
 และเขียนกราฟแสดง  
 ความสัมพันธ์ระหว่าง  
 $s$  และ  $t$  ได้ดังรูปที่ 2

$t=0$	$s=0$
$t=1$	$s=4.9$
$t=2$	$s=19.6$
$t=3$	$s=44.1$
$t=4$	$s=78.4$



สามารถเขียนความสัมพันธ์ของ  $s$  และ  $t$  ในรูป  
 ของจุดอันดับไล่ติด  
 $(0, 0), (1, 4.9), (2, 19.6), (3, \dots), (4, \dots)$

และเขียนกราฟแสดง

ความสัมพันธ์ระหว่าง  $t$  และ  $s$  โดยตั้งรูปที่ 2



สามารถเขียนความสัมพันธ์ของ  $s$  และ  $t$  ในรูปของจุดอันดับได้คือ

$(0, 0), (1, 4.9), (2, 19.6), (3, 44.1), (4, 78.4)$

โดยค่าของ  $s$  คือ 44.1      78.4

พิจารณาค่าของ  $s$  เมื่อ  $t$  เพิ่มขึ้น

$t$ (วินาที)	$s$ (เมตร)	$s/t^2$ (เมตร/วินาที <sup>2</sup> )
1	4.9	$\frac{4.9}{1} = 4.9$
2	19.6	$\frac{19.6}{4} = 4.9$
3	44.1	$\frac{44.1}{9} = 4.9$
4	78.4	$\frac{78.4}{16} = 4.9$

สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างเวลา  $t$  และระยะทาง  $s$  เขียนได้เป็นรูป  $s = 4.9t^2$

4      78.4      78.4

สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างเวลา  $t$  และระยะทาง  $s$  เขียนได้เป็นรูป  $s = 4.9t^2$

- 4.9
- 4.9
- 4.9
- $4.9t^2$

เรขาคณิตการ  $s = 4.9t^2$  นิ้ว

หรือ

รูปทั่วไปของสมการการเคลื่อนที่  $s = f(t)$

เช่น  $s = t^2 - 5t + 6$

$$s = 10t^3$$

$$s = \sin t$$

$$s = ct \text{ เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงที่}$$

$$s = ut + \frac{1}{2}gt^2 \text{ เมื่อ } u, g \text{ เป็นค่าคงที่}$$

การหาค่าตำแหน่งของวัตถุในขณะเวลาต่างๆ เมื่อกำหนดสมการของการเคลื่อนที่ให้

ถ้า สมการของการเคลื่อนที่ของวัตถุชนิดหนึ่งเป็น  $s = t^2 - 4t + 3$  เมื่อ  $s$  เป็นระยะทางมีหน่วยเป็น เมตร  $t$  เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที

จงหาค่าตำแหน่งของวัตถุในขณะเวลาต่างๆ

วิธีทำ เมื่อ  $t=0$  จะได้  $s = 0^2 - 4(0) + 3 = 3$  เมตร

$$t=1 \text{ จะได้ } s = 1^2 - 4(1) + 3 = 0 \text{ เมตร}$$

$$t=2 \text{ จะได้ } s = 2^2 - 4(2) + 3 = -1 \text{ เมตร}$$

$$t=3 \text{ จะได้ } s = 3^2 - 4(3) + 3 = 0 \text{ เมตร}$$

$$t=4 \text{ จะได้ } s = 4^2 - 4(4) + 3 = 3 \text{ เมตร}$$

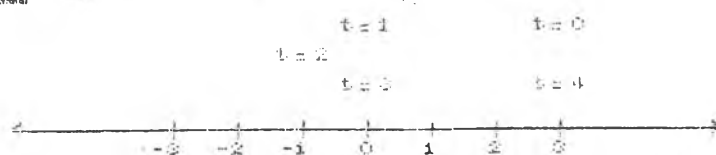
$$t=2 \text{ จะได้ } s = 2^2 - 4(2) + 3 = -1 \text{ เมตร}$$

$$t=3 \text{ จะได้ } s = 3^2 - 4(3) + 3 = 0 \text{ เมตร}$$

$$t=4 \text{ จะได้ } s = 4^2 - 4(4) + 3 = 3 \text{ เมตร}$$

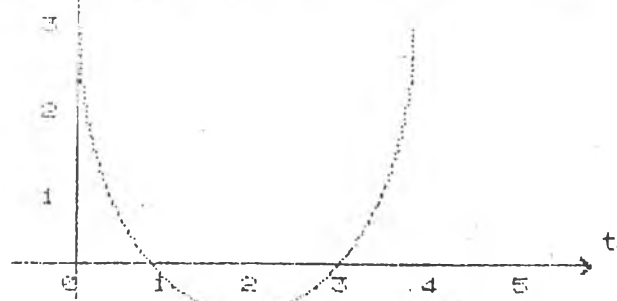
จากข้อ 6 นำมาแสดงได้ดังนี้

แสดงค่าตำแหน่งของวัตถุบนเส้นจำนวน



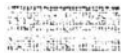


เขียนกราฟของสมการการเคลื่อนที่

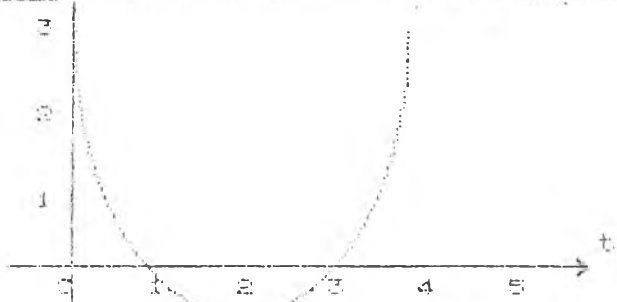


สามารถหา s เมื่อ t ใดๆ ได้อีก เช่น  $t=0.5$  ,  $1.5$  ,  $2.5$  และเขียนในตารางดังนี้

t	0	0.5	1	1.5	2	2.5	4
$s = t^2 - 4t + 3$	3	1.25	0	-0.75	-1	-0.75	3

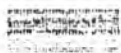


เขียนกราฟของสมการการเคลื่อนที่



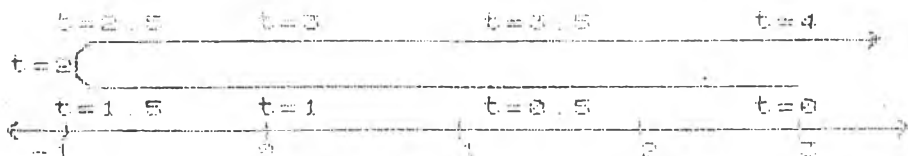
สามารถหา s เมื่อ t ใดๆ ได้อีก เช่น  $t=0.5$  ,  $1.5$  ,  $2.5$  และเขียนในตารางดังนี้

t	0	0.5	1	1.5	2	2.5	4
$s = t^2 - 4t + 7$	7	1.25	0	-0.75	-1	-0.75	3



สมมติว่ารถที่วิ่งด้วยความเร็วคงที่ 100 กม/ชม

t	0	0.5	1	1.5	2	2.5	4
$s = t^2 - 4t + 3$	3	1.25	0	-0.75	-1	-0.75	3



**แบบฝึกหัดที่ 15**

ถ้าปล่อยก้อนหินให้ตกลงมาจากที่สูงและจับเวลา โดยกำหนดเวลาเริ่มต้นเป็นศูนย์ หากระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ เมื่อเวลาผ่านไป 1, 2, 3, 4 วินาที ได้ดังตารางต่อไปนี้

t	0	1	2	3	4
s	0	2	8	18	32

จงเขียนความสัมพันธ์ของ t และ s ในรูปของคู่อันดับ

ตารางต่อไปนี้

t	0	1	2	3	4
s	0	2	8	18	32

จงเขียนความสัมพันธ์ของ t และ s ในรูปของคู่อันดับ

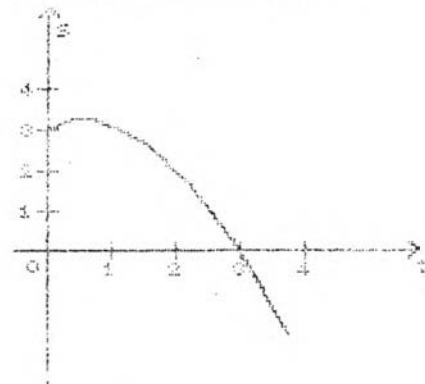
ความสัมพันธ์ของ t และ s ในรูปของคู่อันดับ คือ

$(0, 0), (1, 2), (2, 8), (3, 18), (4, 32)$

**แบบฝึกหัดที่ 16**

กราฟในรูปข้างล่างนี้ใช้แสดงถึงความสัมพันธ์ของระยะทาง s และเวลา t หน่วย ของสมการการเคลื่อนที่ข้อใด

- ก.  $s = t^2 + 3t$
- ข.  $s = 5t - t^2 - 4$
- ค.  $s = 3 + 2t - t^2$
- ง.  $s = t^2 - 4t + 5$



**แบบฝึกหัดที่ 17**

ขณะที่วัตถุเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง จะเห็นว่า ตำแหน่งของวัตถุเปลี่ยนไป ถ้าทราบตำแหน่งเดิมของวัตถุ และทราบตำแหน่งใหม่ของวัตถุที่เคลื่อนที่ไป จะทราบ ระยะห่างจากตำแหน่งเดิม และทิศทางของการเคลื่อนที่ การเคลื่อนที่ของวัตถุในความเร็วในแต่ละช่วงเวลา อาจจะไม่เท่ากัน ซึ่งจะหาความเร็วเฉลี่ย (average velocity)

$$\text{ความเร็วเฉลี่ย} = \frac{\text{ระยะห่างของวัตถุจากตำแหน่งเดิม}}{\text{เวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่}}$$

ความเร็วเฉลี่ยแทนด้วยจำนวนจริง จะเป็นจำนวนจริงบวกหรือลบก็ได้ ค่าบวกหรือลบแสดงทิศทางของการเคลื่อนที่

พิจารณาทารางต่อไปนี้ แล้วเติมค่าลงในช่องว่าง

ช่วงเวลา (วินาที)	วัตถุเคลื่อนที่จากตำแหน่งเดิมไปตำแหน่งใหม่	ระยะห่างของวัตถุจากตำแหน่งเดิม	เวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่	ความเร็วเฉลี่ย (เมตร/วินาที)	อัตราเร็วเฉลี่ย (เมตร/วินาที)	
0 → 5	30	20	-10	5	$\frac{-10}{5} = -2$	$\frac{ -10 }{5} = 2$
3 → 7	40	0	-40	4	$\frac{-40}{4} = -10$	$\frac{ -40 }{4} = 10$
1 → 4	10	37	27	3	$\frac{27}{3} = 9$	$\frac{ 27 }{3} = 9$
5 → 8	5	15	.....	.....	$\frac{10}{2} = 5$	$\frac{ 10 }{2} = 5$
$t_1 \rightarrow t_2$	$s_1$	$s_2$	$s_1 - s_2$	$t_2 - t_1$	$\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$	$\frac{ s_2 - s_1 }{t_2 - t_1}$

เมื่อ  $t_2 > t_1$

0 → 5	30	20	-10	5	$\frac{-10}{5} = -2$	$\frac{ -10 }{5} = 2$
3 → 7	40	0	-40	4	$\frac{-40}{4} = -10$	$\frac{ -40 }{4} = 10$
1 → 4	10	37	27	3	$\frac{27}{3} = 9$	$\frac{ 27 }{3} = 9$
5 → 8	5	15	.....	.....	$\frac{10}{2} = 5$	$\frac{ 10 }{2} = 5$
$t_1 \rightarrow t_2$	$s_1$	$s_2$	$s_1 - s_2$	$t_2 - t_1$	$\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$	$\frac{ s_2 - s_1 }{t_2 - t_1}$

เมื่อ  $t_2 > t_1$

เลขคำตอบแบบ 2 คือ



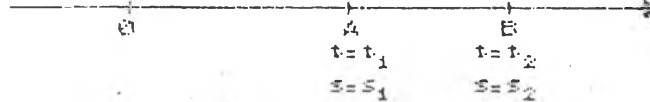
ถ้า  $t_2 > t_1$

$s_1$  เป็นตำแหน่งของวัตถุเมื่อเคลื่อนที่ไป  $t_1$  หน่วยเวลา

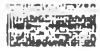
$s_2$  เป็นตำแหน่งของวัตถุเมื่อเคลื่อนที่ไป  $t_2$  หน่วยเวลา

ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $t_1$  ถึง  $t_2$  เป็น  $\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$

แสดงตำแหน่งบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



อัตราเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $t_1$  ถึง  $t_2$  เป็น  $\frac{|s_2 - s_1|}{t_2 - t_1}$



พิจารณาตารางต่อไปนี้ แล้วเติมลงในช่องว่าง

สมการ การเคลื่อนที่ $s = f(t)$ (เมตร)	$t$ (วินาที)	$s$ (เมตร)	ความเร็วเฉลี่ย (มตส./วินาที)	อัตราเร็วเฉลี่ย (มตส./วินาที)
$s = 20 - 2t$	1	18	$\frac{-2}{2} = -2$	$ \frac{-2}{2}  = 2$
$s = 20 - 4t$	2	12	$\frac{-4}{2} = -2$	$ \frac{-4}{2}  = 2$
$s = 3t$	4	12	$\frac{4}{2} = 2$	$ \frac{4}{2}  = 2$
$s = 6t$	1	6	$\frac{6}{1} = 6$	$ \frac{6}{1}  = 6$
$s = f(t)$	$t_1$	$f(t_1)$	$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$	$ \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1} $
	$t_2$	$f(t_2)$		

$s = 20 - 4t$	2	12	$\frac{-4}{2} = -2$	$ \frac{-4}{2}  = 2$
$s = 3t$	4	12	$\frac{4}{2} = 2$	$ \frac{4}{2}  = 2$
$s = 6t$	1	6	$\frac{6}{1} = 6$	$ \frac{6}{1}  = 6$
$s = f(t)$	$t_1$	$f(t_1)$	$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$	$ \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1} $
	$t_2$	$f(t_2)$		

อัตราเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $t_1$  ถึง  $t_2$  เป็น  $\frac{|s_2 - s_1|}{t_2 - t_1}$

12

6

$t_2$



ถ้า  $s = f(t)$  จะได้

$$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1} \quad \text{เมื่อ } t_2 > t_1$$

อัตราเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $t_1$  ถึง  $t_2$  เป็น

$$\frac{|f(t_2) - f(t_1)|}{t_2 - t_1} \quad \text{เมื่อ } t_2 > t_1$$

ให้  $s = 3t^2 - 5$  เป็นสมการของการเคลื่อนที่ของรถยนต์คันหนึ่ง

เมื่อ  $t$  เป็นเวลาที่มีหน่วยเป็นวินาที

$s$  เป็นระยะทางที่มีหน่วยเป็นเมตร

จงหาความเร็วเฉลี่ยของการเคลื่อนที่ในช่วงเวลา  $t$  ตั้งแต่  $1$  ถึง  $5$  วินาที

วิธีทำ ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $t_1$  ถึง  $t_2$

$$= \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1} \quad \text{เมื่อ } t_2 > t_1$$

$$\text{ให้ } t_1 = 1, t_2 = 5$$

$$\text{ดังนั้น } s_1 = 3(1)^2 - 5 = -2$$

$$s_2 = 3(5)^2 - 5 = 70$$

ให้  $s = 3t^2 - 5$  เป็นสมการของการเคลื่อนที่ของรถยนต์คันหนึ่ง

วิธีทำ ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $t_1$  ถึง  $t_2$

$$= \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1} \quad \text{เมื่อ } t_2 > t_1$$

$$\text{ให้ } t_1 = 1, t_2 = 5$$

$$\text{ดังนั้น } s_1 = 3(1)^2 - 5 = -2$$

$$s_2 = 3(5)^2 - 5 = 70$$

นี่คือความเร็วเฉลี่ยในช่วง  $t_1 = 1$  ถึง  $t_2 = 5$

$$\text{เป็น } \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$$

$$= \frac{(\dots) - (\dots)}{4} \text{ เมตร/วินาที}$$

$$= \dots \text{ เมตร/วินาที}$$

**ตัวอย่างที่ 1** ให้  $s = 3t^2 - 5$  เป็นสมการของการเคลื่อนที่ของรถคันหนึ่ง

นับต่อความเร็วเฉลี่ยในช่วง  $t_1 = 1$  ถึง  $t_2 = 5$

$$\begin{aligned} \text{เป็น } & \frac{f(t_2) - f(t_1)}{5 - 1} \\ & = \frac{(\dots) - (\dots)}{4} \text{ เมตร/วินาที} \\ & = \dots \text{ เมตร/วินาที} \end{aligned}$$

**เฉลยตัวอย่างที่ 1** 70 -2  
18

**ตัวอย่างที่ 2** ถ้า  $s = 4t - t^2$  เป็นฟังก์ชันของการเคลื่อนที่ของวัตถุชนิดหนึ่ง ซึ่งมีหน่วยของระยะทางเป็นเมตร และหน่วยของเวลาเป็นวินาที จงหาความเร็วเฉลี่ยของการเคลื่อนที่ของวัตถุนี้ในช่วงเวลา 2 ถึง 4 วินาที

**วิธีทำ** ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $t_1$  ถึง  $t_2$  เป็น  $\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$

เมื่อ  $t_1 = 2$  จะได้  $f(t_1) = f(2) = 4(2) - 2^2 = \dots$

เมื่อ  $t_2 = 4$  จะได้  $f(t_2) = f(4) = \dots = \dots$

$$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{f(\dots) - f(\dots)}{4 - 2}$$

ดังนั้นความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา 2 ถึง 4 วินาที เป็น  $\dots$  เมตร/วินาที

**วิธีทำ** ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $t_1$  ถึง  $t_2$  เป็น  $\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$

เมื่อ  $t_1 = 2$  จะได้  $f(t_1) = f(2) = 4(2) - 2^2 = \dots$

เมื่อ  $t_2 = 4$  จะได้  $f(t_2) = f(4) = \dots = \dots$

$$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{f(\dots) - f(\dots)}{4 - 2}$$

ดังนั้นความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา 2 ถึง 4 วินาที เป็น  $\dots$  เมตร/วินาที

**วิธีทำ**  $\frac{4(4) - 4^2}{4 - 2} = \frac{0}{2} = 0$   
-2

## โจทย์ปัญหา

กำหนดสมการการเคลื่อนที่  $f(t) = t^2 - 5t + 6$  เมื่อหน่วยของเวลาเป็นวินาที หน่วยของระยะทางเป็นเมตร ข้อใดเป็นความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา ๑ วินาที ถึง 1.5 วินาที

- ก. -3.25 เมตร/วินาที  
ข. -3.5 เมตร/วินาที  
ค. 1.5 เมตร/วินาที  
ง. 3.5 เมตร/วินาที

## โจทย์ปัญหา

ข

จงหาอัตราเร็วเฉลี่ยและความเร็วเฉลี่ย จากสมการการเคลื่อนที่  $s = 20 - t$  ในช่วงเวลา ๑ ถึง ๕ วินาที

## โจทย์ปัญหา

- 3 หน่วย/วินาที  
3 หน่วย/วินาที

การหาความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา 1 วินาทีจาก  $t=0$  ถึง  $t=4$  เมื่อสมการการเคลื่อนที่  $s = 4.9t^2$  จึงพิจารณาตารางต่อไปนี้

เวลา $t$ (วินาที)	ระยะทาง $s$ (เมตร)	ผลต่างของระยะทาง
0	0	
1	4.9	4.9
2	19.6	14.7
3	44.1	24.5
4	78.4	34.3

3	44.1	24.5
4	78.4	34.3

เนื่องจากคิดระยะทางทุก 1 วินาที การหาความเร็วในช่วงเวลาต่างๆ จึงต้องหารผลต่างของระยะทางด้วย ดังนั้นความเร็วเฉลี่ยในกรณีนี้ จึงหาได้ดังนี้

ช่วงเวลา	ความเร็วเฉลี่ย (เมตร/วินาที)
$t=0$ ถึง $t=1$	4.9
$t=1$ ถึง $t=2$	14.7
$t=2$ ถึง $t=3$	24.5
$t=3$ ถึง $t=4$	34.3

ในช่วงเวลาต่างๆ จึงต้องหารผลต่างของระยะทางด้วย ดังนั้นความเร็วเฉลี่ยในกรณีนี้ จึงหาได้ดังนี้

ช่วงเวลา	ความเร็วเฉลี่ย (เมตร/วินาที)
$t=0$ ถึง $t=1$	4.9
$t=1$ ถึง $t=2$	14.7
$t=2$ ถึง $t=3$	24.5
$t=3$ ถึง $t=4$	34.3

รวมได้ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 34.3

การหาความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาทุก 0.5 วินาที จาก  $t = 0$  ถึง  $t = 2$  เมื่อสมการการเคลื่อนที่  $s = 4.9t^2$  จึงมีการหาตารางต่อไปนี้

เวลา $t$ (วินาที)	ระยะทาง $s$ (เมตร)	ผลต่างของระยะทาง
0	0	
0.5	1.23	1.23
1.0	4.90	3.67
1.5	11.03	6.13
2.0	19.60	8.57

1.5	11.03	6.13
2.0	19.60	8.57

เนื่องจากคิดระยะทางทุก 0.5 วินาที การหาความเร็วเฉลี่ยในช่วงต่างๆ จึงต้องหารผลต่างของระยะทางด้วย ... ดังนั้นความเร็วเฉลี่ยในกรณีนี้จึงหาได้ดังนี้

ช่วงเวลา	ความเร็วเฉลี่ย (เมตร/วินาที)
$t=0$ ถึง $t=0.5$	2.46
$t=0.5$ ถึง $t=1.0$	7.34
$t=1.0$ ถึง $t=1.5$	12.26
$t=1.5$ ถึง $t=2.0$	17.14

เฉลี่ยในช่วงต่างๆ จึงต้องหารผลต่างของระยะทางด้วย ... ดังนั้นความเร็วเฉลี่ยในกรณีนี้จึงหาได้ดังนี้

ช่วงเวลา	ความเร็วเฉลี่ย (เมตร/วินาที)
$t=0$ ถึง $t=0.5$	2.46
$t=0.5$ ถึง $t=1.0$	7.34
$t=1.0$ ถึง $t=1.5$	12.26
$t=1.5$ ถึง $t=2.0$	17.14

0.5

การหาความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาทุก 0.1 วินาที จาก  $t=0.5$  ถึง  $t=1.5$  เมื่อสมการการเคลื่อนที่  $s=4.9t^2$  จึงมีการวาดตารางต่อไปนี้

เวลา (วินาที)	ระยะทาง (เมตร)	ผลต่างของระยะทาง
0.5	1.23	
0.6	1.76	0.53
0.7	2.40	0.63
0.8	3.14	0.74
0.9	3.97	0.83
1.0	4.90	0.93
1.1	5.93	1.03

เมื่อสมการการเคลื่อนที่  $s=4.9t^2$  จึงมีการวาดตารางต่อไปนี้

เวลา (วินาที)	ระยะทาง (เมตร)	ผลต่างของระยะทาง
0.5	1.23	
0.6	1.76	0.53
1.0	7.06	1.13
1.3	8.29	1.22
1.4	9.60	1.32
1.5	11.03	1.43

1.0	7.06	1.13
1.3	8.29	1.22
1.4	9.60	1.32

เนื่องจากคิดระยะทางทุก 0.1 วินาที การหาความเร็วเฉลี่ยเฉลี่ยในช่วงเวลาต่างๆ จึงต้องหารผลต่างของระยะทางด้วย ... ดังนี้

ช่วงเวลา	ความเร็วเฉลี่ย (เมตร/วินาที)
$t=0.9$ ถึง $t=1.0$	0.93
$t=1.0$ ถึง $t=1.1$	1.03

1.4	9.60	1.32
-----	------	------

เนื่องจากดีลระยะทางทุก 0.1 วินาที การหาความ  
เร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาต่างๆ จึงต้องหารผลต่างของระยะ  
ทางด้วย... ดังนี้

ช่วงเวลา	ความเร็วเฉลี่ย (เมตร/วินาที)
t=0.9 ถึง t=1.0	9.3
t=1.0 ถึง t=1.1	10.3
เฉลี่ยค่าตอนปลาย	9.5

ในวิชาฟิสิกส์กล่าวไว้ว่า เมื่อของตกจากที่สูง  
เร็วขึ้นเรื่อยๆ และในกรณีที่ของตกจากที่สูง  $h=0$  เมื่อ

$u=9.8$  เมตร/วินาที  
ดังนั้น  $v=9.8t$  และถ้า  $t=1$  แล้ว  $v=9.8(1)=9.8$   
ซึ่งความเร็วเฉลี่ยนี้ เท่ากับความเร็วเฉลี่ยของสมการ  
การเคลื่อนที่  $s=4.9t^2$  เมื่อ  $t=1$

แสดงว่าตาราง  
ความเร็วเฉลี่ยในช่วง  $0.1$  วินาที  
= 9.3 เมตร/วินาที  
ความเร็วเฉลี่ยในช่วง  $0.1$  วินาที  
= 10.3 เมตร/วินาที

ความเร็วเฉลี่ยในช่วง  $0.1$  วินาที  
= 9.3 เมตร/วินาที  
ความเร็วเฉลี่ยในช่วง  $0.1$  วินาที  
= 10.3 เมตร/วินาที

จะเห็นว่าค่าที่ได้ไม่เท่ากัน เนื่องจากช่วงเวลา  
0.1 วินาที ยังเป็นช่วงเวลาที่สั้นเกินไป  
การทดลองหาเวลาขณะ  $t=1$  จึงเป็นค่าของหาความเร็ว  
เฉลี่ยในช่วงเวลาสั้นๆ ใกล้  $t=1$  ดังนั้นจะหาความเร็ว  
เฉลี่ยในช่วง  $t=1-h$  ถึง  $t=1$  และในช่วงเวลา  $t=1$  ถึง  
 $t=1+h$

จากความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $1-h$  ถึง  $1$  วินาที กับความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $1$  ถึง  $1+h$  จะหาความเร็วเฉลี่ยเมื่อ  $h$  มีค่าต่างๆกัน ได้ดังตาราง (เมื่อ  $s = 4.9t^2$ )

h วินาที	ช่วงเวลา $1-h$ ถึง $1$ ช่วงเวลา $1$ ถึง $1+h$	ความเร็วเฉลี่ย เมตร/วินาที
1	0 ถึง 1	4.9
	1 ถึง 2	14.7
0.5	0.5 ถึง 1	7.35
	1 ถึง 1.5	12.25
0.1	0.9 ถึง 1	9.31
	1 ถึง 1.1	10.29

หาความเร็วเฉลี่ยเมื่อ  $h$  มีค่าต่างๆกัน ได้ดังตาราง (เมื่อ  $s = 4.9t^2$ )

h วินาที	ช่วงเวลา $1-h$ ถึง $1$ ช่วงเวลา $1$ ถึง $1+h$	ความเร็วเฉลี่ย เมตร/วินาที
1	0 ถึง 1	4.9
	1 ถึง 2	14.7
0.01	0.99 ถึง 1	9.751
	1 ถึง 1.01	9.949
0.001	0.999 ถึง 1	9.7951
	1 ถึง 1.001	9.9949
0.0001	0.9999 ถึง 1	9.79951
	1 ถึง 1.0001	9.99949

ถ้าให้  $h$  มีค่าต่างๆเมื่อ  $h$  มีค่าลดลง ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $1-h$  ถึง  $1$  และในช่วง  $1$  ถึง  $1+h$  จะมีค่าใกล้เคียงกัน และเมื่อ  $h$  มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ (ใช้สัญลักษณ์  $h \rightarrow 0$ ) ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $1-h$  ถึง  $1$  และในช่วงเวลา  $1$  ถึง  $1+h$  จะมีค่าเข้าใกล้ 9.8 เมตรต่อวินาที และเรากล่าวว่าความเร็วในขณะ  $t=1$  เป็น 9.8 เมตร/วินาที เนื่องจากเมื่อ  $h \rightarrow 0$  ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $1-h$  ถึง  $1$  เป็น  $\frac{f(1) - f(1-h)}{1 - (1-h)}$  หรือเท่ากับ  $\frac{f(1-h) - f(1)}{(1-h) - 1}$  มีค่าใกล้เคียงกับ ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $1$  ถึง  $1+h$  ซึ่งเป็น  $\frac{f(1+h) - f(1)}{(1+h) - 1}$



**ตัวอย่าง** ความเร็วในขณะเวลา  $t=1$  จึงคำนวณได้จาก  
 สูตร  $\frac{f(1+h) - f(1)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

โดยถือว่า  $h$  อาจเป็นบวกหรือลบก็ได้

**นิยาม** เมื่อ  $s=f(t)$  เป็นสมการของการเคลื่อนที่  
 ความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใดๆ คือ  
 $\frac{f(t+h) - f(t)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

### อัตราเร็วเฉลี่ย

1. อัตราส่วน  $\frac{f(t+h) - f(t)}{h}$  คือความเร็วเฉลี่ยในช่วง  
 เวลา  $t$  ถึง  $t+h$

2. อัตราเร็วเฉลี่ย (average speed) หมายถึงอัตรา  
 ส่วนของระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ไปทั้งหมดต่อเวลาที่ ใช้  
 ทั้งหมด

3. **นิยาม** **อัตราเร็วชั่วขณะ** (instantaneous speed หรือ speed)

4. **นิยาม** หมายถึงความเร็วในขณะเวลาใดเวลา  
 หนึ่งซึ่งคือ **นิยาม** เช่น ถ้าคนขับรถ  
 (หรือรถยนต์บังคับให้เข็มนาฬิกาเลข ๑๑) ตลอดเวลา หลังจาก  
 เป็น ๑ ชั่วโมง รถจะเคลื่อนไปโดยระยะทาง ๑๐ กิโลเมตร  
 ๕. **นิยาม** หมายถึงอัตราเร็วในขณะใดขณะหนึ่ง  
**นิยาม** และเมื่อแทนค่าของจำนวนจริงจะเป็น  
 ลบไม่ใดแทน การขับรถย้อนกลับ ถ้าเข็มนาฬิกาตัวเลข  
 ๑๑ ของรถเลขที่เลข ๑๑ หมายถึงความเร็ว อัตราเร็ว  
 ในขณะนั้น เป็น ๑๑ กิโลเมตร/ชั่วโมง

**ตัวอย่าง**

เมื่อ  $s=f(t)$  เป็นสมการของการเคลื่อนที่ ความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใดๆ  $= \frac{f(t+h)-f(t)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

**ตัวอย่าง**

ให้  $f(t) = 3t^2$  เป็นสมการของการเคลื่อนที่ของวัตถุชนิดหนึ่ง เมื่อเวลาที่มีหน่วยเป็นวินาที ระยะทางมีหน่วยเป็นเมตร จงหาความเร็วในขณะ  $t=2$  วินาที

วิธีทำ จากนิยาม

ความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใดๆ  $= \frac{f(t+h)-f(t)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

$$\text{จาก } f(t) = 3t^2$$

$$\text{จะได้ } f(t+h) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$\frac{f(t+h)-f(t)}{h} = \frac{\dots\dots\dots}{h}$$

$$= \dots\dots\dots$$

ดังนั้น ความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใดๆ  $= \frac{f(t+h)-f(t)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

$$\text{จาก } f(t) = 3t^2$$

$$\text{จะได้ } f(t+h) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$\frac{f(t+h)-f(t)}{h} = \frac{\dots\dots\dots}{h}$$

$$= \dots\dots\dots$$

ดังนั้น ความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใดๆ  $= \dots\dots$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

$= \dots\dots$  เมตร/วินาที

แทนค่า  $t=2$

จะได้ ความเร็วในขณะ  $t=2$  วินาที  $= \dots\dots$  เมตร/วินาที

= ..... เมตร/วินาที

แทนค่า  $t=2$

จะได้ ความเร็วในขณะ  $t=2$  วินาที = ..... เมตร/วินาที

**หาค่าอนุพันธ์ของ  $s = \frac{1}{2}at^2$**

$$\begin{aligned} & 3(t+h)^2 \\ & 3t^2 + 6th + 3h^2 \\ & 3t^2 + 6th + 3h^2 - 3t^2 \\ & 6t + 3h \\ & 6t + 3h \\ & 6t \\ & 12 \end{aligned}$$

**หาค่าอนุพันธ์ของ  $s = \frac{1}{2}at^2$**

กำหนด  $s = \frac{1}{2}at^2$  เมื่อหน่วยของเวลา เป็นวินาที  
 หน่วยของระยะทาง เป็น เมตร ( $a$  เป็นค่าคงตัวมีค่าเป็น  
 ๑.๖ เมตร/วินาที<sup>2</sup>) จงหาความเร็ว

- ก. ขณะเวลา  $t$  ใดๆ
- ข. ขณะเวลา  $t=1$
- ค. ขณะเวลา  $t=2$

วิธีทำ (ก)

ความเร็วขณะเวลา  $t$  ใดๆ =  $\frac{f(t+h) - f(t)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

$$\begin{aligned}
 \text{ความเร็วขณะเวลา } t \text{ ใดๆ} &= \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0 \\
 &= \frac{\frac{1}{2} g (\dots)^2 + \frac{1}{2} (\dots)}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0 \\
 &= \frac{1}{h} (gth + \frac{1}{2} gh^2) \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0 \\
 &= gt + \frac{1}{2} gh \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0
 \end{aligned}$$

(เมื่อ  $h \rightarrow 0$  ค่าของ  $\frac{1}{2} gh$  จะน้อยมาก **จึงละทิ้งไป**)  
**ได้** แต่ก็น้อยมาก **แล้วทิ้งไป**)  
 $= gt$  เมตร/วินาที

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\frac{1}{2} g (\dots)^2 + \frac{1}{2} (\dots)}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0 \\
 &= \frac{1}{h} (gth + \frac{1}{2} gh^2) \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0 \\
 &= gt + \frac{1}{2} gh \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0
 \end{aligned}$$

(เมื่อ  $h \rightarrow 0$  ค่าของ  $\frac{1}{2} gh$  จะน้อยมาก **จึงละทิ้งไป**)  
**ได้** แต่ก็น้อยมาก **แล้วทิ้งไป**)  
 $= gt$  เมตร/วินาที

วิธีทำ (ข) จาก (ก) ได้ว่า

$$\text{ความเร็วขณะเวลาใดๆ} = gt \quad \text{เมตร/วินาที}$$

ดังนั้น

$$\text{ความเร็วขณะเวลา} \quad \text{คือ } 9.8(\dots) \quad \text{เมตร/วินาที}$$

$$= \dots \quad \text{เมตร/วินาที}$$

**เลขคำตอบข้อ 3 คือ**

$$\begin{array}{l} \text{ข.} \quad 1 \\ \quad 9.8 \end{array}$$

วิธีทำ (ค) จาก (ก) ได้ว่า

$$\text{ความเร็วขณะเวลาใดๆ} = gt \quad \text{เมตร/วินาที}$$

ดังนั้น

$$\text{ความเร็วขณะเวลา} \quad \text{คือ } 9.8(\dots) \quad \text{เมตร/วินาที}$$

$$= \dots \quad \text{เมตร/วินาที}$$

วิธีทำ (ค) จาก (ก) ได้ว่า

ความเร็วขณะเวลา  $t$  ใดๆ =  $gt$  เมตร/วินาที

ดังนั้น

ความเร็วขณะเวลา  $t=2$  คือ  $g \cdot 2 (\dots)$  เมตร/วินาที

=  $\dots$  เมตร/วินาที

เฉลยข้อ ๖ ข้อ (ค) 2

19.6

วิธีทำ

จากสมการการเคลื่อนที่  $s=3t+5$  จงหาความเร็วในขณะ  $t=2$  ถึง  $t=3$

วิธีทำ

ความเร็วขณะเวลา  $t$  ใดๆ =  $\frac{f(t+h) - f(t)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

=  $\frac{[3(\dots)+5] - (3t+5)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

=  $\frac{3t + 3h - (\dots)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

=  $\frac{3h}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

=  $\frac{[3(\dots)+5] - (3t+5)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

=  $\frac{3t + 3h - (\dots)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

=  $\frac{3h}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

=  $\dots$

ดังนั้น

ความเร็วขณะเวลา  $t=2$  คือ  $\dots$  เมตร/วินาที

ความเร็วขณะเวลา  $t=3$  คือ  $\dots$  เมตร/วินาที

ดังนั้น

ความเร็วขณะเวลา  $t=2$  คือ ..... เมตร/วินาที

ความเร็วขณะเวลา  $t=3$  คือ ..... เมตร/วินาที

**ตัวอย่างที่ 2**

$t+h$   
 $3t$   
 $3$   
 $3$   
 $3$

**ข้อ 5. ลูกบอลตก**

วัตถุชิ้นหนึ่งเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง เมื่อเวลา  $t$  วินาที เคลื่อนที่ได้ระยะทาง  $s$  ฟุต สมการการเคลื่อนที่คือ  $s=t-16t^2$  จงหาความเร็วเมื่อเวลา  $t$  วินาที

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{ความเร็วขณะเวลา } t \text{ ใดๆ} &= \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ &= \frac{f(t+h) - 163 - (\dots)}{h} \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ &= \frac{h}{h} \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0 \end{aligned}$$

วินาที เคลื่อนที่ได้ระยะทาง  $s$  ฟุต สมการการเคลื่อนที่คือ  $s=t-16t^2$  จงหาความเร็วเมื่อเวลา  $t$  วินาที

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{ความเร็วขณะเวลา } t \text{ ใดๆ} &= \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ &= \frac{f(t+h) - 163 - (\dots)}{h} \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ &= \frac{h}{h} \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ &= \dots \end{aligned}$$

ดังนั้น

ความเร็วขณะเวลา  $t$  วินาทีคือ ..... ฟุต/(วินาที)<sup>2</sup>

$$\begin{aligned}
 \text{ความเร็วขณะเวลา } t \text{ ใดๆ} &= \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0 \\
 &= \frac{f(t+h) - 16}{h} \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0 \\
 &= \frac{h}{h} \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0 \\
 &= \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

ดังนั้น

ความเร็วขณะเวลา  $t$  วินาที คือ  $\dots\dots$  เมตร/วินาที<sup>2</sup>

**เฉลยตัวอย่างข้อ 1 คือ**  $t-16$   
1  
1

**โจทย์ปัญหา**

1. ถ้าสมการการเคลื่อนที่  $s = t^2$  แล้วความเร็วในขณะเวลา  $t=3$  คือข้อใด

- |         |       |
|---------|-------|
| ก. $4t$ | ด. 3  |
| ข. 4    | จ. 12 |

**เฉลยตัวอย่างข้อ 1 คือ** จ

**โจทย์ปัญหา**

2. ถ้าสมการการเคลื่อนที่  $s = 2t - t^2$  แล้วความเร็วในขณะเวลา  $t=3$  คือข้อใด

- |           |       |
|-----------|-------|
| ก. $2-2t$ | ด. -1 |
| ข. -4     | จ. 4  |

**เฉลยตัวอย่างข้อ 2 คือ** ข



**ตัวอย่างที่ 5** ฝึกหัดการเปลี่ยนแปลง

ให้ฟังก์ชัน  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = x^2 - 3\}$   
 ซึ่งฟังก์ชันสามารถเขียนแทนด้วย  $y = x^2 - 3$  หรือ  
 $f(x) = x^2 - 3$  และเมื่อกำหนดค่า  $x$  ให้ สามารถหาค่า  $y$   
 หรือ  $f(x)$  ได้ดังนี้

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y=f(x)$	6	1	-2	-3	-2	1	6

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y=f(x)$	6	1	-2	-3	-2	1	6

ใช้ได้จากตารางข้างบน

ช่วงที่ $x$ เปลี่ยน	ค่า $y$ ที่สอดคล้อง (ตามช่วง $x$ ที่เปลี่ยน)	ค่า $x$ ที่เปลี่ยนไป	ค่า $y$ ที่เปลี่ยนไป	อัตราการของ $y$ ที่เปลี่ยนต่อค่า $x$ ที่เปลี่ยนไป
-2 เป็น 0	จาก $f(-2)$ เป็น $f(0)$	$0 - (-2) = 2$	$f(0) - f(-2) = 4$	-2
0 เป็น 2	จาก $f(0)$ เป็น $f(2)$	$2 - (0) = 2$	$f(2) - f(0) = 4$	1
1 เป็น 3	จาก $f(1)$ เป็น $f(3)$	$3 - 1 = 2$	$f(3) - f(1) = 8$	4
$x$ เป็น $x+h$	จาก $f(x)$ เป็น $f(x+h)$	$x+h - x = h$	$f(x+h) - f(x)$	$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

ถ้า  $y = f(x)$  เป็นฟังก์ชันใด ๆ เมื่อค่าของ  $x$  เปลี่ยนไปเป็น  $x+h$  โดยที่  $h \neq 0$  ค่าของ  $y$  เปลี่ยนจาก  $f(x)$  ไปเป็น  $f(x+h)$  แล้ว

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $y$  เทียบกับ  $x$  ในช่วง  $x$  ถึง  $x+h$  คือ  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $y$  เทียบกับ  $x$  มีค่าใด ๆ คือ  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  เมื่อ  $h \neq 0$

ในการสูบน้ำออกจากสระ หลังสูบน้ำไป  $t$  นาที มีน้ำเหลือในสระ  $Q$  ลูกบาศก์เมตร ความสัมพันธ์ระหว่าง  $t$  กับ  $Q$  อยู่ในรูปสมการ

$$Q = \left(12 - \frac{t}{10}\right)^2 \quad \text{องศา}$$

(ก) อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาณน้ำในสระเทียบกับเวลา ในช่วงเวลา  $t=0$  ถึง  $t=10$  นาที

(ข) อัตราการเปลี่ยนแปลงปริมาณน้ำในสระเทียบกับเวลา ในช่วงเวลา  $t=10$  นาที

วิธีทำ ให้  $Q = f(t) = \left(12 - \frac{t}{10}\right)^2$

(ก) อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยในช่วงเวลา  $t$  นาที ถึง  $t+h$  นาที

วิธีทำ ให้  $Q = f(t) = \left(12 - \frac{t}{10}\right)^2$

(ก) อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยในช่วงเวลา  $t$  นาที ถึง  $t+h$  นาทีเป็น

$$\begin{aligned} \frac{f(t+h)-f(t)}{h} &= \frac{1}{h} \left[ \left(12 - \frac{t+h}{10}\right)^2 - \left(12 - \frac{t}{10}\right)^2 \right] \\ &= \frac{1}{h} \left[ 144 - 24 \frac{t+h}{10} + \frac{(t+h)^2}{100} - 144 + \frac{24t}{10} - \frac{t^2}{100} \right] \\ &= \frac{1}{h} \left[ 144 - \frac{24t}{10} - \frac{24h}{10} + \frac{t^2}{100} + \frac{2th}{100} + \frac{h^2}{100} - 144 + \frac{24t}{10} - \frac{t^2}{100} \right] \\ &= \frac{1}{h} \left[ -\frac{24h}{10} + \frac{2th}{100} + \frac{h^2}{100} \right] \\ &= -2.4 + 0.02t + 0.01h \end{aligned}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยในช่วง 0 นาที ถึง 10 นาที ได้จากการแทนค่า  $t$  ด้วย 0 และแทนค่า  $h$  ด้วย 10

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย} &= -2.4 + 0.1 \\ &= -2.3 \text{ ลูกบาศก์เมตร/นาที} \end{aligned}$$

### การหาค่าอนุพันธ์

จาก  $Q = f(t) = (12 - \frac{t}{10})^2$   
 เมื่อ  $t=0$  มีน้ำอยู่ในสระ  $(12-0)^2 = 144$  ลูกบาศก์เมตร

เมื่อ  $t=10$  มีน้ำอยู่ในสระ  $(12-1)^2 = 121$  ลูกบาศก์เมตร

ดังนั้น ในเวลา 10 นาที น้ำไหลออกไป  $= 144-121 = 23$  ลูกบาศก์เมตร

โดยเฉลี่ยใน 1 นาที น้ำไหลออกไป  $= 2.3$  ลูกบาศก์เมตร

เพราะว่า เมื่อเวลา  $t$  เพิ่มขึ้น ปริมาณน้ำในสระลดลง จึงได้อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยตลอด

ดังนั้น ในเวลา 10 นาที น้ำไหลออกไป  $= 144-121 = 23$  ลูกบาศก์เมตร

โดยเฉลี่ยใน 1 นาที น้ำไหลออกไป  $= 2.3$  ลูกบาศก์เมตร

เพราะว่า เมื่อเวลา  $t$  เพิ่มขึ้น ปริมาณน้ำในสระลดลง จึงได้อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยตลอด

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาณน้ำในสระเป็น  $-2.3$  ลูกบาศก์เมตร/นาที

### การหาค่าอนุพันธ์

อัตราการเปลี่ยนแปลงเป็นจำนวนลบแสดงว่า

เมื่อ  $t$  มากขึ้น ปริมาณน้ำในสระจะลดลง สำหรับ

โจทย์ข้อนี้เฉพาะเวลา  $t=10$  นาที บอกให้รู้ที่อัตราการเปลี่ยนแปลงมากที่สุดเมื่อใด ถ้าลองการทราบค่า หลังจากนั้น 1 นาที น้ำในสระจะไหลออกไปเป็นปริมาณเท่าใด จะลองหาจากสูตร  $Q = (12 - \frac{t}{10})^2$

เมื่อ  $t=10$  จะได้  $Q=121$  ลูกบาศก์เมตร

เมื่อ  $t=11$  จะได้  $Q=(12-1.1)^2$  ลูกบาศก์เมตร  
 $= 118.81$  ลูกบาศก์เมตร

ดังนั้น น้ำไหลออกไป  $121-118.81=2.19$  ลูกบาศก์เมตร คำตอบไม่ใช่ 2.2 ลูกบาศก์เมตร

ได้ จะต้องหาจากสูตร  $d = (12 - \frac{t}{10})^2$

เมื่อ  $t=10$  จะได้  $d=121$  ลูกบาศก์เมตร

เมื่อ  $t=11$  จะได้  $d=(12-1.1)^2$  ลูกบาศก์เมตร  
 $=118.81$  ลูกบาศก์เมตร

ดังนั้นน้ำไหลออกไป  $121-118.81=2.19$  ลูกบาศก์  
 เมตร ต่อชั่วโมง  $\approx 2.2$  ลูกบาศก์เมตร

เพราะสูตรอัตราการเปลี่ยนแปลงในขณะเวลา  $t$  เป็น  
 $-2.4 + 0.22t$  บอกให้รู้ว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงทุก  
 ขณะขึ้นอยู่กับค่าของ  $t$

๒. ในการทำโจทย์ทำนองนี้สามารถที่จะเลือกทำวิธีที่ 1  
 และ ๒ ได้ การทำวิธีที่ 1 จะมีประโยชน์สำหรับข้อนี้  
 เพราะนำผลไปใช้ในการตอบคำถาม(ข)

๓. จาก  $y=f(x)$  เมื่ออัตราการเปลี่ยนแปลงเป็นจำนวน  
 บวก แสดงว่าเมื่อค่า  $x$  เพิ่มขึ้นค่าของ  $y$  จะเพิ่มขึ้น  
 และ เมื่ออัตราการเปลี่ยนแปลงเป็นจำนวนลบ แสดง  
 ว่าเมื่อค่า  $x$  เพิ่มขึ้น ค่าของ  $y$  จะลดลง

วิธีทำ ให้  $d = f(t) = (12 - \frac{t}{10})^2$

(ข) อัตราการเปลี่ยนแปลงในขณะเวลา  $t$  ใน

เป็น  $\frac{f(t+h) - f(t)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

$$= -2.4 + 0.22t + 0.22h \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0$$

จะได้ อัตราการเปลี่ยนแปลงในขณะเวลา  $t$  ใน

$$= -2.4 + 0.22t \text{ ลูกบาศก์เมตร/นาท}$$

ดังนั้น ในขณะเวลา  $t=10$  อัตราการเปลี่ยนแปลง  
 เป็น

$$= -2.4 + 0.22(10) \text{ ลูกบาศก์เมตร/นาท}$$

$$= -2.2 \text{ ลูกบาศก์เมตร/นาท}$$

**ตัวอย่างข้อสอบ**

กำหนดให้  $y = 3 - x^2$  จงหา

(ก) อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ  $y$  เทียบกับ  $x$  เมื่อ  $x$  เปลี่ยนจาก 4 เป็น 6

(ข) อัตราการเปลี่ยนแปลง ขณะ  $x=8$

วิธีทำ (ก) ให้  $y = f(x) = 3 - x^2$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ  $y$  ในช่วง  $x$  ถึง  $x+h$  เท่ากับ  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

เมื่อ  $x=4$ ,  $x+h = 6$

ดังนั้น  $h = \dots\dots\dots$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $y$  ในช่วง  $x$  มีค่า 4 ถึง 6 เท่ากับ  $\frac{f(\dots) - f(\dots)}{2}$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $y$  ในช่วง  $x$  มีค่า 4 ถึง 6 เท่ากับ  $\frac{f(\dots) - f(\dots)}{2}$

เนื่องจาก  $f(x) = 3 - x^2$

$f(6) = \dots\dots\dots$

$f(4) = \dots\dots\dots$

$\frac{f(6) - f(4)}{2} = \frac{\dots\dots\dots}{2}$

$= \dots\dots\dots$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ  $y$  เมื่อ  $x$  เปลี่ยนจาก 4 เป็น 6 เท่ากับ  $\dots\dots\dots$

เปลี่ยนจาก 4 เป็น 6 เท่ากับ

**ตัวอย่างข้อสอบ**

(ก)

2

6

4

-33

-13

-20

-19

-18

วิธีทำ (ข)

$$\begin{aligned} \text{เนื่องจาก } f(x) &= 3 - x^2 \\ f(x+h) &= 3 - (x+h)^2 \\ &= 3 - x^2 - 2xh - h^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น  $f(x+h) - f(x) = 3 - x^2 - 2xh - h^2 - 3 + x^2 = -2xh - h^2$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $y$  ขณะที่  $x$  มีค่าใดๆ เท่ากับ

$$\begin{aligned} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} & \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ = \frac{-2xh - h^2}{h} & \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ = -2x - h & \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ = -2x \end{aligned}$$

(ต้องเขียน  $h \rightarrow 0$  ไว้เสมอ ถ้ายังไม่ได้แทนค่า  $h=0$ )

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $y$  ขณะที่  $x$  มีค่าใดๆ เท่ากับ

$$\begin{aligned} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} & \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ = \frac{-2xh - h^2}{h} & \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ = -2x - h & \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ = -2x \end{aligned}$$

(ต้องเขียน  $h \rightarrow 0$  ไว้เสมอ ถ้ายังไม่ได้แทนค่า  $h=0$ )

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $y$  ขณะที่  $x=2$  มีค่า

$$\begin{aligned} &= -2(\dots) \\ &= \dots \end{aligned}$$

(ต้องเขียน  $h \rightarrow 0$  ไว้เสมอ ถ้ายังไม่ได้แทนค่า  $h=0$ )

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $y$  ขณะที่  $x=2$  มีค่า

$$\begin{aligned} &= -2(\dots) \\ &= \dots \end{aligned}$$



เมื่อ  $x$  เป็นเวลา  $y$  เป็นระยะทาง

นิยมเขียน  $t$  แทน  $x$  และ  $s$  แทน  $y$

ฟังก์ชัน  $y=f(x)$  จึงเป็น  $s=f(t)$

ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลง  $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$  จึงเป็น  $\frac{f(t+h)-f(t)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$  ซึ่งเป็นความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใดๆ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $v$

ถ้า  $v$  เป็นจำนวนบวก แสดงว่าเมื่อ  $t$  มีค่ามากขึ้น  $s$  จะมีค่ามากขึ้น และ

ถ้า  $v$  เป็นจำนวนลบ แสดงว่าเมื่อ  $t$  มีค่ามากขึ้น  $s$  จะมีค่าลดลง



เมื่อปล่อยก้อนหินตกจากที่สูง

กฎการเคลื่อนที่  $s = 4.9t^2$

จะได้ ความเร็วในขณะ  $t$  ใดๆ คือ  $v = 9.8t$

เมื่อ  $t = 1$  จะได้ความเร็ว  $v = 9.8$  เมตร/วินาที นั่นคือ  $v$  เป็นค่าบวก แสดงว่า เมื่อ  $t$  มากขึ้น

$s$  จะ มีค่ามากขึ้น (มากขึ้น, ลดลง)

จะได้ ความเร็วในขณะ  $t$  ใดๆ คือ  $v = 9.8t$

เมื่อ  $t = 2$  จะได้ความเร็ว  $v = 19.6$  เมตร/วินาที นั่นคือ  $v$  เป็นค่าบวก แสดงว่า เมื่อ  $t$  มากขึ้น

$s$  จะ มีค่ามากขึ้น (มากขึ้น, ลดลง)



ปริมาณของน้ำฝนในถังใบหนึ่งเป็น ๑ ลูกบาศก์  
เมตร เมื่อเวลาผ่านไป  $t$  วินาที เป็นไปตามสมการ  
 $Q = 100 - t - t^2$  จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย  
ของน้ำฝนในถัง ในช่วง ๕ ถึง ๑๐ นาที

จงหาคำตอบโดยละเอียด

- 11

จงหาคำตอบโดยละเอียด  
ถ้า  $y = 10 + 2x^2$  จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลง  
ของ  $y$  เมื่อ  $x = -10$

จงหาคำตอบโดยละเอียด

- 40



**การหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน**

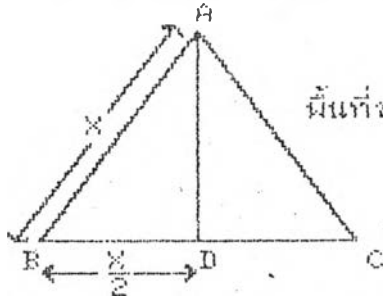
**วิธีที่ 1** ถ้า  $y=f(x)$  เป็นฟังก์ชันใด ๆ เมื่อค่าของ  $x$  เปลี่ยนไปเป็น  $x+h$  โดยที่  $h \neq 0$  ค่าของ  $y$  เปลี่ยนจาก  $f(x)$  ไปเป็น  $f(x+h)$  แล้ว

**วิธีที่ 2** การหาค่าอนุพันธ์ของ  $y$  เทียบกับ  $x$  ในช่วง  $x$  ถึง  $x+h$  คือ  $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

**นิยาม** การหาค่าอนุพันธ์ของ  $y$  เทียบกับ  $x$  มีค่าใด ๆ คือ  $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

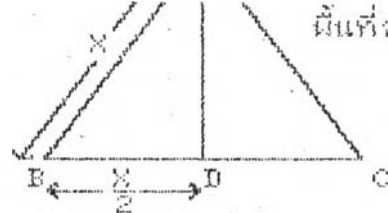
**การหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันกำลังสาม**

ให้  $y$  เป็นพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีความยาว  $x$  หน่วย จะสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้าน กับ พื้นที่ของสามเหลี่ยมนี้



พื้นที่ของสามเหลี่ยมด้านเท่า ABC  
 $= \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD$   
 $= \frac{1}{2} (x) (AD)$

ให้  $y$  เป็นพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีความยาว  $x$  หน่วย จะสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์

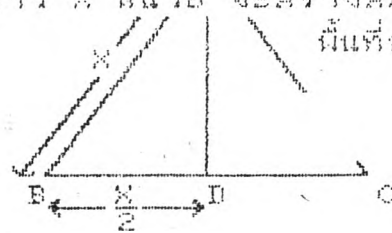


พื้นที่ของสามเหลี่ยมด้านเท่า ABC  
 $= \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD$   
 $= \frac{1}{2} (x) (AD)$

AD เป็นส่วนของสามเหลี่ยม ซึ่งลากมาจาก A มาตั้งฉากกับ BC ที่ D

ดังนั้น  $BD = \frac{1}{2} BC = \frac{x}{2}$

ให้  $y$  เป็นพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีความยาว  $x$  หน่วย จะสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์



พื้นที่ของสามเหลี่ยมด้านเท่า ABC

จาก  $\triangle$  มุมฉาก ADB

$$AD^2 = AB^2 - BD^2$$

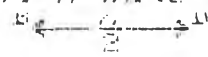
$$= x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$AD = \frac{\sqrt{3}}{2} x$$

พื้นที่ของสามเหลี่ยมด้านเท่า  $= y = \frac{1}{2} x \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x\right)$

จะได้  $y = f(x) = \dots$

ให้  $y$  เป็นพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีความยาว  $x$  หน่วย จะสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์



$$AD = \frac{\sqrt{3}}{2} x$$

พื้นที่ของสามเหลี่ยมด้านเท่า  $= y = \frac{1}{2} x \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x\right)$

จะได้  $y = f(x) = \dots$

~~.....~~  $\frac{\sqrt{3}}{4} x^2$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของสามเหลี่ยมด้านเท่า เมื่อด้านเปลี่ยนจากยาว  $x$  เป็น  $x+h$  หน่วย

คือ  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

เนื่องจาก  $y = f(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$

$$\begin{aligned} f(x+h) - f(x) &= \frac{\sqrt{3}}{4} (x+h)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} [(x+h)^2 - x^2] \end{aligned}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของสามเหลี่ยม  
ด้านเท่า เมื่อด้านเปลี่ยนจากยาว  $x$  เป็น  $x+h$  หน่วย  

$$= \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\begin{aligned} f(x+h) - f(x) &= \frac{\sqrt{3}}{4} (x+h)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} [(x+h)^2 - x^2] \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} (x+h+x)(x+h-x) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} (2x+h)h \end{aligned}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของสามเหลี่ยม  
ด้านเท่า เมื่อด้านเปลี่ยนจากยาว  $x$  เป็น  $x+h$  หน่วย  

$$= \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\begin{aligned} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \frac{\sqrt{3}}{4} (2x+h)h \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} (2x+h) \end{aligned}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของสามเหลี่ยม  
ด้านเท่า เมื่อด้านเปลี่ยนจากยาว  $x$  เป็น  $x+h$  หน่วย  

$$= \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่สามเหลี่ยม  
ด้านเท่า เมื่อเปลี่ยนแปลงจากยาว  $x$  เป็น  $x+h$  หน่วย

เท่ากับ  $\frac{\sqrt{3}}{4} (2x+h)$  หน่วยพื้นที่ต่อหน่วยความยาว

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของฟังก์ชันของสามเหลี่ยม  
 ด้านเท่า เมื่อด้านเปลี่ยนจากยาว  $x$  เป็น  $x+h$  หน่วย  
 $= \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

เท่ากับ  $\frac{1}{4}(2x + h)$  ตารางหน่วย/หน่วย

**ตัวอย่างที่ 2**

$$\frac{1}{4}(2x + h)$$

**ตัวอย่างที่ 3**

ปริมาณของสาร  $Q$  ตรีบในถ้วยหนึ่ง เมื่อเวลาผ่านไป  $t$  นาที เป็นไปตามสมการ  $Q = \frac{16}{t+1}$  อัตราการเปลี่ยนแปลงของสารนั้นในขณะ  $t = 3$  นาทีเป็นเท่าใด  
วิธีทำ

ให้  $Q = f(t) = \frac{16}{t+1}$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของสารในขณะเวลา  $t$  นาทีคือ  
 $= \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

เพราะว่า  $f(t) = \frac{16}{t+1}$

จะได้  $f(t+h) = \frac{16}{t+h+1}$

$$f(t+h) - f(t) = \dots$$

$$= \dots$$

$$\frac{f(t+h) - f(t)}{h} = \dots$$

$$= \dots$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของสารในขณะเวลา  $t$  คือ

$$= \dots \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0$$

$$= \dots \text{ กรัม/นาที}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของสารในขณะ  $t = 3$   
นาที

$$= \dots \text{ กรัม/นาที}$$

$$= \dots \text{ กรัม/นาที}$$

**ตัวอย่างที่ 3**

$$\frac{16}{t+h+1} - \frac{16}{t+1}$$

$$= \frac{16(t+1) - 16(t+h+1)}{(t+h+1)(t+1)}$$

$$= \frac{-16h}{(t+h+1)(t+1)}$$

$$= \frac{-16}{(t+h+1)(t+1)h}$$

$$= \frac{-16}{(t+h+1)(t+1)}$$

$$= \frac{-16}{(3+1)(3+1)}$$

$$= \frac{-16}{(3+1)(3+1)}$$

$$= -1$$

**ตัวอย่างที่ 1**

จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรของกรวยกลม เทียบกับรัศมีของฐาน เมื่อส่วนสูงคงที่

วิธีทำ ให้  $V$  เป็นปริมาตรของกรวยกลม

ให้  $x$  เป็นรัศมีของกรวยกลม และ  $d$  เป็นส่วนสูงซึ่งคงที่

จากสูตรปริมาตรของกรวยกลม จะได้

$$V = f(x) = \frac{1}{3}\pi dx^2$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $f(x)$  ขณะ  $x$  มีค่าใดๆ เท่ากับ

$$\frac{f(\dots) - f(\dots)}{h} \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0$$

วิธีทำ ให้  $V$  เป็นปริมาตรของกรวยกลม

$$f(x) = \dots$$

$$f(x+h) = \dots$$

$$f(x+h) - f(x) = \dots$$

$$= \dots$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรของกรวยกลม ขณะรัศมีของฐานยาว  $x$  เท่ากับ

$$= \frac{\dots}{h} \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0$$

$$= \dots \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0$$

$$= \dots$$

**ตัวอย่างที่ 2**

$$x + h \qquad \qquad \qquad x$$

$$\frac{1}{3}\pi dx^2$$

$$\frac{1}{3}\pi d(x+h)^2$$

$$\frac{1}{3}\pi d(x+h)^2 - \frac{1}{3}\pi dx^2$$

$$\frac{1}{3}\pi d(2x+h)h$$

$$\frac{1}{3}\pi d(2x+h)h$$

$$\frac{1}{3}\pi d(2x+h)$$

$$\frac{1}{3}\pi d(2x)$$

**ข้อ 10**

ถ้า  $y = 1000t^3$  เป็นจำนวนแบดท์ เร็ยหลังจากเวลาผ่านไป  $t$  ชั่วโมง จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของแบดท์ เร็ยระหว่างเวลา  $t=1$  ถึง  $t=3$

วิธีทำ ให้  $y = f(t) = 1000t^3$

ถ้า  $t=1$  จะได้  $f(1) = \dots\dots\dots$

ถ้า  $t=3$  จะได้  $f(3) = \dots\dots\dots$

เพราะฉะนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของแบดท์ เร็ยระหว่าง  $t=1$  ถึง  $t=3$  คือ

$$\begin{aligned} &= \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} \\ &= \frac{\dots\dots\dots - \dots\dots\dots}{2} \\ &= 1300 \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของแบดท์ เร็ยระหว่าง  $t=1$  ถึง  $t=3$  คือ

$$\begin{aligned} &= \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} \\ &= \frac{\dots\dots\dots - \dots\dots\dots}{2} \\ &= 1300 \end{aligned}$$

**ข้อ 11**

1000

27000

27000

1000

**ใจทอปลนหค**

1. ให  $y=2x^2-3$  จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ  $y$  เทียบกับ  $x$
- (ก) เมื่อ  $x$  เปลี่ยนจาก 2 ไปเป็น 2.2
- (ข) อัตราการเปลี่ยนแปลงขณะ  $x=2$

**เฉลยคําถามขอมวล 1 คิว**

- (ก) 8.4
- (ข) 8

1. ให  $y=2x^2-3$  จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ  $y$  เทียบกับ  $x$
- (ก) เมื่อ  $x$  เปลี่ยนจาก 2 ไปเป็น 2.2
- (ข) อัตราการเปลี่ยนแปลงขณะ  $x=2$

**เฉลยคําถามขอมวล 1 คิว**

- (ก) 8.4
- (ข) 8

2. ให  $y-2x=0$  จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ  $y$  เทียบกับ  $x$  ขณะ  $x=1$

**เฉลยคําถามขอมวล 2 คิว**

2

**เฉลยคําถามขอมวล 2 คิว**

=

3. ถ้า  $y=f(x)=x^2$  จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ  $y$  ในช่วง  $x=2$  ถึง  $x=4$  และช่วง  $x=3$  ถึง  $x=4$

**เฉลยคําถามขอมวล 2 คิว**

6

7





ถ้า  $y=f(x)$  เป็นฟังก์ชันใด ๆ  
สามารถสร้างฟังก์ชันใหม่ขึ้นคือ

$$y'=f'(x)$$

โดยกำหนด  $f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$   
นั่นคือ

$$y'=f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0$$

ใช้สัญลักษณ์

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

แทน

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0$$

..

ใช้สัญลักษณ์

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

แทน

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0$$

ดังนั้น

$$y'=f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$



ให้  $y=f(x)$  เป็นฟังก์ชันอนุพันธ์ของ  $f$  ที่  $x$   
คือ  $f'(x)$  โดยที่

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$



ให้  $y=f(x)$  เป็นฟังก์ชันอนุพันธ์ของ  $f$  ที่  $x$   
คือ  $f'(x)$  โดยที่

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$f'$  อ่านว่า เอ็มไพรม์

$f'(x)$  อ่านว่า เอ็มไพรม์ของเอช

เรียก  $f'(x)$  ว่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$

อาจใช้สัญลักษณ์  $\frac{dy}{dx}$  (อ่านว่า ดีวายบายดีเอช) หรือ  $df(x)$  (อ่านว่า ดีเอฟของเอชบายดีเอช) แทน  $f'(x)$  ก็ได้



1.  $\frac{dy}{dx}$  มีค่าเท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $y$  เทียบกับ  $x$  ขณะที่  $x$  มีค่าใดๆ
2. หนังสือบางเล่มใช้สัญลักษณ์  $\Delta$  (อ่านว่า เดลตา เลกซ์) แทน  $h$
3.  $\frac{dy}{dx}$  เป็นอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ซึ่งไม่ได้หมายความว่า  $d$  คูณ  $y$  หารด้วย  $d$  คูณ  $x$   
 ดังนั้น  $\frac{dy}{dx} \neq \frac{y}{x}$



วิธีหา จากนิยาม

กำหนดให้  $f(x) = 10x$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

เนื่องจาก

$$f(x) = 10x$$

$$f(x+h) = 10(x+h)$$

$$= 10x + 10h$$

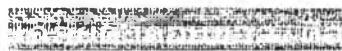
$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{10x + 10h - 10x}{h}$$

$$= \frac{10h}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 10$$

ดังนั้น

$$f'(x) = 10$$



$$x+h$$

$$10x+10h$$

$$10x+10h-10x$$

$$10h$$

$$10$$

$$10$$

$$10$$



กำหนดให้  $y = x^2 - 2x - 3$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{ให้ } y = f(x) &= x^2 - 2x - 3 \\ \text{จากนิยาม } \frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\dots) - f(\dots)}{h} \\ \text{เนื่องจาก } f(x) &= x^2 - 2x - 3 \\ f(x+h) &= (\dots) - 2(\dots) - 3 \\ &= \dots \\ \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \frac{\dots}{h} \\ &= \dots \end{aligned}$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{ให้ } y = f(x) &= x^2 - 2x - 3 \\ \text{จากนิยาม } \frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\dots) - f(\dots)}{h} \\ \text{เนื่องจาก } f(x) &= x^2 - 2x - 3 \\ f(x+h) &= (\dots) - 2(\dots) - 3 \\ &= \dots \\ \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \frac{\dots}{h} \\ &= \dots \\ \frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & (x+h)^2 - 2(x+h) - 3 \\ &= x^2 + 2hx + h^2 - 2x - 2h - 3 \\ &= x^2 + 2hx + h^2 - 2x - 2h - 3 \\ &= x^2 + 2hx + h^2 - 2x - 2h - 3 \\ &= x^2 + 2hx + h^2 - 2x - 2h - 3 \end{aligned}$$

**ตัวอย่างที่ 3**

กำหนดให้  $f(x) = \frac{3}{x-5}$  จงหา  $\frac{df(x)}{dx}$

วิธีทำ จากนิยาม  $\frac{df(x)}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$f(x) = \frac{3}{x-5}$$

$$f(x+h) = \frac{3}{(x+h)-5}$$

$$f(x+h) - f(x) = \frac{3}{(x+h)-5} - \frac{3}{x-5}$$

$$= \frac{3(x-5) - 3(x+h-5)}{(x+h-5)(x-5)}$$

$$= \frac{-3h}{(x+h-5)(x-5)}$$

$$f(x+h) = \frac{3}{(x+h)-5}$$

$$f(x+h) - f(x) = \frac{3}{(x+h)-5} - \frac{3}{x-5}$$

$$= \frac{3(x-5) - 3(x+h-5)}{(x+h-5)(x-5)}$$

$$= \frac{-3h}{(x+h-5)(x-5)}$$

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{-3h}{h(x+h-5)(x-5)}$$

ดังนั้น  $\frac{df(x)}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3}{(x+h-5)(x-5)}$

$$= \frac{-3}{(x-5)(x-5)}$$

$$= \frac{-3}{(x-5)^2}$$

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{-3h}{h(x+h-5)(x-5)}$$

ดังนั้น  $\frac{df(x)}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3}{(x+h-5)(x-5)}$

$$= \frac{-3}{(x-5)(x-5)}$$

$$= \frac{-3}{(x-5)^2}$$

**ตัวอย่างที่ 4**

$$\frac{-3}{(x-5)^2}$$



เมื่อ  $x$  แทน เวลา

$y$  แทน ระยะทางที่บอกตำแหน่งวัตถุ

เปลี่ยนใช้  $t$  แทน  $x$

$s$  แทน  $y$

ดังนั้น  $y = f(x)$  จึงเป็น  $s = f(t)$

และ  $\frac{dy}{dx}$  เป็น  $\frac{ds}{dt}$

$$\frac{ds}{dt} = f'(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$$

=  $v$  (เมื่อ  $v$  คือความเร็วในระยะเวลา  $t$ )



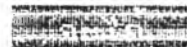
ถ้าสมการของการเคลื่อนที่ของวัตถุชนิดหนึ่งเป็น

$s = 5t^2 + 3$  เมื่อ  $s$  เป็นระยะทางมีหน่วยเป็นเมตร

$t$  เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที จงหาความเร็วในขณะ  $t = 2$  วินาที

วิธีทำ ให้  $s = f(t) = 5t^2 + 3$

เนื่องจาก ความเร็วในขณะเวลา  $t$  คือ  $\frac{ds}{dt}$   
หรือ  $f'(t)$



$$f'(t) = \frac{ds}{dt} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\dots) - f(\dots)}{h}$$

เนื่องจาก ความเร็วในขณะเวลา  $t$  คือ  $\frac{ds}{dt}$   
หรือ  $f'(t)$



$$f'(t) = \frac{ds}{dt} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\dots) - f(\dots)}{h}$$

(เนื่องจาก  $s = f(t) = 5t^2 + 3$ )

$$f(t+h) = \dots$$

$$= \dots$$

$$\frac{f(t+h) - f(t)}{h} = \frac{\dots}{h}$$

$$= \dots$$

เนื่องจาก  $s = f(t) = 5t^2 + 3$

$f(t+h) = \dots$

$= \dots$

$\frac{f(t+h) - f(t)}{h} = \frac{\dots}{h}$

$= \dots$

จะได้  $f'(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \dots$

$= \dots$

เมื่อ  $t=3$  จะได้  $f'(3) = \dots$

ดังนั้น ความเร็วในขณะเวลา  $t=3$  วินาที เป็น  $\dots$  เมตร/วินาที

**ใบสั่งการข้อที่ 5 คือ**

$$\begin{aligned} & \frac{f(t+h) - f(t)}{h} = \frac{5(t+h)^2 + 3 - (5t^2 + 3)}{h} \\ & = \frac{5t^2 + 10th + 5h^2 + 3 - 5t^2 - 3}{h} \\ & = \frac{10th + 5h^2}{h} \\ & = 10t + 5h \\ & = 10t + 5h \\ & = 10t \\ & = 30 \\ & = 30 \end{aligned}$$

**ใบสั่งการ**

**ใบสั่งการข้อที่ 6 คือ**

จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f(x) = 3x$

**ใบสั่งการข้อที่ 7 คือ**

$f'(x) = 3$

**ใบสั่งการ**

**ใบสั่งการข้อที่ 8 คือ**

จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f(x) = 3x$

**ใบสั่งการข้อที่ 9 คือ**

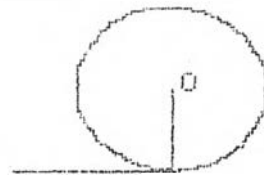
$f'(x) = 3$

**ใบสั่งการข้อที่ 10 คือ**

จงหา  $v$  จากสมการ  $s = t^2$  เมื่อ  $t=10$

**ใบสั่งการข้อที่ 11 คือ**

$v = 20$



จากรูป  
 O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม  
 OA เป็นรัศมีของวงกลม  
 และ PA ตั้งฉากกับรัศมี OA  
 ที่จุด A

เรียกเส้นตรง PA ว่า "เส้นสัมผัส" วงกลม O ที่จุด A



จากรูป  
 O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม  
 OA เป็นรัศมีของวงกลม  
 และ PA ตั้งฉากกับรัศมี OA  
 ที่จุด A

เรียกเส้นตรง PA ว่า "เส้นสัมผัส" วงกลม O ที่จุด A



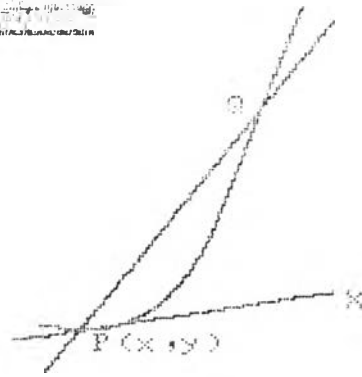
เส้นสัมผัส



ความหมายของเส้นสัมผัสวงกลม  
 ที่เคยเรียนมา คือเส้นตรงที่ตัด  
 กับส่วนโค้งของวงกลมเพียงจุด  
 เดียวไม่ว่าจะล่อออกไปเท่าไร  
 ก็ตาม

แต่สำหรับเส้นตรงทั่วไป เราไม่สามารถจะให้ความ  
 หมายถึงเส้นสัมผัสเส้นตรง เช่นเดียวกับเส้นสัมผัสของ  
 วงกลมได้ จากรูปจะเห็นว่า เส้นตรง PA สัมผัสส่วน  
 โค้งที่จุด A แต่ตัดกับส่วนโค้งอีกจุดหนึ่งคือ B

คณิตศาสตร์  
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 11  
 ภาคเรียนที่ 1

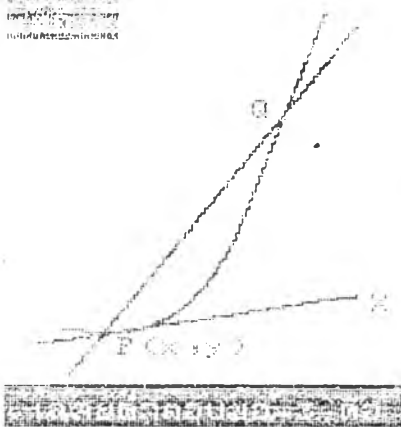


ความหมายของเส้นสัมผัสเส้นโค้งใดๆ ในที่นี้คือ เส้นตรงที่อยู่ในตำแหน่งใกล้เคียงเส้นตรงที่ลากผ่านจุด ๒ จุดซึ่งเกือบทับกันสนิท

ส่วนของเส้นตรงที่ลากตัดเส้นโค้ง เรียกว่า เส้นตัดกราฟ (secant line)

จากรูป เส้นตรง PX เรียกว่าเส้นสัมผัสเส้นโค้ง และเส้น PQ เรียกว่าเส้นตัดกราฟ

คณิตศาสตร์  
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 11  
 ภาคเรียนที่ 1



ความหมายของเส้นสัมผัสเส้นโค้งใดๆ ในที่นี้คือ เส้นตรงที่อยู่ในตำแหน่งใกล้เคียงเส้นตรงที่ลากผ่านจุด ๒ จุดซึ่งเกือบทับกันสนิท

ส่วนของเส้นตรงที่ลากตัดเส้นโค้ง เรียกว่า เส้นตัดกราฟ (secant line)

ตัดกราฟ

วิธีหา จากที่เรียนมาแล้ว ความชันของฟังก์ชัน  $y = mx + c$  คือ  $m$

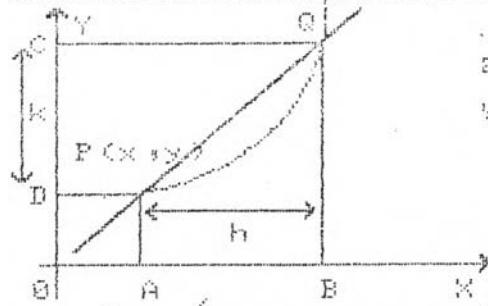
จากนิยาม  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

เนื่องจาก  $y = f(x) = mx + c$

จะได้  $f(x+h) = m(x+h) + c$

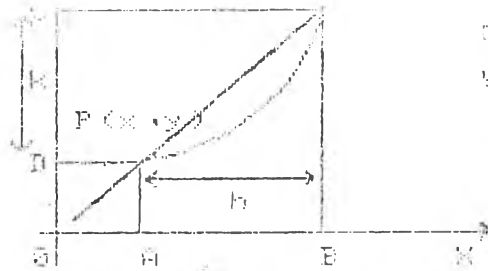
แล้ว  $f(x+h) - f(x) = m(x+h) + c - mx - c = mh$





จากรูป จุด P และ Q  
อยู่บนกราฟของฟังก์ชัน  
 $y = f(x)$   
ระยะ  $AB = h$   
ระยะ  $CD = k$

โคออร์ดิเนตของจุด P คือ  $(x, y)$   
ดังนั้นโคออร์ดิเนตของจุด Q คือ  $(x + \dots, y + \dots)$



อยู่บนกราฟของฟังก์ชัน  
 $y = f(x)$   
ระยะ  $AB = h$   
ระยะ  $CD = k$

โคออร์ดิเนตของจุด P คือ  $(x, y)$   
ดังนั้นโคออร์ดิเนตของจุด Q คือ  $(x + \dots, y + \dots)$



ให้  $Q$  เป็นตรง  $BC$  จากจุด  $P(x, y)$  และ  
 $Q(x+h, y+k)$

ดังนั้น ความชันของเส้นตรง  $PQ$

$$= \frac{(y+k) - y}{(x+h) - x} = \frac{k}{h}$$

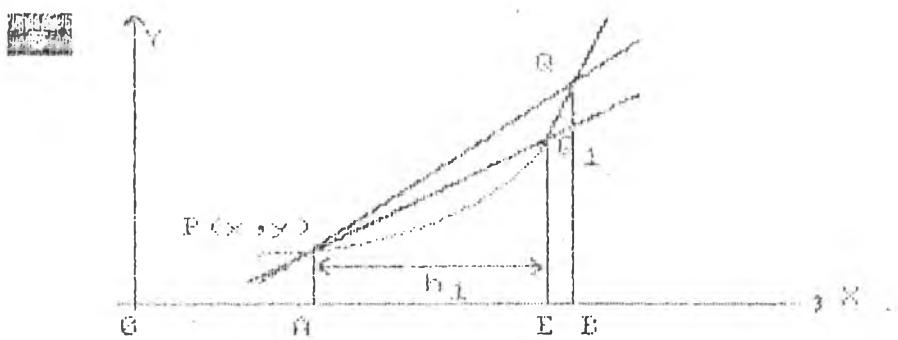
เพราะว่า  $(x, y) \in f$  จะได้  $y = f(x)$

และ  $(x+h, y+k) \in f$  จะได้  $y+k = f(x+h)$

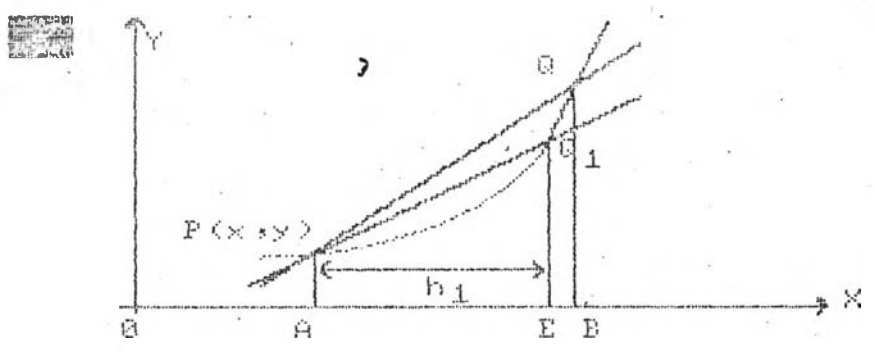
นี่คือที่ได้ในแทนใน

จะได้ ความชันของเส้นตรง  $PQ$

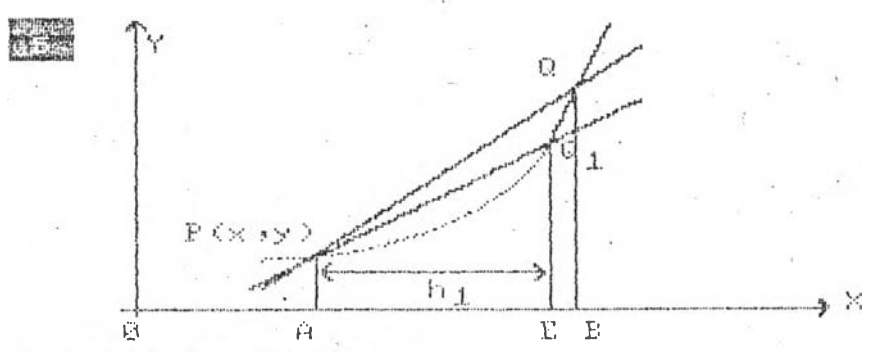
$$= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{k}{h}$$



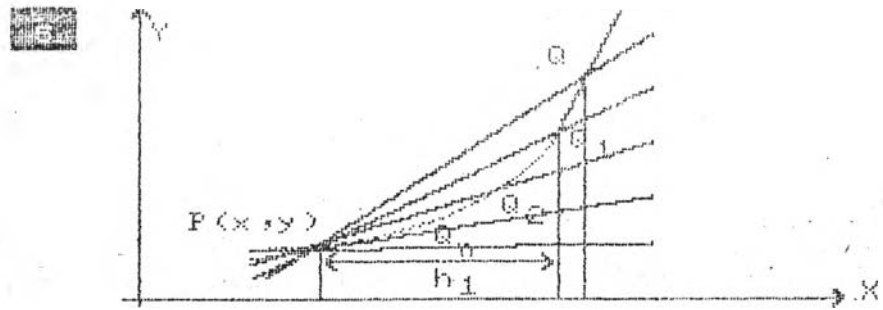
เมื่อเลือกให้จุด  $Q_1$  ซึ่งอยู่ใกล้ P มากกว่า Q และ ระยะ AE ในรูปเป็น  $h_1$  จะได้ ไดออร์ดิเนตของจุด  $Q_1$  คือ  $(x + \dots, f(x + \dots))$



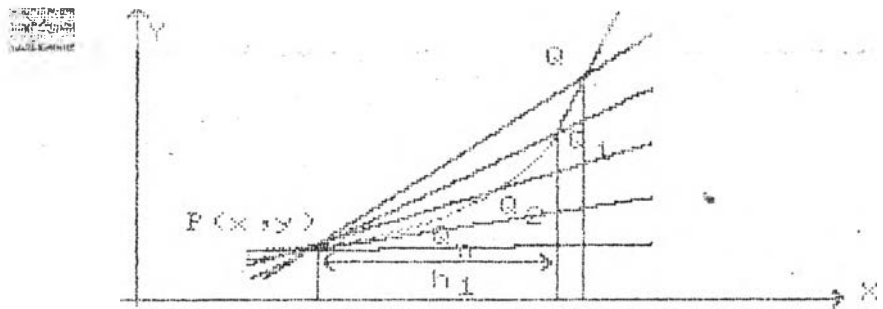
ดังนั้น ความชันของเส้นตรง  $PQ_1$  เท่ากับ  $\frac{f(\dots) - f(\dots)}{(\dots)}$



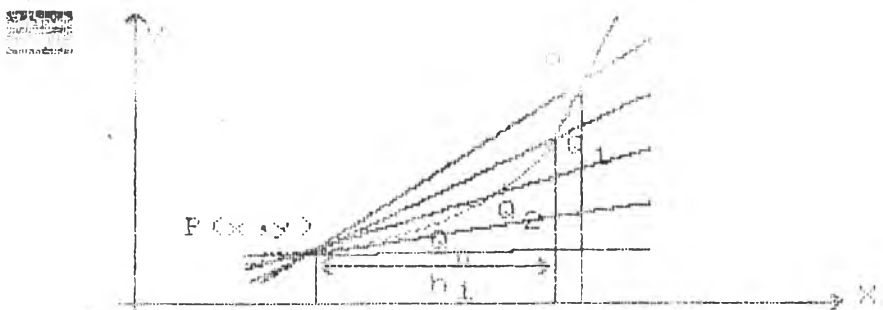
$$\frac{f(x + h_1) - f(x)}{h_1}$$



เมื่อเลือกใช้จุดที่ใกล้ P เข้ามาเรื่อยๆ ตามเส้นโค้ง ระยะ  $h$  จะลดลงด้วย



อาจกล่าวได้ว่า เมื่อ  $h \rightarrow 0$  จุด Q ก็ใกล้จะเป็นเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด P ซึ่งความชันของเส้นตรง PQ นี้จะเท่ากับ  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$



เส้นตรง PQ ซึ่งผ่านจุด P และ Q ก็เกือบกันกันนี้จะอยู่ในตำแหน่งใกล้เคียงกับตำแหน่งของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด P จึงตกลงให้ใช้กันว่า ความชันของเส้นตรงซึ่งสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $P(x, y)$  ใดๆ เท่ากับ  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

**นิยาม** เมื่อกำหนดฟังก์ชันที่มีกราฟเป็นเส้นโค้งด้วยสมการ  $y = f(x)$  เส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $P(x, y)$  ใดๆ จะเป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด  $P$  และมีความชันเท่ากับ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

จะเห็นว่า การหาความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุด  $P(x, y)$  ใดๆ คือการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  นั้นเอง

**นิยาม** ความชันของเส้นโค้ง ณ จุด  $P(x, y)$  ใดๆ บนเส้นโค้ง หมายถึง ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุด  $P$  นั้นเอง

### การหาความชัน

**ตัวอย่าง** จงหาความชันและอนุพันธ์ของเส้นตรง

$$y = -m(x) + c$$

**วิธีแก้** หาอนุพันธ์ของ  $y = -m(x) + c$

$$= -m$$

$$= -m$$

**ตัวอย่าง**

จากสมการเส้นตรง  $y = x - 3m - 5$

จงหา

ก. ความชันของเส้นตรงนี้

ข. สมการเส้นสัมผัสเส้นตรงนี้

**วิธีแก้** หาอนุพันธ์ของ  $y = x - 3m - 5$

ก.  $1 - m$

ข.  $1 - m$

**บทนิยาม 1** เมื่อกำหนดฟังก์ชันที่มีกราฟเป็นเส้นโค้งด้วย

**นิยาม 1**

เมื่อกำหนดฟังก์ชันที่มีกราฟเป็นเส้นโค้งด้วยสมการ  $y = f(x)$  เส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $P(x, y)$  ใดๆ จะเป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด  $P$  และมีความชันเท่ากับ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

จะเห็นว่า การหาความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุด  $P(x, y)$  ใดๆ คือการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  นั้นเอง

**นิยาม 2** ความชันของเส้นโค้ง ณ จุด  $P(x, y)$  ใดๆ บนเส้นโค้ง หมายถึง ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุด  $P$

**ตัวอย่าง 1**

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = x - 3x^2$  ที่จุด  $(1, -2)$  เป็นเท่าใด

วิธีทำ ให้  $y = f(x) = x - 3x^2$

$$f(x+h) = x+h - 3(x+h)^2 = x+h - 3(x^2 + 2xh + h^2) = x+h - 3x^2 - 6xh - 3h^2$$

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{x+h - 3x^2 - 6xh - 3h^2 - (x - 3x^2)}{h} = \frac{h - 6xh - 3h^2}{h} = 1 - 6x - 3h$$

**ตัวอย่าง 2**

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = x - 3x^2$  ที่จุด  $(1, -2)$  เป็นเท่าใด

วิธีทำ

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = x - 3x^2$  ที่จุด  $P(x, y)$  ใดๆ เท่ากับ  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (1 - 6x - 3h) = 1 - 6x \quad (1)$$



ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = x - 3x^2$  ที่จุด  $(1, -2)$  เป็นเท่าใด

วิธีทำ

$$y = x - 3x^2 \quad \text{----- (๑)}$$

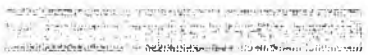
ต้องการหาความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $(1, -2)$  จะต้องแทนค่า  $x$  ใน (๑) ด้วย .....  
 ดังนั้น ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งซึ่งผ่านจุด  $(1, -2)$  เท่ากับ .....



ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = x - 3x^2$  ที่จุด  $(1, -2)$  เป็นเท่าใด

วิธีทำ

$$\begin{aligned} h - 6hx - 3h^2 \\ 1 - 6x - 3h \\ 1 - 6x - 3h \\ 1 - 6x \\ + \\ - 6 \end{aligned}$$



หาค่าความชันของเส้นตรงซึ่งสัมผัสกราฟของฟังก์ชัน  $y = f(x) = x^2 - 2$  ที่จุด  $(1, -1)$

วิธีทำ ความชันของเส้นตรงที่สัมผัสกราฟของฟังก์ชัน

$y = f(x)$  ที่จุด  $P(x, y)$  เท่ากับ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

เนื่องจาก  $y = f(x) = x^2 - 2$

ดังนั้น  $f(x+h) = \dots$   
 $= \dots$   
 และ  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{\dots}{h}$   
 $= \dots$

**จงหาความชันของเส้นตรงซึ่งสัมผัสกราฟของฟังก์ชัน**

$y = f(x) = x^2 - 2$  ที่จุด  $(1, -1)$

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $P(x, y)$  ในที่  

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

และเส้นสัมผัส สัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $(1, -1)$  นั่นคือ  
 $x = 1$

ดังนั้น ความชันของเส้นสัมผัสที่จุด  $(1, -1)$  เท่ากับ...

**จงหาความชันของเส้นตรงซึ่งสัมผัสกราฟของฟังก์ชัน**

$y = f(x) = x^2 - 2$  ที่จุด  $(1, -1)$

**ใช้สูตรการหาความชันของเส้นสัมผัส**

$$\begin{aligned} & \frac{(x+h)^2 - 2}{x^2 + 2hx + h^2 - 2} \\ & \frac{2hx + h^2}{2x + h} \\ & \frac{2x + h}{2x} \\ & \frac{1}{2} \end{aligned}$$

**ข้อ ๑๖**

จงหาความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = f(x)$  ที่จุด  $P(x, y)$  ในที่ เท่ากับ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

และอนุพันธ์ของ  $y = f(x)$  เท่ากับ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

จะเห็นได้ว่า สูตรการหาความชันของเส้นสัมผัสที่จุด  $P(x, y)$  ในที่ เหมือนกับสูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ทุกประการ

ดังนั้น ความชันของเส้นสัมผัสที่จุด  $P(x, y)$  ในที่บนเส้นโค้ง  $y = f(x)$  เท่ากับ  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

จุด  $P(x, y)$  ใดๆ เท่ากับ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

และอนุพันธ์ของ  $y = f(x)$  เท่ากับ

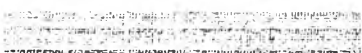
$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

จะเห็นว่า สูตรการหาความชันของเส้นสัมผัส  $P(x, y)$  ใดๆ ก็เหมือนกับสูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ทุกประการ

ดังนั้น ความชันของเส้นสัมผัสที่จุด  $P(x, y)$  ใดๆ บนเส้นโค้ง  $y = f(x)$  เท่ากับ  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \dots$



$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$



จงหาความชันของเส้นโค้ง  $y = 2x - 2x^4$  ที่จุด  $(1, 0)$  วิธีทำ จากนิยาม ความชันของเส้นโค้งที่จุด  $(1, 0)$  เท่ากับความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $(1, 0)$  ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $P(x, y)$  ใดๆ เท่ากับ  $\frac{dy}{dx}$

เนื่องจาก  $y = 2x - 2x^4$

จะได้  $\frac{dy}{dx} = \dots$  เส้นสัมผัส สัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $(1, 0)$  นั่นคือ  $x = \dots$  เมื่อ  $x = \dots$  จะได้  $\frac{dy}{dx} = \dots$  ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $(1, 0)$  เท่ากับ  $\dots$  ดังนั้น ความชันของเส้นโค้งที่จุด  $(1, 0)$  เท่ากับ  $\dots$

เมื่อ  $x = \dots$  จะได้  $\frac{dy}{dx} = \dots$  ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $(1, 0)$  เท่ากับ  $\dots$  ดังนั้น ความชันของเส้นโค้งที่จุด  $(1, 0)$  เท่ากับ  $\dots$



$$2 - 2x^3$$

$$1$$

$$1 - 6$$

$$-6$$

$$-6$$



**ตัวอย่างที่ 1**

ถ้า  $y = 3x - x^2$  เป็นสมการของเส้นโค้ง จงหา

- (ก) ความชันของเส้นโค้งที่จุด (5, 6)
- (ข) สมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด (5, 6)

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{(ก) จาก } y &= 3x - x^2 \\ \frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(x+h) - (x+h)^2 - (3x - x^2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h - 2xh + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 3 - 2x + h = 3 - 2x \end{aligned}$$

เมื่อ  $x=5$ ,  $\frac{dy}{dx} = 3 - 2(\dots) = \dots$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{(ก) จาก } y &= 3x - x^2 \\ \frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(x+h) - (x+h)^2 - (3x - x^2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h - 2xh + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 3 - 2x + h = 3 - 2x \end{aligned}$$

เมื่อ  $x=5$ ,  $\frac{dy}{dx} = 3 - 2(\dots) = \dots$

**ตัวอย่างที่ 2**

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด (5, 6) เป็น .....  
นั่นคือ ความชันของเส้นโค้งที่จุด (5, 6) เป็น .....

เมื่อ  $x=5$ ,  $\frac{dy}{dx} = 3 - 2(\dots) = \dots$

**ตัวอย่างที่ 3**

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด (5, 6) เป็น .....  
นั่นคือ ความชันของเส้นโค้งที่จุด (5, 6) เป็น .....

- เฉลย**
- 5
- 7
- 7
- 7

วิธีทำ (ข)

สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(x_1, y_1)$  และมีความชันเท่ากับ  $m$  เขียนได้ในรูปแบบ  $y - y_1 = m(x - x_1)$   
 เนื่องจาก เส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $(5, 6)$  เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(5, 6)$  และมีความชัน  $= -7$

สมการ

สมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $(5, 6)$

$$\text{คือ } y - 6 = \dots (x - 5) \text{ หรือ } y + 7x = 31$$

วิธีทำ (ข)

สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(x_1, y_1)$  และมีความชันเท่ากับ  $m$  เขียนได้ในรูปแบบ  $y - y_1 = m(x - x_1)$   
 เนื่องจาก เส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $(5, 6)$  เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(5, 6)$  และมีความชัน  $= -7$

สมการ

สมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $(5, 6)$

$$\text{คือ } y - 6 = \dots (x - 5) \text{ หรือ } y + 7x = 31$$

วิธีทำ (ข)

(ข)  $m$

$-7$

วิธีทำ (ก)

1. ถ้า  $y = x^2$  เป็นสมการของเส้นโค้ง จงหา

(ก) ความชันของเส้นโค้งที่จุด  $(3, 1)$

(ข) สมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $(3, 1)$

วิธีทำ (ก)

(ก)  $6$

(ข)  $y - 1 = 6(x - 3)$

$$\text{หรือ } y - 6x + 17 = 0$$



๑. ถ้า  $y = -x - x^2$  เป็นสมการของเส้นโค้ง จงหา
- (ก) ความชันของเส้นโค้งที่จุด  $(-1, -2)$
- (ข) สมการของเส้นโค้งที่จุด  $(-1, -2)$



(ก) 1

(ข)  $y + 2 = 1(x + 1)$

หรือ  $y - x + 1 = 0$

**การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันมี 2 วิธี**

**วิธีที่ 1**

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันมี 2 วิธี

1. โดยใช้นิยาม
2. โดยใช้สูตร ซึ่งการใช้สูตรจะทำให้สะดวกและรวดเร็ว แต่ผู้เรียนต้องจำสูตรเหล่านั้นให้ได้ด้วย

**ตัวอย่างที่ 1**

กำหนดให้  $y=f(x)=c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่ จงแสดงว่า  $\frac{dy}{dx} = 0$  โดยใช้นิยาม

**วิธีทำ**

จากนิยาม  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

**ตัวอย่างที่ 2**

กำหนดให้  $y=f(x)=c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่ จงแสดงว่า  $\frac{dy}{dx} = 0$  โดยใช้นิยาม

**วิธีทำ**

จากนิยาม  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

เพราะว่า  $f(x)=c$   
 จะได้  $f(x+h)=c$   
 ดังนั้น  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{c - c}{h}$   
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{0}{h}$   
 $= 0$

**ตัวอย่างที่ 3**

ถ้า  $y=f(x)=c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่โดยนแล้ว  $\frac{dy}{dx} = \frac{dc}{dx} = 0$

ถ้า  $y=f(x)=c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่ใดๆแล้ว

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dc}{dx} = 0$$



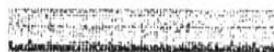
ตัวอย่างที่ ๑ กำหนดให้  $y=5$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d(5)}{dx}$$

$$= 0$$

(สูตรที่ 1)



กำหนดให้  $y = f(x) = x$  จงแสดงว่า  $\frac{dy}{dx} = 1$   
โดยใช้นิยาม

วิธีทำ

จากนิยาม  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

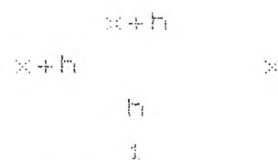
เพราะ  $f(x) = x$  จะได้ว่า  $f(x+h) = \dots$

ดังนั้น  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\dots) - (\dots)}{h}$   
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\dots}{h}$   
 $= \dots$

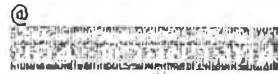
จากนิยาม  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

เพราะ  $f(x) = x$  จะได้ว่า  $f(x+h) = \dots$

ดังนั้น  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\dots) - (\dots)}{h}$   
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\dots}{h}$   
 $= \dots$

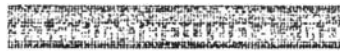


สูตรที่ ๒ ถ้า  $y = x$  แล้ว  $\frac{dy}{dx} = 1$



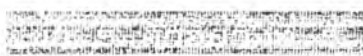
กำหนดให้  $y = f(x) = cx$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่  
จงแสดงว่า  $\frac{dy}{dx} = c$  โดยใช้นิยาม

จากนิยาม  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\dots) - f(\dots)}{h}$   
 $f(x) = cx$   
 $f(x+h) = \dots$   
 $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\dots) - (\dots)}{h}$   
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\dots}{h}$   
 $= \dots$



$$\begin{aligned} & c(x+h) \\ & c(x+h) - cx \\ & ch \\ & c \end{aligned}$$

สูตรที่ 3 ถ้า  $y = cf(x)$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่แล้ว  
 $\frac{dy}{dx} = \frac{dc}{dx}(f(x)) = c \frac{df(x)}{dx}$



วิธีทำ ให้  $y = f(x) = cx$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$  โดยใช้นิยาม

$$\begin{aligned} f(x+h) &= \dots \\ f(x+h) - f(x) &= \dots \\ \text{จากนิยาม } \frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{ch}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} c \end{aligned}$$

จากนิยาม  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a(x+h) - ax}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{ah}{h}$$

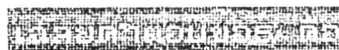
$$= \lim_{h \rightarrow 0} a$$

ดังนั้น  $\frac{dy}{dx} = a$

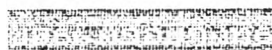
$\frac{d(ax)}{dx} = \dots\dots\dots$

ดังนั้น  $\frac{dy}{dx} = a$

$\frac{d(ax)}{dx} = \dots\dots\dots$



$a(x+h)$   
 $ah$   
 $a$



ถ้า  $y = ax$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$  โดยใช้สูตร

วิธีที่ 1

จาก

$y = ax$

$\frac{dy}{dx} = \frac{d(ax)}{dx}$

$= a \frac{dx}{dx}$  (สูตรที่ 1)

$= a(1)$  (สูตรที่ 2)

$= a$

**กฎต่าง ๆ**

สูตรที่ 1. ถ้า  $y = f(x) = c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dc}{dx} = 0$$

สูตรที่ 2. ถ้า  $y = x$  แล้ว  $\frac{dy}{dx} = 1$

สูตรที่ 3. ถ้า  $y = cf(x)$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่แล้ว

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dcf(x)}{dx} = c \frac{df(x)}{dx}$$

**ตัวอย่างที่ 1**

1. ถ้า  $y = x^2$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

**ตัวอย่างที่ 2**

1. ถ้า  $y = x^2$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

2. ถ้า  $y = 2531$  จงหา  $y'$

$$y' = 0$$

2. ถ้า  $y = 2531x$  จงหา  $y'$

$$y' = 2531$$

3. ถ้า  $y = x + 5$  จงหา  $y'$

$$y' = 1$$



**กฎต่าง ๆ**

- สูตรที่ 1 ถ้า  $y = f(x) = c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่  
 $\frac{dy}{dx} = \frac{dc}{dx} = 0$
- สูตรที่ 2 ถ้า  $y = x$  แล้ว  $\frac{dy}{dx} = 1$
- สูตรที่ 3 ถ้า  $y = cf(x)$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่แล้ว  
 $\frac{dy}{dx} = \frac{dcf(x)}{dx} = c \frac{df(x)}{dx}$
- สูตรที่ 4 ถ้า  $y = x^n$ ,  $n \in \mathbb{R}$  แล้ว  $\frac{dy}{dx} = \frac{dx^n}{dx} = nx^{n-1}$
- สูตรที่ 5 ถ้า  $y = f(x) + g(x)$  แล้ว  
 $\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} + \frac{dg(x)}{dx}$   
 ถ้า  $y = f(x) - g(x)$  แล้ว  
 $\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} - \frac{dg(x)}{dx}$

**การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันกำลังสาม**

ถ้า  $y = x^3$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$  โดยใช้นิยาม

วิธีทำ ให้  $y = f(x) = x^3$

$$f(x+h) = (x+h)^3$$

$$= x^3 + \dots + \dots + \dots$$

จากนิยาม  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\dots \dots \dots}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \dots \dots \dots$$

ดังนั้น  $\frac{dy}{dx} = \dots \dots \dots$

ดังนั้น  $\frac{dy}{dx} = \dots \dots \dots$

**การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันกำลังสาม**

$$3x^2h + 3xh^2 + h^3$$

$$3x^2h + 3xh^2 + h^3$$

$$3x^2 + 3xh + h^2$$

$$3x^2$$

ถ้า  $y = x^3$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$  โดยใช้สูตรที่ 4  $\frac{dx^n}{dx} = nx^{n-1}$

วิธีทำ ให้  $y = x^3$  จะได้  $n = \dots$   
 ดังนั้น  $\frac{dy}{dx} = \frac{dx^3}{dx}$   
 $= \dots x^{3-1}$   
 $= \dots$

วิธีทำ ให้  $y = x^3$  จะได้  $n = \dots$   
 ดังนั้น  $\frac{dy}{dx} = \frac{dx^3}{dx}$   
 $= \dots x^{3-1}$   
 $= \dots$

ถ้า  $y = 9x^3$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d(9x^3)}{dx}$$

ถ้าแทนให้  $y = 9x^3$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ  $\frac{dy}{dx} = \frac{d(9x^3)}{dx}$   
 $= \dots \frac{dx^3}{dx}$  (สูตรที่ 3  $\frac{dof(x)}{dx} = c \frac{df(x)}{dx}$ )  
 $= \dots$  (สูตรที่ 4)

กำหนดให้  $y = 2x^3$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ  $\frac{dy}{dx} = \frac{d(2x^3)}{dx}$

$$= \dots \frac{d}{dx} (2x^3) \quad \text{กฎ (3)}$$

$$= \dots \dots \dots \quad \text{กฎ (4)}$$

.....

$$= 6x^2$$

.....

กำหนดให้  $y = \sqrt{x^2}$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ  $\frac{dy}{dx} = \frac{d(\sqrt{x^2})}{dx}$

$$= \dots \frac{d}{dx} (x^2)^{1/2} \quad \text{กฎ (3)}$$

$$= \dots \dots \dots \quad \text{กฎ (4)}$$

.....

กำหนดให้  $y = \sqrt{x^2}$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ  $\frac{dy}{dx} = \frac{d(\sqrt{x^2})}{dx}$

$$= \dots \frac{d}{dx} (x^2)^{1/2} \quad \text{กฎ (3)}$$

$$= \dots \dots \dots \quad \text{กฎ (4)}$$

.....

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

ตัวอย่างที่ 3

กำหนดให้  $y = \frac{1}{x^3}$  จงหา  $f'(x)$

วิธีทำ  $f(x) = y = x^{-3}$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{dx^{-3}}{dx} = (-3)x^{(-3-1)} \text{ (สูตรที่ 4)}$$

ตัวอย่างที่ 4

วิธีทำ  $f(x) = y = x^{-3}$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{dx^{-3}}{dx} = (-3)x^{(-3-1)} \text{ (สูตรที่ 4)}$$

ตัวอย่างที่ 5

-4

ตัวอย่างที่ 6

จากสูตรที่ 5 ถ้า  $y = f(x) + g(x)$  แล้ว

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} + \frac{dg(x)}{dx}$$

จงหา  $\frac{dy}{dx}$  ถ้า  $y = \frac{1}{3}x^7 + 2x^5$

วิธีทำ  $\frac{dy}{dx} = \frac{d(\frac{1}{3}x^7)}{dx} + \frac{d(2x^5)}{dx}$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{dx^7}{dx} + 2 \cdot \frac{dx^5}{dx}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 7x^{7-1} + 2 \cdot 5x^{5-1}$$

จงหา  $\frac{dy}{dx}$  ถ้า  $y = \frac{1}{3}x^7 + 2x^5$

วิธีทำ  $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\frac{1}{3}x^7) + \frac{d}{dx}(2x^5)$   
 $= \dots \dots \frac{d}{dx}x^7 + \dots \dots \frac{d}{dx}x^5$   
 $= \dots \dots + \dots \dots$

**โจทย์ที่ 6. 6. 10**

$$\frac{1}{3}x^7 \quad 2$$

$$\frac{7}{3}x^6 \quad 10x^4$$

**โจทย์ที่ 6. 6. 11**

กำหนด  $y = \sqrt{x}$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$  โดยใช้นิยาม

วิธีทำ ให้  $y = f(x) = \sqrt{x}$   
 จากนิยาม  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$f(x+h) = \sqrt{x+h} = (x+h)^{\frac{1}{2}}$$

**วิธีทำ**

$$f(x+h) - f(x) = (x+h)^{\frac{1}{2}} - (x)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{(x+h)^{\frac{1}{2}} - (x)^{\frac{1}{2}}}{(x+h)^{\frac{1}{2}} + (x)^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{(x+h)^{\frac{1}{2}} + (x)^{\frac{1}{2}}}{(x+h)^{\frac{1}{2}} + (x)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{(x+h)^{\frac{1}{2}} - (x)^{\frac{1}{2}}}{(x+h)^{\frac{1}{2}} + (x)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{(x+h)^{\frac{1}{2}} - (x)^{\frac{1}{2}}}{h((x+h)^{\frac{1}{2}} + (x)^{\frac{1}{2}})}$$

$$= \frac{1}{(x+h)^{\frac{1}{2}} + (x)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{(x+h)^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}} \\
 &= \frac{1}{x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}} \\
 &= \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{x}}
 \end{aligned}$$

$y = x^{-5} + 2531$

$$-5x^{-6}$$

$y = x^3 + 2531x$

$$3x^2 + 2531$$

①

สูตรที่ 1. ถ้า  $y = f(x) = c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dc}{dx} = 0$$

สูตรที่ 2. ถ้า  $y = x$  แล้ว  $\frac{dy}{dx} = 1$

สูตรที่ 3. ถ้า  $y = cf(x)$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่แล้ว

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dcf(x)}{dx} = c \frac{df(x)}{dx}$$

สูตรที่ 4. ถ้า  $y = x^n$ ,  $n \in \mathbb{R}$  แล้ว  $\frac{dy}{dx} = \frac{dx^n}{dx} = nx^{n-1}$

สูตรที่ 5. ถ้า  $y = f(x) + g(x)$  แล้ว

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} + \frac{dg(x)}{dx}$$

ถ้า  $y = f(x) - g(x)$  แล้ว

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} - \frac{dg(x)}{dx}$$

ตัวอย่าง

กำหนด  $y = \sqrt{x}$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$  โดยใช้สูตร  
วิธีทำ จากสูตร  $\frac{dx^n}{dx} = nx^{n-1}$  เมื่อ  $n \in \mathbb{R}$

$$y = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{dx^{\frac{1}{2}}}{dx} \\ &= \dots \times \left(\frac{1}{2} - 1\right) \\ &= \dots \times \frac{-1}{2} \\ &= \frac{1}{(\dots)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{dx^{\frac{1}{2}}}{dx} \\ &= \dots \times \left(\frac{1}{2} - 1\right) \\ &= \dots \times \frac{-1}{2} \\ &= \frac{1}{(\dots)} \end{aligned}$$

ตัวอย่าง

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

**ตัวอย่างที่ 3**

ให้  $f(x) = x^2(2x + 3)$  จงหา  $\frac{df(x)}{dx}$

วิธีทำ  $f(x) = \dots + 3x^2$

$$\begin{aligned} \frac{df(x)}{dx} &= \frac{d(\dots)}{dx} + \frac{d(\dots)}{dx} \\ &= \dots \frac{dx^3}{dx} + \dots \frac{dx^2}{dx} \\ &= \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \dots \frac{dx^4}{dx} + \dots \frac{dx^2}{dx} \\ &= \dots \end{aligned}$$

**ตัวอย่างที่ 3**

$$\begin{array}{ccc} & 2x^3 & \\ & & 2x^3 \\ & & & 3x^2 \\ & & & & 3 \\ & 6x^2 & + & 6x \end{array}$$

**ตัวอย่างที่ 3**

ให้  $y = \frac{x^5 + 2x^3 + 3}{x}$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ  $y = \frac{x^5}{x} + \frac{2x^3}{x} + \frac{3}{x}$

$$= x^4 + 2x^2 + 3x^{-1}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dx^4}{dx} + 2 \frac{dx^2}{dx} + 3 \frac{dx^{-1}}{dx}$$

$$= \dots + \dots + \dots$$



วิธีทำ  $y = \frac{x}{x} + \frac{2x}{x} + \frac{3}{x}$

$= x^4 + 2x^2 + 3x^{-1}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} x^4 + 2 \frac{d}{dx} x^2 + 3 \frac{d}{dx} x^{-1}$

$= \dots + \dots + \dots$

ผลลัพธ์คือ  $4x^3 + 4x - 3x^{-2}$

$4x^3 + 4x - 3x^{-2}$

๘  
วิธีทำ

กำหนดให้  $f(x) = \frac{2 - 4x^3 + x^5}{x}$

จงหา  $\frac{df(x)}{dx}$

วิธีทำ  $f(x) = \dots$

$= \dots$

$\frac{df(x)}{dx} = \dots$

$= \dots$

$\frac{df(x)}{dx} = \dots$

$= \dots$

ผลลัพธ์คือ

$\frac{1}{x} - 2x^2 + \frac{x^4}{2}$

$x^{-1} - 2x^2 + \frac{1}{2}x^4$

$\frac{d}{dx} x^{-1} - 2 \frac{d}{dx} x^2 + \frac{1}{2} \frac{d}{dx} x^4$

$\frac{-1}{x^2} - 4x + 2x^3$

**ตัวอย่างที่ 1**

วัตถุชนิดหนึ่งเคลื่อนที่ในทางตรงด้วยสมการ  
 $s = 5t^3 - 2t$  เมื่อ  $t$  เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที  $s$   
 เป็น ระยะทางมีหน่วยเป็น เมตร จงหาความเร็วของ  
 วัตถุนี้ในขณะ  $t = 10$  วินาที

วิธีทำ ความเร็วของวัตถุ คืออัตราการเปลี่ยนแปลง  
 ของระยะทางในขณะเวลาใดๆ

$$\text{ให้ } s = f(t) = 5t^3 - 2t$$

ความเร็วในขณะเวลาใดๆ คือ

$$v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} = \frac{ds}{dt}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d(5t^3)}{dt} - \frac{d(2t)}{dt}$$

$s = 5t^3 - 2t$  เมื่อ  $t$  เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที  $s$   
 เป็น ระยะทางมีหน่วยเป็น เมตร จงหาความเร็วของ  
 วัตถุนี้ในขณะ  $t = 10$  วินาที

วิธีทำ ความเร็วของวัตถุ คืออัตราการเปลี่ยนแปลง  
 ของระยะทางในขณะเวลาใดๆ

$$= (15t^2) + (-2)$$

$$\text{จะได้อัตราความเร็วในขณะเวลาใดๆ} = \frac{ds}{dt} = \dots \text{ เมตร}$$

ต่อวินาที

ดังนั้นความเร็วในขณะเวลา  $t = 10$  วินาที =  $\dots$   
 เมตร/วินาที

$s = 5t^2 - 2t$  เมื่อ  $t$  เป็นเวลา มีหน่วยเป็นวินาที  $s$  เป็น ระยะทาง มีหน่วยเป็น เมตร จงหา ความเร็วของ วัตถุนี้ ในขณะ  $t = 10$  วินาที

วิธีทำ ความเร็วของวัตถุ คือ อัตราการเปลี่ยนแปลง ของระยะทางในขณะ เวลาใดๆ เมตร/วินาที

$$s = 5t^2 - 2t$$

$$15t^2 - 2$$

$$15t^2 - 2$$

$$1498$$

.....

กำหนด  $y = x(3x+2) - 1$  จงหา  $y'$

$$3x + 2$$

.....

รถยนต์หนึ่ง เคลื่อนที่ตามสมการ

$$s = t^3 - 4t - 2531$$

เมื่อ  $s$  เป็นระยะทาง มีหน่วยเป็น เมตร

$t$  เป็นเวลา มีหน่วยเป็นวินาที

จงหา ความเร็วของรถยนต์นี้ ในขณะ  $t = 3$  วินาที

$$23 \text{ เมตร/วินาที}$$

รถยนต์หนึ่ง เคลื่อนที่ตามสมการ

$$s = t^3 - 4t - 2531$$

สมการของ การเคลื่อนที่ของ เรือลำหนึ่ง เป็น

$$s = t(3t^2 - t + 5)$$

เมื่อ  $s$  เป็นระยะทาง มีหน่วยเป็น เมตร

$t$  เป็นเวลา มีหน่วยเป็นวินาที

จงหา ความเร็วของ เรือลำนี้ ในขณะ  $t=2$  วินาที

$$37 \text{ เมตร/วินาที}$$

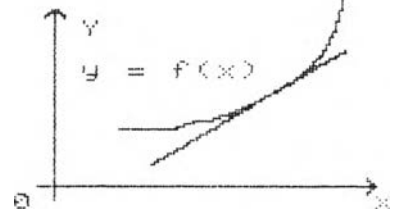
บทเรียนที่ 11.1 การหาค่าสูงสุดและต่ำสุดของฟังก์ชัน

**ข้อ 1**

กำหนดฟังก์ชัน  $y = f(x)$  สามารถหาค่า  $x$  ที่ทำให้  $y$  มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดได้ 3 วิธี คือ

1. โดยวิธีกำลังสองสมบูรณ์
2. โดยการเขียนกราฟ
3. โดยใช้อนุพันธ์

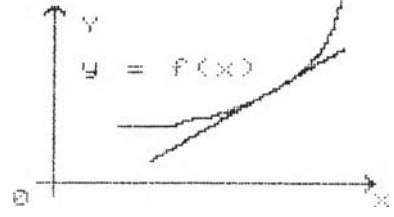
พิจารณากราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้



จากภาพ  
ฟังก์ชัน  $f$  เป็นฟังก์ชันเพิ่ม  
นั่นคือเมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น  
 $f(x)$  จะ.....  
(เพิ่มขึ้น, ลดลง)

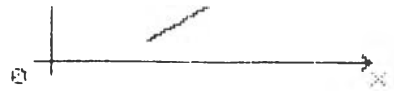
3. โดยใช้อนุพันธ์

พิจารณากราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้



จากภาพ  
ฟังก์ชัน  $f$  เป็นฟังก์ชันเพิ่ม  
นั่นคือเมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น  
 $f(x)$  จะ.....  
(เพิ่มขึ้น, ลดลง)

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = f(x)$  ณ จุด  $(x, y)$  ใดๆ หรือ  $\frac{dy}{dx}$  จะมีค่าเป็น.....  
(บวก, ลบ)

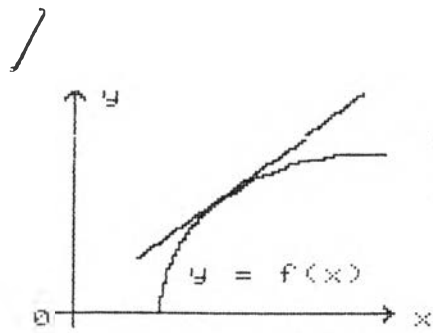


$f(x)$  จะ.....  
(เพิ่มขึ้น, ลดลง)

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = f(x)$  ณ จุด  $(x, y)$  ใดๆ หรือ  $\frac{dy}{dx}$  จะมีค่าเป็น.....  
(บวก, ลบ)

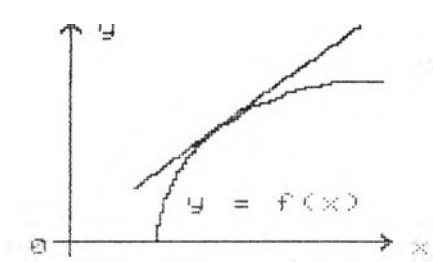
**เฉลยคำตอบข้อที่ 1 คือ**

เพิ่มขึ้น  
บวก



จากกราฟ  
ฟังก์ชัน  $f$  เป็นฟังก์ชันเพิ่ม  
นั่นคือเมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น  $f(x)$   
จะ .....  
(เพิ่มขึ้น, ลดลง)

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = f(x)$  ณ จุด  
 $(x, y)$  ใดๆ หรือ  $\frac{dy}{dx}$  จะมีค่าเป็น.....  
(บวก, ลบ)

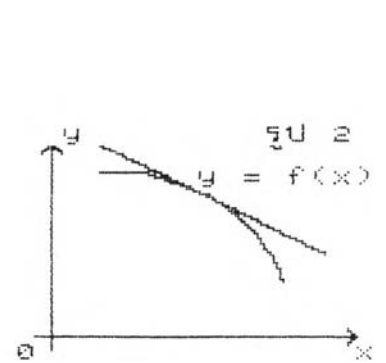
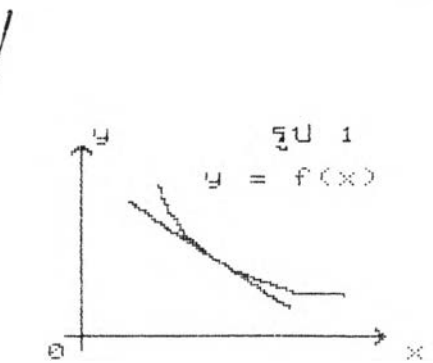


ฟังก์ชัน  $f$  เป็นฟังก์ชันเพิ่ม  
นั่นคือเมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น  $f(x)$   
จะ .....  
(เพิ่มขึ้น, ลดลง)

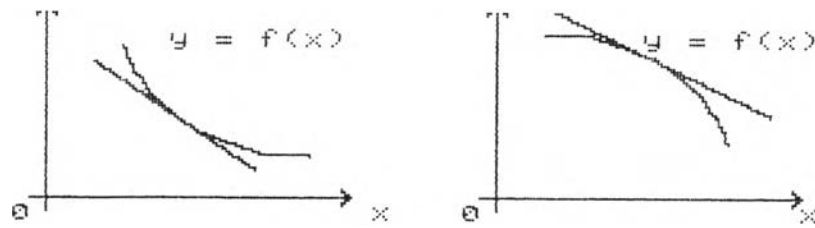
ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = f(x)$  ณ จุด  
 $(x, y)$  ใดๆ หรือ  $\frac{dy}{dx}$  จะมีค่าเป็น.....  
(บวก, ลบ)

**เฉลยคำตอบข้อ 1 คือ**

เพิ่มขึ้น  
บวก

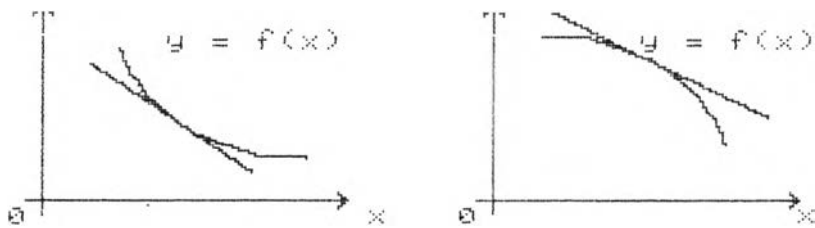


พิจารณาจากกราฟ ในรูป 1 และรูป 2  
ฟังก์ชัน  $f$  เป็นฟังก์ชันลด  
นั่นคือ  $x$  เพิ่มขึ้น  $f(x)$  จะ.....  
(เพิ่มขึ้น, ลดลง)



พิจารณาจากกราฟ ในรูป 1 และรูป 2

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = f(x)$  ณ จุด  $(x, y)$  ใดๆ หรือ  $\frac{dy}{dx}$  จะมีค่าเป็น ..... (บวก, ลบ)

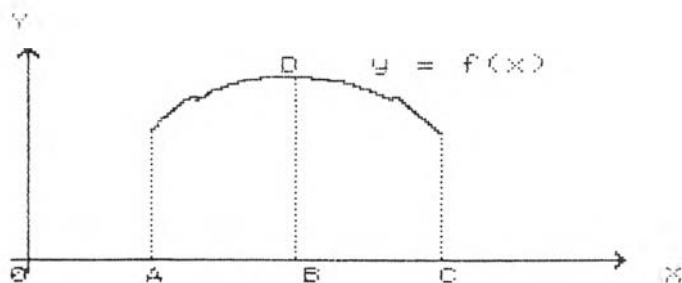


พิจารณาจากกราฟ ในรูป 1 และรูป 2

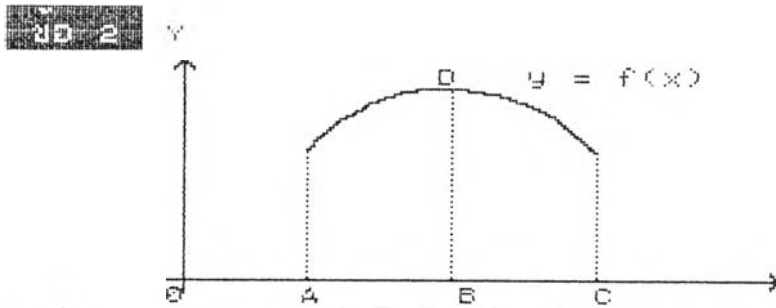
**เฉลยคำตอบข้อ 1 คือ**

ลดลง  
ลบ

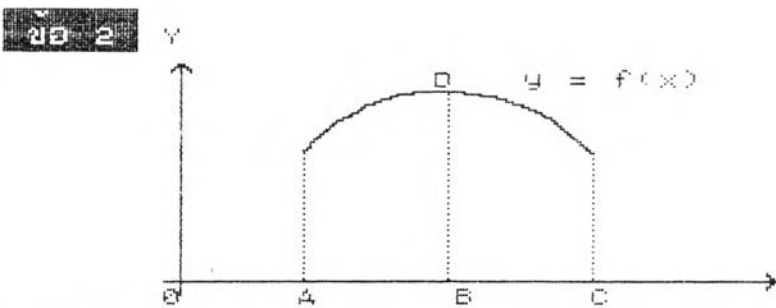
**ข้อ 2**



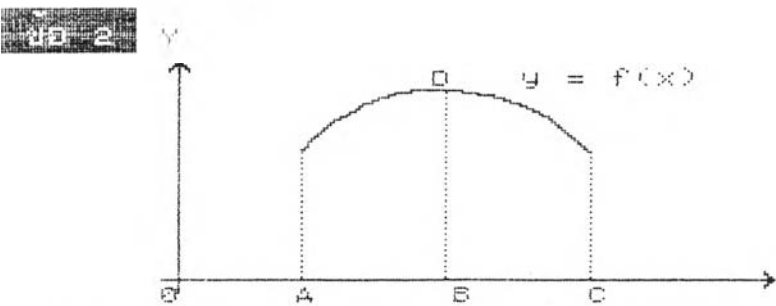
จากกราฟ ถ้าจุด D เป็นจุดวกกลับของเส้นโค้ง  $y = f(x)$  ฟังก์ชัน  $y = f(x)$  ในช่วงระหว่าง A กับ B เป็นฟังก์ชันเพิ่ม  
นั่นคือ เมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น  $f(x)$  จะเพิ่มขึ้นด้วย



ตั้งน้้นความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = f(x)$  หรือ  $\frac{dy}{dx}$  ณ จุด  $(x, y)$  ใดๆ เมื่อ  $x$  อยู่ระหว่าง  $A$  และ  $C$  จะมีค่าเป็น ..... (บวก,ลบ)

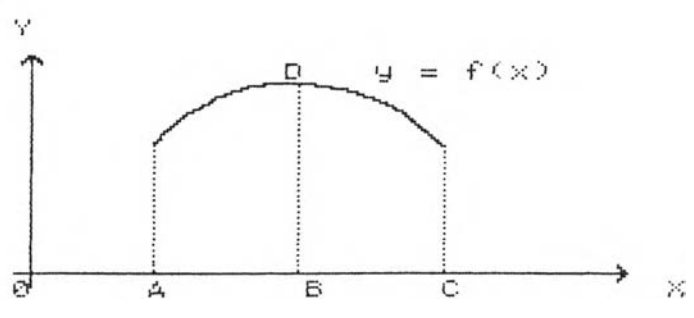


ฟังก์ชัน  $y = f(x)$  ในช่วงระหว่าง  $B$  และ  $C$  เป็นฟังก์ชันลด  
นั่นคือ เมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น  $f(x)$  จะลดลง



ตั้งน้้น ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = f(x)$  หรือ  $\frac{dy}{dx}$  ณ จุด  $(x, y)$  ใดๆ เมื่อ  $x$  อยู่ระหว่าง  $B$  กับ  $C$  จะมีค่าเป็น ..... (บวก,ลบ)

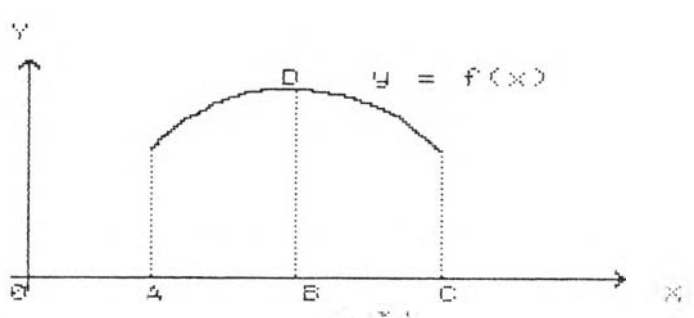
**ข้อ 2**



**เฉลยคำตอบข้อ 2**

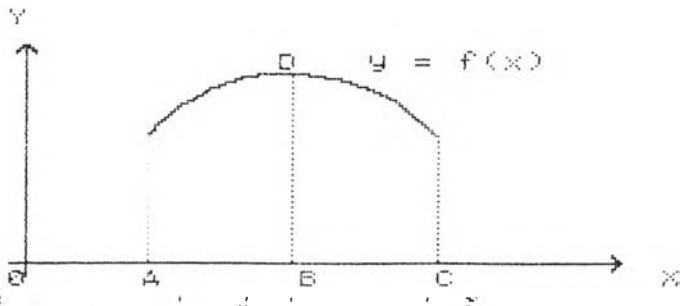
บวก  
ลบ

**ข้อ 2**



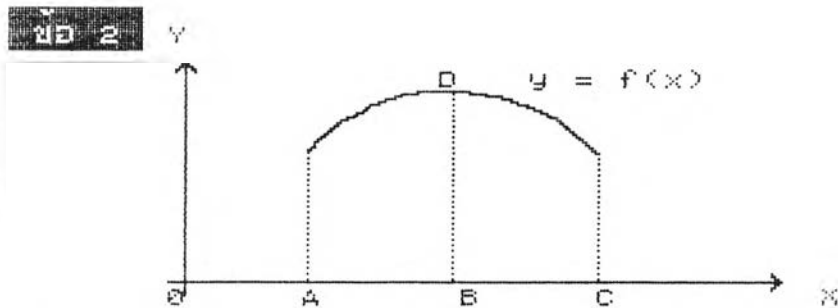
จากกราฟ  $y = f(x)$  สรุปได้ว่า  
 $\frac{dy}{dx}$  เป็นบวกแสดงว่า เมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น  
 $y$  ก็จะเพิ่มขึ้น  
 นั่นคือ  $y$  จะเป็นค่าสูงสุดของฟังก์ชันไม่ได้ เพราะ  $y$   
 กำลังเพิ่มขึ้น

**ข้อ 2**

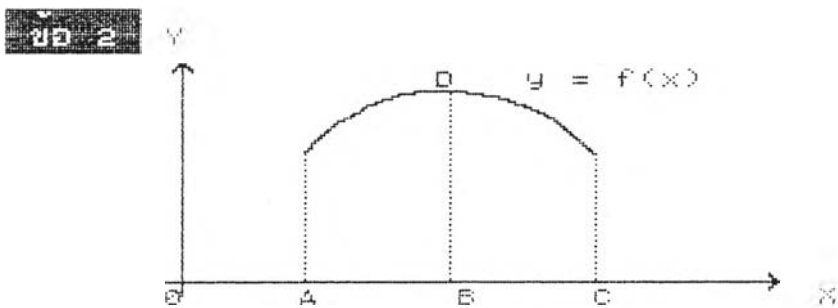


$\frac{dy}{dx}$  เป็นลบแสดงว่า เมื่อค่า  $x$  เพิ่มขึ้น  $y$  จะลดลง  
 นั่นคือ  $y$  จะเป็นค่าสูงสุดของฟังก์ชันไม่ได้ เพราะ  $y$   
 กำลังลดลง

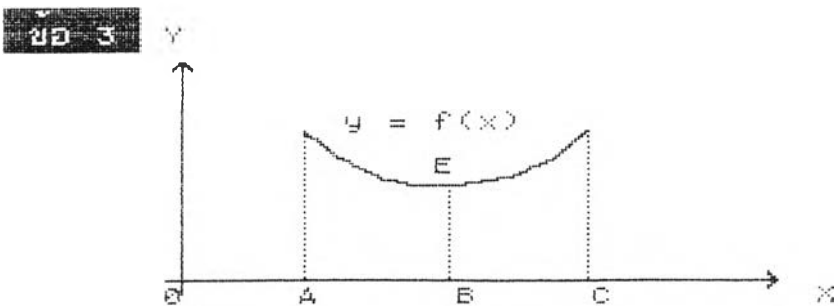




ค่า  $x$  ที่ทำให้  $\frac{dy}{dx}$  เป็นบวก หรือ  $x$  ที่ทำให้  $\frac{dy}{dx}$  เป็นลบ จะไม่ใช่ค่า  $x$  ที่ทำให้  $y$  มีค่าสูงสุด เพราะค่า  $x$  นั้น ทำให้ค่าฟังก์ชันเพิ่มขึ้นหรือลดลง แต่ ณ จุดวกกลับ  $\frac{dy}{dx}$  กำลังจะ เปลี่ยนจากบวก เป็นลบ



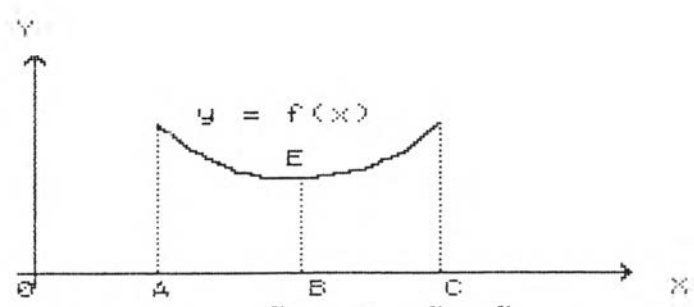
ดังนั้นค่า  $x$  ที่ทำให้  $\frac{dy}{dx} = 0$  จะเป็นค่า  $x$  ที่ทำให้ฟังก์ชันมีค่าสูงสุด



จากกราฟ ค่าจุด  $E$  เป็นจุดวกกลับของเส้นโค้ง  $y = f(x)$  ฟังก์ชัน  $y = f(x)$  ในช่วงระหว่าง  $A$  และ  $B$  เป็นฟังก์ชันลด

นั่นคือ เมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น  $f(x)$  จะลดลง

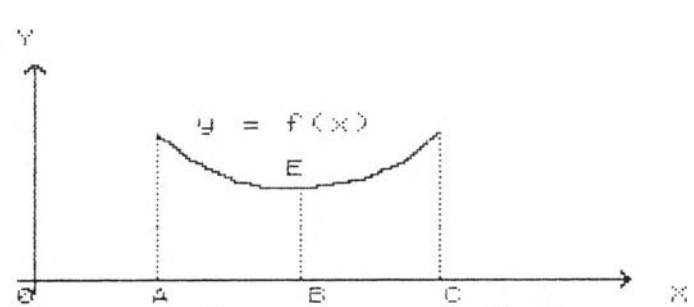
**ข้อ 3**



ดังนั้น ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = f(x)$  หรือ  $\frac{dy}{dx}$  ณ จุด  $(x, y)$  ใดๆ เมื่อ  $x$  อยู่ระหว่าง  $A$  กับ  $B$  จะมีค่าเป็น ..... (บวก,ลบ)

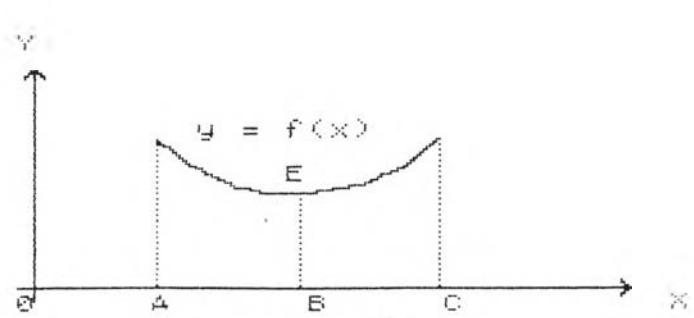
ในช่วงระหว่าง  $B$  กับ  $C$  เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

**ข้อ 3**



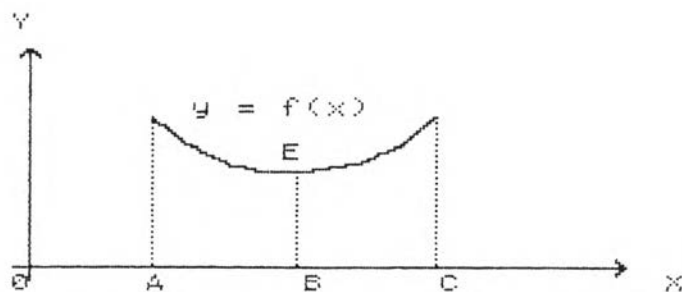
นั่นคือ เมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น  $f(x)$  จะเพิ่มขึ้นด้วย  
 ดังนั้น ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = f(x)$  หรือ  $\frac{dy}{dx}$  ณ จุด  $(x, y)$  ใดๆ อยู่ระหว่าง  $B$  และ  $C$  จะมีค่าเป็น ..... (บวก,ลบ)

**ข้อ 3**



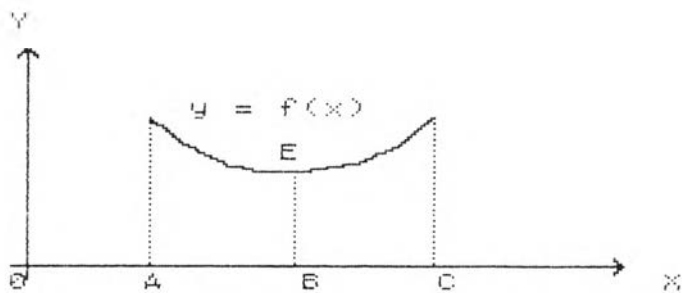
จากกราฟ  $y = f(x)$  สรุปได้ว่า  $\frac{dy}{dx}$  เป็นลบแสดงว่าเมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น  $y$  จะลดลง  
 นั่นคือ  $y$  จะเป็นค่าต่ำสุดของฟังก์ชันไม่ได้ เพราะ  $y$  กำลังลดลง

**ข้อ 3**



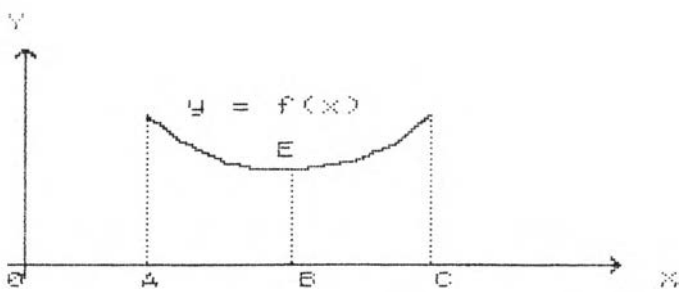
$\frac{dy}{dx}$  เป็นบวกแสดงว่าเมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น  $y$  จะเพิ่มขึ้นด้วย  
นั่นคือ  $y$  จะเป็นค่าสูงสุดของฟังก์ชันไม่ได้ เพราะกำลังเพิ่มขึ้น

**ข้อ 3**



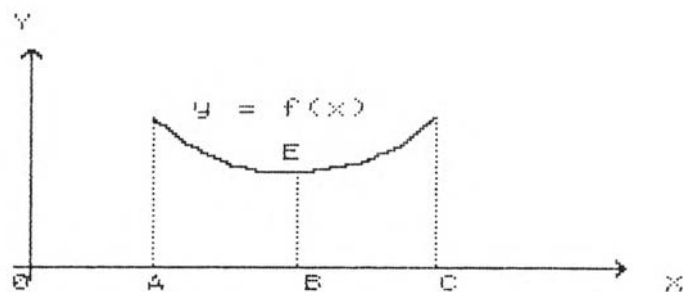
ค่าของ  $x$  ที่ทำให้  $\frac{dy}{dx}$  เป็นบวกหรือ  $x$  ที่ทำให้  $\frac{dy}{dx}$  เป็นลบจะไม่ใช้ค่า  $x$  ที่ทำให้  $y$  มีค่าต่ำสุด เพราะค่า  $x$  นั้นทำให้ค่าของฟังก์ชัน เพิ่มขึ้นหรือลดลง

**ข้อ 3**



แต่ ณ จุดวกกลับ  $\frac{dy}{dx}$  กำลังจะเปลี่ยนจากลบเป็นบวก  
ดังนั้นค่า  $x$  ที่ทำให้  $\frac{dy}{dx} = 0$  จะเป็นค่า  $x$  ที่ทำให้  
ฟังก์ชันมีค่าต่ำสุด

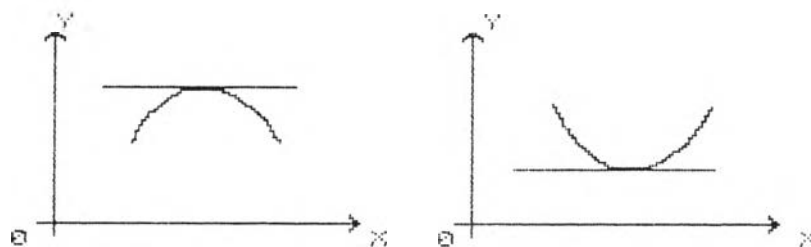
**ข้อ 3**



**เฉลยคำตอบข้อ 3 คือ**

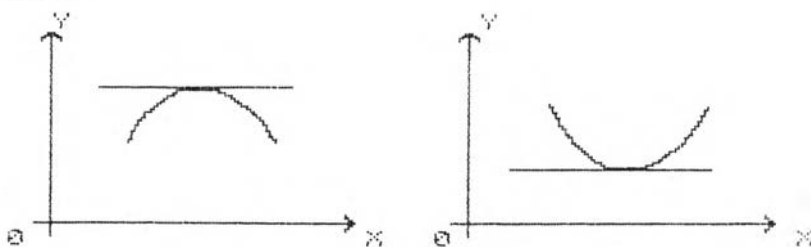
ลบ  
บวก

**ข้อ 4**

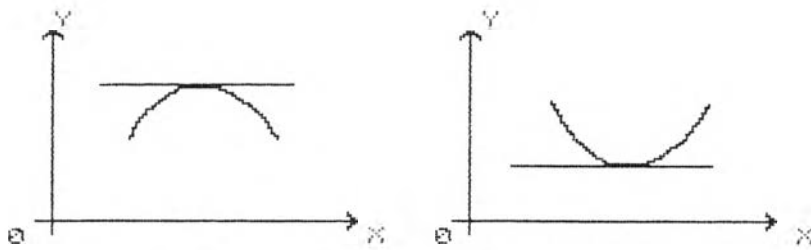


จากกราฟจะเห็นว่าถ้าลากเส้นสัมผัสกับกราฟ ณ จุด  
วกกลับ เส้นสัมผัสเส้นโค้งจะขนานกับแกน  $x$  ดังนั้น  
ความชันของเส้นสัมผัสที่จุดต่ำสุดหรือสูงสุดจึง เท่ากับ

**ข้อ 4**



แต่ความชันของเส้นโค้ง ณ จุดใดก็ตาม คือความชัน  
ของเส้นสัมผัส ณ จุดนั้นซึ่ง เท่ากับอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ณ  
จุดนั้น



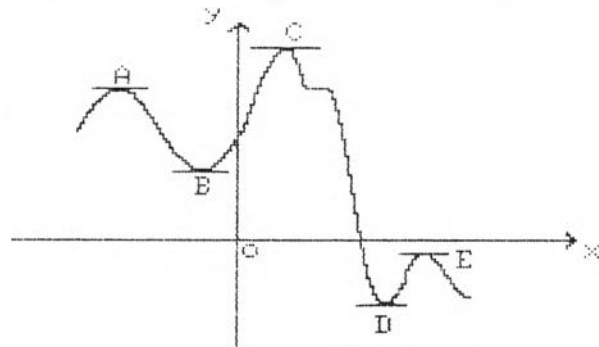
**เฉลยคำตอบข้อ 4 คือ**

ศูนย์  
ศูนย์

สรุป ค่าของ  $x$  ที่ทำให้  $y$  มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุด เป็นค่า  $x$  ที่ได้จากการแก้สมการ  $\frac{dy}{dx} = 0$

**ข้อ 5** ค่าสูงสุดและต่ำสุดของฟังก์ชันที่กล่าวถึง เป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์และต่ำสุดสัมพัทธ์ กล่าวคือ เป็นค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด เมื่อเทียบกับค่าใกล้เคียงเท่านั้น เช่น

จุด A, C, E  
เป็นจุดที่ฟังก์ชัน  
มีค่าสูงสุด  
จุด B, D  
เป็นจุดที่ฟังก์ชัน  
มีค่าต่ำสุด



**ข้อ 6** หลักเกณฑ์การทำใจหาค่าสูงสุด หรือ ต่ำสุด

**ขั้นที่ 1** อ่านโจทย์อย่างละเอียดให้ทราบแน่นอนว่า โจทย์ต้องการให้หาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของอะไร ให้สิ่งนั้นเป็น  $y$  หรือตัวแปรอื่นก็ได้

**ขั้นที่ 2** หาค่าที่เปลี่ยนแปลงได้ในโจทย์ตัวหนึ่ง สมมุติให้เป็น  $x$  โดยที่  $y$  จะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับค่าของ  $x$

**ข้อ 6** หลักเกณฑ์การหาใจห้หาค่าสูงสุด หรือ ต่ำสุด  
**ขั้นที่ 3** หาค่าของ  $y$  ออกมาในรูปของ  $x$  สำหรับ  
 ใจห้บางข้ออาจกำหนดมาให้ เลขก็อาจ เป็น  
 ได้

**ขั้นที่ 4** หา  $\frac{dy}{dx}$  ซึ่งเป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่า  $y$   
 ที่เราต้องการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด เทียบกับ  
 ตัวแปร  $x$

**ขั้นที่ 5** ให้  $\frac{dy}{dx} = 0$  แล้วแก้สมการหาค่า  $x$

**ขั้นที่ 6** ใจห้ต้องการทราบ  $y$  มีค่าสูงสุดหรือต่ำ  
 สุดเท่าใด จะต้องนำค่า  $x$  ที่ได้มาหาค่า  
 ของ  $y$  อีกครั้ง

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาค่าสูงสุดของฟังก์ชัน  $y = -x^2 - 2x$

**วิธีทำ** เนื่องจาก  $y = -x^2 - 2x$  (ขั้นที่ 2, 3)

จะได้  $\frac{dy}{dx} = -2x - 2$  (ขั้นที่ 4)

แต่ค่า  $x$  ที่ทำให้  $y$  มีค่าสูงสุดเป็นค่า  $x$  ที่เกิดจากการ  
 แก้สมการ  $\frac{dy}{dx}$

นั่นคือ  $\frac{dy}{dx} = 0$  (ขั้นที่ 5)

จึงได้  $-2x - 2 = 0$

$$x = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น  $x = -1$  จะเป็นค่าที่ทำให้ฟังก์ชันมีค่าสูงสุด

เมื่อ  $x = -1$  จะได้  $y = -(-1)^2 - 2(-1) = 1$

ดังนั้น ค่าสูงสุดของ  $y$  คือ  $\dots\dots\dots$

นั่นคือ  $\frac{dy}{dx} = 0$  (ขั้นที่ 5)

จึงได้  $-2x - 2 = 0$

$$x = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น  $x = -1$  จะเป็นค่าที่ทำให้ฟังก์ชันมีค่าสูงสุด

เมื่อ  $x = -1$  จะได้  $y = -(-1)^2 - 2(-1) = 1$

ดังนั้น ค่าสูงสุดของ  $y$  คือ  $\dots\dots\dots$

**เฉลยคำตอบข้อ 6 คือ**

-1

1

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาต่ำสุดของฟังก์ชัน  $y = x^2 - 2x$

วิธีทำ เนื่องจาก  $y = x^2 - 2x$  (ขั้นที่ 2, 3)

จะได้  $\frac{dy}{dx} = 2x - 2$  (ขั้นที่ 4)

แต่ค่า  $x$  ที่ทำให้  $y$  มีต่ำสุดเป็นค่า  $x$  ที่เกิดจากการ  
แก้สมการ  $\frac{dy}{dx}$

นั่นคือ  $\frac{dy}{dx} = 0$  (ขั้นที่ 5)

จึงได้  $2x - 2 = 0$

$$x = 1$$

ดังนั้น  $x = 1$  จะเป็นค่าที่ทำให้ฟังก์ชันมีต่ำสุด

เมื่อ  $x = 1$  จะได้  $y = 1^2 - 2(1) = -1$

ดังนั้น ต่ำสุดของ  $y$  คือ  $-1$

นั่นคือ  $\frac{dy}{dx} = 0$  (ขั้นที่ 5)

จึงได้  $2x - 2 = 0$

$$x = 1$$

ดังนั้น  $x = 1$  จะเป็นค่าที่ทำให้ฟังก์ชันมีต่ำสุด

เมื่อ  $x = 1$  จะได้  $y = 1^2 - 2(1) = -1$

ดังนั้น ต่ำสุดของ  $y$  คือ  $-1$

**เฉลยคำตอบข้อ 6 คือ**

1

-1

**ตอนที่ 14 การประยุกต์ของอนุพันธ์ (ต่อ)**

**ข้อ 1** หลักเกณฑ์การทำโจทย์หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด

**ขั้นที่ 1** อ่านโจทย์อย่างละเอียดให้ทราบแน่นอนว่า โจทย์ต้องการให้หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของอะไร ให้สิ่งนั้นเป็น  $y$  หรือตัวแปรอื่นก็ได้

**ขั้นที่ 2** หาค่าที่เปลี่ยนแปลงได้ในโจทย์ค่าหนึ่ง สมมติให้เป็น  $x$  โดยที่  $y$  จะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับค่าของ  $x$

**ขั้นที่ 1**  
**ขั้นที่ 3** อ่านโจทย์อย่างละเอียดให้ทราบแน่นอนว่า หาค่าของ  $y$  ออกมาในรูปของ  $x$  สำหรับ โจทย์บางข้ออาจกำหนดมาให้ เลขก็อาจเป็นได้

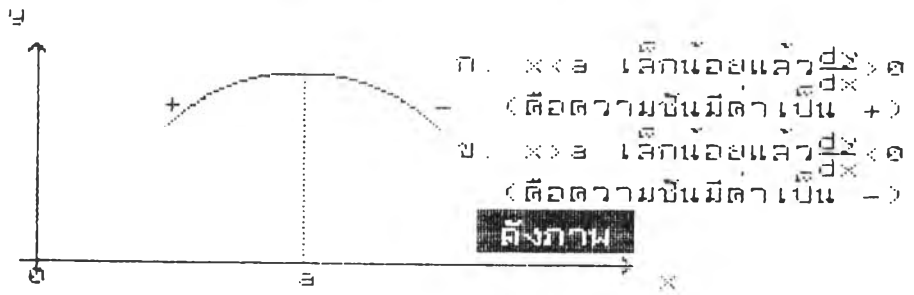
**ขั้นที่ 4** หา  $\frac{dy}{dx}$  ซึ่งเป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่า  $y$  ที่เราต้องการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด เทียบกับตัวแปร  $x$

**ขั้นที่ 5** ให้  $\frac{dy}{dx} = 0$  แล้วแก้สมการหาค่า  $x$

**ขั้นที่ 6** ถ้าโจทย์ต้องการทราบ  $y$  มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดเท่าใด จะต้องนำค่า  $x$  ที่ได้มาหาค่าของ  $y$  อีกครั้ง

**ข้อ 2** ถ้าโจทย์ไม่ได้บอกว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ให้ค่าสูงสุดหรือต่ำสุดแล้ว จะรู้ได้อย่างไรว่าค่านั้น เป็นค่าสูงสุดหรือต่ำสุด

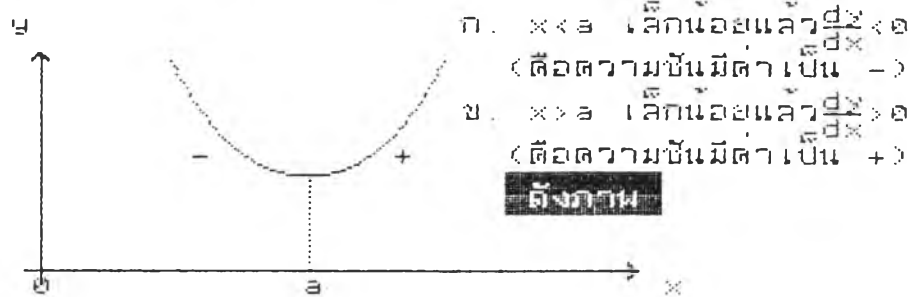
**วิธีทำ** สมมติว่าแก้สมการ  $\frac{dy}{dx} = 0$  และได้  $x = a$  แล้ว ฟังก์ชันนี้จะให้ค่าสูงสุดเมื่อ





**ข้อ 2** ถ้าใจหายไม่ได้บอกว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ให้ค่าสูงสุดหรือต่ำสุดแล้ว จะรู้ได้อย่างไรว่าค่านี้เป็นค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด

**วิธีทำ** สมมติว่าแกสมการ  $\frac{dy}{dx} = 0$  และได้  $x = a$  แล้ว ฟังก์ชันนี้จะให้ค่าต่ำสุดเมื่อ



**ตัวอย่างที่ 1** ฟังก์ชัน  $y = -x^2 - 2x$  ให้หาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดเท่าใด

**วิธีทำ** จาก  $y = -x^2 - 2x$

จะได้  $\frac{dy}{dx} = -2x - 2$

ให้  $-2x - 2 = 0$

$x = -1$

จะมีจุดภาวะค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด

ก. เมื่อ  $x < -1$  เล็กน้อย เช่น  $x = -1.1$  จะได้  $\frac{dy}{dx} > 0$

ข. เมื่อ  $x > -1$  เล็กน้อย เช่น  $x = -0.9$  จะได้  $\frac{dy}{dx} < 0$

$x = -1$

จะมีจุดภาวะค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด

ก. เมื่อ  $x < -1$  เล็กน้อย เช่น  $x = -1.1$  จะได้  $\frac{dy}{dx} > 0$

ข. เมื่อ  $x > -1$  เล็กน้อย เช่น  $x = -0.9$  จะได้  $\frac{dy}{dx} < 0$

นั่นคือ ฟังก์ชันนี้ให้ค่าสูงสุด

ดังนั้น  $x = -1$  จะเป็นค่าที่ทำให้ฟังก์ชันมีค่าสูงสุด

เมื่อ  $x = -1$  จะได้  $y = \dots$

ดังนั้นค่าสูงสุดของ  $y$  คือ  $\dots$

นั่นคือ ฟังก์ชันนี้ให้ค่าสูงสุด

ดังนั้น  $x = -1$  จะเป็นค่าที่ทำให้ฟังก์ชันมีค่าสูงสุด

เมื่อ  $x = -1$  จะได้  $y = \dots$

ดังนั้นค่าสูงสุดของ  $y$  คือ  $\dots$

**เลขคำตอบข้อ 2 คือ**

1

1

**ตัวอย่างที่ 2** ฟังก์ชัน  $y = x^2 - 2x$  ให้หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดเท่าใด

วิธีทำ จาก  $y = x^2 - 2x$

จะได้  $\frac{dy}{dx} = 2x - 2$

ให้  $2x - 2 = 0$

$$x = 1$$

จะมีภาวะค่าสูงสุดหรือต่ำสุด

ก. เมื่อ  $x < 1$  เล็กน้อย เช่น  $x = 0.9$  จะได้  $\frac{dy}{dx} < 0$

ข. เมื่อ  $x > 1$  เล็กน้อย เช่น  $x = 1.1$  จะได้  $\frac{dy}{dx} > 0$

$$x = 1$$

จะมีภาวะค่าสูงสุดหรือต่ำสุด

ก. เมื่อ  $x < 1$  เล็กน้อย เช่น  $x = 0.9$  จะได้  $\frac{dy}{dx} < 0$

ข. เมื่อ  $x > 1$  เล็กน้อย เช่น  $x = 1.1$  จะได้  $\frac{dy}{dx} > 0$

นั่นคือ ฟังก์ชันนี้ให้ค่าต่ำสุด

ดังนั้น  $x = 1$  จะเป็นค่าที่ทำให้ฟังก์ชันมีค่าต่ำสุด

เมื่อ  $x = 1$  จะได้  $y = \dots$

ดังนั้นค่าต่ำสุดของ  $y$  คือ  $\dots$

นั่นคือ ฟังก์ชันนี้ให้ต่ำสุด

ดังนั้น  $x=1$  จะเป็นค่าที่ทำให้ฟังก์ชันมีต่ำสุด

เมื่อ  $x=1$  จะได้  $y = \dots$

ดังนั้นค่าต่ำสุดของ  $y$  คือ  $\dots$

**เฉลยคำตอบข้อ 2 คือ**

-1

-1

**ข้อ 3 ตัวอย่างที่ 3**

โยนวัตถุชนิดหนึ่งขึ้นไปในแนวตั้ง ระยะที่วัตถุอยู่ห่างจากพื้นดิน  $s$  เมตร เมื่อเวลาผ่านไป  $t$  วินาที เป็นไปตามสมการ  $s = 32t - t^2$

จงหา ก. ความเร็วในขณะเวลา  $t$

ข. วัตถุขึ้นไปสูงสุดเท่าใด

วิธีทำ เนื่องจาก  $s = 32t - t^2$

ความเร็วในขณะเวลา  $t$  คือ  $\frac{ds}{dt} = v = 32 - 2t$

**ข้อ 3 ตัวอย่างที่ 3**

โยนวัตถุชนิดหนึ่งขึ้นไปในแนวตั้ง ระยะที่วัตถุอยู่ห่างจากพื้นดิน  $s$  เมตร เมื่อเวลาผ่านไป  $t$  วินาที เป็นไปตามสมการ  $s = 32t - t^2$

วิธีทำ เนื่องจาก  $s = 32t - t^2$

ความเร็วในขณะเวลา  $t$  คือ  $\frac{ds}{dt} = v = 32 - 2t$

เมื่อวัตถุขึ้นไปสูงสุด ความเร็ว ณ จุดสูงสุดจะเท่ากับศูนย์

นั่นคือ  $v = \frac{ds}{dt} = 0$

$$32 - 2t = 0$$

$$t = \dots$$

วัตถุจะขึ้นไปสูงสุดเมื่อเวลาผ่านไป... วินาที

**ข้อ 3 ตัวอย่างที่ 3**

โยนวัตถุชนิดหนึ่งขึ้นไปในแนวตั้ง ขณะที่วัตถุอยู่ห่างจากพื้นดิน 3 เมตร เมื่อเวลาผ่านไป  $t$  วินาที เป็นไปตามสมการ  $s = 32t - t^2$

$$32 - 2t = 0$$

$$t = 16 \text{ วินาที}$$

วัตถุจะขึ้นไปสูงสุดเมื่อเวลาผ่านไป 16 วินาที

**เฉลยคำตอบข้อ 3 คือ**

16

16

**ข้อ 3 ตัวอย่างที่ 3**

โยนวัตถุชนิดหนึ่งขึ้นไปในแนวตั้ง ขณะที่วัตถุอยู่ห่างจากพื้นดิน 3 เมตร เมื่อเวลาผ่านไป  $t$  วินาที เป็นไปตามสมการ  $s = 32t - t^2$

**เฉลยคำตอบข้อ 3 คือ**

16

16

เมื่อ  $t = 16$  จะได้  $s = 256$  เมตร  
ดังนั้น วัตถุจะขึ้นไปสูงสุด 256 เมตร

**ข้อ 3 ตัวอย่างที่ 3**

โยนวัตถุชนิดหนึ่งขึ้นไปในแนวตั้ง ขณะที่วัตถุอยู่ห่างจากพื้นดิน 3 เมตร เมื่อเวลาผ่านไป  $t$  วินาที เป็นไปตามสมการ  $s = 32t - t^2$

เมื่อ  $t = 16$  จะได้  $s = 256$  เมตร

ดังนั้น วัตถุจะขึ้นไปสูงสุด 256 เมตร

**เฉลยคำตอบข้อ 3 คือ**

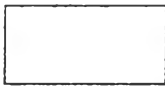
256

256

**ข้อ 4 ตัวอย่างที่ 4**

มีไม้ทำรั้วยาว 1600 เมตร จะกั้นรั้วรอบที่ดินแห่งหนึ่งให้ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ถ้าต้องการให้โล่ผืนที่มากที่สุด จะต้องกั้นรั้วรอบที่ดินให้กว้างและยาวเท่าใด

วิธีทำ ให้  $y$  = ผืนที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า  
 $x$  = ความยาวของด้านกว้าง

✕  ✕ ด้านกว้างมี 2 ด้านยาวรวมกัน 2x เมตร

ดังนั้น เหลือไม้ล้อมรั้วด้านยาว 1600 - 2x เมตร

จะได้ด้านยาวด้านละ  $\frac{1}{2}(1600 - 2x)$  เมตร

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } y &= \frac{1}{2}(1600 - 2x)x \\ &= 800x - x^2 \end{aligned}$$

**ข้อ 4 ตัวอย่างที่ 4**

มีไม้ทำรั้วยาว 1600 เมตร จะกั้นรั้วรอบที่ดินแห่งหนึ่งให้ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ถ้าต้องการให้โล่ผืนที่มากที่สุด จะต้องกั้นรั้วรอบที่ดินให้กว้างและยาวเท่าใด

ต้องการให้  $y$  มีค่ามากที่สุด จึงหาอนุพันธ์ของ  $y$  เทียบกับ  $x$

$$\text{จะได้ } \frac{dy}{dx} = 800 - 2x$$

$$\text{ให้ } \frac{dy}{dx} = 0$$

$$800 - 2x = 0$$

$$x = 400$$

ดังนั้นต้องการให้โล่ผืนที่มากที่สุด

ต้องกั้นรั้วให้กว้าง ... เมตร และยาว ... เมตร

**ข้อ 4 ตัวอย่างที่ 4**

มีไม้ทำรั้วยาว 1600 เมตร จะกั้นรั้วรอบที่ดินแห่งหนึ่งให้ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ถ้าต้องการให้โล่ผืนที่มากที่สุด จะต้องกั้นรั้วรอบที่ดินให้กว้างและยาวเท่าใด

$$x = 400$$

ดังนั้นต้องการให้โล่ผืนที่มากที่สุด

ต้องกั้นรั้วให้กว้าง ... เมตร และยาว ... เมตร

**เฉลยคำตอบข้อ 4 คือ**

400

400

400

**ข้อ 5 ตัวอย่างที่ 5**

ถ้าผลคูณของจำนวน 2 จำนวนเป็น  $-9$  จำนวนทั้งสองเป็นเท่าใด ถ้าผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนมีค่าน้อยที่สุด

วิธีทำ จำนวนทั้งสองคูณกันได้  $-9$

ให้จำนวนหนึ่ง คือ  $x$

ดังนั้นอีกจำนวนหนึ่ง คือ  $\frac{-9}{x}$

ให้ผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเป็น  $y$

$$\text{จะได้ } y = (\dots)^2 + (\dots)^2$$

$$= \dots + \dots$$

ต้องการให้  $y$  มีค่าน้อยที่สุด จึงหาอนุพันธ์ของ  $y$

เทียบกับ  $x$  จะได้  $\frac{dy}{dx} = \dots$

**ข้อ 5 ตัวอย่างที่ 5**

ถ้าผลคูณของจำนวน 2 จำนวนเป็น  $-9$  จำนวนทั้งสองเป็นเท่าใด ถ้าผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนมีค่าน้อยที่สุด

ต้องการให้  $y$  มีค่าน้อยที่สุด จึงหาอนุพันธ์ของ  $y$

เทียบกับ  $x$  จะได้  $\frac{dy}{dx} = \dots$

**เฉลยคำตอบข้อ 5 คือ**

$$x^2 + \frac{81}{x^2}$$

$$2x - 162x^{-3}$$

**ข้อ 5 ตัวอย่างที่ 5**

ถ้าผลคูณของจำนวน 2 จำนวนเป็น  $-9$  จำนวนทั้งสองเป็นเท่าใด ถ้าผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนมีค่าน้อยที่สุด

$y$  จะมีค่าน้อยที่สุด เมื่อ  $\frac{dy}{dx} = 0$

$$\text{นั่นคือ } 2x - 162x^{-3} = 0$$

$$2x - \frac{162}{x^3} = 0$$

$$x^4 - 81 = 0$$

$$\text{จะได้ } x^2 = 9 \text{ หรือ } x^2 = -9$$

แต่  $x^2 > 0$  เสมอ  
 นั่นคือ  $x^2 = \dots$   
 จะได้  $x = \dots$  หรือ  $x = \dots$   
 ดังนั้นจำนวนจริงจำนวนหนึ่งคือ  $\dots$   
 และอีกจำนวนหนึ่งคือ  $\dots$

นั่นคือ  $x^2 = \dots$   
 จะได้  $x = \dots$  หรือ  $x = \dots$   
 ดังนั้นจำนวนจริงจำนวนหนึ่งคือ  $\dots$   
 และอีกจำนวนหนึ่งคือ  $\dots$

**เฉลยคำตอบข้อ 5 คือ**

9	-	9
	9	
3	-	3
	3	
	-3	

**โจทย์ปัญหา**

ฟังก์ชัน  $y = x^4 - 4x$  ให้ค่าสูงสุดหรือต่ำสุดที่ใด

**เฉลยคำตอบข้อ 1 คือ**      ต่ำสุดที่  $y = -3$

**โจทย์ปัญหา**

โยนลูกบอลขึ้นบนอากาศในแนวตรง      ถ้าให้ทิศ  
 ทางขึ้นเป็นบวก สมการของระยะทางคือ

$$s(t) = -16t^2 + 64t$$

เมื่อ  $t$  เป็นวินาทีหลังจากลูกบอลถูกโยนขึ้น      และ  
 ระยะทาง  $s$  เป็นฟุต

จงหาระยะสูงที่สุดที่ลูกบอลจะอยู่ห่างจากพื้น

- ก. 32 ฟุต
- ค. 96 ฟุต
- ข. 64 ฟุต
- ง. 128 ฟุต

**เฉลยคำตอบข้อ 2 คือ**      ข

**ตอนที่ 18 การประยุกต์ของอนุพันธ์ (ต่อ)**

**ข้อ 1** หลักเกณฑ์การทำโจทย์หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด

**ขั้นที่ 1** อ่านโจทย์อย่างละเอียดให้ทราบแน่แน่ว่า โจทย์ต้องการให้หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด ของอะไร ให้สิ่งนั้น เป็น  $y$  หรือตัวแปรอื่น ก็ได้

**ขั้นที่ 2** หาค่าที่เปลี่ยนแปลงได้ในโจทย์ตัวหนึ่ง สมมุติให้เป็น  $x$  โดยที่  $y$  จะมีค่ามาก หรือน้อยขึ้นอยู่กับค่าของ  $x$

**ขั้นที่ 1**  
**ขั้นที่ 3** อ่านโจทย์อย่างละเอียดให้ทราบแน่แน่ว่า ค่าของ  $y$  ออกมาในรูปของ  $x$  สำหรับ โจทย์บางข้ออาจกำหนดมาให้เลขก็อาจเป็น ได้

**ขั้นที่ 4** หา  $\frac{dy}{dx}$  ซึ่งเป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่า  $y$  ที่เราต้องการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด เทียบกับ ตัวแปร  $x$

**ขั้นที่ 5** ให้  $\frac{dy}{dx} = 0$  แล้วแก้สมการหาค่า  $x$

**ขั้นที่ 6** ถ้าโจทย์ต้องการทราบ  $y$  มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดเท่าใด จะต้องนำค่า  $x$  ที่โตมาหาค่า ของ  $y$  อีกครั้ง

**ข้อ 2 ตัวอย่างที่ 1**

ในการเกิดปฏิกิริยาทางเคมีครึ่งหนึ่งหาอุณหภูมิได้จาก สมการ  $w = 10 + 4t - 0.2t^2$  เมื่อ  $w$  เป็นอุณหภูมิ มีหน่วยเป็นองศาเซลเซียส และ  $t$  เป็นเวลาหน่วยเป็น วินาที เมื่อเวลาผ่านไปเท่าใดอุณหภูมิจะขึ้นสูงสุด และ ค่าสูงสุดของอุณหภูมิเป็นเท่าใด

วิธีทำ เนื่องจาก  $w = 10 + 4t - 0.2t^2$

จะได้  $\frac{dw}{dt} = 4 - 0.4t$

จะมีค่าสูงสุดเมื่อ  $\frac{dw}{dt} = 0$

เมื่อ  $\frac{dw}{dt} = 0$  จะได้  $t = 10$  วินาที

ดังนั้น อุณหภูมิจะขึ้นสูงสุดเมื่อเวลาผ่านไป 10 วินาที



สมการ  $w = 10 + 4t - 0.2t^2$  เมื่อ  $w$  เป็นอุณหภูมิ  
มีหน่วยเป็นองศาเซลเซียส และ  $t$  เป็นเวลาหน่วยเป็น  
วินาที เมื่อเวลาผ่านไปเท่าใดอุณหภูมิจะขึ้นสูงสุด และ  
ต่ำสุดของอุณหภูมิเป็นเท่าใด

วิธีทำ เนื่องจาก  $w = 10 + 4t - 0.2t^2$   
จะได้  $\frac{dw}{dt} = \dots\dots\dots$

**เฉลยคำตอบข้อ 2 คือ**  $4 - 0.4t$   
 $10$   
 $10$

สมการ  $w = 10 + 4t - 0.2t^2$  เมื่อ  $w$  เป็นอุณหภูมิ  
มีหน่วยเป็นองศาเซลเซียส และ  $t$  เป็นเวลาหน่วยเป็น  
วินาที เมื่อเวลาผ่านไปเท่าใดอุณหภูมิจะขึ้นสูงสุด และ  
ต่ำสุดของอุณหภูมิเป็นเท่าใด

วิธีทำ เนื่องจาก  $w = 10 + 4t - 0.2t^2$   
จะได้  $\frac{dw}{dt} = \dots\dots\dots$

เมื่อ  $t = 10$  จะได้  $w = \dots\dots\dots$   
ดังนั้นอุณหภูมิต่ำสุดเป็น  $\dots\dots\dots$  องศาเซลเซียส

ต่ำสุดของอุณหภูมิเป็นเท่าใด

วิธีทำ เนื่องจาก  $w = 10 + 4t - 0.2t^2$   
จะได้  $\frac{dw}{dt} = \dots\dots\dots$

เมื่อ  $t = 10$  จะได้  $w = \dots\dots\dots$   
ดังนั้นอุณหภูมิต่ำสุดเป็น  $\dots\dots\dots$  องศาเซลเซียส

**เฉลยคำตอบข้อ 2 คือ**  $30$   
 $30$

**ข้อ 3 ตัวอย่างที่ 2**

จำนวนจริง  $x$  จำนวนรวมกันได้ 18 ค่าผลคูณของ  $x$   
จำนวนนี้มีค่ามากที่สุด จงหาจำนวนทั้งสองนั้น  
วิธีทำ จำนวน  $x$  จำนวนรวมกันได้ 18

ให้จำนวนหนึ่งคือ  $x$

ดังนั้น อีกจำนวนหนึ่งจะเท่ากับ  $18 - x$

ให้ผลคูณของสองจำนวนนี้เท่ากับ  $y$

จะได้  $y = x(18 - x)$

$$= 18x - x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 18 - 2x$$

จำนวนนี้มีค่ามากที่สุด จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

วิธีทำ จำนวน  $x$  จำนวนรวมกันได้ 18

ให้จำนวนหนึ่งคือ  $x$

$y$  มีค่ามากที่สุดเมื่อ  $\frac{dy}{dx} = 0$

ให้  $18 - 2x = 0$

จะได้  $x = 9$

ดังนั้นจำนวนทั้งสอง คือ 9 และ 9

จำนวนนี้มีค่ามากที่สุด จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

วิธีทำ จำนวน  $x$  จำนวนรวมกันได้ 18

ให้จำนวนหนึ่งคือ  $x$

**เฉลยคำตอบข้อ 3 คือ**

$$18 - x$$

$$18 - x$$

$$18x - x^2$$

$$18 - 2x$$

$$18 - 2x$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

**ข้อ 4. ตัวอย่างที่ 1**

ผลบวกจำนวนจริงใดๆ รวมกับส่วนกลับของจำนวนนั้น จะมีค่าต่ำสุดเท่าไร

วิธีทำ ให้จำนวนจริงบวกใดๆ คือ  $x$  ดังนั้นส่วนกลับของจำนวนนั้น คือ  $\frac{1}{x}$   
ให้ผลบวกของจำนวนนั้นกับส่วนกลับของมัน เป็น  $y$   
จะได้  $y = \dots\dots\dots$

$$\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$$

$y$  มีค่าต่ำสุดเมื่อ  $\frac{dy}{dx} = 0$   
ให้  $\dots\dots\dots = 0$   
จะได้  $x = \dots\dots\dots$  หรือ  $x = \dots\dots\dots$

จะมีค่าต่ำสุดเท่าไร

วิธีทำ ให้จำนวนจริงบวกใดๆ คือ  $x$  ดังนั้นส่วนกลับของจำนวนนั้น คือ  $\frac{1}{x}$   
 $y$  มีค่าต่ำสุดเมื่อ  $\frac{dy}{dx} = 0$   
ให้  $\dots\dots\dots = 0$   
จะได้  $x = \dots\dots\dots$  หรือ  $x = \dots\dots\dots$

แต่  $x$  เป็นจำนวนจริงบวก จะได้  $x = \dots\dots\dots$   
เมื่อ  $x = \dots\dots\dots$  จะได้  $y = \dots\dots\dots$   
ดังนั้นค่าต่ำสุดของผลบวกเท่ากับ  $\dots\dots\dots$

จะมีค่าต่ำสุดเท่าไร

วิธีทำ ให้จำนวนจริงบวกใดๆ คือ  $x$  ดังนั้นส่วนกลับของจำนวนนั้น คือ  $\frac{1}{x}$

**เฉลยตัวอย่างข้อ 4**

$$x + \frac{1}{x}$$

$$1 - \frac{1}{x^2}$$

$$1 - 1$$

$$1$$

$$1$$

$$2$$

### โจทย์ปัญหา

1 ต้องการทำกล่องชนิดใหม่มีฝาปิดจากกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีด้านยาว 12 เซนติเมตร โดยตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเท่ากันออกจากมุมทั้งสี่ แล้วเอาด้านข้างขึ้น จงหาความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่จะต้องตัดออก เมื่อจะได้อีกกล่องที่มีปริมาตรมากที่สุด

- ก. 1 เซนติเมตร      ค. 4 เซนติเมตร  
ข. 2 เซนติเมตร      ง. 6 เซนติเมตร

เฉลยคำตอบข้อ 1 คือ      ข

2 ตั้งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าไม่มีฝาปิด กว้าง  $x$  ฟุต ยาว  $y$  ฟุต และสูง  $x$  ฟุต เท่ากับส่วนกว้าง สร้างจากแผ่นโลหะที่มีพื้นที่ 1350 ตารางฟุต จงหาปริมาตรที่มากที่สุดของถังนี้

เฉลยคำตอบข้อ 2 คือ      4500 ลูกบาศก์ฟุต

3 แบบ super market แห่งหนึ่ง ต้องการพื้นที่ 14,400 ตารางฟุต super market แห่งนี้มีรูปร่างเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีผนังอิฐ 3 ด้าน และด้านหน้าเป็นกระจก กระจกมีราคา 1.08 เท่าของอิฐ ขนาดของ super market ควรจะเป็นเท่าใด จึงจะเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

เฉลยคำตอบข้อ 3 คือ      100 x 44 ตารางฟุต

### ตอนที่ 16 โอเปอเรชันตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์

**ข้อ 1** **คำถาม** จำนวนบวกอะไรยกกำลังสองแล้วได้ 9  
 คำถามนี้สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้เป็น  
 ถ้า  $x^2 = 9$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่าไร

**คำตอบ** วิธีคิดแบบธรรมดาคือลองสมมติค่า  $x$  เช่น  
 ลองให้  $x = 1$  จะได้  $x^2 = 1$  ดังนั้น  $x = 1$  ไม่ใช่คำตอบ  
 ลองให้  $x = 2$  จะได้  $x^2 = 4$  ดังนั้น  $x = 2$  ไม่ใช่คำตอบ  
 ลองให้  $x = 3$  จะได้  $x^2 = 9$  ดังนั้น  $x = 3$  เป็นคำตอบที่  
 สอดคล้องกับคำถามข้างต้น

สอดคล้องกับคำถามข้างต้น

แต่ถ้ามีคำถามว่า **จำนวนบวกอะไรยกกำลังสองแล้ว  
 ได้ 9** 8213 การลองสมมติค่า  $x$  ก็จะเกิดปัญหาเพราะ  
 ต้องลองสมมติค่า  $x$  กันมากมายเหลือเกินจึงได้คำตอบ  
 ดังนั้นจึงมีวิธีการที่จะหาค่าจำนวนนี้ขึ้นมา การกระทำ  
 เพื่อหาจำนวนนี้ เรียกว่า **โอเปอเรชันตรงข้ามกับการยก  
 กำลัง** และใช้สัญลักษณ์  $\sqrt{\quad}$  แทน

นั่นคือ การยกกำลังสอง เป็น โอเปอเรชันตรงข้ามกับ  
 การหารากที่สอง

เมื่อหาจำนวนนี้ เรียกว่า **โอเปอเรชันตรงข้ามกับการยก  
 กำลัง** และใช้สัญลักษณ์  $\sqrt{\quad}$  แทน

นั่นคือ การยกกำลังสอง เป็น โอเปอเรชันตรงข้ามกับ  
 การหารากที่สอง

สำหรับโอเปอเรชันตรงข้ามที่เคยพบมาแล้ว เช่น  
 การลบเป็นโอเปอเรชันตรงข้ามกับการบวก การหาร  
 เป็นโอเปอเรชันตรงข้ามกับการคูณ ในวิชาแคลคูลัสก็มี  
 โอเปอเรชันในทำนองนี้คือ **อินทิเกรชัน (integration)**  
 เป็นโอเปอเรชันตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์

**ขอ 2** คำถาม มีฟังก์ชันหนึ่ง สมมติเขียนไว้ในรูป  $y = f(x)$  เมื่อหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันนั้นแล้วพบปรากฏว่าได้  $\frac{dy}{dx} = 2x$  ฟังก์ชันนั้นเท่ากับเท่าไร

คำตอบ สามารถตอบคำถามดังกล่าวได้โดยมีจรรยาบรรณต่อไปนี้ โดยลองให้  $y =$  ค่าใดค่าหนึ่ง แล้วหา  $\frac{dy}{dx}$  เช่น

$y = f(x)$	$\frac{dy}{dx}$
$y = x^2$	$\frac{d}{dx}x^2 = 2x$
$y = x^2 + 4$	$\frac{d}{dx}(x^2 + 4) = 2x$
$y = x^2 + 7$	$\frac{d}{dx}(x^2 + 7) = 2x$
$y = x^2 + 9$	$\frac{d}{dx}(x^2 + 9) = 2x$

$y = x^2$	$\frac{d}{dx}x^2 = 2x$
$y = x^2 + 4$	$\frac{d}{dx}(x^2 + 4) = 2x$
$y = x^2 + 7$	$\frac{d}{dx}(x^2 + 7) = 2x$
$y = x^2 + 9$	$\frac{d}{dx}(x^2 + 9) = 2x$

จะเห็นว่าฟังก์ชัน  $y = f(x)$  ที่มีอนุพันธ์เป็น  $2x$  นั้นมีหลายฟังก์ชัน **นับไม่ถ้วน** เช่น  $y = x^2, y = x^2 + 4, y = x^2 + 7, y = x^2 + 9$  ซึ่งฟังก์ชันเหล่านี้ **แตกต่างกันเฉพาะค่าคงที่เท่านั้น**

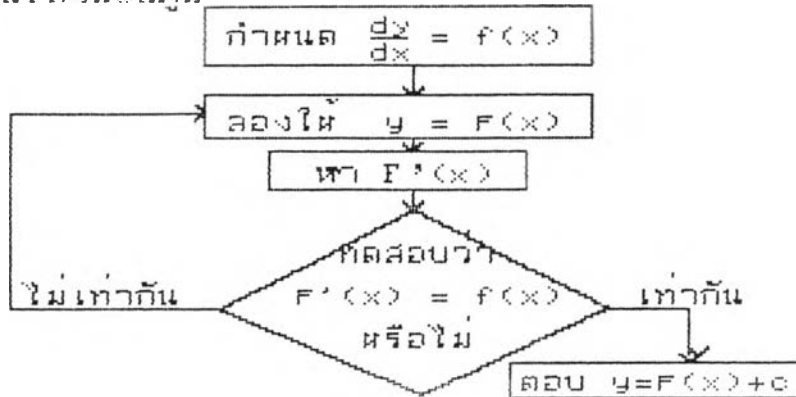
จะเห็นว่าฟังก์ชัน  $y = f(x)$  ที่มีอนุพันธ์เป็น  $2x$  นั้นมีหลายฟังก์ชัน **นับไม่ถ้วน** เช่น  $y = x^2, y = x^2 + 4, y = x^2 + 7, y = x^2 + 9$  ซึ่งฟังก์ชันเหล่านี้ **แตกต่างกันเฉพาะค่าคงที่เท่านั้น**

ดังนั้น ฟังก์ชันที่โจทย์ถามคือฟังก์ชันเหล่านี้ซึ่งเขียนในรูปทั่วไปได้  $y = x^2 + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่

เพราะว่า  $y = x^2 + c$  จะได้  $\frac{dy}{dx} = 2x$

นั่นคือ ฟังก์ชัน  $y = x^2 + c$  เป็นฟังก์ชันที่โจทย์ต้องการ ซึ่งเมื่อหาอนุพันธ์แล้วพบปรากฏว่า  $\frac{dy}{dx} = 2x$

สรุปหลักการของโอ เบอ เรนตรงกันข้ามกับการหาอนุ-  
พันธ์ตั้งแต่นาน



**ตัวอย่างที่ 1** กำหนดให้  $y=f(x)$  และ  $\frac{dy}{dx} = 3x^{10}$

จงหาว่า  $y$  เท่ากับเท่าใด

วิธีทำ	ลองให้	$y = 3x^3$	จะได้	$\frac{dy}{dx} = 3$
	ลองให้	$y = x^3$	จะได้	$\frac{dy}{dx} = 3x^2$ ซึ่งเท่ากับที่กำหนดให้
	ลองให้	$y = x^3 + 4$	จะได้	$\frac{dy}{dx} = 3x^2$
	ลองให้	$y = x^3 + 8$	จะได้	$\frac{dy}{dx} = 3x^2$
	ลองให้	$y = x^3 + 11$	จะได้	$\frac{dy}{dx} = 3x^2$
	ลองให้	$y = x^3 + x + 4$	จะได้	$\frac{dy}{dx} = 3x^2 + 1$
	ลองให้	$y = x^3 + 8$	จะได้	$\frac{dy}{dx} = 3x^2$
	ลองให้	$y = x^3 + 11$	จะได้	$\frac{dy}{dx} = 3x^2$
	ลองให้	$y = x^3 + x + 4$	จะได้	$\frac{dy}{dx} = 3x^2 + 1$

**เฉลยคำตอบข้อ 2 คือ**

- $3x^{10}$
- $3x^9$
- $3x^8$
- $3x^7 + 1$

จะเห็นว่า ฟังก์ชันที่มีอนุพันธ์เท่ากับ  $3x^2$  นั้นจะต่าง  
กันที่ค่าคงที่ ดังนั้น

ลองให้  $y = x^3 + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่

$$\text{ทดสอบหา } \frac{dy}{dx} = \frac{d(x^3 + c)}{dx} = \frac{d(x^3)}{dx} + \frac{dc}{dx}$$

ได้เท่ากับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ดังนั้น  $y = \dots + \dots$

ลองให้  $y = x^3 + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่

$$\text{ทดสอบหา } \frac{dy}{dx} = \frac{d(x^3 + c)}{dx} = \frac{d(x^3)}{dx} + \frac{dc}{dx}$$

ได้เท่ากับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ดังนั้น  $y = \dots + \dots$

**เฉลยคำตอบข้อ ๕ คือ**

$$x^3 + 3x^2 + c$$

เนื่องจาก  $y = f(x)$  และ  $y = f(x) + c$  เมื่อ  
 $c$  เป็นค่าคงที่ จะมีอนุพันธ์เท่ากันเสมอ

ดังนั้น ในการหาฟังก์ชันเมื่อกำหนดค่าของอนุพันธ์มาให้  
จึงต้องหาค่า  $c$  บวกอยู่ด้วยเสมอ

สมการที่มีอนุพันธ์เข้ามาเกี่ยวข้องกับตัว  $x$  เช่น  $\frac{dy}{dx} = x^2$   
หรือ  $\frac{dy}{dx} = 3x^2$  นี้เรียกว่า สมการอนุพันธ์ (differential equation) และการหาฟังก์ชันที่มีค่าอนุพันธ์ตามที่กำหนดให้ หรือการหา  $y$  ในรูปของ  $x$  นิยมใช้คำว่า

**"การแก้สมการอนุพันธ์"**



**ข้อ 3** การลองให้  $y$  เท่ากับค่าต่างๆนั้น บางครั้ง  
ลองลองให้  $y$  เท่ากับค่าต่างๆมากมายจึงจะได้คำตอบ  
บางครั้งอาจจะไม่ได้อำตอบที่ต้องการด้วยซ้ำ ดังนั้นจึงมี  
วิธีที่ง่ายกว่า โดยใช้ข้อความจริงที่ว่า

1. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = 1$  แล้ว  $y = x + c$  เมื่อ  $c$  เป็น  
ค่าคงที่
  2. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = kx^n$  แล้ว  $y = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + c$  เมื่อ  $n \neq -1$ ,  
 $c$  เป็นค่าคงที่
- กรณี  $k=1$  จะได้ ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^n$  แล้ว  $y = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

1. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = 1$  แล้ว  $y = x + c$  เมื่อ  $c$  เป็น  
ค่าคงที่

2. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = kx^n$  แล้ว  $y = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + c$  เมื่อ  $n \neq -1$ ,  
 $c$  เป็นค่าคงที่

กรณี  $k=1$  จะได้ ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^n$  แล้ว  $y = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

#### ตัวอย่างที่ 1

กำหนด  $\frac{dy}{dx} = 1$  จงหา  $y$

วิธีทำ จากข้อความจริงที่ว่า ถ้า  $\frac{dy}{dx} = 1$  แล้ว  $y = x + c$   
นั่นคือ  $y = x + c$

1. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = 1$  แล้ว  $y = x + c$  เมื่อ  $c$  เป็น  
ค่าคงที่

2. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = kx^n$  แล้ว  $y = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + c$  เมื่อ  $n \neq -1$ ,  
 $c$  เป็นค่าคงที่

กรณี  $k=1$  จะได้ ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^n$  แล้ว  $y = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

#### ตัวอย่างที่ 2

กำหนด  $\frac{dy}{dx} = x^2$  จงหา  $y$

วิธีทำ จากข้อความจริงที่ว่า ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^n$  แล้ว  
 $y = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$  เมื่อ  $n \neq -1$ ,  $c$  เป็นค่าคงที่

จากโจทย์  $\frac{dy}{dx} = x^2$  จะได้  $n = 2$

นั่นคือ  $y = \frac{x^3}{3} + c$

๒. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = kx^n$  แล้ว  $y = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + c$  เมื่อ  $n \neq -1$ ,  
 $c$  เป็นค่าคงที่

กรณี  $k=1$  จะได้ ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^n$  แล้ว  $y = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

**ตัวอย่างที่ ๒**

กำหนด  $\frac{dy}{dx} = x^2$  จงหา  $y$

วิธีทำ จากข้อความจริงที่ว่า ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^n$  แล้ว

นั่นคือ  $y = \frac{x^{(2+1)}}{2+1} + \dots$   
 $= \frac{x^3}{3} + c$

**เฉลยคำถามข้อ ๓ คือ**

**ตัวอย่างที่ ๓** กำหนด  $\frac{dy}{dx} = x^2 + 1$  จงหา  $y$

วิธีทำ จากโจทย์ ใหม่มองดูคล้ายๆกับการแก้สมการอนุพันธ์ ๒ ชุด คือ  $\frac{dy}{dx} = x^2$  กับ  $\frac{dy}{dx} = 1$  เหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะจะใช้ข้อความจริงที่กล่าวแล้วข้างต้นช่วยในการหาตัว  $y$  เมื่อได้ตัว  $y$  แล้วยังไม่แน่ใจว่าคำตอบถูกหรือไม่ก็ให้หาอนุพันธ์ของ  $y$  ที่หาได้ดูว่าเท่ากับที่โจทย์กำหนดหรือไม่

จาก  $\frac{dy}{dx} = x^2$  จะได้  $y = \frac{x^{2+1}}{2+1} + a$  เมื่อ  $a$  เป็นค่าคงที่

จาก  $\frac{dy}{dx} = 1$  จะได้  $y = \frac{x^3}{3} + a$   
 $y = x + b$  เมื่อ  $b$  เป็นค่าคงที่

จาก  $\frac{dy}{dx} = x^2$  จะได้  $y = \frac{x^{2+1}}{2+1} + a$  เมื่อ  $a$  เป็นค่าคงที่

จาก  $\frac{dy}{dx} = 1$  จะได้  $y = \frac{x^3}{3} + a$   
 $y = x + b$  เมื่อ  $b$  เป็นค่าคงที่

ดังนั้นถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^2 + 1$  จะได้  $y = \frac{x^3}{3} + a + x + b$

$y = \frac{x^3}{3} + x + a + b$

พบว่า  $a+b$  คือค่าคงที่ตัวหนึ่งสมมติให้  $a+b=c$

นั่นคือ  $y = \frac{x^3}{3} + x + \dots$

ดังนั้นถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^2 + 1$  จะได้  $y = \frac{x^3}{3} + a + x + b$  คงที่

พบว่า  $a+b$  คือค่าคงที่ตัวหนึ่งสมมติให้  $a+b=c$   
 นั่นคือ  $y = \frac{x^3}{3} + x + c$

**เฉลยคำตอบข้อ 3 คือ**

**โจทย์ปัญหา**

**1.** กำหนด  $\frac{dy}{dx} = x^3$  จงหา  $y$

**เฉลยคำตอบข้อ 1 คือ**  $y = \frac{x^4}{4} + c$

**2.** กำหนด  $\frac{dy}{dx} = x^4$  จงหา  $y$

**เฉลยคำตอบข้อ 2 คือ**  $y = \frac{x^5}{5} + c$

**ตัวอย่างที่ 17** โอเปอเรชันตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์ (ต่อ)

**ข้อ 1** ข้อความจริงที่มีประโยชน์มากในการแก้สมการอนุพันธ์หรือการหาตัว  $y$  เมื่อกำหนด  $\frac{dy}{dx}$  ให้ คือ

- 
1. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = 1$  แล้ว  $y = x + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่
  2. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = kx^n$  แล้ว  $y = k \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$  เมื่อ  $n \neq -1$   
 $c$  เป็นค่าคงที่
- กรณี  $k=1$  จะได้ ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^n$  แล้ว  $y = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
- 

- 
1. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = 1$  แล้ว  $y = x + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่
  2. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = kx^n$  แล้ว  $y = k \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$  เมื่อ  $n \neq -1$   
 $c$  เป็นค่าคงที่
- กรณี  $k=1$  จะได้ ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^n$  แล้ว  $y = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
- 

**ตัวอย่างที่ 1** จงแก้สมการอนุพันธ์  $\frac{dy}{dx} = 5x^4$

**วิธีทำ** ใช้ข้อความจริงข้อที่ 2

$$\begin{aligned} \text{จาก } \frac{dy}{dx} &= 5x^4 \text{ จะได้ } n = \dots 4+1 \dots \\ \text{ดังนั้น ถ้า } \frac{dy}{dx} &= 5x^4 \text{ แล้ว } y = \frac{5x^{4+1}}{4+1} + c \\ &= \frac{5x^5}{5} + c \\ &= x^5 + c \end{aligned}$$

- 
1. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = 1$  แล้ว  $y = x + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่
  2. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = kx^n$  แล้ว  $y = k \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$  เมื่อ  $n \neq -1$   
 $c$  เป็นค่าคงที่
- กรณี  $k=1$  จะได้ ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^n$  แล้ว  $y = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
- 

$$y = x^5 + c$$

**เฉลยคำตอบข้อ 1 คือ**

- 4
- 4
- 5

1. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = 1$  แล้ว  $y = x + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่  
 2. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = kx^n$  แล้ว  $y = k\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$  เมื่อ  $n \neq -1$   
 $c$  เป็นค่าคงที่  
 กรณี  $k=1$  จะได้ ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^n$  แล้ว  $y = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

**ตัวอย่างที่ 2** จงแก้สมการอนุพันธ์  $\frac{dy}{dx} = 2x^{25}$

วิธีทำ ใช้ข้อความจริงข้อที่ 2

$$\begin{aligned} \text{จาก } \frac{dy}{dx} = 2x^{25} \text{ จะได้ } n &= 25 \\ \text{ดังนั้น ถ้า } \frac{dy}{dx} = 2x^{25} \text{ แล้ว } y &= \frac{2x^{25+1}}{25+1} + c \\ &= \frac{2x^{26}}{26} + c \\ &= \frac{x^{26}}{13} + c \end{aligned}$$

1. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = 1$  แล้ว  $y = x + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่  
 2. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = kx^n$  แล้ว  $y = k\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$  เมื่อ  $n \neq -1$   
 $c$  เป็นค่าคงที่  
 กรณี  $k=1$  จะได้ ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^n$  แล้ว  $y = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

$$\begin{aligned} y &= \frac{x^{26}}{26} + c \\ y &= \frac{x^{26}}{13} + c \end{aligned}$$

**เฉลยคำตอบข้อ 2 คือ**

25

1

13

1. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = 1$  แล้ว  $y = x + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่  
 2. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = kx^n$  แล้ว  $y = k\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$  เมื่อ  $n \neq -1$   
 $c$  เป็นค่าคงที่  
 กรณี  $k=1$  จะได้ ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^n$  แล้ว  $y = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

**ตัวอย่างที่ 3** จงแก้สมการอนุพันธ์  $\frac{dy}{dx} = x + 3$

วิธีทำ เขียนสมการอนุพันธ์ใหม่ได้เป็น  $\frac{dy}{dx} = x + 3$  (1)

การแก้สมการนี้ใหม่มองคล้ายๆกับการแก้สมการอนุพันธ์

2 ชุด คือ  $\frac{dy}{dx} = x$  กับ  $\frac{dy}{dx} = 3$  (1) เหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะ  
 จะใช้ข้อความจริงที่กล่าวมาแล้วช่วยในการหาค่า  $y$

- 
1. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = 1$  แล้ว  $y = x + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่  
 2. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = kx^n$  แล้ว  $y = k\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$  เมื่อ  $n \neq -1$   
 $c$  เป็นค่าคงที่  
 กรณี  $k=1$  จะได้ ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^n$  แล้ว  $y = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
- 

จาก  $\frac{dy}{dx} = x$  จะได้  $y = \frac{x^{1+1}}{1+1} + a$   
 เมื่อ  $a$  เป็นค่าคงที่

$$y = \frac{x^2}{2} + a$$

จาก  $\frac{dy}{dx} = 3(x)$  จะได้  $y = 3(x^2) + b$  เมื่อ  $b$  เป็นค่าคงที่

(จากความจริงข้อที่ 1)

- 
1. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = 1$  แล้ว  $y = x + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่  
 2. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = kx^n$  แล้ว  $y = k\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$  เมื่อ  $n \neq -1$   
 $c$  เป็นค่าคงที่  
 กรณี  $k=1$  จะได้ ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^n$  แล้ว  $y = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
- 

ดังนั้น ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x+3$  แล้ว  $y = (\frac{x^2}{2} + a) + (3(x) + b)$

$$y = \frac{x^2}{2} + 3x + a + b$$

พบว่า  $a+b$  คือค่าคงที่ตัวหนึ่ง สมมติให้  $a+b = c$   
 นั่นคือ

$$y = \frac{x^2}{2} + 3x + c$$

- 
1. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = 1$  แล้ว  $y = x + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่  
 2. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = kx^n$  แล้ว  $y = k\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$  เมื่อ  $n \neq -1$   
 $c$  เป็นค่าคงที่  
 กรณี  $k=1$  จะได้ ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^n$  แล้ว  $y = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
- 

**เฉลยคำตอบข้อ 3 คือ**

1

0

**ข้อ 4**

จงหาสมการเส้นโค้งซึ่งมีความชัน ณ จุด  $P(x, y)$  ใดๆ บนโค้งนั้นเป็น  $3x - \frac{1}{2}$

วิธีทำ ความชันของเส้นโค้ง ณ จุด  $P(x, y)$  ใดๆ เป็น  $3x - \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \text{นั่นคือ} \quad \frac{dy}{dx} &= 3x - \frac{1}{2} \\ \text{จะได้} \quad y &= (\dots) - (\dots) + c \end{aligned}$$

ดังนั้นสมการของเส้นโค้ง คือ  $y = \dots$

เป็น  $3x - \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \text{นั่นคือ} \quad \frac{dy}{dx} &= 3x - \frac{1}{2} \\ \text{จะได้} \quad y &= (\dots) - (\dots) + c \end{aligned}$$

ดังนั้นสมการของเส้นโค้ง คือ  $y = \dots$

**เฉลยคำตอบข้อ 4 คือ**

$$4x^2 - \frac{1}{2}x + c$$

**ข้อ 5**

จงหาสมการเส้นโค้งซึ่งมีความชัน ณ จุด  $P(x, y)$  ใดๆ เท่ากับ  $2 - 3x$

วิธีทำ ความชันของเส้นโค้ง ณ จุด  $P(x, y)$  ใดๆ เท่ากับ  $2 - 3x$

$$\begin{aligned} \text{นั่นคือ} \quad \frac{dy}{dx} &= 2 - 3x \\ \text{จะได้} \quad y &= (\dots) - (\dots) + (\dots) \end{aligned}$$

ดังนั้นสมการของเส้นโค้งคือ  $y = \dots$

นั่นคือ  $\frac{dy}{dx} = 2 - 3x$   
 จะได้  $y = (\dots) - (\dots) + (\dots)$

ดังนั้นสมการของเส้นโค้งคือ  $y = \dots$

**เฉลยคำตอบข้อ 5 คือ**

$$2x - \frac{3x^2}{2} + c$$

$$2x - \frac{3x^2}{2} + c$$

**โจทย์ปัญหา**

1. จงแก้สมการอนุพันธ์  $\frac{dy}{dx} = 2x + x^3$

**เฉลยคำตอบข้อ 1 คือ**

$$y = x^2 + \frac{x^4}{4} + c$$

**โจทย์ปัญหา**

1. จงแก้สมการอนุพันธ์  $\frac{dy}{dx} = 2x + x^3$

**เฉลยคำตอบข้อ 1 คือ**

$$y = x^2 + \frac{x^4}{4} + c$$

2. จงหาสมการอนุพันธ์ของเส้นโค้งที่มีความชันเท่ากับ 2

**เฉลยคำตอบข้อ 2 คือ**

$$y = 2x + c$$



**ข้อ 1**

เส้นโค้ง  $y=f(x)$  มีความชันที่จุด  $P(x,y)$  ใดๆ เป็น  $4x+3$

จงหาสมการของเส้นโค้งผ่านจุด  $(1,3)$

วิธีทำ ความชันของเส้นโค้ง ณ จุด  $P(x,y)$  ใดๆ เป็น  $4x+3$

$$\text{นั่นคือ } \frac{dy}{dx} = 4x + 3$$

$$\text{จะได้ } y = 2x^2 + 3x + c \quad \text{----- (ก)}$$

เส้นโค้งผ่านจุด  $(1,3)$  นั่นคือ เมื่อ  $x=1$  จะได้  $y=3$

แทนค่า  $x$  และ  $y$  ใน (ก)

$$\text{จะได้ } 3 = 2(1)^2 + 3(1) + c$$

$$c = \dots\dots\dots$$

วิธีทำ ความชันของเส้นโค้ง ณ จุด  $P(x,y)$  ใดๆ

$$\text{เป็น } 4x + 3$$

$$\text{นั่นคือ } \frac{dy}{dx} = 4x + 3$$

$$\text{จะได้ } y = 2x^2 + 3x + c \quad \text{----- (ก)}$$

เส้นโค้งผ่านจุด  $(1,3)$  นั่นคือ เมื่อ  $x=1$  จะได้  $y=3$

แทนค่า  $x$  และ  $y$  ใน (ก)

$$\text{จะได้ } 3 = 2(1)^2 + 3(1) + c$$

$$c = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น สมการเส้นโค้งที่ผ่านจุด  $(1,3)$  และมีความชันที่

จุด  $P(x,y)$  ใดๆ เป็น  $4x+3$  คือ

$$y = 2x^2 + 3x + (\dots\dots)$$

จะได้  $y = 2x^2 + 3x + c$  ----- (ก)  
 เส้นโค้งผ่านจุด (1, 3) นั่นคือ เมื่อ  $x=1$  จะได้  $y=3$   
 แทนค่า  $x$  และ  $y$  ใน (ก)  
 จะได้  $3 = 2(1)^2 + 3(1) + c$

ดังนั้น สมการเส้นโค้งที่ผ่านจุด (1, 3) และมีความชันที่  
 จุด  $P(x, y)$  ใดๆ เป็น  $4x+3$  คือ  
 $y = 2x^2 + 3x + c$

**เฉลยคำตอบข้อ 1 คือ** -2  
 -2

**ข้อ 2**

จงหาสมการของเส้นโค้งที่ผ่านจุด (2, 9) และมีความ  
 ชันของเส้นโค้งที่จุด  $P(x, y)$  ใดๆ เป็น  $2x+1$   
วิธีทำ ความชันของเส้นโค้งที่จุด  $P(x, y)$  ใดๆ เป็น

$2x + 1$   
 นั่นคือ  $\frac{dy}{dx} = (\dots) + (\dots)$   
 จะได้  $y = (\dots) + (\dots) + c$  ----- (ก)  
 เส้นโค้งผ่านจุด (2, 9) นั่นคือ เมื่อ  $x=2$  จะได้  $y=9$   
 แทนค่า  $x$  และ  $y$  ลงใน (ก)

จะได้  $c = \dots$   
 ดังนั้น สมการเส้นโค้งที่ต้องการคือ  $y = \dots$

เส้นโค้งผ่านจุด (2, 9) นั่นคือ เมื่อ  $x=2$  จะได้  $y=9$   
 แทนค่า  $x$  และ  $y$  ลงใน (ก)  
 จะได้  $c = \dots$   
 ดังนั้น สมการเส้นโค้งที่ต้องการคือ  $y = \dots$

**เฉลยคำตอบข้อที่ 2 คือ**  $2x^2 + x + 3$

**ข้อ 3** โด่กล่าวมาแล้วว่า ถ้า  $s=f(t)$  เป็นสมการของการเคลื่อนที่ จะได้  $\frac{ds}{dt} = v$  เป็นความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใดๆ ซึ่ง  $v$  จะเป็นฟังก์ชันของเวลาด้วย จึงสามารถหา  $\frac{dv}{dt}$  ได้ เช่นเดียวกัน

$\frac{dv}{dt}$  จะเป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงของความเร็ว ในเวลาใดๆ ซึ่งเรียกว่า " ความเร่งขณะเวลา  $t$ " ใช้สัญลักษณ์  $a$

นั่นคือ  $v = \frac{ds}{dt}$   
 $a = \frac{dv}{dt}$

และให้  $|a| = \left| \frac{dv}{dt} \right|$  เป็นอัตราเร่งขณะเวลา  $t$

**ตัวอย่าง**

ถ้า  $s = 6 - 2t - 5t^3$  เป็นสมการของการเคลื่อนที่ของวัตถุชนิดหนึ่ง เมื่อ  $t$  เป็นเวลาหน่วยเป็นวินาที  $s$  เป็นระยะทางหน่วยเป็น เมตร จงหาความเร่งของวัตถุนี้ในขณะ  $t=4$  วินาที

วิธีทำ เนื่องจาก  $s = 6 - 2t - 5t^3$

จะได้  $v = \frac{ds}{dt} = \dots$

ความเร็วของวัตถุในขณะเวลา  $t$  คือ  $v = \dots$

จะได้  $a = \frac{dv}{dt} = \dots$

ความเร่งของวัตถุในขณะเวลา  $t$  วินาที =  $\dots$

ดังนั้น ความเร่งของวัตถุในขณะ  $t = 4$  วินาที

=  $\dots$  เมตร/วินาที

ความเร่งของวัตถุในขณะเวลา  $t$  วินาที =  $\dots$

ดังนั้น ความเร่งของวัตถุในขณะ  $t = 4$  วินาที

=  $\dots$  เมตร/วินาที

**เฉลยคำตอบข้อ 3 คือ**

$-2 - 15t^2$   
 $-2 - 15t^2$   
 $- 30t$   
 $- 30t$   
 $- 120$

**ข้อ 4**

ให้  $v=3t+2$  เป็นสมการของความเร็วของวัตถุชนิดหนึ่ง เมื่อ  $v$  เป็นความเร็ว  $t$  เป็นเวลา และ  $s$  เป็นระยะทาง และเมื่อ  $t=2$  จะได้  $s=8$  จงหาสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุนี้

วิธีทำ เนื่องจาก  $v = \frac{ds}{dt} = 3t + 2$   
 จะได้  $s = \int (3t + 2) dt = \frac{3}{2}t^2 + 2t + c$  ----- (ก)  
 เมื่อ  $t=2$  จะได้  $s=8$

แทนค่า  $t$  และ  $s$  ใน (ก)

จะได้  $8 = \frac{3}{2}(2)^2 + 2(2) + c$

$c = \dots$

ดังนั้น สมการของการเคลื่อนที่คือ  $s = \frac{3}{2}t^2 + 2t + \dots$

วิธีทำ เนื่องจาก  $v = \frac{ds}{dt} = 3t + 2$   
 จะได้  $s = \int (3t + 2) dt = \frac{3}{2}t^2 + 2t + c$  ----- (ก)  
 เมื่อ  $t=2$  จะได้  $s=8$

แทนค่า  $t$  และ  $s$  ใน (ก)

จะได้  $8 = \frac{3}{2}(2)^2 + 2(2) + c$

$c = \dots$

ดังนั้น สมการของการเคลื่อนที่คือ  $s = \frac{3}{2}t^2 + 2t + \dots$

**เฉลยคำตอบข้อ 4 คือ**

-2

-2

**ข้อ 5**

ถ้า  $a$  เป็นความเร่งในขณะเวลา  $t$

$v$  เป็นความเร็วในขณะเวลา  $t$

$s$  เป็นระยะทางที่เคลื่อนที่ได้ในเวลา  $t$

จงหาความเร่งในขณะเวลา  $t$  และสมการการเคลื่อนที่

เมื่อ  $a=3t^2 + 4$  และถ้า  $t=1$  จะได้  $v=3$  และ  $s=5$

วิธีทำ ความเร่งในขณะเวลา  $t$  คือ เป็น  $3t^2 + 4$

นั่นคือ  $a = \frac{dv}{dt} = 3t^2 + 4$

จะได้  $v = \dots + \dots + c$  --- (ก)

เมื่อ  $t = 1$  จะได้  $v = 3$  และ  $s = 5$

ถ้า  $a$  เป็นความเร่งในขณะเวลา  $t$

$v$  เป็นความเร็วในขณะเวลา  $t$

$s$  เป็นระยะทางที่เคลื่อนที่ได้ในเวลา  $t$

จงหาความเร็วในขณะเวลา  $t$  และสมการการเคลื่อนที่

นั่นคือ  $a = \frac{dv}{dt} = 3t^2 + 4$

จะได้  $v = \dots + \dots + c$  --- (ก)

เมื่อ  $t = 1$  จะได้  $v = 3$  และ  $s = 5$

แทนค่า  $v$  และ  $t$  ใน (ก)

จะได้  $3 = \dots + \dots + c$

$c = \dots$

ดังนั้น ความเร็วในขณะเวลา  $t$  โดยคือ  $v = \dots$

$s$  เป็นระยะทางที่เคลื่อนที่ได้ในเวลา  $t$

จงหาความเร็วในขณะเวลา  $t$  และสมการการเคลื่อนที่

นั่นคือ  $a = \frac{dv}{dt} = 3t^2 + 4$

จะได้  $v = \dots + \dots + c$  --- (ก)

เมื่อ  $t = 1$  จะได้  $v = 3$  และ  $s = 5$

แทนค่า  $v$  และ  $t$  ใน (ก)

จะได้  $3 = \dots + \dots + c$

$c = \dots$

ดังนั้น ความเร็วในขณะเวลา  $t$  โดยคือ  $v = \dots$

จะได้  $3 = \dots + \dots + c$

$c = \dots$

ดังนั้น ความเร็วในขณะเวลา  $t$  โดยคือ  $v = \dots$

**เฉลยคำตอบข้อ 5 คือ**

$$t^3 + 4t$$

$$1 + 4$$

$$t^3 + 4t - 2$$

**ข้อ 5**

ความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใดๆ คือ  $v = t^3 + 4t - 2$

นั่นคือ  $v = \frac{ds}{dt} = \dots + \dots - 2$

จะได้  $s = \dots + \dots - 2t + c$  ---- (๑)

เมื่อ  $t=1$  จะได้  $s=5$

แทนค่า  $t$  และ  $s$  ใน (๑)

จะได้  $c = \dots$

ดังนั้น สมการของการเคลื่อนที่คือ  $s = \dots$

แทนค่า  $t$  และ  $s$  ใน (๑)

จะได้  $c = \dots$

ดังนั้น สมการของการเคลื่อนที่คือ  $s = \dots$

**เฉลยคำตอบข้อ 5 คือ**

$$\frac{1}{4}t^4 + 2t^2 - 2t + \frac{19}{4}$$

**โจทย์ปัญหา**

**ข้อ 1**

จงหาสมการของเส้นโค้งที่มีความชันเท่ากับ  $3x-2$  และเส้นโค้งนี้ผ่านจุด  $(1, 2)$

**เฉลยคำตอบข้อ 1 คือ**

$$y = \frac{3}{2}x^2 - 2x + \frac{5}{2}$$

**ข้อ 2**

วัตถุอันหนึ่งเคลื่อนที่ตามแนวเส้นตรง ตามกฎ  $s=f(t)$  โดยมีความเร็วในขณะเวลา  $t = 2t^2 + 1$  และ  $s=1$  เมื่อ  $t=0$  จงคำนวณว่าถ้า  $t=3$  แล้ว  $s$  จะมีค่าเท่าใด

**เฉลยคำตอบข้อ 2 คือ**

๑๑

กระดาษคำตอบ  
บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

คาบที่ 1  
การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง

2. การเคลื่อนที่ในแนว...

4. (3,...), (4,...)

5.  $\frac{19.6}{4} = \text{-----}$

$\frac{44.1}{9} = \text{-----}$

$\frac{78.4}{16} = \text{-----}$

คาบที่ 2  
ความเร็วเฉลี่ย

2. ... ..

3.  $\frac{\dots}{3} = \dots$

4.  $= \frac{(\dots) - (\dots)}{4}$  เมตร/วินาที

$= \dots$  เมตร/วินาที

5.  $f(4) = \dots$

$\frac{f(\dots) - f(\dots)}{4 - 2}$

คาบที่ 3  
ความเร็วในขณะเวลาใด ๆ

1.  $t = 3$  ถึง  $t = 4$  ...

คาบที่ 4  
ความเร็วในขณะเวลาใด ๆ (ต่อ)

2.  $f(t + h) = \dots$

$= \frac{\dots}{h}$

$= \dots$

ความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ

$= \dots$

$= \dots$

ความเร็วในขณะ  $t = 2$  วินาที

3.  $(v) = \frac{1}{2} 9(\dots)^2 + \frac{1}{2} (\dots)$

(ข) ความเร็วขณะเวลา  $t = 1$  คือ

$9.8 (\dots) = \dots$

(ค) ความเร็วขณะเวลา  $t = 2$  คือ

$9.8 (\dots) = \dots$

4.  $= 3t + 3h + (\dots)$

$= \dots$

ความเร็วขณะเวลา  $t = 2$  คือ ...

ความเร็วขณะเวลา  $t = 3$  คือ ...

5.  $= (t+h) - 16 - (\dots)$

$= \text{-----}$

ความเร็วขณะเวลา  $t$  วินาที คือ ...

คาบที่ 5  
อัตราการเปลี่ยนแปลง

3.  $h = \dots$

$$\frac{f(\dots) - f(\dots)}{2}$$

$f(6) = \dots$

$$= \frac{(\dots)}{2}$$

$= \dots$

$x$  เปลี่ยนจาก 4 เป็น 6 เท่ากับ...

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $y$  ขณะ

$x = 6$  มีค่าเท่ากับ  $-2(\dots)$

$= \dots$

4. เมื่อ  $t$  มากขึ้น  $s$  จะ  $\dots$

คาบที่ 6

อัตราการเปลี่ยนแปลง (ต่อ)

2.  $y = f(x) = \dots$

เท่ากับ  $\dots$

3.  $f(t+h) = \frac{16}{(\dots)}$

$f(t+h) - f(t) = \dots$

$= \dots$

$$\frac{f(t+h) - f(t)}{h} = \dots$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของสารในขณะ

เวลา  $t$  ใด ๆ  $= \dots$

$= \dots$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของสารในขณะ

$t = 3$  เท่ากับ  $\dots$

$= \dots$

4.  $f(\dots) - f(\dots)$

$f(x) = \dots$

$f(x+h) = \dots$

$f(x+h) - f(x) = \dots$

$= \dots$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรของ

กรวยกลม ขณะรัศมีของฐานยาว  $x$  หน่วย

$$= \frac{\dots}{h}$$

$= \dots$

$= \dots$

5.  $= \frac{(\dots) - (\dots)}{3-1}$

คาบที่ 7

อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

2.  $f(x+h) = 10(\dots)$

$= \dots$

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{\dots}{h}$$

$=$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \dots$$

$= \dots$

$f(x) = \dots$



3.  $f(x+h) = (\dots) - 2(\dots) - 3$

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{\dots}{h}$$

$$= \dots$$

4.  $= \dots$

5.  $\frac{ds}{dt} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\dots) - f(\dots)}{h}$

$f(t+h) = \dots$

$= \dots$

$$\frac{f(t+h) - f(t)}{h} = \frac{\dots}{h}$$

$= \dots$

$$f'(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \dots$$

$= \dots$

$f'(6) = \dots$

คาบที่ 8

ความชันของเส้นโค้ง

1. เส้น ...

3. เส้น ...

5. โคออดิเนตของจุด Q คือ  $(x + \dots, y + \dots)$

ความชันของเส้นตรง PQ เท่ากับ

$$\frac{f(\dots) - f(\dots)}{(\dots)}$$

คาบที่ 9

ความชันของเส้นโค้ง (ต่อ)

2.  $\frac{f(t+h) - f(t)}{h} = \frac{\dots}{h}$

$= \dots$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \dots$$

$= \dots$

แทนค่า x ใน A ด้วย  $= \dots$

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งซึ่งผ่านจุด  $(1, -2)$  เท่ากับ ...

3.  $f(x+h) = \dots$

$= \dots$

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{\dots}{h}$$

$= \dots$

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด

$P(x, y)$  คือ  $\lim_{h \rightarrow 0} \dots$

$x = \dots$

ความชันของเส้นสัมผัสที่จุด  $(1, -1)$

เท่ากับ ...

4.  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \dots$

5. นั่นคือ  $x = \dots$

เมื่อ  $x = \dots$  จะได้  $\frac{dy}{dx} = \dots$

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด

(1, 0) เท่ากับ ...

ความชันของเส้นโค้งที่จุด (1, 0)

เท่ากับ ...

6. (ก)  $\frac{dy}{dx} = 3 - 2(\dots) \dots$

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด

(5, 6) เป็น ...

ความชันของเส้นโค้งที่จุด (5, 6) เป็น ...

(ข)  $y - y_1 = \dots (x - x_1)$

$y - 6 = \dots (x - 5)$

คาบที่ 10

สูตรสำหรับหาอนุพันธ์

1.  $f(x+h) = \dots$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\dots) - (\dots)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \dots$$

= ...

3.  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\dots) - (\dots)}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\dots}{h}$$

= ...

4.  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\dots) - f(\dots)}{h}$

$f(x+h) = \dots$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\dots) - (\dots)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\dots}{h}$$

= ...

5.  $f(x+h) = \dots$

$f(x+h) - f(x) = \dots$

$\frac{d(8x)}{dx} = \dots$

คาบที่ 11

สูตรสำหรับหาอนุพันธ์ (ทอ)

2.  $= x^3 + \dots + \dots$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\dots}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \dots$$

$\frac{dy}{dx}$

$= \dots x^{3-1}$

= ...

3.  $= \dots \frac{dx^3}{dx}$  (สูตรที่ 3)

$= \dots$  (สูตรที่ 4)

4.  $= \dots \frac{dx^2}{dx}$  (สูตรที่ 3)

$= \dots x$  (สูตรที่ 4)

5.  $= (-3)x^{(\dots)}$  (สูตรที่ 4)

$$6. \quad \dots \frac{dx^7}{dx} + \dots \frac{dx^5}{dx}$$

$$= \dots + \dots$$

คาบที่ 12

สูตรสำหรับหาอนุพันธ์

$$2. \quad = \dots x^{\left(\frac{1}{2} - 1\right)}$$

$$= \dots x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{(\dots)}$$

$$3. \quad f(x) = \dots + 3x^2$$

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{d(\dots)}{dx} + \frac{d(\dots)}{dx}$$

$$= \dots \frac{dx^3}{dx} + \dots \frac{dx^2}{dx}$$

$$= \dots$$

$$4. \quad = \dots + \dots + \dots$$

$$5. \quad f(x) = \dots$$

$$= \dots$$

$$\frac{d f(x)}{dx} = \dots$$

$$= \dots$$

$$6. \quad = (\dots) + (\dots)$$

$$\frac{ds}{dx} = \dots$$

ความเร็วในขณะเวลา  $t = 10$  วินาที  
เท่ากับ ...

คาบที่ 13

การประยุกต์ของอนุพันธ์

1. เมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น  $f(x)$  จะ ...  
 $\frac{dy}{dx}$  จะมีค่าเป็น ...  
เมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น  $((x))$  จะ ...

$\frac{dy}{dx}$  จะมีค่าเป็น ...

2. เมื่อ  $x$  อยู่ระหว่าง A และ B จะมีค่า  
เป็น ...  
เมื่อ  $x$  อยู่ระหว่าง A และ C จะมีค่า  
เป็น ...

3. เมื่อ  $x$  อยู่ระหว่าง A กับ B จะมีค่า  
เป็น ...

$\frac{dy}{dx}$  ณ จุด  $(x, y)$  ใด ๆ อยู่ระหว่าง  
B และ C จะมีค่าเป็น ...

4. ความชันของเส้นสัมผัสที่จุดต่ำสุดหรือสูงสุด  
จึงเท่ากับ ...

6.  $x = \dots$   
ค่าสูงสุดของ  $y$  คือ ...  
 $x = \dots$   
ค่าต่ำสุดของ  $y$  คือ ...

คาบที่ 14

การประยุกต์ของอนุพันธ์ (ต่อ)

2.  $x = -1$  จะได้  $y = \dots$   
ค่าสูงสุดของ  $y$  คือ ...  
 $x = 1$  จะได้  $y = \dots$   
ค่าต่ำสุดของ  $y$  คือ ...

3.  $t = \dots$

วัตถุจะขึ้นไปโคจรสูงสุดเมื่อเวลาผ่านไป

 $\dots$  วินาที

$t = 16$  จะได้  $s = \dots$

วัตถุขึ้นไปโคจรสูงสุด =  $\dots$  เมตร

4.  $x = \dots$

กว้าง  $\dots$  เมตร และยาว  $\dots$  เมตร

5.  $y = (\dots)^2 + (\dots)^2$

$= \dots + \dots$

$\frac{dy}{dx} =$

$x^2 = \dots$  หรือ  $x = \dots$

นั่นคือ  $x^2 + \dots$ จะได้  $x = \dots$  หรือ  $x = \dots$ ดังนั้นจำนวนจริงจำนวนหนึ่งคือ  $\dots$ และอีกจำนวนหนึ่งคือ  $\dots$ 

คาบที่ 15

การประยุกต์ของอนุพันธ์ (ต่อ)

2.  $\frac{dw}{dt} = \dots$

$t = \dots$

อุณหภูมิจะขึ้นสูงสุดเมื่อเวลาผ่านไป  $\dots$ 

$w = \dots$

อุณหภูมิมีสัญเป็น  $\dots$ 

3.  $y = x(\dots)$

$= \dots$

$\frac{dy}{dx} = \dots$

ให้  $\dots = 0$

$x = \dots$

จำนวนทั้งสองคือ  $\dots$  และ  $\dots$ 

4.  $y = \dots$

$\frac{dy}{dx} = \dots$

ให้  $\dots = 0$

จะได้  $x = \dots$  หรือ  $x = \dots$ จะได้  $x = \dots$ เมื่อ  $x = \dots$  จะได้  $y = \dots$ ค่าค่าสุดของผลบวกเท่ากับ  $\dots$ 

คาบที่ 16

โอเปอเรชันกรงข่ายกับการหาอนุพันธ์ (ต่อ)

1.  $\frac{dy}{dx} = \dots$

$\frac{dy}{dx} = \dots$

$\frac{dy}{dx} = \dots$

$\frac{dy}{dx} = \dots$

$y = \dots + \dots$

2.  $y = \frac{x(2+1)}{2+1} + \dots$

โอเปอเรชันตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์ (ก)

3.  $y = \frac{x^{1+(\dots)}}{1+1} + c$

$y = \frac{x^2}{2} + 3x + \dots$

4.  $y = (\dots) - (\dots) + c$

$y = \dots$

5.  $y = (\dots) - (\dots) + (\dots)$

คาบที่ 18

โอเปอเรชันตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์ (ก)

1.  $c = \dots$

$y = 2x^2 + 3x + (\dots)$

2.  $y = (\dots) + (\dots) + c$

$c = \dots$

3.  $\frac{ds}{dt} = \dots$

$v = \dots$

ความเร่งของวัตถุในขณะเวลา

t วินาที = ...

ความเร่งของวัตถุในขณะเวลา t = 4

วินาที เท่ากับ ...

4.  $c = \dots$

5.  $v = \dots + \dots c$

$c = \dots$

$v = \dots$

$x = \dots + \dots - 2t + c$

$x = \dots$

## โปรแกรมคอมพิวเตอร์

```

2  REM
   MATH.PART1

10  CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,0
   : HCOLOR= 3
20  PRINT CHR$(16): PRINT "
     =gROtz 1 ;g[i=]vzdQOtziqQ
     jQ^ia{QM[? "
21  VTAB 12: PRINT : VTAB 3
24  PRINT " ";
25  PRINT " 1.      iqQBt^sMS[f@xg^w
     Q^d?=Qi[gYt;g[i=]vzdQOtzdZzn
     M]dLi^]g iBzQ;g[i=]vzdQOtzd
     ?[NZQM" [NirW i[vd Cuz?"
30  VTAB 5: PRINT "Cuz?;g[i=]vzdQ
     Otzib]zgQt{iSyQ;g[i=]vzdQOtz
     MgYJQ^[gR az^Q;g[i=]vzdQOt
     zOtzVRRzdZkiqQBt^sMS[f@h^wQd
     t;dZzg?bQuz?"
32  VTAB 6: HTAB 29: PRINT "xg"
35  VTAB 7: PRINT "iBzQ ;g[S]adZ;
     {dQbsQiqb{M;@g;Otzan? T]irY{
     b]zQ iSyQ ;g[i=]vzdQOtziqQj
     Q^Lsa? i{tZ; ;g[i=]vzdQOtzMgY
     jQ^[gR j]fjQ Lsa?^zg ;g[i=]
     vvdQOtsiqQjQ^ie{QM[? "
90  CD$ = "P": GOSUB 7500
100 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
    0: PRINT CHR$(16)
105 PRINT " ";
110 PRINT " 2.      ;g[M; <d?i=[vzd?
     RsQiSyQ;g[i=]vvdQOtziqQjQ^...
     "
120 CD$ = "R": GOSUB 7500
130 PRINT : PRINT " =xglidR<{dOtz
     ? =vd      i.a{QM[? "
140 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CD$
     = "E" THEN 100
150 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
    0: PRINT CHR$(16)
210 HCOLOR= 3: VTAB 1: PRINT " 3
     aYYmMzs^=gS]zdZ; {dQbsQiqb
     [M;]?Yg@g;Otzan?j]f@wR i^]g
     ipLZ;xgbQLi^]gi{szYS]zdZiSyQ
     _nQZ" bg[fZfOg?Otz^wMmi=]vz

```

```

dQQtz iYvzdi^]gTzgQirS 1,2,3
,4 ^sQgQt irL[T]Lw?Mg[g?Mzd
irSQt["
215 PRINT : PRINT "      t  0
    1  2    3    4": PRINT "
      s  0  4.1 19.6 44.1 78.
4
220 PRINT "  iYvad t jOQi^]gQtz^
wNnnaiqB{iqQ;g[i=]vzdQQtzYtbQ
^ZiSyQ      ^sQgQt"
222 PRINT "      s jOQ[fZfOg?Qtz
^wL@g;@mLi[szYM{QNu?i^]g
      t ^sQgQt"
225 HPLOT 30,80 TO 220,80 TO 220
,111 TO 30,111 TO 30,80
226 HPLOT 30,98 TO 220,98: FOR K
= 55 TO 210 STEP 32: HPLOT
K,80 TO K,111: NEXT
230 GOSUB 7500
232 VTAB 12: FOR K = 1 TO 5: PRINT
: NEXT
233 VTAB 4: HTAB 1: PRINT "": VTAB
1: PRINT "  3. "
234 HCOLOR= 0: FOR K = 33 TO 46:
HPLOT 0,K TO 279,K: NEXT : HCOLOR= 3.
240 VTAB 4: PRINT " @g; s j]f ti
<tZQ;[gW<d?;g[i=]vzdQQtzriqQj
Qie{QM[?irL{Lw?[nSOtz 1j]fi
<tZQ;[gWjaL?="gYawYVwQP"[fb
zg? s j]f t irL{Lw?[nSOtz2";
243 VTAB 10: HTAB 17: PRINT "2":
VTAB 11: PRINT "
244 VTAB 8: HTAB 38: PRINT " [nSO
tz 2": VTAB 10: HTAB 22: PRINT
" [nSOtz 1"
245 HPLOT 197,43 TO 200,40 TO 20
3,43: HPLOT 200,40 TO 200,15
0: HPLOT 195,145 TO 279,145 TO
276,142 TO 279,145 TO 276,14
8
246 HPLOT 130,40 TO 130,150: FOR
K = 145 TO 40 STEP - 22: HPLOT
198,K TO 202,K: NEXT
247 FOR K = 200 TO 270 STEP 15: HPLOT
K,143 TO K,147: NEXT
248 GOSUB 60000: DRAW 1 AT 214,1
54: DRAW 2 AT 228,154: DRAW

```

```

      3 AT 245,154: DRAW 4 AT 259,
      154
248 Y = 123: FOR K = 2 TO 8 STEP
      2: DRAW K AT 186,Y: DRAW 10 AT
      192,Y:Y = Y - 21: NEXT
252 DRAW 14 AT 195,38: DRAW 13 AT
      275,153: DRAW 10 AT 195,153
253 Y = 40: FOR T = 0 TO 4:S = Y +
      0.5 * 12 * T * T: DRAW 13 AT
      110,S: DRAW 12 AT 116,S: DRAW
      14 AT 134,S: DRAW 12 AT 140,
      S
254 IF T = 0 THEN DRAW 10 AT 12
      2,S: DRAW 10 AT 146,S
255 IF T = 1 THEN DRAW 1 AT 122
      ,S: DRAW 4 AT 146,S: DRAW 11
      AT 152,S: DRAW 9 AT 158,S
256 IF T = 2 THEN DRAW 2 AT 122
      ,S: DRAW 1 AT 146,S: DRAW 9 AT
      152,S: DRAW 11 AT 158,S: DRAW
      6 AT 164,S
257 IF T = 3 THEN DRAW 3 AT 122
      ,S: DRAW 4 AT 146,S: DRAW 4 AT
      152,S: DRAW 11 AT 158,S: DRAW
      1 AT 164,S
258 IF T = 4 THEN DRAW 4 AT 122
      ,S: DRAW 7 AT 146,S: DRAW 8 AT
      152,S: DRAW 11 AT 158,S: DRAW
      4 AT 164,S
259 DRAW 11 AT 129,S: NEXT
263 FOR K = 0 TO 60:X = 54 * SIN
      (K / 180 * 3.14):Y = 110 * COS
      (K / 180 * 3.14)
265 HPLOT 200 + X,35 + Y: NEXT :
      HPLOT TO 268,35
268 DRAW 11 AT 215,140: DRAW 11 AT
      228,127
269 DRAW 11 AT 245,95: DRAW 11 AT
      258,60
280 CD$ = "R": GOSUB 7500
290 VTAB 12: PRINT : PRINT
300 VTAB 10: PRINT "      4.      a g Y g [ N i
      <tZQ="gYauYVwQP"<d? s j]f t
      iqQ[nS<d?="zndwQLwRirL["=vd"
305 PRINT "(0,0),(1,4.9),(2,19.6
      ),(3,...),(4,...)";
307 VTAB 1: PRINT

```



```

310 CD$ = "R": GOSUB 7500
320 VTAB 12: PRINT : PRINT : PRINT
    " =xgMdR<{dOtz 4 =vd      4.4 . 1
      78.4"
330 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
    200
400 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
    0: HCOLOR= 3: PRINT CHR$(1
    6)
410 VTAB 1: PRINT "      5.   V s @ g [ K g M
    g{g?MzdirSQ{t{j}fiMsY=xgiqQBz
    d?"zg?"
415 PRINT "      t(^sQgOt)   s(iYM[
    ) s/t $(iYM[/^sQgOt $)"
420 PRINT "      1      4.9
    = 4.9"
421 PRINT : PRINT "      2      19
    .6      = ....": PRINT
422 PRINT "      3      44.1
    = ...."
423 PRINT : PRINT "      4      78
    .4      = ...."
425 PRINT "aY;g[Cuz?jaL?=?gYawYV
    wQP^[fb^zg?i^]g t j]f[fZfOg?
    s i<tZQirL{iqQ[nS   s = ...
    .."
430 HPLOT 15,17 TO 270,17 TO 270
    ,147 TO 15,147 TO 15,16
431 HPLOT 69,17 TO 69,147: HPLOT
    140,17 TO 140,147
432 HPLOT 15,64 TO 270,64: HPLOT
    15,94 TO 270,94: HPLOT 15,12
    3 TO 270,123
435 A$ = "4/ ":VT = 3:HT = 23: GOSUB
    8350:A$ = ". /1":VT = 3:HT =
    24: GOSUB 8350:A$ = "9/ ":VT
    = 3:HT = 25: GOSUB 8350
437 A$ = "1/ ":VT = 5:HT = 23: GOSUB
    8350:A$ = "9/4":VT = 5:HT =
    24: GOSUB 8350
438 A$ = ". / ":VT = 5:HT = 25: GOSUB
    8350:A$ = "6/ ":VT = 5:HT =
    26: GOSUB 8350
440 A$ = "4/ ":VT = 7:HT = 23: GOSUB
    8350:A$ = "4/9":VT = 7:HT =
    24: GOSUB 8350
441 A$ =

```

```

      "/":VT = 7:HT = 25: GOSUB
      8350:A$ = "1/":VT = 7:HT =
      26: GOSUB 8350
443 A$ = "7/":VT = 9:HT = 23: GOSUB
      8350:A$ = "8/1":VT = 9:HT =
      24: GOSUB 8350
445 A$ = ".7/6":VT = 9:HT = 25: GOSUB
      8350:A$ = "4/":VT = 9:HT =
      26: GOSUB 8350
480 CD$ = "R": GOSUB 7500
470 PRINT : PRINT "      =xgMdR<{dOtz
      5 =vd      4 . 9      4 . 9      4 . 9
      s = 4.9t $
"
475 GOSUB 7500: IF CD$ = "R" THEN
      400
480 VTAB 12: FOR K = 1 TO 10: PRINT
      : NEXT : VTAB 3
482 PRINT " i[tZ;aY;g[ s = 4.9t
      $ Qt{^zg      aY
      ;g[<d?;g[i=]vzdQOtz      b [vd
      ;F<d?;g[i=]vzdQOtz"
484 PRINT " [n50wz"ir5<d?aY;g[;g
      [i=]vzdQOtz s = f(t)"
485 PRINT " iRzQ      s = t $ -5t
      +6s = 10t %s = sin ts = ct i
      Yvzd c iSyQ=sg=?Otzs = ut +
      gt $ iYvzd u,g iSyQ=zg=?Otz
"
487 A$ = "1/2":VT = 11:HT = 17.6:
      GOSUB 8350
495 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CD$
      = "R" THEN 400
500 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$
      (4);"RUN MATH PART1-II"
7000 END
7500 POKE - 16388,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
      CO$ = "E":CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
      CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=

```

```

3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
K,185 + K TO 265 - K,191 - K
: NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000: TH
= LEN (A$) - LEN (B$): HT =
HT - TH - 2
8310 A$ = B$: VT = VT + .6: GOSUB
10000: HPLOT X - 7, Y - 8 TO
X + 4, Y - 8: VT = VT - .4: HT =
HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$: A$ = LEFT$ (B$,1): V
T = VT - .2: GOSUB 10000: HT =
HT - 1: A$ = RIGHT$ (B$,1): V
T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLOT
X, Y - 8 TO X + 7, Y - 8: RETURN

8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
Y + 2 TO X + 4, Y + 2
8510 DRAW ASC ("h") - 31 AT X -
LEN (A$) * 3.5, Y + 10: VT =
VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
= "h 0": VT = VT + .6: HT =
HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
- 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 6: VT = VT - .4: HT = HT
+ 1: RETURN
8700 A$ = " h 0": GOSUB 10000: HPLOT
X - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7, VT * 16 -
8: DRAW ASC ( MID$ (A$,3,1)
) - 31 AT (HT - 1) * 7, VT *
16 + 2
8810 H

```

```

      PLOT (HT - 1) * 7 - 1,VT *
16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 7,V
T * 16 - 6
8920 DRAW ASC ( RIGHT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7 + 11,VT *
16 - 4: RETURN
9999 REM i<tZQMw^bQw?avd
10000 X = (HT - 2) * 7:Y = VT * 1
6 - 4: POKE 233,48: POKE 232
,0: SCALE= 1: ROT= 0: HCOLOR=
3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$):N =
ASC ( MID$ (A$,K,1)): IF N =
5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (N / 109) * 8
T:N = N, - 31 + 69 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
% * 7,Y + 3:LE = 0: GOTO 101
10
10080 IF Y + N% * 7 > 275 THEN X
= 7:Y = Y + 15
10090 DRAW N AT X + N% * 7,Y:X =
X + N% * 7:HT = HT + 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
152 AND N < 160) THEN LE = 1

10110 NEXT : RETURN
20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
ST = 0
20010 RETURN
60000 Z9 = PEEK (121) + 256 * PEEK
(122):Z9 = Z9 + 79: POKE 232
,Z9 - INT (Z9 / 256) * 256:
POKE 233,Z9 / 256: RETURN

```

```

2  REM
   MATH.PART1-II

3  REM
   <{d0tz 6 ,6.1

10  CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,0
   : HCOLOR= 3
20  PRINT CHR$(18): VTAB 1: PRINT
   " 6. ; g[bgMxgjbQz?<d?^wMNMi
   qQcKfi^]gMzg?k iYvzd ;xgbQLa
   Y;g[<d?;g[i=]vzdQ0tziqb{"
22  PRINT " N{g aY;g[<d?;g[i=]vz
   dQ0tz<d?^wMNMbQsLbQz?iSyQ
   s = t $-4t+3 iYvzd s iSyQ[
   fzfOg?YtbQz^ZiSyQ iYM[ ,t
   iSyQi^]gYtbQz^ZiSyQ^sQgOt "
24  PRINT " @?bgMxgjbQz?<d?^wMN
   miqQcKfi^]gMzg?k"
26  PRINT ""sPtOxg iYvzd"
27  A$ = "t=":B$ = " @firL{ S=":C
   $ = " $":D$ = "iYM["
28  HPLOT 0,110 TO 28,110
29  FOR K = 0 TO 4: VTAB K + 7: HTAB
   9: PRINT A$;K;B$;" ";K;C$;"-
   4(";K;")+3 =";
30  IF K = 0 THEN PRINT " 3 ";D$
31  IF K = 1 THEN PRINT " 0 ";D$
32  IF K = 2 THEN PRINT "-1 ";D$
33  IF K = 3 THEN PRINT " 0 ";D$
34  IF K = 4 THEN PRINT " 3 ";D$

36  NEXT
90  CD$ = "R": GOSUB 7500
100  FOR K = 1 TO 5: PRINT : NEXT

110  VTAB 7: PRINT " @g;<{d 6 Qxg
   Ygjal?irL{Lw?Qt{"
120  PRINT " 6.1 jaL?MxgjbQz?<d?
   ^wMNMbQia{QxgQ^Q"
124  HPLOT 33,172 TO 30,175 TO 33
   ,178
125  HPL

```

```

      OT 30,175 TO 250,175 TO 2
      47,178 TO 250,175 TO 247,172

127 FOR K = 0 TO 60 STEP 20: HPLOT
    140 - K,172 TO 140 - K,178: HPLOT
    140 + K,172 TO 140 + K,178: NEXT

130 GOSUB 60000: DRAW 13 AT 132,
    138: DRAW 13 AT 132,160
131 DRAW 10 AT 138,184
132 DRAW 12 AT 138,138: DRAW 1 AT
    144,138: DRAW 12 AT 138,160:
    DRAW 3 AT 144,160
134 DRAW 13 AT 112,149: DRAW 12 AT
    118,149: DRAW 2 AT 124,149
135 DRAW 13 AT 192,138: DRAW 13 AT
    192,160
136 DRAW 12 AT 198,138: DRAW 10 AT
    204,138: DRAW 12 AT 198,160:
    DRAW 4 AT 204,160
137 X = 20: FOR K = 1 TO 3: DRAW
    K AT 138 - X,184: DRAW K AT
    138 + X,184: HPLOT 134 - X,1
    82 TO 136 - X,182: X = X + 20
    : NEXT
180 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CD$
    = "R" THEN 10
200 REM
    <{dotz 6.2

210 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
    0: DIM A$(20): HCOLOR= 3
320 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
    " 6.2 i <tZQ; [gW<d?aY;g[;g[i
    =]vzdQQtz"
330 POKE 34,1: PRINT
340 HPLOT 40,30 TO 40,130: HPLOT
    20,130 TO 200,130: PRINT "
    321": PRINT
341 HPLOT 197,133 TO 200,130 TO
    197,127
350 PRINT " 0 1 2 3
    4 5"
360 HPLOT 40,30 TO 40,150: HPLOT
    20,130 TO 200,130: VTAB 8: HTAB
    30: PRINT "t"
362 VTAB 12: PRINT : VTAB 9
363 PRINT "agYg[Nbg s iYvzd t iq

```

```

LkirL{dt; iBzQ t=0.5 ,1.5 2.
5 j]fi<tZQiqQMg[g?Lw?Qt["
365 PRINT " t 0 1.5 1 1
.5 2 2.5 s=t $-4t+
3 3 1.25 0 -0.75 -1 -0.75 3
"; VTAB 2
368 HPLOT 0,162 TO 260,162 TO 26
0,191 TO 0,191 TO 0,162: HPLOT
85,162 TO 85,191: HPLOT 82,1
62 TO 82,191
367 HPLOT 115,162 TO 115,191: HPLOT
129,162 TO 129,191: HPLOT 16
9,161 TO 169,191
368 HPLOT 199,162 TO 190,191: HPLOT
237,162 TO 237,191: HPLOT 0,
176 TO 260,176
370 FOR K = 90 TO 180
380 X = 52 * SIN (K / 180 * 3.14
):Y = 105 * COS (K / 180 *
3.14)
390 HPLOT 93 + X,28 - Y: HPLOT 9
3 - X,28 - Y: NEXT
400 CDS = "R": GOSUB 7500: IF CDS
= "R" THEN 200
401 POKE 34,0: VTAB 12: FOR K =
1 TO 6: PRINT : NEXT
402 VTAB 1: HTAB 1: PRINT " 6.3
@g; <{d 6.2 jaL?; [gW<d?; g[i=
]vzdQ@tsRQ ie{Q@xgQ"Q "
403 VTAB 3: PRINT SFC( 79)""
420 HPLOT 0,178 TO 279,178
430 VTAB 9: PRINT " t=2.5 t=
3 t=3.5 t=4"
440 VTAB 11: PRINT " t=1.5 t
-1 t=0.5 t=0"
450 VTAB 12: PRINT " -1 0
1 2 3"; VTAB
1
460 VTAB 10: HTAB 1: PRINT "t=2"
: HPLOT 3,181 TO 0,178 TO 27
9,178 TO 276,181
461 HPLOT 3,175 TO 0,178: HPLOT
276,175 TO 279,178
462 HPLOT 18,175 TO 17,181: HPLOT
80,175 TO 80,181: HPLOT 140,
175 TO 140,181
463 HPLOT 196,175 TO 196,181: HPLOT

```

```

245,175 TO 245,181
470 HPLOT 30,162 TO 245,162: HPLOT
30,145 TO 270,145 TO 267,142
TO 270,145 TO 267,148
480 FOR K = 0 TO 90 STEP 3: X = 9
* SIN (K / 180 * 3.14): Y =
9 * COS (K / 180 * 3.14)
490 HPLOT 30 - X, 154 + Y: HPLOT
30 - X, 154 - Y: NEXT
491 POKE 34,6: VTAB 12: PRINT : POKE
34,0: VTAB 5
495 CO$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
= "R" THEN 200
500 REM
jRRUt;bwL

510 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: HCOLOR= 3: PRINT CHR$(1
6)
515 VTAB 1: PRINT " (
ip@OZ~SwEbg)"
516 PRINT
520 PRINT " 1. N{gS}zdZ; {dQbsQi
qb{M;]?Yg@g;Otsan?j]f@wRi^]g
ipLZ;rgbQLi^]gi[szYM{QiSyQ_
nQZ^bg[fzfOg?Otz^wNNm i=]
vzdQOtz iYvzdi^]gTzgQirS 1,2
,3,4 ^sQgOt irL{T]Lw? Mg[g?M
zdirSQt{"
521 PRINT " t 0 1
2 3 4
s 0 2 8 15 20"
522 HPLOT 50,97 TO 225,97 TO 225
,130 TO 50,130 TO 50,97: HPLOT
50,114 TO 225,114
523 FOR K = 80 TO 210 STEP 28: HPLOT
K,97 TO K,130: NEXT
524 VTAB 9: HTAB 39: PRINT "";
525 PRINT " @?i<tZQ=~gYawYVwQP~
^d? t j]f s iqQ[nS<d?=zndwQL
wR"
530 CO$ = "R": GOSUB 7500
540 PRINT " =xgMdR=vd =^gYawYVw
QP^d? t j]f s iqQ[nS<d?=zn
dwQLwR =vd
(0,0) ,(1,2
) ,(2,8) ,(3,15) ,(4,20)"
545 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN

```



```

500
600 REM
      SwEbg<{dOtz 2

610 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: HCOLOR= 3: PRINT CHR$(1
6)
620 VTAB 1: PRINT "      2.      "
621 HPLOT 157,53 TO 160,50 TO 16
3,53: HPLOT 160,50 TO 160,19
1: HPLOT 150,140 TO 275,140 TO
272,143: HPLOT 272,137 TO 27
5,140
623 GOSUB 60000:Y = 125: FOR K =
1 TO 4: HPLOT 157,Y TO 163,Y
: DRAW K AT 152,Y + 2:Y = Y -
15: NEXT
624 DRAW 14 AT 163,60: DRAW 13 AT
275,148: DRAW 10 AT 154,148
625 X = 180: FOR K = 1 TO 4: HPLOT
X,137 TO X,143: DRAW K AT X -
2,149:X = X + 20: NEXT
630 FOR T = 1 TO 10:S = 3 + 2 *
T - T * T: IF T = 1 THEN HPLOT
160,95 TO 160 + T * 7.5,95 -
S: GOTO 635
632 HPLOT TO 160 + T * 7.5,95 -
S
635 NEXT
640 PRINT ";[gWQt{jaL?^gYawYVwQ
P~[fb^zg?[fZfOg? s bQz^Z j]
fi^]g t bQz^Z <d?aY;g[:g[i=]
vadQQtz<{diqL"
641 PRINT : PRINT
642 PRINT " ;. s = t $+3t<. s =
5t-t $-4=. s = 3+2t-t $?. s
= t $-4t+5"
650 CO$ = "R": GOSUB 7500: PRINT

660 PRINT "      =xgMjR=vd      <{ d = "
670 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
600
800 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: HCOLOR= 3: PRINT CHR$(1
6)
810 PRINT "      @R=gROtz 1 ]?i[
tZR[{dZj]{^1.<d;}wRirS_u;'g=
gRQt{iqbYe2.i<{giq@Ltj}{^<dV
w;;zdQ"

```

```

813 PRINT " ipS[L;LMw'i]vd;
"
820 VTAB 5: HTAB 20: INPUT "":A$
: IF A$ < "1" OR A$ > "2" THEN
VTAB 5: HTAB 20: PRINT "": GOTO
820
821 VTAB 5 - VAL (A$): HTAB 1: PRINT
"": VTAB 5: HTAB 1: PRINT ""

830 IF A$ = "1" THEN VTAB 1: PRINT
: PRINT CHR$ (4);"RUN MATH.
PART1"
838 IF A$ = "2" THEN VTAB 1: PRINT
: PRINT CHR$ (4);"RUN MAIN"

840 END
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
K,185 + K TO 265 - K,191 - K
: NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000:TH
= LEN (A$) - LEN (P$):HT =
HT - TH - 2
8310 A$ = P$:VT = VT + .6: GOSUB
10000: HPLOT X - 7,Y - 8 TO
X + 4,Y - 8:VT = VT - .4:HT =
HT + TH

```

```

1  REM
      MATH.PART2

10  CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,0
      : PRINT CHR$(16): HCOLOR=
      3

13  VTAB 1: PRINT "          (=gR
      Ota 2 = "gYi[y^iA]tzZ) ""
14  FOR K = 1 TO 1000: NEXT
15  PRINT : PRINT "          1. <KfOta^wM
      Hai=]vzdQOtzicQjQ^ia[QM[? @f
      ibyQ^zg MxgjbQz?<d?^wMmSiS]t
      zZQirS N]gO[gRMxgjbQz?iLsY<d
      ?^wMm"
16  PRINT "
17  PRINT "j]fO[gRMxgjbQz?iqbYz<d
      ?^wMmOtzai=]vzdQOtzirS @fO[g
      R]fZfbag?@g;MxgjbQz?iLsY j]f
      Os_Og?<d?;g[i=]vzdQOtz"
22  VTAB 7
25  PRINT " ;g[i=]vzdQOtz<d?^wMm
      mQe{Q=^gYi[y^iqQjMz]fBa^?i^]
      g dg@@firYaiOzg;wQ Cur?@fBg=
      gYi[y^iA]tzZ(average veloc
      ity)"
30  PRINT " =^gYi[y^iA]tzZ="
32  A$ = "[fZfbag?<d?^wMm@g;Mxgjb
      Qz?iLsY"
33  VT = 9.5:HT = 15.5: GOSUB 1000
      9: HPLOT 100,152 TO 276,152
36  A$ = "i^]gOtz^wMmSiS]icQ;g[i=
      ]vzdQOtz"
37  VT = 10.5:HT = 15.5: GOSUB 1000
      9: FOR K = 1 TO 400: NEXT
38  VTAB 12: PRINT : PRINT : VTAB
      10
40  PRINT "          bYgZibMm = "gYi[y^iA]
      tzZjOQL{^Z@xgQ^Q@[s? @f iSy
      Q@xgQ^Q@[s?E^;b[vd]R;virL( =
      zgR^;b[vd]R]eL?Os_Og?;g[i=]
      vzdQOtz";
43  VTAB 2: PRINT ""
30  GOSUB 7500: IF CO$ = "E" THEN
      10
100  REM
      <(dOta 2

```

```

110 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
    0: HCOLOR= 3: PRINT CHR$(1
    6);
112 PRINT "      2.   V#@g[KgMg[ g?Mzdi
    rSQt{ j}{iMsY=zg]?iqQBzd?z
    g?"
114 GOSUB 50000: DRAW 1 AT 5,34:
    DRAW 2 AT 40,35
115 DRAW 3 AT 90,35: DRAW 4 AT 1
    35,35
116 DRAW 5 AT 180,35: DRAW 7 AT
    200,35: DRAW 6 AT 232,34: DRAW
    7 AT 260,35
118 DRAW 8 AT 3,45: DRAW 9 AT 36
    ,45: DRAW 10 AT 75,45: DRAW
    11 AT 90,45
120 DRAW 12 AT 135,45: DRAW 13 AT
    182,45: DRAW 13 AT 233,45: DRAW
    14 AT 38,55: DRAW 15 AT 93,5
    5: DRAW 16 AT 135,55: HPLOT
    0,20 TO 279,20 TO 279,155 TO
    0,155 TO 0,20
124 HPLOT 34,20 TO 34,155: HPLOT
    88,20 TO 88,155: HPLOT 132,2
    0 TO 132,155
125 HPLOT 175,20 TO 175,155: HPLOT
    228,20 TO 228,155
126 HPLOT 0,53 TO 279,53: GOSUB
    60000
128 DRAW 10 AT 5,65: DRAW 5 AT 2
    2,65: DRAW 3 AT 5,85: DRAW 7
    AT 22,85
130 DRAW 1 AT 5,105: DRAW 4 AT 2
    2,105: DRAW 6 AT 5,125: DRAW
    8 AT 22,125
132 DRAW 13 AT 5,145: DRAW 13 AT
    22,145: DRAW 1 AT 9,148: DRAW
    2 AT 26,148
134 FOR K = 63 TO 143 STEP 20: HPLOT
    12,K TO 19,K TO 17,K + 2 TO
    19,K TO 17,K - 2: NEXT
135 DRAW 3 AT 43,65: DRAW 10 AT
    48,65: DRAW 2 AT 73,65: DRAW
    10 AT 78,65
136 DRAW 4 AT 43,85: DRAW 10 AT
    48,85: DRAW 10 AT 73,85
137 DRAW 1 AT 43,105: DRAW 10 AT
    48,105: DRAW 3 AT 73,105: DRAW

```

```
7 AT 78,105
138 DRAW 5 AT 48,125: DRAW 1 AT
78,125: DRAW 5 AT 78,125
139 DRAW 14 AT 43,145: DRAW 1 AT
48,148: DRAW 14 AT 73,145: DRAW
2 AT 78,148
142 HPLOT 101,63 TO 103,63: HPLOT
101,83 TO 103,83
143 DRAW 1 AT 105,65: DRAW 10 AT
110,65: DRAW 4 AT 105,85: DRAW
10 AT 110,85: DRAW 2 AT 105,
105: DRAW 7 AT 110,105
144 DRAW 14 AT 95,145: DRAW 1 AT
100,148: HPLOT 103,143 TO 10
6,143: DRAW 14 AT 110,145: DRAW
2 AT 115,148
145 DRAW 5 AT 150,65: DRAW 4 AT
150,85: DRAW 3 AT 150,105: DRAW
13 AT 140,145: DRAW 2 AT 145
,148: DRAW 13 AT 158,145: DRAW
1 AT 161,148
148 HPLOT 149,143 TO 152,143
147 FOR K = 0 TO 10 STEP 2: HPLOT
104 + K,125: HPLOT 145 + K,1
25: NEXT
148 DRAW 14 AT 182,138: DRAW 2 AT
187,141: DRAW 14 AT 197,138:
DRAW 1 AT 202,141
149 DRAW 13 AT 182,150: DRAW 2 AT
187,153: DRAW 13 AT 197,150:
DRAW 1 AT 202,153
150 HPLOT 182,59 TO 185,59: HPLOT
182,79 TO 185,79
151 HPLOT 181,143 TO 208,143: HPLOT
192,137 TO 195,137: HPLOT 19
2,150 TO 195,150
152 DRAW 1 AT 188,61: DRAW 10 AT
193,61: DRAW 5 AT 190,69
154 DRAW 4 AT 188,81: DRAW 10 AT
193,81: DRAW 4 AT 190,89
155 DRAW 2 AT 188,101: DRAW 7 AT
193,101: DRAW 3 AT 190,109
156 DRAW 1 AT 188,121: DRAW 10 AT
193,121: DRAW 2 AT 190,129
159 FOR K = 83 TO 123 STEP 20: DRAW
11 AT 205,K: DRAW 11 AT 259,
K: NEXT
```

```

160 HPLOT 210,63 TO 213,63: DRAW
    2 AT 215,65: HPLOT 210,83 TO
    213,83: DRAW 1 AT 215,85: DRAW
    10 AT 220,85
162 DRAW 9 AT 210,105: DRAW 5 AT
    210,125
170 HPLOT 235,59 TO 238,59: HPLOT
    235,79 TO 238,79
172 DRAW 1 AT 240,61: DRAW 10 AT
    245,61: DRAW 5 AT 242,69
174 DRAW 4 AT 240,81: DRAW 10 AT
    245,81: DRAW 4 AT 242,89
175 DRAW 2 AT 240,101: DRAW 7 AT
    245,101: DRAW 3 AT 242,109
176 DRAW 1 AT 240,121: DRAW 10 AT
    245,121: DRAW 2 AT 242,129
177 FOR K = 63 TO 143 STEP 20: HPLOT
    185,K TO 198,K: HPLOT 237,K TO
    250,K: NEXT
178 DRAW 14 AT 240,138: DRAW 2 AT
    245,141: DRAW 14 AT 255,138:
    DRAW 1 AT 260,141
179 DRAW 13 AT 240,150: DRAW 2 AT
    245,153: DRAW 13 AT 255,150:
    DRAW 1 AT 260,153
180 DRAW 2 AT 265,65: DRAW 1 AT
    265,85: DRAW 10 AT 270,85: DRAW
    9 AT 285,105: DRAW 5 AT 265,
    125
181 FOR K = 61 TO 121 STEP 20: HPLOT
    235,K TO 235,K - 5: HPLOT 25
    0,K TO 250,K - 5: NEXT
182 HPLOT 237,141 TO 237,134: HPLOT
    266,141 TO 266,134
183 HPLOT 237,143 TO 265,143: HPLOT
    250,137 TO 252,137: HPLOT 25
    0,150 TO 252,150
184 VTAB 11: HTAB 31: PRINT "iYv
    zd t >t"
186 DRAW 2 AT 245,174: DRAW 1 AT
    285,174
190 CO$ = "R": GOSUB 7500
195 VTAB 12: PRINT "      =zgMdE=vd
    10      2";: VTAB 1
198 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
    100
200 POKE 34,1: VTAB 1: HTAB 5: PRINT
    ""

```

```

205 ROT= 0: SCALE= 1: HCOLOR= 3:
    GOSUB 80000: VTAB 1: PRINT
    " 2. "
210 VTAB 1: HTAB 6: PRINT "N{g
    t > t"
211 FOR K = 2 TO 3: VTAB K: HTAB
    1
212 PRINT " s iSyQMxgjbQz?<d?owM
    NmiYvzdi=]vzdQQtzirS t bQz^Z
    i^]g"
213 NEXT : DRAW 2 AT 93,14: DRAW
    1 AT 120,14
215 DRAW 1 AT 15,31: DRAW 1 AT 2
    18,31: DRAW 2 AT 15,47: DRAW
    2 AT 218,47
220 PRINT : PRINT "=^gYi[y^iA]tz
    ZiqQBz`?i`]g t Nu? t iSyQ "
221 POKE 34,3: VTAB 12: PRINT : VTAB
    7
222 DRAW 14 AT 225,70: DRAW 14 AT
    245,70: DRAW 2 AT 230,73: DRAW
    1 AT 250,73
223 PRINT " jaL?MxgjbQz?BQia{Q@x
    gQ^QirL{Lw?Qt{"
224 DRAW 13 AT 225,83: DRAW 13 AT
    245,83: DRAW 2 AT 230,86: DEAW
    1 AT 250,86
225 HPLOT 235,80 TO 237,80: HPLOT
    235,68 TO 237,68: HPLOT 223,
    75 TO 260,75
226 DRAW 1 AT 154,78: DRAW 2 AT
    190,78
227 VTAB 8: PRINT "          0
    A          B"
228 HPLOT 30,114 TO 230,114 TO 2
    27,117 TO 230,114 TO 227,111
229 HPLOT 67,112 TO 67,116: HPLOT
    135,112 TO 135,116: HPLOT 18
    5,112 TO 185,116
230 DRAW 13 AT 130,132: DRAW 12 AT
    135,132: DRAW 13 AT 140,132:
    DRAW 1 AT 145,136
232 DRAW 14 AT 130,145: DRAW 12 AT
    135,145: DRAW 14 AT 140,145:

```

```

      DRAW 1 AT 145,148
234  DRAW 13 AT 175,132: DRAW 12 AT
      180,132: DRAW 13 AT 185,132:
      DRAW 2 AT 190,138
235  DRAW 14 AT 175,145: DRAW 12 AT
      180,145: DRAW 14 AT 185,145:
      DRAW 2 AT 190,148
240  VTAB 11: PRINT " dwM[gi[y^iA
      ]tzZigQEz`?i^]g t Nu? t iSyQ
      "
245  DRAW 1 AT 162,175: DRAW 2 AT
      198,175: DRAW 14 AT 230,166:
      DRAW 2 AT 235,169
247  DRAW 14 AT 250,166: DRAW 1 AT
      255,169: DRAW 13 AT 230,176:
      DRAW 2 AT 235,179
248  DRAW 13 AT 250,176: DRAW 1 AT
      255,179
249  HPLOT 226,171 TO 260,171: HPLOT
      240,164 TO 243,164: HPLOT 24
      0,174 TO 243,174
250  HPLOT 228,168 TO 228,160: HPLOT
      260,168 TO 260,160: VTAB 1
260  HPLOT 0,55 TO 270,55 TO 270,
      89 TO 0,89 TO 0,55
264  HPLOT 4,153 TO 270,153 TO 27
      0,182 TO 3,182 TO 4,153
280  CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
      = "R" THEN 100
300  VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$
      (4);"RUN MATH.PART2-II"
7000  END
7500  POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510  HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7530: GOTO 7530
7520  GOSUB 7570
7530  HCOLOR= 0: IF CD$ = "E" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7550
7540  GOSUB 7570
7550  IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
      CO$ = "E":CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7552  IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
      CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7555  GOTO 7510

```



```

7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
K,185 + K TO 265 - K,191 - K
: NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000: TH
= LEN (A$) - LEN (B$): HT =
HT - TH - 2
8310 A$ = B$: VT = VT + .6: GOSUB
10000: HPLOT X - 7, Y - 8 TO
X + 4, Y - 8: VT = VT - .4: HT =
HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$: A$ = LEFT$ (B$,1): V
T = VT - .2: GOSUB 10000: HT =
HT - 1: A$ = RIGHT$ (B$,1): V
T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLOT
X, Y - 8 TO X + 7, Y - 8: RETURN

8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
Y + 2 TO X + 4, Y + 2
8510 DRAW ASC ("h") - 31 AT X -
LEN (A$) * 3.5, Y + 10: VT =
VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
= "h 0": VT = VT + .6: HT =
HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
- 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 6: VT = VT - .4: HT = HT
+ 1: RETURN
8700 A$ = "h 0": GOSUB 10000: HPLOT
X - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7, VT * 16 -
8: DRAW ASC ( MID$ (A$,3,1)
) - 31 AT (HT - 1) * 7, VT *
16 + 2
8810 HPLOT (HT - 1) * 7 - 1, VT *
16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 7, V

```

```

T * 16 - 6
8820 DRAW ASC ( RIGHTS (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7 + 11,VT *
16 - 4: RETURN
9999 REM i+tZQMw^bQeTayd
10000 X = (HT - 2) * 7:Y = VT * 1
6 - 4: POKE 233,48: POKE 232
,0: SCALE= 1: ROT= 0: HCOLOR=
3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$):N =
ASC ( MID$ (A$,K,1)): IF N =
5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (N / 109) * S
T:N = N - 31 + 89 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
% * 7,Y + 3:LE = 0: GOTO 101
10
10080 IF X + N% * 7 > 275 THEN X
= 7:Y = Y + 15
10090 DRAW N AT X + N% * 7,Y:X =
X + N% * 7:HT = HT + 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
152 AND N < 160) THEN LE = 1
10110 NEXT : RETURN
20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
ST = 0
20010 RETURN
50000 Z9 = PEEK (121) + 256 * PEEK
(122):Z9 = Z9 + 308: POKE 23
2,Z9 - INT (Z9 / 256) * 256
: POKE 233,Z9 / 256: RETURN
60000 Z9 = PEEK (121) + 256 * PEEK
(122):Z9 = Z9 + 79: POKE 232
,Z9 - INT (Z9 / 256) * 256:
POKE 233,Z9 / 256: RETURN

```

```

1  REM
      MATH.PART2-II

10  CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,0
      : HCOLOR= 3: PRINT CHR$(16
      )
15  VTAB 1
20  PRINT "      3.  Vs@g[KgMg[g?Mzdir
      Sqt{ j}[^imsY]?iqQBzd?^zg?"
22  HCOLOR= 3: GOSUB 50000: DRAW
      18 AT 5,39: DRAW 19 AT 30,40

23  HPLOT 0,18 TO 279,18 TO 279,1
      88 TO 0,188 TO 0,18
24  DRAW 5 AT 160,39: DRAW 7 AT 1
      90,39: DRAW 13 AT 163,50
25  HPLOT 0,53 TO 279,53: HPLOT 7
      5,18 TO 75,188: HPLOT 110,18
      TO 110,188
26  DRAW 6 AT 217,38: DRAW 7 AT 2
      45,39: DRAW 13 AT 220,50
27  HPLOT 213,18 TO 213,188: HPLOT
      155,18 TO 155,188
28  DRAW 20 AT 9,50: DRAW 17 AT 3
      5,50: DRAW 8 AT 80,50: DRAW
      17 AT 122,50
30  GOSUB 60000: DRAW 13 AT 90,35
      : DRAW 14 AT 130,35
32  FOR K = 65 TO 165 STEP 25: DRAW
      14 AT 7,K: DRAW 12 AT 14,K: NEXT

33  FOR K = 65 TO 165 STEP 25: DRAW
      12 AT 182,K: DRAW 12 AT 240,
      K: NEXT
35  DRAW 2 AT 20,65: DRAW 10 AT 2
      6,65: DRAW 2 AT 38,65: DRAW
      13 AT 44,65
36  HPLOT 33,62 TO 36,62: HPLOT 1
      66,60 TO 168,60: HPLOT 193,6
      3 TO 196,63: HPLOT 165,64 TO
      174,64
37  DRAW 1 AT 89,65: DRAW 1 AT 13
      0,65: DRAW 3 AT 136,65
38  HPLOT 226

```

,60 TO 228,60: HPLOT  
 225,65 TO 236,65: HPLOT 222,  
 57 TO 222,70: HPLOT 238,57 TO  
 238,70

39 DRAW 4 AT 170,62: DRAW 12 AT  
 182,65: DRAW 2 AT 198,65

40 DRAW 4 AT 230,62: DRAW 12 AT  
 240,65: DRAW 2 AT 246,65

43 DRAW 3 AT 89,78: DRAW 1 AT 13  
 0,78: DRAW 4 AT 136,78: DEAW  
 2 AT 170,70: DRAW 2 AT 230,7  
 0

45 DRAW 2 AT 20,90: DRAW 10 AT 2  
 6,90: HPLOT 32,88 TO 34,88: DRAW  
 4 AT 37,90: DEAW 13 AT 43,90

46 DEAW 2 AT 89,90: DRAW 5 AT 89  
 ,104: DRAW 1 AT 130,90: DRAW  
 2 AT 136,90: DRAW 10 AT 136,  
 104

47 HPLOT 158,84 TO 161,84: DRAW  
 1 AT 164,86: DRAW 2 AT 170,8  
 6: DRAW 3 AT 170,95: HPLOT 1  
 63,89 TO 174,89: DEAW 4 AT 1  
 98,90

48 HPLOT 193,88 TO 196,88: HPLOT  
 220,84 TO 222,84: DRAW 1 AT  
 224,86: DRAW 2 AT 230,86: DRAW  
 3 AT 230,95: HPLOT 218,89 TO  
 235,89: DRAW 4 AT 246,90

49 HPLOT 218,90 TO 216,80: HPLOT  
 238,90 TO 238,80

51 DRAW 3 AT 20,115: DRAW 13 AT  
26,115: DRAW 4 AT 89,115: DRAW  
6 AT 89,130

52 DRAW 1 AT 124,115: DRAW 2 AT  
130,115: DRAW 1 AT 124,130: DRAW  
6 AT 130,130: DRAW 4 AT 170,  
113: DRAW 2 AT 170,122: HPLOT  
167,115 TO 176,115

53 DRAW 4 AT 230,113: DRAW 2 AT  
230,122: HPLOT 227,115 TO 23  
6,115: DRAW 2 AT 246,115

54 DRAW 2 AT 198,115: HPLOT 227,  
115 TO 227,105: HPLOT 236,11  
5 TO 236,105

55 DRAW 6 AT 20,140: DRAW 13 AT  
26,140: DRAW 1 AT 89,140: DRAW  
4 AT 89,155: DRAW 6 AT 130,1  
40: DRAW 2 AT 124,155: DRAW  
4 AT 130,155

59 DRAW 3 AT 170,146: HPLOT 167,  
140 TO 176,140

61 FOR K = 0 TO 15 STEP 2: HPLOT  
165 + K,138: HPLOT 192 + K,1  
40: NEXT

63 DRAW 1 AT 224,138: DRAW 8 AT  
230,138: DRAW 3 AT 230,146: HPLOT  
221,140 TO 236,140: DRAW 6 AT  
246,140

65 DRAW 13 AT 32,165: DRAW 13 AT  
89,165: DRAW 13 AT 89,180: DRAW  
13 AT 130,165

68 DRAW 1 AT 94,168: DRAW 2 AT 9  
4,183: DRAW 1 AT 135,168: DRAW  
13 AT 170,165: DRAW 2 AT 175  
,168

67 DRAW 13 AT 200,165: DRAW 1 AT  
205,168: DRAW 13 AT 230,165:  
DRAW 2 AT 235,168

68 DRAW 13 AT 170,180: DRAW 13 AT  
188,180: DRAW 2 AT 175,183: DRAW  
1 AT 193,183

70 DRAW 13 AT 262,165: DRAW 1 AT  
267,168: HPLOT 216,172 TO 27  
6,172: HPLOT 158,172 TO 210,  
172

```

72 DRAW 13 AT 230,180: DRAW 13 AT
   248,180: DRAW 2 AT 235,183: DRAW
   1 AT 253,183
73 HPLOT 242,180 TO 245,180: HPLOT
   249,164 TO 251,164: HPLOT 18
   2,180 TO 184,180
74 HPLOT 185,164 TO 187,164
75 X = 24:Y = 163: GOSUB 4200:X =
   28: GOSUB 4000:X = 39: GOSUB
   4100
76 X = 122:Y = 163: GOSUB 4200:X =
   127: GOSUB 4000:X = 140: GOSUB
   4100
77 X = 122:Y = 180: GOSUB 4200:X =
   127: GOSUB 4000:X = 140: GOSUB
   4100
78 X = 160:Y = 163: GOSUB 4200:X =
   165: GOSUB 4000:X = 182: GOSUB
   4100
79 X = 192:Y = 163: GOSUB 4200:X =
   197: GOSUB 4000:X = 210: GOSUB
   4100
81 FOR K = 0 TO 9 STEP 2: HPLOT
   129 + K,182: NEXT : HPLOT 21
   7,168 TO 217,158: HPLOT 276,
   168 TO 276,158
82 X = 220:Y = 163: GOSUB 4200:X =
   225: GOSUB 4000:X = 242: GOSUB
   4100
83 X = 254:Y = 163: GOSUB 4200:Y =
   258: GOSUB 4000:X = 274: GOSUB
   4100
88 VTAB 11
90 CO$ = "R": GOSUB 7500: VTAB 12
   : HPLOT 230,188 TO 279,188
92 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdr<[d
   3 =vd      1.8 6 t"
93 AS = "2":VT = 11.3:HT = 24: GOSUB
   10000
96 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
   10
98 PRINT CHR$(16): VTAB 1
100 PRINT " N{g s = f(t) @firL(
   "
105 PRINT

```

```

110 PRINT "      =^gYi[y^iA]tzZiqQBz^
?i^]g t Nu? t iSyQ "
112 PRINT
125 PRINT "              i
Yvad t >t"
126 PRINT
130 PRINT "      dwM[gi[y^iA]tzZiqQBz
?i^]g t Nu? t iSyQ "
132 PRINT
133 HC = 1:A$ = "1":VT = 3.2:HT =
24: GOSUB 10000:VT = 7.2:HT =
24: GOSUB 10000
134 A$ = "2":VT = 3.2:HT = 30: GOSUB
10000:VT = 7.2:HT = 30: GOSUB
10000:HC = 0
145 PRINT "              i
Yvzd t >t"
146 PRINT : PRINT
147 A$ = "f(t ) - f(t )":VT = 4.6
:HT = 3: GOSUB 10000:A$ = "t
- t":VT = 5.5:HT = 6: GOSUB
10000
148 A$ = "2":VT = 4.8:HT = 6: GOSUB
10000:VT = 5.2:HT = 26: GOSUB
10000:VT = 8.8:HT = 6: GOSUB
10000:VT = 9.2:HT = 26: GOSUB
10000
149 VT = 5.7:HT = 7: GOSUB 10000:
VT = 9.7:HT = 7: GOSUB 10000

152 A$ = "f(t ) - f(t )":VT = 8.6
:HT = 3: GOSUB 10000:A$ = "t
- t":VT = 9.5:HT = 6: GOSUB
10000
153 A$ = "1":VT = 4.8:HT = 14: GOSUB
10000:VT = 5.2:HT = 29: GOSUB
10000:VT = 8.8:HT = 14: GOSUB
10000:VT = 9.2:HT = 29: GOSUB
10000
154 VT = 5.7:HT = 12: GOSUB 10000
:VT = 9.7:HT = 12: GOSUB 100
00
155 HPLOT 10,74 TO 105,74: HPLOT
10,140 TO 105,140: HPLOT 11,
138 TO 11,122: HPLOT 104,138
TO 104,122

```

```

160 CD$ = "R": GOSUB 7500
200 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
    0: PRINT CHR$(16): HCOLOR=
    3
210 VTAB 1: PRINT "      4. Mw^dZag?0
    tz 1  iqb{  s = 3t  $-5  iSyQaY;
    g[<d? ;g[i=]vzdQQtz<d?[NZQM
    ^wQbQuz? "
212 PRINT " iYvzd t iSyQi^]gYtbQ
    z^ZiSyQ^sQgOt.
    s iSyQ[fZfOg?YtbQz^ZiSyQ
    iYM["
214 PRINT "@?bg=^gYi[y^iA]tzZ<d?
    ;g[i=]vzdQQtziqQBz^?i^]g 1
    Nu? 5 ^sQgOt."
216 PRINT "^sPtOxg =^gYi[y^iA]t
    sZiqQBz^?i^]g t Nu? t
    =
    vnd t >t"
217 HPLOT 0,110 TO 28,110
218 PRINT "      iqb{ t = 1 ,t = 5"

220 PRINT "      Lw?Qw{Q s = 3(1) $-
    5 = -2
    s = 3(5) $-5 = 70"
221 GOSUB 3000: GOSUB 7500: POKE
    34,4
222 PRINT " QwzQ=vd=^gYi[y^iA]tz
    ZiqQBz^? t = 1 Nu? t = 5
    iSyQ"
223 POKE 34,2: PRINT : HTAB 6: PRINT
    "=
    iYM[/^sQgOt"
    : HTAB 6: PRINT "=.....
    iYM[/^sQgOt";
225 A$ = "f(t ) - f(t )":VT = 8.6
    :HT = 7: GOSUB 10000:A$ = "5
    - 1":VT = 9.4:HT = 11: GOSUB
    10000
226 A$ = "2":VT = 8.8:HT = 10: GOSUB
    10000:VT = 8.2:HT = 33: GOSUB
    10000
227 A$ = "1":VT = 8.8:HT = 18: GOSUB
    10000:VT = 8.2:HT = 24: GOSUB
    10000
228 A$ = "(...) - (...)":VT = 10
    .7:HT = 7: GOSUB 10000:A$ =

```



```

"4":VT = 11.5:HT = 12: GOSUB
10000
230 HPLOT 40,138 TO 132,138: HPLOT
43,170 TO 138,170
250 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
= "R" THEN 200
255 PRINT : PRINT "      =xgMdR=vd
70      -2
18"
260 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
200
265 POKE 34,0: POKE 33,0: HCOLCR=
3
270 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$
(4);"RUN MATH.PART2-III"
2900 END
3000 A$ = "f(t ) - f(t )":VT = 7.
6:HT = 10: GOSUB 10000:A$ =
"t - t":VT = 8.4:HT = 14: GOSUB
10000
3005 HPLOT 58,122 TO 155,122
3010 A$ = "1":VT = 7.3:HT = 29: GOSUB
10000:VT = 8.3:HT = 35: GOSUB
10000:VT = 9.3:HT = 8: GOSUB
10000
3012 VT = 10.3:HT = 9: GOSUB 1000
0:VT = 8.6:HT = 19.8: GOSUB
10000:VT = 7.8:HT = 20.6: GOSUB
10000
3020 A$ = "2":VT = 7.3:HT = 34: GOSUB
10000:VT = 7.7:HT = 13: GOSUB
10000:VT = 8.6:HT = 15: GOSUB
10000
3022 VT = 11.2:HT = 9: GOSUB 1000
0:VT = 8.3:HT = 32: GOSUB 10
000:VT = 9.3:HT = 15: GOSUB
10000
3200 RETURN
4000 HPLOT X,Y: HPLOT X,Y - 1: HPLOT
X,Y + 1: HPLOT X + 1,Y - 2: HPLOT
X + 1,Y + 2: RETURN
4100 HPLOT X,Y: HPLOT X,Y - 1: HPLOT
X,Y + 1: HPLOT X - 1,Y - 2: HPLOT
X - 1,Y + 2: RETURN
4200 FOR K = Y - 2 TO Y + 2: HPLOT
X,K: NEXT : FOR K = X - 1 TO

```

PRINT

TO GEN

## MATH.PART2-III

```

300 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: PRINT CHR$(16): HCOLOR=
3
310 VTAB 1: PRINT "      5. Mw^dZzg?O
tz 2      N{g s = 4t-t $ iSyQWw
?;~BwQ<d?;g[i=]vzdQQtz<d?^wM
NmBQsLbQuz? Cuz?YtbQz^Z<d?[f
ZfOg? iSyQiYM[ j]fbQz^Z<d?i^
]giSyQ^sQgOt @?bg=^gY"
312 PRINT "i[y^iA]tzZ<d?;g[i=]vz
dQQtz<d?^wMNMQt{iqQBz^?i^]g
2 Nu? 4 ^sQgOt"
314 PRINT "^sPtOxg =^gYi[y^iA]tz
ZiqQBz^?i^]g t Nu? t iSyQ"
315 HPLOT 0,94 TO 28,94
317 PRINT : PRINT " iYvzd t = 2
@firL{ f(t )=f(2)=4(2)-2 $=.
...
319 PRINT " iYvzd t = 4 @firL{ f
(t )=f(4)=.....=....."
320 HTAB 20: PRINT "="
321 GOTO 350
345 GOSUB 7500: POKE 34,5
350 PRINT "Lw?Qw{Q=^gYi[y^iA]tzZ
iqQBz^?i^]g 2 Nu? 4 ^sQgOt i
SyQ.....iYM[/^sQgOt";
352 A$ = "f(t ) - f(t )":VT = 6.6
:HT = 6: GOSUB 10000:A$ = "t
- t":VT = 7.4:HT = 9: GOSUB
10000
353 A$ = "2":VT = 6.8:HT = 9: GOSUB
10000:VT = 7.6:HT = 10: GOSUB
10000:VT = 6.3:HT = 33: GOSUB
10000
354 VT = 9.3:HT = 7: GOSUB 10000:
VT = 9.2:HT = 20: GOSUB 1000
0:A$ = "1":VT = 8.2:HT = 7: GOSUB
10000:VT = 8.2:HT = 20: GOSUB
10000
355 VT = 6.8:HT = 17: GOSUB 10000

```

```

:VT = 7.6:HT = 14: GOSUB 100
00:VT = 6.2:HT = 28: GOSUB 1
0000
357 A$ = "f(t ) - f(t )":VT = 9.6
:HT = 6: GOSUB 10000:A$ = "t
- t":VT = 10.4:HT = 9: GOSUB
10000
358 A$ = "2":VT = 9.8:HT = 9: GOSUB
10000:VT = 10.6:HT = 10: GOSUB
10000
359 A$ = "1":VT = 9.8:HT = 17: GOSUB
10000:VT = 10.6:HT = 14: GOSUB
10000
360 A$ = "f(..) - f(..)":VT = 9.6
:HT = 22: GOSUB 10000:A$ = "
4- 2":VT = 10.4:HT = 25: GOSUB
10000
361 HPLOT 32,106 TO 125,106: HPLOT
32,155 TO 125,155: HPLOT 146
,155 TO 238,155
362 : VTAB 1
368 CD$ = "R": GOSUB 7500
369 POKE 34,0: VTAB 12
370 PRINT : PRINT " =xgMdr=vd
";
371 PRINT " 44(4)-4 $
0 4 2 -2"

380 GOSUB 7500: IF CD$ = "R" THEN
300
400 REM
if@OZ`SwEbg

410 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: PRINT CHR$(16): HCOLOR=
3
420 VTAB 1: PRINT " 1. ;xgbQLaY
;g[;g[i=]vzdQOtz f(t) =t $-5
t+6 iyvzdbQz^Z<d?i^]giSyQ^s
QgOt bQz^Z<d?[fZfOg?iSyQ iYM
[ <{diqLiSyQ=^gYi[y^iA]tzZiq
QBz^?i^]g 0 ^sQgOt Nu? 1.5 ^
sQgOt"
425 PRINT : PRINT " ;. -5.25 iY
M[/^sQgOt<. -3.5 iYM[/^sQgO

```

```

t= 1.5 iYM[/^sQgOt? 3.5
iYM[/^sQgOt"
430 CD$ = "R": GOSUB 7500
440 PRINT : PRINT " =xgMdR=vd
<{d <"
450 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
400
500 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: PRINT CHR$(16)
510 VTAB 1: PRINT " 2. @?bgdwm[
gi[y^iA]tzZj]f=^gYi[y^iA]tzZ
@g; aY;g[,g[i=]vzdQQtz s =
20-t iqQBz
"?i^]g 0 Nu? 5 ^sQgOt"
530 CD$ = "R": GOSUB 7500
540 PRINT : PRINT " =xgMdR=vd
-3 bQz^Z/^sQgOt 3 bQ
s^Z/^sQgOt"
550 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
500
2000 PRINT CHR$(16): VTAB 5: PRINT
" i[gQR=gPQtz 2 j]{^Qf
1.<d;]wRirSi[tZQM(Q=gRQt{i
qbYz 2.;]wRipS[j;[Yb]w;Lt;
^zgipS[L;LMw^i]vd; "
2010 VTAB 8: HTAB 20: INPUT "":A
$: IF A$ > "2" OR A$ < "1" THEN
VTAB 8: HTAB 20: PRINT "": GOTO
2010
2020 VTAB 8 - VAL (A$): HTAB 1:
PRINT "": VTAB 8: HTAB 1: PRINT
""
2030 IF A$ = "1" THEN VTAB 1: PRINT
: PRINT CHR$(4);"RUN MATH.
PART2"
2035 IF A$ = "2" THEN VTAB 1: PRINT
: PRINT CHR$(4);"RUN MAIN"

7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550

```

```

MATH.PART3
10 REM                      =gROtz 3
30 A$(1) = "                =gROtz3 =^gYi[y^iqQ<K
    fi^]giqL"
33 HCOLOR= 3
40 A$(2) = "                <{d1"
50 A$(3) = ";g[bg=^gYi[y^iA]tzZiq
    QBz^?i^]g i ^sQgOt"
60 A$(4) = "@g; t=0 Nu? t=4"
70 A$(5) = "iYvzdaY;g[;g[i=]vzdQO
    taz s =4.9+ $ @?Vs@g[Kg"
80 A$(6) = "Mg[g?MzdirSQt{"
85 PRINT CHR$(16): VTAB i: HTAB
    8: PRINT A$(1)
86 PRINT A$(2);" "A$(3);A$(4);A
    $(5);A$(6)
89 PRINT "i^]gt(^sQgOt){fZfOg?s(
    iYN[])T]Mzg?<d?[fZfOg?"
90 A$(7) = "iQvzd?@g;=sL[fZfOg?Om
    ; 1 ^sQgOt ;g[bg=^gYi[y^"
91 CALL - 998
92 PRINT "                0                0 1
                4.9                4.9 2
                19.6                14.7 3
                44.1                24.5 4
                78.4                34.3"
95 HPLOT 0,63 TO 279,63 TO 279,1
    82 TO 0,162 TO 0,63: HPLOT 7
    6,63 TO 76,162: HPLOT 174,63
    TO 174,162
96 HPLOT 0,79 TO 279,79
100 A$(8) = "iqQBz^?i^]gMzg?k @u?
    M[d?bg[T]Mzg?<d?[fZfOg?"
106 GOSUB 7500: PRINT
110 A$(9) = "L[^Z                1 I,w?Qw{Q=^gYi [
    y^iA]tzZiqQ;[KtQt{ @u?bgirL{
    lw?Qt{"
120 PRINT A$(7): PRINT A$(8);A$(
    9)
125 PRINT "    Ez^?i^]g                =^gYi
    [y^iA]tzZ(iYN[/^sQgOt"
126 PRINT "    t=0 Nu? t=1

```

```

      4.9          t=1 Nu?
      t=2          14.7"
128  PRINT " t=2 Nu? t=3
      24.5          t=3 Nu?
      t=4          ...."
130  HPLOT 0,0 TO 279,0
140  CD$ = "R": GOSUB 7500
150  PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdR<{
      d 1          34.3  "
160  GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      10
600  REM
P2

610  REM          =gROtz3/2
620  A$(1) = ";g[bg=^gYi[y^iA]tzZi
      qQBz^?i^]gOm;      0.5
621  A$(0) = "@g; t= 0 Nu? t = 2"
625  A$(2) = "iYvzdaY;g[;g[i=]vzdQ
      Otz s=4.9t $@?Vs@g[Kg"
630  A$(3) = "Mg[g?MzdirSQt{"
631  PRINT CHR$(16): HCOLOR= 3:
      VTAB 1: PRINT "      2. " ;
632  PRINT A$(1);A$(0);"      "A$(
      2);A$(3): PRINT
635  A$(4) = "iQvzd?@g;=sL[fZfOg?O
      m; 0.5 ^sQgOt ;g[bg=^gY"
640  A$(6) = "i[y^iA]tzZiqQBz^?Mzg
      ?k @u?M{d?bg[T]Mzg?<d?[fZfOg
      ?"
645  A$(7) = "L{^Z..... Lw?Qw{Q=
      ^gYi[y^iA]tzZiqQ;[KtQt{"
650  A$(8) = "@u?bgirrrL{Lw?Qt{"
651  PRINT "i^]gt(^sQgOt)[fZfOg?s
      (iYM[])T]Mzg?<d?[fZfOg?"
652  PRINT "      0          00.5
      1.23          1.231.
      0          4.90          3.67
      1.5          11.03          6.
      132.0          19.60
      8.57"
653  POKE 34,5: VTAB 12: PRINT : VTAB
      11: POKE 34,0
655  HPLOT 0,63 TO 279,63 TO 279,
      162 TO 0,162 TO 0,63: HPLOT
      76,63 TO 76,162: HPLOT 174,6

```

^ s Q g O t "

```

3 TO 174,182
655 HPLOT 0,79 TO 279,79
700 GOSUB 7500
710 PRINT : PRINT A$(4);A$(5);A$(
(7)A$(8)
720 PRINT "      Rz?i?lg      =?gY
i[y^iA]tzZ(iYM)/^sQgOt"
721 PRINT "      ";
724 PRINT " t=0      Nu? t=0.5
      2.46t=0.5 Nu? t=1.0
      7.34t=1.0 Nu? t=1.5
      12.26t=1.5 Nu? t=2.0      1
      7.14"
740 CD$ = "R": GOSUB 7500
750 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdr<{
d 2      0.5"
790 GOSUB 7500: IF CD$ = "R" THEN
600
800 REM
E3

804 POKE 34,0: PRINT CHR$(16):
HCOLOR= 3
805 REM      =g5Otz 3/3
810 A$(1) = "      <{d3"
815 A$(2) = ";g[bg=^gYi[y^iA]tzZi
qQBz^?i^]gOm; 0.1 ^sQgOt"
820 A$(3) = "@g; t=0.5Nu?t=1.5"
825 A$(4) = "iYvzdaY;g[;g[i=]vzdQ
Otz s=4.9t $@?Vs@g[Kg"
830 A$(5) = "Mg[g?MzdirSQt{"
855 VTAB 1: PRINT A$(1)" ";A$(2)
;A$(3): PRINT A$(4);A$(5)
856 PRINT "i^]gt(^sQgOt)[fZfOg?(
iYM[])T]Mzg?<d?[fZfOg?"
858 PRINT "      0.5      1.23 0.
6      1.76      0.530.7
      2.40      0.630.8
      3.14      0.74"
859 PRINT "0.9      3.97
      0.83      1.0      4.90
      0.93      1 . 1
      1.03" ;
860 HPLOT 0,63 TO 279,63 TO 279,
191 TO 0,191 TO 0,63: HPLOT
76,63 TO 76,191: HPLOT 167,6

```

5.93

```

3 TO 167,191
861 GOSUB 7500: POKE 34,5:: HCOLOR=
0: HPLOT 1,191 TO 278,191: HCOLOR= 3: PRINT
862 PRINT "1.2      7.06
      1.131.3      8.28
      1.221.4      9.60
      1.321.5      11.03      1
      .43";
869 HPLOT 0,63 TO 279,63 TO 279,
191 TO 0,191 TO 0,63: HPLOT
76,63 TO 76,191: HPLOT 167,6
3 TO 167,191
870 GOSUB 7500: POKE 34,0: PRINT
: VTAB 11
871 PRINT " iQvzd?@g;=sL[fZgOg?O
m; 0.1 ^sQgOt ;g[bg=^gYi[y
^iA]tzZiqQBz^?i^]gMzg?k@u?M{
d?bg[T]Mzg?<d?[fZfOg?L{^Z...
.Lw?Qt{ (Vs@g[KgiSyQVsi_ '=v
dBz^?i^]gaw{Qaw{Q;zdQj]fb]w?
t=1 ^sQgOt) "
872 PRINT " Bz^?i^]g =^g
Yi[y^iA]tzZ(iYM[/^sQgOt"
873 PRINT " t=0.9 Nu? t=1.0
9.3t=1.0 Nu? t=1.1
10.3";
874 VTAB 6: HTAB 14: PRINT "f"
875 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
= "R" THEN 800
876 POKE 34,2: VTAB 12: PRINT : PRINT
" iA]Z=xgMdR<{d 3 0.5"
877 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
800
879 CLEAR : DIM A$(38): POKE 34,
0
880 A$(15) = "iqQ^sBgWsas;a~;]zg^
ir^{^zg iYvzd<d?M;@g;Otzan?
=^gY"
885 A$(16) = " i[y^iqQ<Kfi^]giqLk
bgirL{@g;anM[ v=gt iYvzd"
890 A$(17) = "g=9.8 iYM[/^sQgOt $
"
895 A$(18) = "Lw?Qw[Q v=9.8t j]fN
{g t=1 j]{^ v=9.8(1)=9.8"
900 A$(19) = "Cuz?=^gYi[y^iA]tzZQ
t{iOzg;wR=^gYi[y^iA]tzZ<d?aY

```



```

;g["
905 A$(20) = ";g[i=]vzdQQtz s=4.9
      t $iYvzd t=1"
910 A$(21) = "jMz@g;Mg[g?"
915 A$(22) = "=^gYi[y^iA]tzZiqQBz
      ^? ;zdQ t=1          dZnz 0.1 ^sQgOt"
920 A$(23) = "= 9.3 iYM[/^sQgOt"
925 A$(25) = "= 10.3 iYM[/^sQgOt"

930 A$(26) = "@fiByQ^zg=zgOtzirL{
      irYziOzg;wQ iQvzd?@g;Bz^?i^
      g 0.1"
935 A$(27) = "^sQgOt Zw?iSyQBz^?i
      ^]gOtzZg^i;sQirS"
940 A$(28) = "N{gM{d?;g[bgi^]g<Kf
      t=1 @hiSyQM{d?bg=^gYi[y^"
945 A$(29) = "iA]tzZiqQBz^?i^]gaw
      {Qk iq;]{ t=1"
950 A$(30) = "Lw?Qw{Q@fbg=^gYi[y^
      iA]tzZiqQBz^? t=1-hNu?t=1"
955 A$(31) = "j]fiqQBz^?i^]g t=1N
      u?t=1+h"
960 A$(32) = "@g;aY;g[<d?;g[i=]vz
      dQQtz"
965 A$(33) = "f(t)=4.9t $"
970 A$(34) = "f(1)=4.9(1) $=4.9"
975 A$(35) = "f(1 - h) = 4.9(1 -h
      ) $"
980 A$(36) = "=4.9-9.8h+4.9h $"
985 A$(37) = "f(1+h)=4.9(1+h) $"
990 A$(38) = "=4.9+9.8h+4.9h $"
1100 PRINT CHR$(16): VTAB 1: HCOLOR= 3
1110 FOR K = 15 TO 20: PRINT A$(
      K): NEXT
1111 PRINT A$(21): PRINT A$(22):
      HTAB 24: PRINT A$(23)
1113 PRINT A$(22): CALL - 998: HTAB
      17: PRINT "      b]w?"
1114 HTAB 24: PRINT A$(25);
1120 GOSUB 7500:A$(33) = "      "
      + A$(33):A$(34) = "      " +
      A$(34)
1121 A$(36) = "      " + A$(36
      ):A$(38) = "      " + A$(
      38):A$(37) = "      " + A$(37)
1130 PRINT : HTAB 6: PRINT A$(26
      );A$(27)
1135 PRINT " ";A$(28);A$(29)" ";

```

```

A$(30)"  ":A$(31)
1140 GOSUB 7500
1143 FOR K = 32 TO 38: HTAB 4: PRINT
A$(K): NEXT
1150 GOSUB 7500
1153 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
" Bz^?i^]g t=1-h Nu? t=1 =^gY
i[y^iA]tzZiSyQ"
1154 PRINT
1155 PRINT " f(1)-f(1-h) 4.9-
4.9+9.8h-4.9h $"
1157 A$ = "1-(1- h)":VT = 3.8:HT =
5: GOSUB 10000:A$ = "h":VT =
3.8:HT = 24: GOSUB 10000
1158 HPLOT 13,48 TO 90,48: HPLOT
110,48 TO 230,48
1159 A$ = "=":VT = 3.5:HT = 15: GOSUB
10000
1160 PRINT : PRINT "
= 9.8-4.9h"
1164 PRINT
1165 PRINT " Bz^?i^]g t=1 Nu? t=1
+h =^gYi[y^iA]tzZiSyQ"
1166 PRINT
1167 PRINT " f(1+h)-f(1) 4.9+
9.8h+4.9h $$$4.9"
1168 PRINT : PRINT "
= 9.8+4.9h"
1170 A$ = "(1+h)-1":VT = 9.8:HT =
5: GOSUB 10000:A$ = "h":VT =
9.8:HT = 24: GOSUB 10000
1172 HPLOT 13,143 TO 90,143: HPLOT
110,143 TO 235,143:A$ = "=":
VT = 9.5:HT = 15: GOSUB 1000
0
1200 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
$ = "R" THEN 879
1250 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$(
(4);"RUN MATH.PART3-II"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550

```

BLIST

10 REM

MATH.PART3-II

```

100 POKE 34,0: HCOLOR= 3: PRINT
    CHR$(16): VTAB 1: PRINT "
4.  @g; = ^gYi[y^iA]tzZiqQBz^?
i^]g 1-h Nu? 1 ^sQgOt ;wR=
^gYi[y^iA]tzZiqQBz^?i^]g 1 N
u? 1+h @f"
110 PRINT "bg=^gYi[y^iA]tzZiYvzs
d h Yt=zgMzg?k;wQ irL{Lw?Mg[
g? (iYvzd s =4.9t $)"
115 PRINT " h ^sQgOt Bz^?i^]g1-
hNu?1 =^gYi[y^iA]tzZ
Bz^?i^]g1Nu?1+h iYM[
^sQgOt"
120 PRINT "      1      0 Nu? 1
          4.9      1 Nu? 1
          14.70.5  0.5 Nu? 1
          7.35      1 Nu?
          1.5      12.25"
123 PRINT "0.1      0.9 Nu? 1
          9.31      1 Nu? 1.1
          10.29";
130 HPLOT 0,65 TO 279,65 TO 279,
190 TO 0,190 TO 0,65: HPLOT
60,65 TO 60,190: HPLOT 160,6
5 TO 160,190
131 HPLOT 0,94 TO 279,94
132 GOSUB 7500: POKE 34,6
134 PRINT "0.01  0.99 Nu? 1
          9.751      1 Nu? 1.0
1      9.8490.001 0.999Nu?
1      9.7951      1
Nu? 1.001      9.8099"
136 PRINT ".0001 0.9999Nu? 1
          9.79951      1 Nu? 1
.0001      9.80049";
140 VTAB 11: HTAB 3: PRINT "0"
150 HPLOT 0,65 TO 279,65 TO 279,
190 TO 0,190 TO 0,65: HPLOT
60,65 TO 60,190: HPLOT 160,6
5 TO 160,190
151 HPLOT 0,94 TO 279,94

```

```

155 GOSUB 7500: POKE 34,0: PRINT
    CHR$(16)
160 PRINT " @g;Mg[g? @fibyQ^zgiY
vzd h Yt=zgQ{dZ}? =^gYi[y^ i
A]tzZiqQBz^?i^]g 1-h Nu? 1 j
]fiqQBz^? 1 Nu? 1+h"
162 CALL - 998: PRINT "@fYt=zgi
q;]{i=tZ?;wQ j]fiYvzd h Yt=
zgi<{giq;]}[_nQZ^(iqB{awE]w;'
K~ h->0) =^gYi[y^iA]tzZiqQBz
^?i^]g 1-h Nu?"
164 CALL - 998
166 PRINT "j]fiqQBz^?i^]g 1 Nu?
t+h @fYt=zgi<{giq;]}[9.8iYM[
zd^sQgOt j]fi[g;]zg^zg=^gY
i[y^iqQ<Kf t=1 iSyQ 9.8 iYM[
/^sQgOt ";
168 PRINT " iQvzd?@g;iYvzd h-->0
=^gYi[y^iA]tzZiqQBz^?i^]g 1
-h Nu? 1 iSyQ"
170 PRINT "b[vdiOzg;wR
    Yt=zgiq;]{i=tZ?;wR =^gY
i[y^iA]tzZiqQBz^?i^]g 1 Nu?
1+h Cuz?iSyQ"
172 A$ = "f(1)- f(1- h)":VT = 8.6
:HT = 28: GOSUB 10000:A$ = "
1-(1- h)":VT = 9.3:HT = 31: GOSUB
10000
176 A$ = "f(1- h)- f(1)":VT = 9.6
:HT = 10: GOSUB 10000:A$ = "
(1- h)-1":VT = 10.3:HT = 13:
GOSUB 10000
177 HPLOT 190,136 TO 279,136: HPLOT
60,151 TO 152,152
180 A$ = "f(1+ h)- f(1)":VT = 11
.6:HT = 4: GOSUB 10000:A$ =
"(1+ h)-1":VT = 12.2:HT = 7:
GOSUB 10000
181 HPLOT 20,183 TO 116,183
200 GOSUB 7500: PRINT : PRINT : PRINT

210 PRINT " a[mS =^gYi[y^iqQ<K
fi^]g t=1 @u?=xgQ^KirL{@g;an
M[ iYvzd
h-->0"
219 PRINT

```

```

220 PRINT " ipLZNvd^zg h dg@iSy
QR^;b[vd]R;yirL{" : PRINT
230 PRINT " QsZgY iYvzd s=f(t)
iSyQaY;g[^d?;g[i=]vzdQOtz"
234 PRINT " =^gYi[y^iqQ<Kfi^]g
t iqLk =vd
iYvzd h--
>0"
235 PRINT : PRINT
237 A$ = "f(1+ h)- f(1)":VT = 3:H
T = 7: GOSUB 8500:A$ = "f(t+
h)- f(t)":VT = 9:HT = 8: GOSUB
8500
250 CD$ = "R": GOSUB 7500
1200 REM
<{dOtz 5

1210 . CLEAR : DIM A$(18): PRINT CHR$
(16): HCOLOR= 3: POKE 34,0
1220 A$(2) = " ;g[iqB{=hMzg?k"
1230 A$(3) = "1.dwM[gaz^Q
=vd=^gYi[y^iA]tzZiqQBz^
?"
1240 A$(4) = "i^]g tNu?t+h"
1250 A$(5) = "dwM[gi[y^iA]tzZ(ave
rage speed) bYgZNu?dwM[g"
1251 A$(5) = "2." + A$(5)
1260 A$(6) = "az^Q<d?[fZfOg?Otz^w
MNmi=]vzdQOtzirL{Ow{?bYLMzdi
^]gOtz"
1270 A$(7) = "iqE{Ow{?bYL"
1280 A$(8) = " =zgawYRn[K~<d?=^gYi
[y^iqQ<Kf t iqLk i [tZ; ^zg"
1281 A$(8) = "3." + A$(8)
1290 A$(9) = " dwM[gi[y^iqQ<Kfi^]g
t (instantaneous speed b[vd
speed)
1300 A$(10) = "4. =^gYi[y^ bYgZNu?
=^gYi[y^iqQ<Kfi^]giqLi^]g"
1310 A$(11) = "bQuz?Cuz?M{d? YtOw
{?<QgLj}fOs_Og? iBzQ N{g=Q<w
R{N"
1320 A$(12) = "ibZtZR=wQRw?=wRiqb
{i<yYBt{Otz}i< 60 M]dLi^]g"
1330 A$(13) = "b]w?@g;Qw{Q 1 Bwz^
ipY? [N@fj]zQirSirL{[fZfOg?

```

```

1340 A$(14) = "5.          dwM[gi[y^  bYgZNu
      ?dwM[gi[y^iqQ<KfiqL<KfbQus?C
      uz?"
1350 A$(15) = " Yt<QgLirYzYtOs_Og?
      j ] f i Y v z d j O Q L { ^ Z @ h Q ^ Q @ [ s ? @ f i
      SyQ"
1360 A$(16) = "]"RirYzirL{iBzQ ;g[
      <wR[NZQM~ N{gi<yYRQYgM[^wL=^
      gY"
1370 A$(17) = "i[y^<d?[NZQM~Bt{Ot
      zi]< 60 bYgZ=^gY^zg dwM[gi[y
      ^"
1380 A$(18) = "iqQ<KfQw{QiSyQ 60
      ;sip]iYM[/Bwz^ipY?"
1390 VTAB 1: PRINT A$(1);" "A$(2
      )
1393 PRINT : PRINT A$(3);A$(4)
1400 PRINT A$(5)" ";A$(6);" "A$(
      7)
1405 A$ = "f(t+h)- f(t)":VT = 3:H
      T = 10.6: GOSUB 8500
1410 PRINT A$(8)" " ;A$(9)
1415 GOSUB 7500: POKE 34,1: PRINT

1420 PRINT A$(10): PRINT A$(11):
      PRINT A$(12)" ";A$(13)
1430 FOR K = 14 TO 18: PRINT A$(
      K): NEXT
1500 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
      $ = "R" THEN 1200
1510 POKE 34,0
1520 PRINT CHR$(16): HCOLOR= 3
      : POKE 34,0: POKE 33,40: VTAB
      4: HTAB 6: PRINT "i[g@R=gROt
      z 3 j]{^"
1525 HTAB 8: PRINT "1. <d;}wRirS
      i[tZQM{Q=gRiqbYz2. Vdj]{^i{
      giq@LtOtzamL"
1530 VTAB 7: HTAB 6: INPUT "ipS[
      L;LMw^i]vd; ";A$: IF A$ > "2
      " OR A$ < "1" THEN VTAB 7: HTAB
      1: PRINT "": GOTO 1530
1540 VTAB 7 - VAL (A$): HTAB 1:
      PRINT "": VTAB 7: HTAB 1: PRINT
      ""

```

```

1560 IF A$ = "1" THEN PRINT : PRINT
      CHR$ (4); "RUN MATH.PART3"
1565 IF A$ = "2" THEN PRINT : PRINT
      CHR$ (4); "RUN MAIN"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
      CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
      CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
      ,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
      0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
      K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
      RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
      1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
      : FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
      K,185 + K TO 265 - K,191 - K
      : NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000:TH
      = LEN (A$) - LEN (B$):HT =
      HT - TH - 2
8310 A$ = B$:VT = VT + .6: GOSUB
      10000: HPLOT X - 7,Y - 8 TO
      X + 4,Y - 8:VT = VT - .4:HT =
      HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$:A$ = LEFT$ (B$,1):V
      T = VT - .2: GOSUB 10000:HT =
      HT - 1:A$ = RIGHT$ (B$,1):V
      T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLOT
      X,Y - 8 TO X + 7,Y - 8: RETURN
8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
      X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
      Y + 2 TO X + 4,Y + 2

```

```

1  CLEAR : POKE 30,40: POKE 34,0
10  REM
      MATH.PART4

20  REM
      <{d 1
30  A$(1) = "      =gROtz4 =^gYi[y^iqQ<K
      fi^]giqLk(Mzd)"
40  A$(2) = "      <{d1"
50  A$(3) = "      QsZgY      iYvzd  s=f(t)  i
      SyQaY;g[<d?;g[i=]vzdQOtz"
60  A$(4) = "      =^gYi[y^iqQ<Kfi^]g t
      iqLk="
70  A$(5) = "iYvzd h-->0"
75  PRINT CHR$(16)
80  PRINT "      "; PRINT A$(1)
90  PRINT A$(2): PRINT : PRINT A$(
      (3)
100 PRINT A$(4)
110 PRINT "
      "; PRINT A$(5)
120 A$ = "f(t+h)- f(t)":HT = 26.0
      :VT = 6.0: GOSUB 8500
130 CD$ = "R": GOSUB 7500
199  CLEAR : POKE 30,40: POKE 30,
      0: DIM A$(30): HCOLOR= 3
200  REM
      =gROtz4 <<{d2
210 A$(1) = "      <{d2 Mw^dZzg?Otz1 "
220 A$(2) = "iqb[ f(t)=3t $ iSyQa
      Y;g[<d?;g[i=]vzdQOtz<d?"
230 A$(3) = " ^wMNMbEQsLbQuz? iYvzd
      i^]gYtbQz^ZiSyQ^sQgOt"
240 A$(4) = "[fZfOg?YtbQz^ZiSyQiY
      M["
250 A$(5) = "@?bg=^gYi[y^iqQ<Kf t
      =2 ^sQgOt"
260 A$(6) = " ^sPtOh      @g;QsZgY"
270 A$(7) = "      =^gYi[y^iqQ<Kfi^]gti
      qL=
      iYvzd h-
      ->0"

```



```

280 A$(8) = "@g;"
290 A$(9) = "f(t) = 3t $"
295 A$(10) = "@firL{"
310 A$(11) = "f(t+h) = ....."

320 A$(12) = "= ....."
330 A$(13) = "Lw?Qw{Q =^gYi[y^iqQ
      <Kfi^]gtiqLk=....iYvzdh-->0"

340 A$(14) = "= ..... iYM[/^
      sQgOt"
350 A$(15) = "jOQ=zg t=2"
360 A$(16) = "@firL{ =^gYi[y^iqQ<
      Kft=2^sQgOt=.....iYM[/^sQgOt
      "

370 A$(7) = "=^gYi[y^iqQ<Kfi^]gti
      qLk=
      iYv
      zdh-->0"
400 PRINT CHR$(16): PRINT A$(1
)
410 PRINT " ";: PRINT A$(2);: PRINT
A$(3);
420 PRINT " ";: PRINT A$(4);
430 PRINT " ";: PRINT A$(5)
440 PRINT A$(6)
450 PRINT A$(7)
460 A$ = "f(t+h)- f(t)":HT = 23.0
      :VT = 7.0: GOSUB 8500
470 HPLOT 1,95 TO 30,95
480 PRINT " ";: PRINT A$(8);
      : PRINT " ";: PRINT A$(
9)
490 PRINT " ";: PRINT A$(10)
      ;: PRINT " ";: PRINT A$(11
)
500 PRINT " ";
      : PRINT A$(12)
510 PRINT " ="
      ;
515 PRINT
520 A$ = "f(t+h)- f(t)":HT = 7.00
      :VT = 11.0: GOSUB 8500
530 A$ = ".....":HT = 22.5:V
      T = 11.0: GOSUB 8500
540 A$ = "=.....":VT = 12:H

```

```

T = 20: GOSUB 10000
545 GOSUB 7500: PRINT
550 PRINT A$(13)
560 PRINT " "
      PRINT A$(14)
566 CALL - 998
570 PRINT A$(15)
580 PRINT A$(16)
585 CD$ = "R": GOSUB 7500: PRINT

600 PRINT "      iA]Z=hMdR<{d2 =vd
      3(t+h) $"
602 PRINT "
      3t $+6th+3h $"
604 PRINT "
      3t $+6th+3h $-3t $"
606 PRINT "
      6t+3h"
608 PRINT "
      6t+3h"
610 PRINT "
      6t"
620 PRINT "
      12"
635 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      GOTO 199
700 REM
      <<{dOt3
701 CLEAR : POKE 30,40: POKE 34,
      0: DIM A$(35): HCOLOR= 3
710 A$(1) = " <{d3 Mw^dZzg?Otz2 "
720 A$(2) = " ;hbQL s= gt $"
730 A$(3) = " iYvzdbQz^Z<d?i^]giSy
      Q^sQgOt bQz^Z<d?[fzfOg?"
740 A$(4) = " iSyQiYM["
750 A$(5) = " (giSyQ=zg=?Mw^Yt=zgi
      SyQ 9.8iYM[/^sQgOt $)"
760 A$(6) = " @?bg=^gYi[y^"
770 A$(7) = " ;.<Kfi^]g t iqLk"
780 A$(8) = " <.<Kfi^]g t=1"
790 A$(9) = " =.<Kfi^]g t=2"
800 A$(10) = " ^sPtOh(;)"
810 A$(11) = " =^gYi[y^<Kfi^]gtiqL
      k= iYvzdh-->0"
820 A$(12) = " = g(...) $+ (...)
      iYvzdh-->0"

```

```

830 A$(13) = "=" (gth+ gh $)
      iYvzd h-->0"
840 A$(14) = "=" gt+ gh
      iYvzd h-->0"
850 A$(15) = "(iYvzd h-->0=zg<d?
      gh @fQ{dZYg; Nu?@firYziOzg"
860 A$(16) = " ;wR_nQZ~"
870 A$(17) = "jMa;yQ{dZYg; @Q}fOs{
      ?irL{ ) "
880 A$(18) = "=" gt iYM[/^sQg
      Ot"
890 A$(19) = " iA]Z=hMdR<{d3 =vd
      ;. t+h gt $"
900 A$(20) = "^sPtOh (<) @g; (;)
      irL{^zg"
910 A$(21) = "=^gYi[y^<Kfi^]gtiqL
      k = gt iYM[/^sQgOt"
920 A$(22) = "Lw?Qw{Q"
930 A$(23) = "=^gYi[y^<Kfi^]g t=1=
      vd 9.8(...) iYM[/^sQgOt"
940 A$(24) = "=" ..... iYM
      [/^sQgOt"
950 A$(25) = " iA]Z=hMdR<{d3 =vd
      <. 1"
960 A$(26) = "
      9.8"
970 A$(27) = "^sPtOh(=) @g; (;)
      )irL{^zg"
980 A$(28) = "=^gYi[y^<Kfi^]g t=2=
      vd 9.8(...) iYM[/^sQgOt"
990 A$(29) = " iA]Z=hMdR<{d3 =vd
      (=) 2"
1000 A$(30) = "
      19.8"
1001 PRINT CHR$(16)
1010 PRINT A$(1)
1020 PRINT " "; PRINT A$(2)
      ;: PRINT A$(3);: PRINT A$(4)
      ;: PRINT " ";: PRINT A$(5);:
      PRINT " ";: PRINT A$(6)
1022 A$ = "1/2":VT = 3:HT = 15: GOSUB
      8350
1030 PRINT " ";: PRINT A$(7)
1040 PRINT " ";: PRINT A$(8)
1050 PRINT " "

```

```

      ;: PRINT A$(9)

1060 PRINT A$(10):: PRINT A$(11)

1070 HPLOT 2,143 TO 30,143
1072 A$ = "f(t+h)- f(t)":HT = 20.
      5:VT = 10.0: GOSUB 8500
1085 GOSUB 7500
1104 PRINT
1110 PRINT "      ";: PRINT
      A$(12)
1120 PRINT "      ";: PRINT
      A$(13)
1130 PRINT "      ";: PRINT
      A$(14)
1150 PRINT " ";: PRINT A$(15);: PRINT
      A$(16);: PRINT " ";: PRINT A
      $(17)
1160 PRINT "      ";: PRINT
      A$(18)
1163 A$ = "1/2":VT = 4:HT = 12.5:
      GOSUB 8350:A$ = "1/2":VT =
      4:HT = 22: GOSUB 8350
1164 A$ = "1/h":VT = 5:HT = 12.5:
      GOSUB 8350:A$ = "1/2":VT =
      5:HT = 19.5: GOSUB 8350
1165 A$ = "1/2":VT = 7:HT = 17.5:
      GOSUB 8350:A$ = "1/2":VT =
      9:HT = 16.5: GOSUB 8350
1169 CD$ = "R": GOSUB 7500: PRINT

1170 PRINT A$(19)
1175 GOSUB 7500: IF CD$ = "R" THEN
      700
1200 REM          <[d3 (<)
1205 FOR K = 1 TO 4: PRINT : NEXT

1210 PRINT A$(20)
1220 PRINT " ";: PRINT A$(21)
1230 PRINT " ";: PRINT A$(22)
1240 PRINT " ";: PRINT A$(23)
1250 PRINT "      ";: PRINT
      A$(24)
1251 HCOLOR= 3: HPLOT 0,78 TO 28
      ,78
1255 CD$ = "R": GOSUB 7500: PRINT

1260 PRINT A$(25)

```

```

1270 PRINT A$(26)
1275 GOSUB 7500: PRINT
1300 REM <{d 3(=)
1305 FOR K = 1 TO 4: PRINT : NEXT

1310 PRINT A$(27): PRINT " ";:
PRINT A$(21)
1320 PRINT " ";: PRINT A$(22)
1330 PRINT " ";: PRINT A$(28)
1340 PRINT " ";: PRINT
A$(24)
1341 HCOLOR= 3: HPLOT 0,78 TO 28
,78
1345 CD$ = "E": GOSUB 7500: PRINT

1350 PRINT A$(29)
1360 PRINT A$(30)
1370 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
700
2000 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$
(4);"RUN MATH.PART4-II"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
K,185 + K TO 265 - K,191 - K
: NEXT : RETURN

```

PRINT

REM

## MATH. PART4--II

```

1400 REM
      <<{d 4 =gROtz4

1401 CLEAR : POKE 30,40: POKE 34
      ,0: DIM A$(30): HCOLOR= 3
1410 A$(1) = " <{d4 Mw^d3zg?Otz3 ""
1420 A$(2) = "@g;aY;g[;g[i=]vzdQO
      tz s=3t+5 @?bg=^gYi[y^"
1430 A$(3) = "iqQ<Kf t=2 Nu? t=3"

1440 A$(4) = "^sPtOh"
1450 A$(5) = "=^gYi[y^<Kfi^]gtiqL
      k=          iYvzdh-->0"
1460 A$(6) = "=
      iYvzdh-->0"
1470 A$(9) = "= ....."
1480 A$(10) = "Lw?Qw{Q"
1485 A$(11) = "=^gYi[y^<Kfi^]gt=2
      =vd ..... iYM[/^sQgOt"
1490 A$(12) = "=^gYi[y^<Kfi^]gt=3
      =vd ..... iYM[/^sQgOt"
1500 A$(13) = " iA]Z=hMdR<{d4 =vd
      t+h"
1510 A$(14) = "
      3t"
1512 A$(15) = "
      3"
1550 PRINT CHR$(16): PRINT A$(
      1)
1560 PRINT " ";: PRINT A$(2);:
      PRINT " ";: PRINT A$(3)
1570 PRINT A$(4): PRINT A$(5): HCOLOR= 3: HPLOT 0,78 TO 28,78
1580 A$ = "f(t+h)- f(t)":VT = 6.0
      :HT = 20.6: GOSUB 8500
1589 PRINT
1590 PRINT " ";: PRINT A
      $(6)
1600 A$ = "[3(...)+5]-(3t+5)":VT =
      8:HT = 13: GOSUB 8500
1610 PRINT : PRINT " ";:
      PRINT A$(6)
1620 A$ = "3t + 3h - (...)":VT =

```

```

10.0:HT = 12.9: GOSUB 8500
1629 PRINT
1630 PRINT " ";: PRINT A
    $(8)
1640 A$ = "3h":HT = 12.9:VT = 11.
    0: GOSUB 8500
1645 GOSUB 7500
1650 PRINT : PRINT " ";:
    PRINT A$(9)
1660 PRINT A$(10): PRINT A$(11):
    PRINT A$(12)
1665 CD$ = "R": GOSUB 7500: PRINT

1680 PRINT A$(13): PRINT A$(14):
    PRINT A$(15): PRINT A$(15):
    PRINT A$(15)
1690 GOSUB 7500: PRINT : IF CO$ =
    "R" THEN 1400
2000 REM
        <{d5 =gROtz4

2010 CLEAR : POKE 30,40: POKE 34
    ,0: DIM A$(39): HCOLOR= 3
2020 A$(1) = " <{d5 Mw'dZzg?Otz4 "
2030 A$(2) = "^wMNBs{QbQuz?i=]vz
    dQOtzizqQjQ^ia{QM[? iYvzdi^]g
    "
2040 A$(3) = "t^sQgOt i=]vzdQOtziz
    rL{[fZfOg? s WmM aY;g[;g["
2050 A$(4) = "i=]vzdQOtz=vd s=t-1
    6 @?bg=^gYi[y^iYvzdi^]g"
2060 A$(5) = "t ^sQgOt"
2070 A$(6) = "^sPtOh"
2080 A$(8) = "=^gYi[y^Kfi^]gtiqL
    k=
        iYvzdh-->0"
2090 A$(9) = "=
    iYvzdh-->0"
2100 A$(10) = "Lw?Qw{Q"
2110 A$(11) = "=^gYi[y^Kfi^]gt^s
    QgOt=vd. . . .WmM/(^sQgOt) $"
2120 A$(12) = " iA]Z=hMdR<{d5 =vd
    t-16"
2130 A$(13) = "
    1"
2135 A$(14) = "= . . . . . ."
2140 PRINT CHR$(16): PRINT A$(

```

```

1): PRINT " "; PRINT A$(2);
2150 PRINT " "; PRINT A$(3); PRINT
A$(4);
2160 PRINT " "; PRINT A$(5)
2170 PRINT A$(6): PRINT A$(8)
2188 PRINT : ECOLOR= 3: HPLOT 0,
78 TO 28,78
2200 PRINT " "; PRINT A
$(9)
2210 A$ = "f(t+h)- f(t)":HT = 20.
2:VT = 7.0: GOSUB 8500
2220 A$ = "[[(t+h)-16]-(...)]":HT =
13.0:VT = 9.0: GOSUB 8500
2230 PRINT : PRINT " ";
PRINT A$(9)
2232 A$ = "h/h":VT = 11:HT = 12: GOSUB
8350
2235 GOSUB 7500
2240 PRINT " "; PRINT A
$(14)
2250 PRINT A$(10): PRINT A$(11)
2260 CD$ = "R": GOSUB 7500
2270 PRINT A$(12): PRINT A$(13):
PRINT A$(13)
2275 GOSUB 7500: IF CD$ = "R" THEN
2000
2400 REM
ip@OZ~SwEbg =gROt
z4
2405 PRINT CHR$(16)
2410 PRINT " ip@OZ~
SwEbg "
2411 PRINT
2419 PRINT " ";
2420 PRINT " 1.N{gaY;g[;g[i=]v
zdQQtz s=t $ j]{^=^gYi[y^iqQ
<Kfi^]g t=3 =vd<{diqL"
2430 PRINT " ;. 4t =
. 8"
2440 PRINT " <. 4 ?
. 12"
2445 CD$ = "R": GOSUB 7500: PRINT
2450 PRINT " iA]Z=hMdR<{d1 =vd
?"

```



```

2455 GOSUB 7500: VTAB 3: HTAB 1:
      PRINT "": VTAB 3
2498 PRINT : PRINT " ";
2499 PRINT "2.";
2500 PRINT "N(gaY;g[;g[i=]vzdQOt
      z s=2t-t $ j){^="gYi[y^iqQ<K
      fi^]g t=3 =vd<{diqL"
2510 PRINT "      ;. 2-3t
      =. -1"
2520 PRINT "      <. -4.
      ? . 4"
2525 CD$ = "R": GOSUB 7500: PRINT

2530 PRINT "      iA]Z=hMdR<{d2 =vd
      ="
2535 GOSUB 7500: IF CD$ = "R" THEN
      7500
3000 PRINT CHR$(16): VTAB 5: HTAB
      6: PRINT "@R=gROtz 4 irSi[tZ
      R[{dZj]}{"
3010 VTAB 7: HTAB 8: PRINT "1. O
      RO^Q=gRQt{dt;=[w{?Qf2. i<{gi
      q@Ltj]}{"
3020 VTAB 9: HTAB 6: INPUT "ipS[
      L;LMw^i]vd; ";A$: IF A$ > "2
      " OR A$ < "1" THEN VTAB 9: HTAB
      1: PRINT "": GOTO 3020
3030 VTAB 9 - VAL (A$): HTAB 1:
      PRINT "": VTAB 9: HTAB 1: PRINT
      ""
3040 VTAB 1: PRINT : IF A$ = "1"
      THEN PRINT CHR$(4);"RUN
      MATH.PART4"
3045 IF A$ = "2" THEN PRINT CHR$(
      4);"RUN MAIN"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
      CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN

```

]@IST

```

10  REM
    MATH.PART5

20  CLEAR : HCOLOR= 3: PRINT CHR$
    (16)
22  VTAB 1: PRINT "          (=gROtz
    5 dwM[g;g[iS]tzZQjS]? "
25  A$ = "f" + CHR$(123) + "(x,y
    ) R xR/y=x $-3" + CHR$(125)

26  A$ = " " + A$ + " "
28  PRINT "          1.          i qb{Ww?; ~BwQ " ; ^
    $
30  PRINT " ";
31  PRINT " Cuz?Ww?;~BwQagYg[Nict
    ZQjOQL{~Z y = x $-3";
32  PRINT " b[vd f(x)=x $-3";
34  PRINT " j]fiYvd;xgbQL=zg x iq
    b{ agYg[Nbg=zg y b[vd f(x) i
    rL{Lw?Qt{"
35  POKE 233,48: POKE 232,0: DRAW
    169 AT 161,28
36  PRINT : PRINT "          x          -3  -2
    -1  0  1  2  3          y
    =f(x) 6  1  -2 -3 -2  1  6
    ": PRINT
42  HPLOT 2,90 TO 225,90 TO 225,1
    30 TO 2,130 TO 2,90: HPLOT 2
    ,114 TO 225,114
43  HPLOT 49,90 TO 49,130: HPLOT
    75,90 TO 75,130: HPLOT 99,90
    TO 99,130
44  HPLOT 123,90 TO 123,130: HPLOT
    144,90 TO 144,130: HPLOT 170
    ,90 TO 170,130
45  HPLOT 199,90 TO 199,130 :
50  GOSUB 7500
54  PRINT " icB{=zg@g;Mglg?<{g?BQ
    "
55  FOR K = 1 TO 6: PRINT : NEXT

56  GOSUB 5000: DRAW 1 AT 1,95: DRAW
    1 AT 255,108: DRAW 2 AT 18,1
    09: HCOLOR= 0: FOR K = 80 TO
    110: HPLOT 27,K TO 60,K: HPLOT
    220,K TO 279,K: NEXT

```

```
57 HCOLOR= 3
58 DRAW 3 AT 32,106: DRAW 4 AT 7
   5,106
59 DRAW 5 AT 102,106: DRAW 6 AT
   148,106: DRAW 7 AT 195,106
60 DRAW 8 AT 240,106
61 HPLOT 0,78 TO 279,78 TO 279,1
   88 TO 0,188 TO 0,78: HPLOT 0
   ,108 TO 279,108
62 HPLOT 30,78 TO 30,188: HPLOT
   101,78 TO 101,188: HPLOT 146
   ,78 TO 146,188: HPLOT 193,78
   TO 193,188
70 DRAW 10 AT 30,120: DRAW 17 AT
   45,120: DRAW 11 AT 65,120: DRAW
   15 AT 85,120
71 DRAW 10 AT 30,135: DRAW 16 AT
   45,135: DRAW 11 AT 65,135: DRAW
   13 AT 85,135
72 DRAW 10 AT 30,150: DRAW 12 AT
   45,150: DRAW 11 AT 65,150: DRAW
   14 AT 85,150
73 DRAW 10 AT 30,165: DRAW 24 AT
   45,165: DRAW 11 AT 62,165: DRAW
   25 AT 79,165: HPLOT 93,163 TO
   93,161: HPLOT 92,162
74 DRAW 15 AT 147,120: DRAW 17 AT
   165,120: DRAW 13 AT 147,135:
   DRAW 18 AT 165,135: DRAW 14
   AT 147,150: DRAW 12 AT 165,
   150
75 HPLOT 162,118 TO 163,118: HPLOT
   162,133 TO 163,133: HPLOT 16
   3,148 TO 164,148
76 DRAW 26 AT 105,165: DRAW 11 AT
   9,120: DRAW 11 AT 9,135: DRAW
   11 AT 9,150: DRAW 11 AT 9,16
   6: DRAW 22 AT 3,165: DRAW 23
   AT 9,178
77 DRAW 21 AT 147,165: DRAW 19 AT
   210,175: DRAW 20 AT 254,165:
   DRAW 20 AT 190,165
78 GOSUB 60000: DRAW 2 AT 230,12
   0: DRAW 1 AT 230,135: DRAW 4
   AT 230,150: HPLOT 226,118 TO
   228,118
79 DRAW 2 AT 4,120: DRAW 1 AT 4,
```

```

135: DRAW 1 AT 2,150: HPLOT
1,118 TO 2,118: HPLOT 1,133 TO
2,133
80 DRAW 2 AT 138,120: DRAW 3 AT
138,135: DRAW 2 AT 138,150: DRAW
4 AT 189,120: DRAW 3 AT 188,
135: DRAW 8 AT 188,150
81 DRAW 12 AT 182,120: DRAW 12 AT
182,135: DRAW 12 AT 182,150:
HPLOT 186,117 TO 187,117
82 DRAW 10 AT 25,120: DRAW 2 AT
25,135: DRAW 3 AT 25,150
90 GOSUB 50000: DRAW 17 AT 112,1
21: DRAW 16 AT 112,136: HCOLOR=
0: FOR K = 111 TO 115: HPLOT
K,112 TO K,140: NEXT : HCOLOR=
3
92 GOSUB 60000: DRAW 10 AT 106,1
20: DRAW 2 AT 106,135: DRAW
3 AT 112,150
95 HPLOT 112,118 TO 114,118: HPLOT
112,133 TO 114,133: HPLOT 12
0,148 TO 122,148
98 DRAW 1 AT 126,150: DRAW 12 AT
132,120: DRAW 12 AT 132,135:
DRAW 12 AT 132,150
160 GOSUB 7500: PRINT
200 PRINT : PRINT " QsZgY N{g y
=f(x) iSyQWw?;EwQigLk iYvzd
=zg<d? x iS]tzZQirSiSyQ x+h
ipLZQtz h=0 =zg<d? y iS]tzZQ
@g; f(x) irSiSyQ f(x+h) j}{
"
210 PRINT " dwM[g;g[iS]tzZQJS]?
iA]tzZ <d? y iOtZR;wR x i q
QBz^? x Nu? x+h =vd ": PRINT
220 PRINT " dwM[g;g[iS]tzZQJS]?
<d? y iOtZR;wR x Yt=ng i q
Lk =vd": PRINT
230 CALL - 998
240 PRINT " iYvzd
h -->0"
250 PRINT : HPLOT 152,38 TO 148,
48:A$ = "f(x+h)- f(x)":VT =
6:HT = 19: GOSUB 8500

```

```

260 A$ = "f(x-h)- f(x)":VT = 9:HT
    = 9: GOSUB 8500
270 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CD$
    = "R" THEN 20
290 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$
    (4);"EUN MATH.PART5-II"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
    GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
    GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
    CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
    3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
    CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
    3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
    ,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
    0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
    K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
    RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
    1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
    : FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
    K,185 + K TO 265 - K,191 - K
    : NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000:TH
    = LEN (A$) - LEN (B$):HT =
    HT - TH - 2
8310 A$ = B$:VT = VT + .6: GOSUB
    10000: HPLOT X - 7,Y - 8 TO
    X + 4,Y - 8:VT = VT - .4:HT =
    HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$:A$ = LEFT$ (B$,1):V
    T = VT - .2: GOSUB 10000:HT =
    HT - 1:AS = RIGHT$ (B$,1):V
    T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLOT
    X,Y - 8 TO X + 7,Y - 8: RETURN
8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
    X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,

```

LIST

```

10  REM
    MATH.PART5-II

100 CLEAR : PRINT CHR$(16): HCOLOR=
    3
103 POKE 34,0
105 VTAB 1: PRINT "      2. Mw^dZzg?0
    tz 1  iqQ; g[anRQx{gdd; @g; a[f
    b]w?anR Qx[giR t QgOt YtQx
    {gib}vdiqQa[f Q ]n;Rg_;~iYM[
    "

110 PRINT "=^gYawYVwQF~[fb^zg? t
    ;wR Q dZznigQ[nSaY;g[
    Q= (12 - ) $ @?bg"
115 PRINT " (<) dwM[g;g[iS]tzZQ
    jS]?iA]tzZ<d?S[sYgM[Qx{giqQ
    a[fiOtZR;wRi^]g iqQBz^?i^]g
    t=0 Nu? t=10 QgOt"
116 A$ = " t":B$ = "10":VT = 4:HT
    = 10.3: GOSUB 8300
117 PRINT " (<) dwM[g;g[iS]tzZQ
    jS]?S[sYgM[Qx{giYQa[fiOtZR;w
    Ri^]g iqQ<lfi^]g t=10 QgOt"
118 VTAB 8: HTAB 11: PRINT "K"
120 PRINT "^sPtOxg iqh{ Q =f(t)
    =(12 - ) $"
124 PRINT " (<) dwM[g;g[iS]tzZQj
    S]?iA]tzZiqQBz^?i^]g t QgOt.
    Nu? t+h QgOt"
125 HPLLOT 0,142 TO 28,142:A$ = "
    t":B$ = "10":VT = 9:HT = 24
    .2: GOSUB 8300
128 GOSUB 7500: FOR K = 1 TO 8: PRINT
    : NEXT
129 VTAB 3: HTAB 12: PRINT "iSyQ
    "

130 GOSUB 60000:X = 20:Y = 75
132 DRAW 1 AT X,Y:X = X + 46: DRAW
    2 AT X,Y + 6:X = X + 46
135 DRAW 3 AT X,Y + 6:Y = Y + 25
    :X = X - 45: DRAW 4 AT X,Y:X
    = X + 46: DRAW 5 AT X,Y
140 X = X + 46: DRAW 6 AT X,Y:X =
    X + 46: DRAW 7 AT X,Y:X = X -
    137:Y = Y + 19: DRAW 8 AT X,

```

```

      Y: X = X + 44: DRAW 9 AT X, Y +
      1
142 X = X + 44: DRAW 10 AT X, Y +
      1: X = X + 34: DRAW 11 AT X, Y
      : X = X + 43: DRAW 12 AT X, Y:
      X = X + 43: DRAW 13 AT X, Y
143 X = X - 208: Y = Y + 20: DRAW
      14 AT X, Y: X = X + 38: DRAW 1
      5 AT X, Y + 3: X = X + 43: DRAW
      13 AT X, Y + 2
145 X = X - 82: Y = Y + 20: DRAW 1
      6 AT X, Y: DRAW 18 AT X + 42,
      Y - 11: X = X + 48: DRAW 17 AT
      X, Y
150 GOSUB 7500
300 PRINT CHR$(16): HCOLOR= 3:
      POKE 34, 0
305 PRINT " ";
310 PRINT " dwM[g;g[iS]tzZQjS]?i
      A]tzZiqQBz^? 0 QgOt Nu? 10
      QgOt irL{@g;;g[jOQ=zg t L{^Z
      0 j]fjOQ=zg h L{^Z 0"
315 PRINT
320 PRINT " Lw?Qw{Q dwM[g;g[iS]t
      zZQjS]?iA]tzZ= -2.4+ 0.1"
325 PRINT "          = -2.3 ]n;
      Rg_;~iYM[/QgOt"
350 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
      = "R" THEN 100
400 PRINT CHR$(16): HCOLOR= 3:
      POKE 34, 0: VTAB 1
410 PRINT "      OxgirL{dt;^sPtbQuz?
      =vd ..
412 PRINT "      @g; Q = f(t) = (12
      -
      ) $"
415 PRINT " iYvzd t=0 YtQx{gdZzn
      iqQa[f (12-0) $ = 144 ]n;Rg_
      ;~iYM["
416 A$ = " t": B$ = "10": VT = 2: HT
      = 25: GOSUB 8300
420 PRINT " iYvzd t=10YtQx{gdZzn
      iqQa[f (12-1) $ = 121 ]n;Rg_
      ;~iYM["
430 PRINT " Lw?Qw{Q iqQi^}g 10 Q
      gOtt Qx{girb]dd;irS = 144-12
      1 = 23 ]n;Rg_;~iYM["
432 PRINT " ";

```

```

440 PRINT " ipLZiA]tzZiqQ 1 QgOt
    Qx{girb]dd;irS = 2.3 ]n;
    Rg_;~iYM["
450 PRINT " iV[gf^zg iYvzdi^]g t
    iVszY<u{Q S{sYgKQx{giqQa[f]
    L ]? @u?irL{dwwwM[g;g[iS]tz
    ZQjS]?iA]tzZMsL]R";
460 GOSUB 7500: PRINT
470 PRINT " QwzQ=vd dwM[g;g[iS]t
    zZQjS]?iA]tzZ<d?S{sYgKQx{giq
    Q a[fiSyQ -2.3 ]n;Rg_;~iYM[
    /QgOt"
500 PRINT :CD$ = "R": GOSUB 7500
    : IF CO$ = "R" THEN 400
1400 PRINT CHR$(16): CLEAR : HCOLOR= 3
1410 VTAB 1: PRINT " <{daw?i;M "

1411 PRINT "1. ;g[OtzdewM[g;g[iS]
    tzZjS]?iSyQ@xgQ^Q]EjaL?^zg
    iYvzd t Yg;<u{Q S{sYgKQx{giq
    Qa[f@f]L]? axgb[wR"
1412 PRINT " ";
1415 PRINT "ip@OZ"<[dQt{<Kfi^]g
    t=10 QgOt Rd;iqb{[n{zgdwM[g
    ;g[iS]tzZQjS]?Yg;Q{dZiVtZ?iq
    L N{gM{d?;g[O[gR^zg b]w?@g;Q
    w{Q"

1420 CALL - 998: HTAB 7: PRINT
    "1 QgOtt Qx{giqQa[f@firb]dd;
    irSiSyQS{sYgKiOzgiqL";
1421 PRINT " @fM{d?bg@g;anM[ Q
    =(12- ) $"
1425 PRINT " iYvzd t=10 @firL{ Q
    =121 ]n;Rg_;~iYM["
1426 PRINT " iYvzd t=11 @firL{ Q
    =(12-1.1) $ ]n;Rg_;~iYM["
1427 PRINT " =118
    .81 ]n;Rg_;~iYM["
1428 A$ = " t":B$ = "10":VT = 7:H
    T = 26.4: GOSUB 8300
1430 PRINT " lw?Qw{QqX{girb]dd;i
    rS 121-118.81=2.19 ]n;Rg_;~
    iYM[ =xgMdRirYziqEz 2.2 ]n;
    Rg_;~iYM[";
1440 GOSUB 7500: PRINT
1445 PRINT "iV[gfarM[dwM[g;g[iS]
    tzZQjS]?iqQ<Kfi^]g t iSyQ -

```



```

.4+0.02t Rd;iqb{[{n'zg dwM[g
;g[iS]tzZQjS]?Qm; <Kfcu{QdZ
zn;wE=zg<d? t"
1460 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
$ = "R" THEN 1400
1480 POKE 34,1
1500 PRINT CHR$(18): HCOLOR= 3
: PRINT "2.iqQ;g[Oxgip@OZ^Ox
gQd?Qt{agYg[NOtz@fi]vd;Oxg^s
PtOtz 1 j]f 2 irL{ ;g[Oxg^sP
tOtz 1 @fYtE[fiPZBQ^axgb[wR<
{dQt( iV[gfQxgT]irSiaB{iqQ;
g[MdR=zgNgY(<)"
1509 PRINT
1510 PRINT "3.@g; y=f(x) iYvzddw
M[g;g[iS]tzZQjS]?iSyQ@xgQ^Q
R"; jaL?^zgiYvzd=zg x iVszY
<u{Q=zg<d? y @fiVszY<u{Q"
1515 CALL - 998
1520 PRINT " j]f iYvzddwM[g;g[i
S]tzZQjS]?iSyQ@xgQ^Q]R jaL?^
zgiYvzd=zg x iVszY<u{Q=zg<d
? y @f]L]?"
1590 GOSUB 7500
1600 PRINT CHR$(16): HCOLOR= 3
: VTAB 1: PRINT "sP+Oxg iq
b{ Q = f(t) = (12- ) $"
1610 PRINT " (<) dwM[g;g[iS]tzZ
QjS]?iqQ<Kfi^]g t iqLk iSy
Q iYv
zd h-->0"
1611 HPLOT 0,15 TO 28,15
1615 A$ = " t":R$ = "10":VT = 1:H
T = 25: GOSUB 8300
1620 PRINT " = -2.4+ 0.02
t + 0.01h iYvzd h-->0"
1621 A$ = "f(t+h) - f(t)":VT = 3:
HT = 8: GOSUB 8500
1630 PRINT " @firL{ dwM[g;g[iS]t
zZQjS]?iqQ<Kfi^]g t iqLk"
1635 PRINT " = -2.4+ 0.02
t ]n;Rg_;"iYM[/QgOt"
1640 PRINT " lw?Qw{Q iqQ<Kfi^]g
t=10 dwM[g;g[iS]tzZQjS]? i
SyQ"
1645 PRINT " = -2.4+ 0.02
(10) ]c;Rg_;"iYM[/QgOt"

```

```

1647 PRINT "          = -2.2 ]n;
      Rg_;~iYM[/QgOt"
1680 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
      $ = "R" THEN 1500
1700 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$
      (4);"RUN MATH.PART5-III"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
      CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
      CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
      ,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
      0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
      K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
      RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
      1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
      : FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
      K,185 + K TO 265 - K,191 - K
      : NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000: TH
      = LEN (A$) - LEN (B$):HT =
      HT - TH - 2
8310 A$ = B$:VT = VT + .6: GOSUB
      10000: HPLOT X - 7,Y - 8 TO
      X + 4,Y - 8:VT = VT - .4:HT =
      HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$:A$ = LEFT$ (B$,1):V
      T = VT - .2: GOSUB 10000:HT =
      HT - 1:A$ = RIGHT$ (B$,1):V
      T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLOT
      X,Y - 8 TO X + 7,Y - 8: RETURN

8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
      X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,

```

10 REM

MATH.PART5-III

```

20 CLEAR : HCOLOR= 3: PRINT CHR$(
  (16)
25 VTAB 1: PRINT "      3. Mw^dZzg?Ot
  z 2  "
26 PRINT " ;xgbQLiqb{ y = 3 - x
  $$ @?bg"
30 PRINT " (;) dwM[g;g[iS]tzZQj
  S]?iA]tzZ<d? y iOtZR;wR x
  iYvzd x iS]tzZQ@g; 4 iSyQ
  6"
32 PRINT " (<) dwM[g;g[iS]tzZQj
  S]? <Kf x=8"
36 PRINT " ^sPtOxg (;) iqb( y = f
  (x) = 3 - x $"
37 HPLOT 0,94 TO 28,94
40 PRINT " dwM[g;g[iS]tzZQjS]
  ?ij]tzZ<d? y iqQBz"? x Nu? x
  +h"
42 VTAB 8: HTAB 6: PRINT "iOzg;w
  R"
44 PRINT " iYvzd x=4 , x+h =
  6"
45 A$ = "f(x+h)- f(x)":VT = 8:HT =
  12: GOSUB 8500
47 PRINT " Lw?QwtQ h =.....
  .... dwM
  [g;g[iS]tzZQjS]?<d? y iqQBz^
  ? x Yt=zg 4 Nu? 6 iOzg;wR";
50 A$ = "f(...)- f(...)":VT = 11
  .6:HT = 12: GOSUB 10000:A$ =
  "2":VT = 12.2:HT = 19: GOSUB
  10000
52 HPLOT 75,183 TO 180,183
55 GOSUB 7500: PRINT
60 PRINT " iQvzd?@g; f(x) = 3
  - x $
  f(6) =.....f(4) =..
  ....."
62 PRINT " = ....."
63 A$ = "f(6)- f(4)":VT = 9.7:HT =
  7: GOSUB 10000:A$ = "2":VT =

```

```

10.3:HT = 11: GOSUB 10000
64 A$ = "(.....)":VT = 9.7:HT =
    18: GOSUB 10000:A$ = "2":VT =
    10.3:HT = 22: GOSUB 10000
65 HPLOT 38,152 TO 110,152: HPLOT
    121,152 TO 173,152
66 PRINT " Lw?Qw{Q dwM[g;g[iS]t
    zZQjS]?iA]tzZ<d? y iYvzd x
    iS]tzZQ@g; 4 iSyQ 6 iOzg;wR
    ....."
72 CD$ = "R": GOSUB 7500
80 PRINT : PRINT " iA]Z=xgMhR<(d
    3 ; 26
    4 -33-13-20-10-10"
84 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
    10
100 HCOLOR= 3: PRINT CHR$(16):
    VTAB 1: PRINT "~sPtOxg (<)"
101 HPLOT 0,15 TO 28,15: PRINT "
    iQvzd?@g; f(x) = 3 - x
    $"
105 PRINT " f(x+h) = 3
    -(x+h) $"
    = 3 -x $-2xh-h $"
108 PRINT " Lw?Qw{Q f(x+h)-f(x)
    = 3 -x $-2xh-h $-3+x $
    = -2xh -h $"
110 PRINT " dwM[g;g[iS]tzZQjS]?
    <d? y <Kf x Yt=sgiaLkiOzg ;w
    R iYvzd h
    -->0"
114 PRINT " =
    iYvzd h -->0 = -2
    x -h iYvzd h -->0
    = -2x"
116 PRINT "(M{d?i<tZQ h->0 ir^(i
    aYd N{gZw?irYzirL{jOQ=sg h=0
    )";
117 A$ = "f(x+h)- f(x)":VT = 8:HT
    = 6: GOSUB 8500
118 A$ = "- 2xh - h":VT = 9:HT =
    6: GOSUB 8500:A$ = "2":VT =
    8.6:HT = 15: GOSUB 10000
120 GOSUB 7500
122 PRINT " dwM[g;g[iS]tzZQjS]?<
    d? y <Kf x=8 Yt=zg

```

```

      = -2(.....)
      = .....
130 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
    = "R" THEN 100
135 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdR<{
      d 3 <      8-16"
140 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
    100
200 REM
      <{dOtz 4

210 CLEAR : PRINT CHR$(16): HCOLOR=
    3
212 VTAB 1: PRINT "      4.          iYvz
      d x iSyQi^]g y iSyQ[fZfOg?
          QsZYi<tZQ t jOQ x j]f
      s jOQ y"
215 PRINT "      Ww?;~BwQ y=f(x)
      @u?iSyQ s=f(t)"
218 PRINT " Lw?Qw{Qdwm[g;g[iS]tz
      ZQjS]?          iYvzd h
      -->0 @u?iSyQ
          iYvzd h-->0"
220 PRINT "Cuz?iSyQ=@gYi[y^iqQ<K
      fi^]g t iqLk i<tZQjCQL{^Z a
      wE]w;'K~ v"
221 A$ = "f(x+h)- f(x)":VT = 4:HT
      = 23: GOSUB 8500
222 A$ = "f(t+h)- f(t)":VT = 5:HT
      = 14: GOSUB 8500
225 PRINT " N{g v iSyQ@xgQ^QR";
      jaL?^zgiYvzd t Yt=zgYg;<u{Q
      s @fYt=zgYg;<u{Q j]f"
227 PRINT " N{g v iSyQ@xgQ^QR}E
      jaL?^zgiYvzd t Yt=zgYg;<u{Q
      s @fYt=zg]L]?"
250 CD$ = "R": GOSUB 7500
300 PRINT CHR$(16): HCOLOR= 3:
      VTAB 1: PRINT "      Mw^dZzag?Otz
          4          iYvzds]zdZ; {dQbsQM; @g; ()
      tzan?          ;E;g[i=]vzdQOtz
          s = 4.9t $"
305 PRINT
310 PRINT " @firL{ =^gYi[y^iqQ<K
      f t iqLk=vd v = 9.8t"
315 PRINT " iYvzd t = 1 @firL{="

```

```

gYi[y^ v=9.8 iYM[/^sQgOt"
317 PRINT " QwzQ=vd v iSyQ=zgR^;
    jaL?"zg iYvzd t Yg;cu{Q
    s @f .....(Yg;cu{Q,
    ]L]?)"
320 CD$ = "R": GOSUB 7500
330 PRINT : PRINT "    iA]Z=xgMdr<{
    d 4    ]L]?"
340 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
    300
400 CLEAR : PRINT CHR$ (16): HCOLOR=
    3: VTAB 1: PRINT "
    ip@OZ~SwEbg "
405 PRINT
410 PRINT "    1.  S [ sYgK<d?Qx{gYwQ
iqQNw?iqRbQuz?iSyQ Q ]n;Rg_
~ iYM[ iYvzdi^]gTagQirS t
sQgOt iSyQirSMgYaY;g[ Q =
180 -t -t $ @?bgdwM[g;g[iS]t
zZQjS]?iA]tzZ<d?Qx{gYwQiqQNw
?";

415 PRINT " iqQBz?? 4 Xu? 6 QgOt
"
420 CD$ = "R": GOSUB 7500
430 PRINT : PRINT "    iA]Z=xgMdr<{
    d 1    - 1 1 "
435 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
    400
500 VTAB 3: HTAB 1: PRINT ""
510 VTAB 3: PRINT "    2.  N {g y =
    10 + 2x $ @?bgdwM[g;g[iS]t
    zZQ jS]?<Kf x = -10
520 CD$ = "R": GOSUB 7500
530 PRINT : PRINT "    iA]Z=xgMdr<{
    d 2    4 0 "
540 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
    500
600 PRINT CHR$ (16): VTAB 3: PRINT
    "    i[gi[tZQYg@R=gRQtz 5 j]
    {"
610 VTAB 5: HTAB 8: PRINT "1. Zw
    ?irYzi<{giq@<d;}wRirSi[tZQM{
    QROiqbYz"
620 HTAB 8: PRINT "2. i<{giq@Ltj
    ]{^<d@R;g[i[tZQ=gRQt{"
630 VTAB 7: HTAB 6: PRINT "ipS[L
    ;LMw^i]vd; ";: INPUT "";A$: IF
    A$ > "2" OR A$ < "1" THEN VTAB
    7: HTAB 1: PRINT "": GOTO 630

```

```
635 IF A$ = "1" THEN VTAB 6: HTAB
1: PRINT ""
640 IF A$ = "1" THEN VTAB 1: PRINT
: PRINT CHR$(4); "RUN MATH.
PART5"
645 VTAB 5: HTAB 1: PRINT "": VTAB
7: HTAB 1: PRINT ""
650 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$(
4); "RUN MAIN"
7000 END
7500 FOKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16584) = 155 THEN
```

PRINT

10 REM

MATH.PART6

20 PRINT CHR\$(16): VTAB 1: PRINT

" (-g50tz 6 dwM[g;g[iS  
]tzZQjS]?) "

30 FOR K = 1 TO 2000: NEXT : HCOLOR=

80 PRINT : PRINT " QsZgY N {g y=  
f(x) iSyQWw?;~BwQiqLk iYvzd=  
ag<d? x iS]tzZQirSiSyQ x+h i  
pLZOtz h=0 =ag<d? y iS]tzZQ@  
g; f(x) irSiSyQ f(x+h) j]{^"85 PRINT " dwN[g;g[iS]tzZQjS]?!  
A]tzZ <d? y i.Ot.ZR;wR x i.g.R  
Bz^? x Nu? x+h =vd ": PRINT90 PRINT " dwM[g;g[iS]tzZQjS]?  
<d? y i.Ot.ZR;wR x Yt=ag i.g.L  
k =vd": PRINT

91 CALL - 998

92 PRINT " iYvzd h  
-->0"93 PRINT :A\$ = "f(x+h)- f(y)":VT  
= 6:HT = 19: GOSUB 850094 A\$ = "f(x+h)- f(x)":VT = 9.3:H  
T = 9: GOSUB 8500

100 CD\$ = "R": GOSUB 7500

410 POKE 33,49: POKE 32,0: POKE  
34,0: HCOLOR= 3: POKE 233,43

420 ROT= 0: SCALE= 1

430 A\$ = "2.Vs@g[Kg="gYawYVwQP~[f  
b^zg?Vv[QOtsagYib]tzZY"

440 PRINT CHR\$(16)

450 VTAB 1: PRINT CHR\$(9);" ";  
A\$;" "460 A\$ = "L[gQiOzg;wR="gYZg^<d?L(  
gQ"470 VTAB 2: PRINT CHR\$(9);"  
";A\$; SEC( 14); CHR\$(14)480 PRINT " iqb{ Y iSyQVv[QOtz<  
d?[nSagYib]tzZYL[gQiOzgOtsYt  
="gY Zg^ X bQs^Z @fa[[g?ay;  
g[jaL?="gYawYVwQP~ [fb^g



```

g?L[gQ ;wR Vv{QOtz<d?agYib]t
zZYQt{"
490 X = 50: HPLOT 20,170 TO 20 +
X * 2,170 TO 20 + X,170 - X *
(3 ^ .5) * .9 TO 20,170
500 HPLOT 20 + X,170 - X * (3 ^
.5) * .9 TO 20 + X,170
510 DRAW ASC ("A") - 31 AT 70,8
8
520 DRAW ASC ("E") - 31 AT 15,1
80
530 DRAW ASC ("C") - 31 AT 124,
180
540 DRAW ASC ("D") - 31 AT 71,1
80
550 DRAW ASC ("X") - 31 AT 42,1
80: DRAW ASC ("X") - 31 AT
35,130
560 X = 42:Y = 181: GOSUB 9030
570 HPLOT 38,182 TO 21,182 TO 24
,179 TO 21,182 TO 24,185: HPLOT
50,182 TO 69,182 TO 66,179 TO
69,182 TO 66,185
580 HPLOT 36,134 TO 12,170 TO 10
,167 TO 12,170 TO 16,169
590 HPLOT 42,122 TO 63,90 TO 59,
91 TO 63,90 TO 65,94
600 A$ = "Vv{QOtz<d?agYib]tzZYL{g
QiQzg ABC"
610 VTAB 8: HTAB 16: PRINT A$
620 A$ = "= .BC.AD"
630 HTAB 26: PRINT A$
640 X = 185:Y = 137: GOSUB 9010
650 A$ = "= (X) (AD)"
660 HTAB 26: PRINT A$
670 X = 185:Y = 137: GOSUB 9030
680 X = 185:Y = 154: GOSUB 9010
690 VT = 12.5:HT = 30: GOSUB 7500
: POKE 34,2: VTAB 12: PRINT
: PRINT : PRINT : VTAB 10
700 PRINT "AD iSyQaz^Qan?<d?agYi
b]tzZY Cuz?]g;Yg@g; A YgMw{?
Ag;;wR BC Otz D"
710 FOR K = 1 TO 1000: NEXT
720 PRINT " Lw?Qw{Q BD = ";
730 X = 81:Y = 182: GOSUB 9010: PRINT
"BC =";: VTAB 1: DRAW ASC (

```

```

"X") - 31 AT 123,181
740 X = 123: GOSUB 9030
750 VT = 12.5:HT = 30: GOSUB 7500
    : HCOLOR= 0
760 FOR K = 60 TO 150: IF K < 85
    THEN HPLOT 100,K TO 279,K
770 HPLOT 140,K TO 279,K
780 NEXT : VTAB 10: HTAB 1: PRINT
    ""
790 VTAB 4: HTAB 22: PRINT "@g;
    ";
800 HCOLOR= 3: HPLOT 170,60 TO 1
    80,60 TO 175,55 TO 170,60
810 PRINT "YmYAg; AB"
820 HTAB 22: PRINT "AD ";; DRAW
    ASC ("2") - 31 AT 161,68
830 PRINT "= AB - ";; DRAW ASC
    ("2") - 31 AT 195,68
840 PRINT "BD": DRAW ASC ("2") -
    31 AT 230,68
850 HTAB 25: PRINT "= X - X ": DRAW
    ASC ("2") - 31 AT 189,85: DRAW
    ASC ("2") - 31 AT 218,85
860 DRAW ASC ("4") - 31 AT 209,
    103: HPLOT 209,95 TO 218,95
870 HTAB 22: PRINT "AD = X"
880 DRAW ASC ("3") - 31 AT 182,
    105: HPLOT 179,107 TO 189,10
    7: DRAW ASC ("2") - 31 AT 1
    82,115
890 HPLOT 175,100 TO 177,104 TO
    181,97 TO 187,97
900 VTAB 10: HTAB 1: PRINT " Vy
    {Q0tz<d?agYib]tzZYL{gQiQzg =
    Y = ";
910 X = 198:Y = 152: GOSUB 9010
920 PRINT " X( X)":X = 227:Y =
    152: GOSUB 9030: DRAW ASC (
    "3") - 31 AT 227,150
930 HPLOT 223,147 TO 225,149 TO
    228,142 TO 235,142: SPEED= 2
    55
940 HTAB 21: PRINT "@firL{ Y = f
    (X)=..."
950 X = 198:Y = 152: GOSUB 9010:X
    = 227: GOSUB 9030
960 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
    = "R" THEN 410

```

```

970 PRINT : PRINT "      =zgMdR<(dOt
      z 2 =vd      x  :$ "
980 A$ = "3":VT = 11.3:HT = 22.5:
      GOSUB 10000:A$ = "4":VT = 1
      2.1:HT = 22.5: GOSUB 10000
990 HPLOT 145,168 TO 147,169 TO
      149,160 TO 158,160
1000 HPLOT 149,171 TO 157,171
1010 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      410
2000 REM
      <(d 2-2

2010 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34
      ,0: DIM A$(14)
2020 A$(1) = "dwM[g;g[iS]tzZQjS]?
      iA]tzZ<d?Vv{QOtz<d?agYib]tzZ
      Y"
2030 A$(2) = "L{gQiOzg iYvzdL{gQi
      S]tzZQ@g;Zg^ x iSyQ x+h bQz^
      Z"
2040 A$(3) = "= f(x+h)-f(x)"
2050 A$(4) = "iQvzd?@g; y = f(x)
      = x"
2060 A$(5) = "@firL{ f(x+h)
      = (x+h)"
2070 A$(6) = " f(x+h) - f(x) =
      (x+h) - x"
2080 A$(7) = " =
      (x+h) - x"
2090 A$(8) = " =
      (x+h+x)(x+h-x)"
2100 A$(9) = " =
      (2x+h)h"
2110 A$(10) = " =
      (2x+h)h"
2120 A$(11) = " =
      (2x+h)"
2130 A$(12) = "Lw?Qw{Q dwM[g;g[iS
      ]tzZQjS]?iA]tzZ<d?Vv{QOtzagY
      ib]tzZY"
2140 A$(13) = "L{gQiOzg iYvzdiS]t
      zZQjS]?@g;Zg^ x iSyQ x+h bQz
      ^Z"
2150 A$(14) = "iOzg;wR .....
      .....Mg[g?bQz^Z/bQz^Z"
2160 PRINT CHR$(16): VTAB 2: HCOLOR= 3
2170 HTAB 3: PRINT A$(1): PRINT

```

```

A$(2): PRINT "="
2180 A$ = "f(x+h) - f(x) ":VT = 4
      :HT = 3: GOSUB 8500
2190 PRINT A$(4): DRAW ASC ("h"
      ) - 31 AT 56,66
2200 VT = 5:HT = 21: GOSUB 8400: VTAB
      7: PRINT A$(5):VT = 7:HT = 2
      1: GOSUB 8400
2210 VTAB 9: PRINT A$(6):VT = 9:
      HT = 21: GOSUB 8400
2220 HT = 31: GOSUB 8400
2230 PRINT : PRINT A$(7);
2240 VT = 11:HT = 21: GOSUB 8400
2250 A = ASC ("2") - 31: DRAW A AT
      161,72: DRAW A AT 186,100: DRAW
      A AT 225,136: DRAW A AT 217,
      168
2260 DRAW A AT 188,136: DRAW A AT
      188,168: VTAB 1: PRINT : VTAB
      12
2270 DRAW 167 AT 150,176: DRAW '1
      68 AT 223,176
2280 POKE 34,4: GOSUB 7500: PRINT
      : PRINT A$(8): PRINT : PRINT
      A$(9);
2290 DRAW ASC ("h") - 31 AT 56,
      66:VT = 10:HT = 21: GOSUB 84
      00:VT = 12: GOSUB 8400
2300 VTAB 4: HTAB 16: PRINT "": GOSUB
      7500
2310 VTAB 5: HTAB 16: PRINT "": VTAB
      7: PRINT A$(10): PRINT : PRINT
      A$(11)
2320 VT = 7:HT = 21: GOSUB 8400:V
      T = 9: GOSUB 8400:A$ = "f(x
      + h) - f(x)":VT = 7:HT = 4: GOSUB
      8500
2330 GOSUB 7500: VTAB 6: PRINT "
      "
2340 FOR K = 12 TO 14: PRINT A$(
      K): NEXT
2350 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
      B = "R" THEN 2000
2360 PRINT : PRINT "      =xgM4F0{dot
      z 2 =vd      (2x + h) "
2370 A$ = "3/4":VT = 11.4:HT = 22
      : GOSUB 8350
2380 VT = 10.7:HT = 21: GOSUB 890

```

```

0
2390 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
2000
2400 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$
(4); "RUN MATH.PART6-II"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
K,185 + K TO 265 - K,191 - K
: NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000:HT
= HT - 2: IF A$ = "df(x)" THEN
HT = HT - 3:CO = 2
8310 A$ = B$:VT = VT + .6: GOSUB
10000: HPLOT X - 7,Y - 8 TO
X + 4,Y - 8:VT = VT - .4: IF
CO = 2 THEN CO = 0:HT = HT +
3
8320 RETURN
8350 B$ = A$:A$ = LEFT$(B$,1):V
T = VT - .2: GOSUB 10000:A$ =
RIGHT$(B$,1):VT = VT + .6:
GOSUB 10000: HPLOT X,Y - 8 TO
X + 7,Y - 8: RETURN
8400 X = (HT - 1) * 7:Y = VT * 16
- 10
8420 DRAW ASC ("3") - 31 AT X,Y
: DRAW ASC ("4") - 31 AT X,

```

```

      Y + 9: HPLOT X - 1, Y + 2 TO
      X + 7, Y + 2
8430  DRAW 166 AT X - 5, Y: RETURN

8500  VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
      X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
      Y + 2 TO X + 4, Y + 2
8510  DRAW  ASC ("h") - 31 AT X -
      LEN (A$) * 3.5, Y + 10: VT =
      VT + .2: RETURN
8600  VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
      = "h  0": VT = VT + .6: HT =
      HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
      - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
      X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
      6, Y - 6: VT = VT - .4: HT = HT
      + 1: RETURN
8700  A$ = " h  0": GOSUB 10000: HPLOT
      X - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
      X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
      6, Y - 6: RETURN
8900  X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
      4: HPLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
      X + 4, Y - 7 TO X + 11, Y - 7:
      RETURN
9000  END
9010  REM  1/2
9020  DRAW  ASC ("1") - 31 AT X, Y

9030  DRAW  ASC ("2") - 31 AT X, Y
      + 9: HPLOT X, Y + 1 TO X + 6
      , Y + 1: RETURN
9040  REM  DY/DX
9050  DRAW  ASC ("d") - 31 AT X, Y
      : DRAW  ASC ("y") - 31 AT X +
      6, Y
9060  DRAW  ASC ("d") - 31 AT X, Y
      + 10: DRAW  ASC ("x") - 31 AT
      X + 6, Y + 10: HPLOT X, Y + 3 TO
      X + 10, Y + 3: RETURN
10000 X = (HT - 2) * 7: Y = VT * 1
      5: POKE 233, 48: ROT = 0
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$): N =
      ASC ( MID$ (A$, K, 1)): IF N =
      5 THEN  GOSUB 10090: GOTO 10
      080

```

```
0020 IF ST = 1 AND N = 22 THEN  
    X = X + 7: GOTO 10080  
10030 N% = 1 - INT (N / 109) * S  
    T:N = N - 31 + 69 * ST  
10040 IF ST = 1 AND N > 159 AND  
    LE = 1 THEN DRAW N AT X + N  
    % * 7, Y + 2: LE = 0: GOTO 100  
    80  
10050 IF X + N% * 7 > 275 THEN X  
    = 7: Y = Y + 15  
10060 DRAW N AT X + N% * 7, Y: X =  
    X + N% * 7  
10070 IF ST = 1 AND (N > 153 AND  
    N < 160) THEN LE = 1  
10080 NEXT : RETURN  
10090 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN  
    ST = 0  
10100 RETURN
```

]

```

1  REM
      MATH.PART6-II

10  REM
      <[dOtz 2

12  CLEAR : POKE 33,49: POKE 34,0
      : DIM A$(17)
14  PRINT CHR$(16)
16  A$(1) = "S[sYgK<d?ag[ Q ;[wYiq
      Qx{gZgEQsLbQua? iYvzdi^]gTz
      gQ"
18  A$(2) = "irS t QgOt iSyQirSMgY
      aY;g[ Q = dwM[g;g["
20  A$(3) = "iS]tzZQjS]?<d?ag[Qw{Q
      iqQ<Kf t = 3 QgOtiSyQiOzgiqL
      "

22  A$(4) = ""^sPtOxg"
24  A$(5) = "iqb{ Q = f(t) ="
26  A$(6) = "dwM[g;g[iS]tzZQjS]?<d
      ?ag[iqQ<Kfi^]g t QgOtiqLk"
28  A$(7) = "
      =
      iYvzd"
30  A$(8) = "iV[gf^zg f(t) ="
32  A$(9) = "@firL{ f(t+h) ="
34  A$(10) = " f(t+h) -f(t)= .....
      "
36  A$(11) = "
      = .....
      "
38  A$(12) = " f(t+h) -f(t)= .....
      "
40  A$(13) = "
      = .....
      "
42  A$(14) = " dwM[g;g[iS]tzZQjS]
      ?<d?ag[iqQ<Kfi^]g t iqLk"
44  A$(15) = "
      = .....
      .....iYvzd h -> 0"
46  A$(16) = "
      = .....
      .....:[wY/QgOt"
48  A$(17) = "Lw?Qw{Q dwM[g;g[iS]t
      zZQjS]?<d?ag[iqQ<Kf t = 3 Q
      gOt"
50  VTAB 1: PRINT " 3. Mw`dZag?
      1 "
52  FOR K = 1 TO 2: VTAB K + 1: PRINT

```



```

    A$(K): NEXT
54 PRINT A$(3): VTAB 5: PRINT A$
    (4)
56 HCOLOR= 3: HPLOT 0,78 TO 27,7
    3:VT = 3:HT = 28: GOSUB 8800

57 VTAB 6: HTAB 5: PRINT A$(5): PRINT
    A$(6):VT = 6:HT = 20: GOSUB
    8800
62 VTAB 8: PRINT A$(7): VTAB 9: PRINT
    A$(8): PRINT A$(9)
63 A$ = "f(t+h) - f(t)":VT = 8:HT
    = 10: GOSUB 8500:HT = 30: GOSUB
    8700
65 VT = 9:HT = 16: GOSUB 8800:A$ =
    "16":VT = 9.9:HT = 17: GOSUB
    10000
66 A$ = "(...)":VT = 10.5:HT = 1
    5: GOSUB 10000
67 HPLOT 100,156 TO 140,156
70 GOSUB 7500: FOKE 34,1: VTAB 1
    2: PRINT : PRINT
75 PRINT "    f(t + h) - f(t) =
    ....."
76 FOR K = 1 TO 3: PRINT "
    = ....."
    ..": NEXT
78 PRINT " dwM[g;g[iS]tzZQjS]?<d
    ?ag[iqQ<Kfi"]g t iqLk
    = ..... iYved h -
    -> 0"
79 PRINT " = .....
    ;[wY/QgOt"
82 PRINT " Lw?Qw{Q dwM[g;g[iS]tz
    ZQjS]?<d?ag[iqQ<Kf t = 3"
83 PRINT "QgOt = .....
    ;[wY/QgOt"
84 PRINT " = .....
    ;[wY/QgOt"
86 A$ = "f(t + h) - f(t)":VT = 4:
    HT = 4: GOSUB 8500
100 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CD$
    = "R" THEN 10
105 FOKE 34,0: PRINT CHR$(16)
110 VTAB 1: PRINT " =xgMdR{dOt:
    3 =vd "
112 A$ = "(t + h) + 1":VT = 1.8:H
    T = 15:

```

```

          GOSUB 10000
116 A$ = "16      16":VT = 2.6:H
      T = 14: GOSUB 10000:A$ = "t+
      h+1      t+1":VT = 3.2:HT = 13
      : GOSUB 10000
118 A$ = "-16h":VT = 4:HT = 17: GOSUB
      10000:A$ = "(t+h+1)(t+1)":VT
      = 4.6:HT = 14: GOSUB 10000
120 A$ = "-16h":VT = 5.4:HT = 17:
      GOSUB 10000:A$ = "(t+h+1)(t
      +1)h":VT = 6:HT = 13: GOSUB
      10000
122 A$ = "-16":VT = 6.8:HT = 17: GOSUB
      10000:A$ = "(t+h+1)(t+1)":VT
      = 7.4:HT = 14: GOSUB 10000
124 A$ = "-16":VT = 8.2:HT = 17: GOSUB
      10000:A$ = "(t+1)(t+1)":VT =
      8.8:HT = 15: GOSUB 10000
126 A$ = "-16":VT = 9.6:HT = 17: GOSUB
      10000:A$ = "(3+1)(3+1)":VT =
      10.2:HT = 15: GOSUB 10000
127 VTAB 11: HTAB 19: PRINT "1"
128 HPLOT 85,40 TO 120,40: HPLOT
      130,40 TO 135,40: HPLOT 143,
      40 TO 170,40
130 HPLOT 88,61 TO 170,61: HPLOT
      88,84 TO 170,84
132 HPLOT 88,106 TO 170,106: HPLOT
      98,129 TO 170,129: HPLOT 98,
      151 TO 185,151
135 VTAB 11: HTAB 18: PRINT "-"
200 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      10
500 REM
      <{dot 4

502 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
      0: DIM A$(18): HCOLOR= 3
504 A$(1) = " @?bgdwH[g;g[iS]t+
      ZQjS]?<d?S[sYgM[<d?;[^Z"
506 A$(2) = ";]YiGtZR;wR[w_Yt<d?H
      gQiYvzdaa^Q+n?=?Qtz"
508 A$(3) = ""sPtQxg iqb{ V iSy
      QS[sYgM[<d?;[^Z;]Y"
510 A$(4) = " iqb| x iSyQ[w
      _Yt<d?;[^Z;]Y j]f d iSyQ"
512 A$(5) = "az^Qan?Qna?=?Qtz"
514 A$(6) = "@g;anM[S[sYgM[<d?;[^
      Z;]Y @firL{"

```

```

516 A$(7) = "      V = f(x) = dx
      $"
518 A$(8) = "dW[g;g[iS]tzZQjS]?<
      d? f(x) <Kf x Yt=sgiglk"
520 A$(9) = "iQzg;wR"
522 A$(10) = "
      iYvzd h -> 0"
524 A$(11) = "      f(x) =.....
      ....."
526 A$(12) = "      f(x+h) =.....
      ....."
528 A$(13) = "f(x+h)-f(x)=.....
      ....."
530 A$(14) = "      =.....
      ....."
532 A$(15) = "Lw?Qw{Q dW[g;g[iS]
      tzZQjS]?<d?S[sYgM[<d?;[Z;]Y
      <Kf[w_Yt<d?HgQZg^ x bQz^Z"
534 A$(16) = "
      =
      iYvzd h -->0"
536 A$(17) = "
      =.....
      ....."
538 A$(18) = "
      =.....
      ....."
540 POKE 34,0: POKE 33,40: PRINT
      CHR$(18): VTAB 1: PRINT "
      4. Mw^dZzg? 2 "
542 FOR K = 1 TO 7: VTAB K + 1: HTAB
      1: PRINT A$(K): NEXT
544 HPLOT 0,62 TO 20,62
546 PRINT A$(8): PRINT A$(9): PRINT
      A$(10)
547 A$ = "f(.....) - f(.....)":VT
      = 10.2:HT = 8: GOSUB 8500
548 A$ = "1":VT = 7.7:HT = 16.7: GOSUB
      10000:A$ = "3":VT = 3.4:HT =
      16.7: GOSUB 10000: HPLOT 108
      ,122 TO 115,122
549 HPLOT 120,125 TO 121,119: HPLOT
      123,119 TO 122,125: HPLOT 11
      8,121: HPLOT 119,120: HPLOT
      120,119 TO 125,119
550 GOSUB 7500: POKE 34,2: PRINT
570 FOR K = 11 TO 18: PRINT A$(K
      ): NEXT
574 A$ = ".....":VT = 9:
      HT = 12: GOSUB 8500

```

```

578 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
    = "R" THEN 500
580 POKE 34,0: PRINT
581 PRINT : PRINT "          =xgMHR<{dOta
    4 =vd
          x + h
          x          dx $          d(
x + h) $          d(x + b) $ -          dx
          $          d(2x + h)h          d(2x + h)h
          d(2x + h)          dx"
584 B$ = "1/3":VT = 5:HT = 18: GOSUB
    8350:VT = 6:HT = 11: GOSUB 8
    350
585 FOR J = 7 TO 10:VT = J:HT =
    8: GOSUB 8350: NEXT :VT = 7:
    HT = 22: GOSUB 8350:B$ = "2/
    3":VT = 11:HT = 8: GOSUB 835
    0
587 A$ = CHR$(5) + CHR$(44) +
    CHR$(5): VTAB 5: HTAB 17: PRINT
    A$: VTAB 6: HTAB 12: PRINT A
    $: VTAB 7: HTAB 23: PRINT A$

589 FOR K = 7 TO 11: VTAB K: HTAB
    9: PRINT A$: NEXT
599 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
    500
660 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$
    (4);"RUN MATH.PART6-III"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
    GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
    GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
    CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
    3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 169 THEN
    CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
    3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
    ,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
    0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
    K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
    RETURN

```

## MATH PART 7

```

20 CLEAR : FOKR 30,40: FOKR 34,0
   : DIM A$(60): HCOLDF= 3
30 A$(1) = " =gBOt7 dQmVwQF<d?Ww
   ?; "BwQ"
40 A$(2) = " c{d1"
50 A$(3) = "H(g y=f(x) iSyQWw?; "B
   wQiqLk"
60 A$(4) = "agYgIRa[ig?Ww?; "BwQiq
   bYz<0{Q=vd"
70 A$(5) = "y'=f'(x)"
80 A$(6) = "iplZ; bLQL f'(x)=
   iYvzd"
90 A$(7) = "Qm=Q=vd"
100 A$(8) = "y'=f'(y)=
   iYvzd"
110 A$(9) = "igBiawR]w; "K"
120 A$(10) = "jOQ
   iYvzd"
130 A$(11) = "Lw?Qw{Q"
140 A$(12) = "y'=f'(y)=""
150 A$(13) = " QsZgY iqb{ y=f(x) i
   SyQWw?; "BwQ dQmVwQF<d?Ww f Oe
   z x"
160 A$(14) = "=vd f'(x) iplZ0ig"
170 A$(15) = "f'(x)?"
180 A$(16) = "f' dsgQ zg idWlrVlY
   ""
190 A$(17) = "f'(x) dsgQ zg idWlr
   VlY<d?id; C""
200 A$(18) = "i[+?; f'(x) ^ngdQwV
   wQF<d?Ww?; "BwQ f Ota x"
210 A$(19) = "dsgQidBiawR]w; "K"
   (dsgQ zg Lt gZBgZLtid; C"i"
220 A$(20) = "b|vd"
230 A$(21) = "(dsgQ zg Lt idW<d?id;
   C"BgZLtid; C""
240 A$(22) = "jOQ f'(x)"
241 A$(40) = ";yirL("
250 A$(23) = " {daw?i; N"
260 A$(24) = "1 Yt=agiOng; wBdw
   M[g; g[iS]taZQjS]? d? y"

```

```

270 A$(25) = "iOtZR;wR x Kf x Yt
      =zgiqLk"
280 A$(26) = "2.bQw?avdBg?i]zYiqE
      {awE]w;'K" (drgQ'zgiL]Mgid
      ;C~"
290 A$(27) = ")jOQ h"
300 A$(28) = "3. iSyQdQwVwQP~cd
      ?Ww?;"BwQ f"
310 A$(29) = "Cuz?irYsirl{bYgZ=`g
      Y`zg d =nK y bg[L]^Z d =nK x
      "
320 A$(30) = "Lw?Qw{Q"
330 A$(31) = " {d2 Mw^dZzg?Ot=1 ;
      hbQLiqb{ f(x)=10x @?bgf'(x)"
340 A$(32) = "`sPtOh @g;QsZgY f
      '(x)="
350 A$(33) = " iQvad?@g; f
      (x)= 10x"
360 A$(34) = "f(x+h)= 10( . . . .)"
370 A$(35) = "= . . . . . ."
380 A$(36) = "= "
382 A$(43) = "= . . . . . ."
390 A$(37) = " Lw?Qw{Q f'
      (x)= . . . . . ."
420 PRINT CHR$(16); PRINT "
      "; PRINT A$(1); PRINT
      A$(2);
430 PRINT " "; PRINT A$(3)
440 PRINT " "; PRINT A$(4)
450 PRINT " ", PRINT A$(5)
      }
460 PRINT A$(6)
470 A$ = "f(x+h)- f(x)":VT = 6.0:
      HT = 17.0: GOSUB 8500
480 VT = 6.0:HT = 33.3: GOSUB 870
      0
490 PRINT A$(7)
500 PRINT " "; PRINT A$(8)
510 A$ = "f(x+h)- f(x)":VT = 8.0:
      HT = 17.0: GOSUB 8500
520 VT = 8.0:HT = 33.3: GOSUB 870
      0
525 PRINT
530 PRINT A$(9)
540 A$ = "lim ":HT = 11.8:VT = 10
      .0: GOSUB 8600
550 A$ = "f(x+h)- f(x)":VT = 10.0
      :HT = 17.0: GOSUB 8500
555 PRINT

```

```

560 PRINT " "; PRINT A$(10)
570 A$ = "f(x+h)- f(x)":VT = 11.0
    :HT = 13.4: GOSUB 8500
580 HT = 30.8:VT = 11.0: GOSUB 87
    00
585 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
    20
590 PRINT : PRINT A$(11);: PRINT
    " ";: PRINT A$(12)
600 A$ = "lim":VT = 11.0:HT = 13.
    0: GOSUB 8600
610 A$ = "f(x+h)- f(x)":HT = 23.0
    :VT = 11.0: GOSUB 8500
615 PRINT
620 PRINT A$(13): PRINT A$(14)
630 PRINT " ";: PRINT A$(15)

640 A$ = "lim":HT = 13.0:VT = 11.
    1: GOSUB 8600
650 A$ = "f(x+h)- f(x)":HT = 18.0
    :VT = 11.1: GOSUB 8500
655 PRINT : GOSUB 7500: IF CO$ =
    "R" THEN 20
660 PRINT " ";: PRINT A$(16)
    : PRINT " ";: PRINT A$(1
    7)
670 PRINT " ";: PRINT A$(18)

680 PRINT A$(19);: PRINT " ";: PRINT
    A$(20)
685 CALL - 998
690 PRINT " ";: PRINT A$(21)
    ;: PRINT A$(22): CALL - 998
    : PRINT " ";: PRINT A$(40)

700 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 9.0:
    HT = 13.2: GOSUB 8300
710 A$ = "df(x)":B$ = "dx":HT = 1
    .0:VT = 10.2: GOSUB 8300
725 PRINT : GOSUB 7500: IF CO$ =
    "R" THEN 20
730 PRINT A$(23): PRINT A$(24);:
    PRINT A$(25)
740 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 10.0
    :HT = 3.5: GOSUB 8300
750 PRINT A$(26);: PRINT A$(27)
760 PRINT A$(28);: PRINT A$(29)
770 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 10.0
    :HT = 3.0: GOSUB 83

```

```

                                00
780 PRINT " "; PRINT A$(30)

781 A$ = "dy":E$ = "dx":VT = 11:H
    T = 11: GOSUB 8300:A$ = "=":
    VT = 11:HT = 14: GOSUB 10000

782 HPLOT 96,164 TO 92,174
783 A$ = "y/x":VT = 11:HT = 16: GOSUB
    8350
785 PRINT : PRINT :CO$ = "E": GOSUB
    7500: IF CO$ = "R" THEN 20
790 PRINT CHR$(16):VTAB 12: PRINT
    A$(31): PRINT A$(32): PRINT

794 A$ = "lim":VT = 10.1:HT = 23.
    3: GOSUB 8600
795 A$ = "f(x+h)- f(x)":VT = 10.1
    :HT = 27.4: GOSUB 8500
796 HPLOT 2,158 TO 27,158
800 PRINT A$(33): PRINT "
    "; PRINT A$(34)
810 PRINT " "
    ;: PRINT A$(35)
820 PRINT " "
    ;: PRINT A$(36)
830 A$ = "f(x+h)- f(x)":VT = 11.0
    :HT = 8.0: GOSUB 8500
840 A$ = ".....":VT = 11.0:H
    T = 23.1: GOSUB 8500
841 PRINT
850 PRINT " "
    ;: PRINT A$(35)
860 PRINT " "
    ;: PRINT A$(43)
870 A$ = "lim":HT = 4.0:VT = 11.1
    : GOSUB 8600
880 A$ = "f(x+h)- f(x)":VT = 11.1
    :HT = 7.5: GOSUB 8500
890 A$ = "lim":HT = 24.0:VT = 11.
    1: GOSUB 8600
892 PRINT : GOSUB 7500: IF CO$ =
    "R" THEN 790
900 PRINT " "
    ;: PRINT A$(35)
910 PRINT " ";: PRINT A$(37)
912 CO$ = "E": GOSUB 7500: IF CO$
    = "R" THEN 790

```



```

914 PRINT
920 PRINT "      iAJZ=hMdB/(d2 =vd
      x+h"
930 PRINT "              10x
      +10h"
940 PRINT "              10x0
      10h-10x"
950 A$(44) = "
      10"
960 PRINT A$(44): PRINT A$(44): PRINT
      A$(44): PRINT A$(44)
967 GOSUB 7500: IF CO$(44) = "R" THEN
      790
1200 REM
      <{d0tz 3

1210 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34
      ,0
1220 A$(1) = " ;xgbQLigb( y = x
      $ -2x -3 @?bg"
1230 A$(2) = " ^sFt0xg"
1240 A$(3) = " igb{f{ y = f(x) =
      x $ -2x - 3"
1250 A$(4) = " @g;QsZgY      = "
1260 A$(5) = " iQvzd?@g, f(x) = x
      $ -2x - 3"
1270 A$(6) = "      f(x+h) = (...
      ) - 2( ... ) - 3"
1280 A$(7) = "      =.....
      ..... "
1290 A$(8) = "      ="
1300 PRINT CHR$(16)
1310 VTAB 1: PRINT "      :{d 3 M= d2
      =g?Otz 2 "
1320 FOR K = 1 TO 8: PRINT A$(K)

1330 NEXT : PRINT A$(7)
1340 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 2:H
      T = 30: GOSUB 8300: PLOT 0,
      46 TO 30,46:A$ = "dy":VT = 5
      :HT = 9: GOSUB 8300
1350 A$ = "lim":VT = 5:HT = 10: GOSUB
      8600:A$ = "f(....) - f(....)
      ":VT = 5:HT = 20: GOSUB 8500

1360 A$ = "f(x+h)- f(x)":VT = 9:H
      T = 2: GOSUB 8500:A$ = "
      .....":VT = 9:HT = 15: GOSUB
      8500

```

```

1370 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
$ = "R" THEN 1200
1380 : FOR K = 1 TO 3: HTAB 14: PRINT
"=": NEXT
1390 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 9:H
T = 11: GOSUB 8300:A$ = "lim
":VT = 9:HT = 16: GOSUB 8600

1400 A$ = "lim":VT = 10:HT = 16: GOSUB
8600:A$ = "f(x+h) - f(x)":VT
= 9:HT = 20: GOSUB 8500
1410 A$ = ".....":VT = 10
:HT = 20: GOSUB 10000:A$ = "
.....":VT = 11:HT =
15: GOSUB 10000
1420 CD$ = "E": GOSUB 7500: IF CO
$ = "R" THEN 1200
1430 PRINT : PRINT "      1A]Z=xg4d8c
{d 3          x+h
+h) $      (x+h) x $ +2hx+h $
-2x-2h-3    2hx +h $ -2h
2x + h -2"
1440 PRINT "      2x + h -2      2x
- 2"
1450 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
1200
1500 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$
(4);"RUN MATH.PART7-II"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
RETURN

```

JLIST

```

10  REM
    MATH.PART7-JI

100  REM
    <{dOta 4

110  CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
    0: PRINT CHR$(16): VTAB 1:
    PRINT "    <{d 4 Mw`dZzg?Ota 3
    ..

120  A$(1) = "    ;xgbQLiqb( f(x) =
    @?hg"
130  A$(2) = "    eFtOxg @g;QcZgY
    ="
140  PRINT A$(1): PRINT : PRINT A
    $(2): HCOLOR= 3: HPLOT 0,62 TO
    30,62
150  A$ = "3":VT = 1.7:HT = 19: GOSUB
    10000:A$ = "x - 5":VT = 2.3:
    HT = 17.2: GOSUB 10000
160  HPLOT 115,24 TO 148,24
170  A$ = "df":B$ = "dx":VT = 2:HT
    = 28: GOSUB 8300:A$ = "(x)"
    :VT = 1.7:HT = 30: GOSUB 100
    00
180  A$ = "df":VT = 4:HT = 14: GOSUB
    8300:A$ = "(x)":VT = 3.7:HT =
    16: GOSUB 10000
190  A$ = "lim":VT = 4:HT = 23: GOSUB
    8600:A$ = "f(x+h) - f(x)":VT
    = 4:HT = 27: GOSUB 8500
200  A$ = "f(x)    =":VT = 5.5:HT =
    14: GOSUB 10000:A$ = "3":VT =
    5.2:HT = 24: GOSUB 10000:A$ =
    "x - 5":VT = 5.9:HT = 23: GOSUB
    10000
210  HPLOT 150,82 TO 188,82
220  A$ = "f(x + h)    =":VT = 7:HT =
    11: GOSUB 10000:A$ = "3":VT =
    6.7:HT = 26: GOSUB 10000:A$ =
    "(x+h) - 5":VT = 7.3:HT = 22
    : GOSUB 10000
230  HPLOT 150,104 TO 209,104
240  A$ = "f(x+h) - f(x) =":VT = 8
    .5:HT = 7: GOSUB 10000
250  A$ = "3":VT = 8.1:HT = 26: GOSUB

```

```

10000:A$ = "(x+h) - 5":VT =
8.8:HT = 22: GOSUB 10000
260 A$ = "3":VT = 8.1:HT = 35: GOSUB
10000:A$ = "x - 5":VT = 8.8:
HT = 33: GOSUB 10000
270 HPLOT 150,128 TO 209,128: HPLOT
214,128 TO 219,128: HPLOT 22
4,128 TO 262,128
280 A$ = "=":VT = 10:HT = 21: GOSUB
10000:VT = 11.5:HT = 21: GOSUB
10000
290 A$ = "3(x-5) - 3(x+h+5)":VT =
9.7:HT = 23: GOSUB 10000:A$ =
"(x+h-5)(x-5)":VT = 10.3:HT =
24: GOSUB 10000
300 HPLOT 150,153 TO 269,153
310 A$ = "-3h":VT = 11.2:HT = 26:
GOSUB 10000:A$ = "(x+h-5)(x
-5)":VT = 11.9:HT = 23: GOSUB
10000
320 HPLOT 150,177 TO 242,177
330 GOSUB 7500: VTAB 12: PRINT :
PRINT : PRINT : PRINT "
Lw?QwIQ"
340 CALL - 990: HTAB 21: PRINT
"=: HTAB 21: PRINT "= .....
....."
350 A$ = "f(x + h) - f(x)":VT = 8
.5:HT = 5: GOSUB 8500:A$ = "
=:VT = 8.5:HT = 21: GOSUB 1
0000
360 A$ = "-3h":VT = 8.2:HT = 29: GOSUB
10000:A$ = "h(x+h-5)(x-5)":V
T = 8.8:HT = 24: GOSUB 10000

370 HPLOT 150,128 TO 250,128: HPLOT
180,152 TO 265,152
380 A$ = "lim":VT = 10:HT = 23: GOSUB
8600:A$ = "-3":VT = 9.7:HT =
33: GOSUB 10000
390 A$ = "(x+h-5)(x-5)":VT = 10.3
:HT = 27: GOSUB 10000
400 A$ = "df":B$ = "dx":VT = 10:H
T = 15: GOSUB 8300:A$ = "(x)
":VT = 9.7:HT = 17: GOSUB 19
000
410 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
= "R" THEN 100

```

```

420 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdB{
      d 4          = 3 (x-5)  $ "
430 PRINT : HPRINT 140,142 TO 183
      ,142
440 GOSUB 7500: IF COS = "R" THEN
      100
600 REM
      <[dOtz 5

610 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
      " <[d 5      iYvzd x jOQi 1e
      y jOQ[fZfOg?Ot=Rd;NvgjbQz?
      wMm"
620 PRINT " QsZYiqB{ t jOQ xs j
      OQ y"
630 PRINT " Lw?Qw(Q y = f(x) @n
      ?iSyQ s = f(t)
      j]f iSyQ"
640 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 6:HT
      = 10: GOSUB 8300:A$ = "ds":
      B$ = "dt":VT = 6:HT = 16: GOSUB
      8300
650 PRINT : PRINT "      = f'(t
      ) =
      = v (iYvzd
      v =vd="gYi[y'iqQ[fZfi^]gt)"

660 A$ = "ds":B$ = "dt":VT = 8:HT
      = 5: GOSUB 8300:A$ = "lim":
      VT = 8:HT = 20: GOSUB 8600
670 A$ = "f(x+h) - f(x)":VT = 8:H
      T = 24: GOSUB 8500
680 CD$ = "R": GOSUB 7500
690 REM
700 A$(1) = " N[geY:g[ld?:gfi=]vz
      dQOtzad?wMmBQsLbQm?iSyQ"
710 A$(2) = " s = 5t $ +3 iYvzd s
      iSyQ[fZfOg?YtbQz?ZiSyQiYm["

720 A$(3) = " t iSyQi]gYtbQz ZiS
      yQ'sQgOt @7hg="gYi[y'iqQ"
730 A$(4) = "<[f t = 8 "eQgOt"
740 A$(5) = "CsPtOvg iqb{ s = f(
      t) = 5t $ + 3"
750 A$(6) = " iQvzd?@g; ="gYi[y'i

```

```

      qQ~Kfi^]g t iqlk =vd"
760 A$(7) = "b[vd f'(t)"
770 A$(8) = "@firL{"
780 FOKK 33,40: FOKK 34,0: PRINT
      CHR$(16)
790 VTAB 1: PRINT "      Mw`dZzg?Otz
      4 ""
800 VTAB 2: HTAB 3: PRINT A$(1):
      VTAB 3: PRINT A$(2): VTAB 4
      : HTAB 3: PRINT A$(3)
810 VTAB 5: PRINT A$(4): PRINT :
      PRINT A$(5)
820 PRINT A$(6)
830 A$ = "ds":B$ = "dt":VT = 8:HT
      = 35: GOSUB 8300:HT = HT +
      3
840 HPLOT 0,110 TO 30,110
850 VTAB 9: HTAB 1: PRINT A$(7)
860 VTAB 10: HTAB 5: PRINT "      @f
      irL{ " : VTAB 11: PRINT "f = (
      t) =";
870 A$ = "ds":VT = 11:HT = 9: GOSUB
      8300:HT = HT + 2: HTAB HT: PRINT
      ""
880 A$ = "lim":HT = HT + 2: GOSUB
      8600
890 A$ = "f(.....) - f(.....)": GOSUB
      8500
900 VTAB 5
910 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CD$
      = "R" THEN 690
920 VTAB 12
930 A$(1) = "iQvzd?@g; s = f(t)
      = 5t $ + 3"
940 A$(2) = "      f(t+h; =.....
      ....."
950 A$(3) = "      =.....
      ....."
960 A$(4) = " @firL{ f'(t) =
      ....."
970 A$(5) = "iYvzd t=8 @firL{ f'(
      8) =....."
980 A$(6) = "Lw?Qw{Q =`gYi|y`iqQ@
      Kfi^]g t=8 `sQgOt iSyQ"
990 A$(7) = ".....iYH|/`s
      QgOt"
1000 VTAB 12: PRINT
1010 FOR K = 1 TO 3: HTAB 3: PRINT
      A$(K): NEXT
1020 PRINT : HTAB 3: PRINT A$(

```

```

3)
;
1030 A$ = "f(t+h) - f(t)":VT = 11
:HT = 2: GOSUB 8500: VTAB 11
: HTAB HT + 1: PRINT "="
1040 A$ = " ..... ":HT =
HT + 3: GOSUB 8500
1050 PRINT : PRINT : GOSUB 7500:
IF CO$ = "R" THEN 690
1060 PRINT " A$(4): PRINT " "
A$(3): PRINT A$(5): PRINT A$
(6): PRINT A$(7);
1070 A$ = "lin":VT = 8:HT = 19: GOSUB
8600
1080 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
$ = "R" THEN 690
1090 PRINT : PRINT " iA]Z=xgMdf<
{d 5 t + h t 5 (t + h)
$+ 35t $+10th +5h $ +3"
1100 PRINT " 10th + 5h $ 10t +
5h 10t + 5h 10t 80
80"
1110 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
690
1200 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34
,0: PRINT CHR$(16)
1210 VTAB 1: PRINT " i
p@OZ~SwEbg "

1220 VTAB 3: PRINT " ). @?bgdQ
mVwQP~<d"kw?;~EwQ f(x) = 8x
"
1230 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
$ = "R" THEN VTAB 3: HTAB 1
: PRINT "": GOTO 1220
1240 PRINT : PRINT " iA]Z=xgMdf<
{d 1 f'(x) = 8"
1250 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
VTAB 3: HTAB 1: PRINT "": GOTO 1220

```

```

1260 VTAB 7: PRINT "      2.  @?hg v
    @g:ey;g[ a = t $ iyvd t=10"

1270 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
    $ = "R" THEN VTAB 7: HTAB 1
    : PRINT "": GOTO 1260
1280 PRINT : PRINT "      1.  a]z=sgNR
    {d 2 v = 20"
1290 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
    VTAB 7: HTAB 1: PRINT "": GOTO
    1260
1300 PRINT CHR$(16): VTAB 3: HTAB
    4: PRINT " @R=geOts 7 i[+ZE[
    {dzj}[ 1. < dORO^Q=grQt. ?
    dt;=lv{? 2. ;]qRipS[j;IYb
    ]w;Lt; *gipS[l;IMe"i]ed;"
1310 VTAB 6: HTAB 16: PRINT "": VTAB
    6: HTAB 17: INPUT "": A$: IF
    A$ > "2" OR A$ < "1" THEN 13
    10
1320 VTAB 6: HTAB 1: PRINT "": VTAB
    6 - VAL (A$): HTAB 1: PRINT
    ""
1330 VTAB 1: PRINT : IF A$ = "1"
    THEN PRINT CHR$(4): "RUN
    MATH.PART?"
1340 PRINT CHR$(4): "RUN MAIN"
7000 END
7500 POKE - 16388,0: CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
    GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
    GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
    CO$ = "R": CD$ = "": HCOLOR=
    3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN

```



```

CO$ = "C":CB$ = "":HCOLOR=
3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: HELOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: HELOT 265 -
K,185 + K TO 265 - K,191 - K
: NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000: TH
= LEN (A$) - LEN (B$): HT =
HT - TH - 2
8310 A$ = B$: VT = VT + .6: GOSUB
10000: HPLOT X - 7, Y - 8 TO
X + 4, Y - 8: VT = VT - .4: HT =
HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$: A$ = LEFT$ (B$,1): V
T = VT - .2: GOSUB 10000: HT =
HT - 1: A$ = RIGHT$ (B$,1): V
T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLOT
X, Y - 8 TO X + 7, Y - 8: RETURN

8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
Y + 2 TO X + 4, Y + 2
8510 DRAW ASC ("h") - 31 AT X -
LEN (A$) * 3.5, Y + 10: VT =
VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
= "h 0": VT = VT + .6: HT =
HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
- 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 6: VT = VT - .4: HT = HT
+ 1: RETURN
8700 A$ = " h 0": GOSUB 10000: HPLOT
X - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7, VT * 16 -
8: DRAW ASC ( MID$ (A$,3,1)

```

10 REM

MATH.PART8

20 REM

MATH8/1

30 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,0  
: HCOLOR= 3

40 A\$(0) = "@g;[nS":A\$(1) = "O IS  
yQ@mL\_nQZ";]g?<d?"?:]Y"

50 A\$(2) = "OA iSyQ[w\_Yt;d?"?:]Y"

60 A\$(3) = "j]f PA Mw{?Ag;]wE[w\_  
Yt QA"

70 A\$(4) = "Otz@mL A"

80 A\$(5) = "i[tZ;ia{QM[V PA "zg "  
+ CHR\$(34) + "ia{Q  
." + CHR\$(34)

90 A\$(6) = "C?;]Y O Otz@mL A"

100 PRINT CHR\$(16): VTAB 1: FTAB  
10: PRINT " =gROtz 8 =gYBwQ  
<d?ia{Qip={? " = VTAB 2: HTAB  
1: PRINT " <{dotz 1 "

110 HPLOT 70,80: DRAW ARC ("O")  
- 31 AT 73,80

120 FOR K = 0 TO 360 STEP 4

130 X = 70 + 30 \* SIN (K / 180 \*  
3.14):Y = 80 + 30 \* COS (K /  
180 \* 3.14)

140 IF K > 0 THEN 160

150 HPLOT X,Y

160 HPLOT TO X,Y

170 NEXT : HPLOT 20,110 TO 70,11

0: VTAB 8: HTAB 11: PRINT "A  
"

180 HPLOT 70,80 TO 70,110: VTAB

8: HTAB 2: PRINT "P"

190 FOR K = 0 TO 4: VTAB K + 3: HTAB

17: PRINT A\$(K): NEXT

200 PRINT : PRINT A\$(5);" ";A\$(6  
)

210 C0\$ = "R": GOSUB 7500: IF C0\$  
= "R" THEN 20

220 VTAB 10

230 PRINT : PRINT " =HdRc{dotz J  
=vd ia{QawY'Twa "

240 GOSUB 7500: IF C0\$ = "R" THEN  
20

1400 REM

MATH 8/2 =gROtz8

```

      <{d2
1410 REM
      Yt<{d 2-3
1420 REM
      <{d 2
1430 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34
      ,0: HCOLOR= 3
1440 A$(1) = "=^gYbYgZ<d?ia{QawYT
      wa"?;]Y"
1450 A$(2) = "Otzi=Zi[tZQYg =vdia
      {QM[?OtzMwL"
1460 A$(3) = ";wBaz^Qip={?<d?^?;]
      YiVtZ?@mL"
1470 A$(4) = "iLtZ^irYs^zg@fMddd
      ;irSiOzgir["
1480 A$(5) = ";yMgY"
1490 A$(6) = " jMzaxgb[orRia{Qip=
      {?Owz^irS i[girYzazYg[N@fiqb
      i="gY"
1500 A$(7) = "bYgZ<d?ia{QawYTwais
      {Qip={?iBzQiLtZ^;wRia{QawYTw
      a<d?"
1510 A$(8) = " ^?;]YirL[ @g;[nS@fi
      byQ^ag ia{QM[? PQ awYTwaz^Q
      "
1520 A$(9) = "ip={?Otz@mL P jMwL
      L;wBaz^Qip={?dt;@mLbQuz?Otz
      Q"
1530 POKE 33,40: POKE 34,0: PRINT
      CHR$( 16)
1540 VTAB 1: PRINT "      <{d2 " = FOR
      K = 1 TO 5: VTAB K + 1: HTAB
      18: PRINT A$(K): NEXT
1550 FOR K = 6 TO 9: VTAB K + 2:
      PRINT A$(K): NEXT
1560 HPLOT 0,100 TO 100,2
1570 FOR K = - 20 TO 100 STEP 4

1580 X = 20 * SIN (K / 180 * 3.1
      4):Y = 20 * COS (K / 180 *
      3.14)
1590 HPLOT 41 - X,90 - Y: NEXT
1600 FOR K = 0 TO 106 STEP 2
1610 X = 50 * SIN (K / 180 * 3.1
      4):Y = 55 * COS (K / 180 *
      3.14)
1620 HPLOT 43 + X,16 + Y: NEXT
1630 A$ = "P":VT = 5:HT = 3.4: GOSUB
      10000
1640 A$ = "Q":VT = .9:HT = 12.6: GOSUB

```

```

10000
1650 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF EC
    O$ = "R" THEN 1430
1660 REM
    <<{dotz 3
1670 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34
    ,0: HCOLOR= 3
1680 A$(1) = "=^gYbYgZ<d?i{QawYT
    waia{Q"
1690 A$(2) = "ip={?iqLk iqQOtzQt(
    =vd ia{QM[?Otz"
1700 A$(3) = "dZznigQMxgjbQa?iq;}
    ;wEia{QM[?"
1710 A$(4) = "Otz]g;TzgQ@mL 2 @mL
    Cuz?i;vdr"
1720 A$(5) = "OwR;wQaQsO"
1730 A$(6) = " az^Q<d?ia{QM[?Ot
    z]g;MwL"
1740 A$(7) = "ia{Qip={?i[tZ;^gia
    {QMwL;[gW"
1750 A$(8) = "(secant)"
1760 A$(9) = "@g;[eS ia{QM[? P
    X i[tZ;^zia{QawYTwaiia{Qip={
    ?"
1770 A$(10) = " j]fia{Q PQ
    i[tZ;^zg ....."
1780 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
    " <{d3. "
1790 GOSUB 1810
1800 FOR K = 1 TO 9: VTAB K + 1:
    HTAB 20: PRINT A$(K): NEXT
    : GOTO 1880
1810 FOR K = -15 TO 75 STEP 2
1820 X = 45 * SIN (K / 180 * 3.14)
    4):Y = 55 * COS (K / 180 *
    3.14)
1830 HPLOT 30 + X,70 + Y: NEXT
1840 HPLOT TO 100,5: HPLOT 20,1
    40 TO 110,10: HPLOT 10,128 TO
    110,110
1850 A$ = "P(x,y)":VT = 8.5:HT =
    6: GOSUB 10000
1860 A$ = "X":VT = 7.5:HT = 17.5:
    GOSUB 10000:A$ = "Q":VT = 3
    :HT = 12: GOSUB 10000
1870 RETURN
1880 VTAB 11: PRINT A$(9): VTAB
    12: PRINT A$(10);: VTAB 4
1890 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO

```

```

$ = "R" THEN 1660
1900 VTAB 10: PRINT "": VTAB 9
1910 PRINT : PRINT "      =hMdR<{dOtz
      3 =vd                      MwL; [EW"
1920 GOSUB 7500: IF C0$ = "R" THEN
1660
2000 REN
      MATH8/4=gR0tz8<{d4
2010 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34
      ,0: HCOLOR= 3
2020 DIM A$(30)
2030 A$(1) = "      Vs@g[Kg="gYBwQj]fdQ
      mVwQP~<d?Ww?;"BwQ y=mx+c"
2040 A$(2) = "      MwrdZag?"
2050 A$(3) = "@?bg="gYBwQj]fdQmVw
      QP~<d?Ww?;"BwQ y=mx+c"
2060 A$(4) = "^sPtOh"
2070 A$(5) = "@g;Otzi[+ZQYgj]{^"
2080 A$(6) = "="gYBwQd?Ww?;"BwQ
      y=mx+c      =vd m"
2090 A$(7) = "@g;QsZgY"
2100 A$(8) = "iQvzd?@g;"
2110 A$(9) = "y=f(x)=mx+c"
2120 A$(10) = "@firL{"
2130 A$(11) = "f(x+h)=m(x+h)+c"
2140 A$(12) = "j}f"
2150 A$(13) = "f(x+h)-f(x)=m(x+h)
      +c-mx-c"
2160 A$(14) = "=mh"
2170 A$(15) = "Lw?Qw{Q"
2180 A$(16) = " <{d4 "
2190 PRINT CHR$(16)
2200 PRINT A$(16);: PRINT A$(1)
2210 PRINT A$(2);: PRINT A$(3)
2220 PRINT A$(4);: PRINT " ": PRINT
      A$(5);: PRINT " ";: PRINT A$(
      6)
2230 HPLOT 3,62 TO 28,62
2240 PRINT "      .";: PRINT A$(7)

2250 A$ = "dy":E$ = "dx":HT = 15:
      VT = 6: GOSUB 8300
2260 HTAB 12: VTAB 6.9: PRINT "=
      "
2270 A$ = "lim":VT = 6.1:HT = 21:
      GOSUB 8600
2280 A$ = "f(x+h)-f(x)":VT = 6:HT
      = 28: GOSUB 8500
2290 PRINT
2300 PRINT "      ";: PRINT A$(8)
      ;

```

```

2310 PRINT " "; PRINT A$(9
)
2320 PRINT " "; PRINT A$(10
); PRINT " "; PRINT A$(
11)
2330 PRINT " "; PRINT A$(12
); PRINT A$(13)
2340 PRINT "
;
2350 PRINT A$(14)
2360 GOSUB 7500
2370 PRINT "
2380 PRINT A$(15)
2390 A$ = "dy":C$ = "dx":VT = 11:
HT = 16: GOSUB 8300
2400 VTAB 11: HTAB 20: PRINT "="
2410 A$ = "lim":VT = 11.2:HT = 22
: GOSUB 8600
2420 A$ = "mh":B$ = " h":VT = 11.
1:HT = 27.3: GOSUB 8300
2430 PRINT
2440 HTAB 20: PRINT "= ....."
2450 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
$ = "R" THEN 2000
2460 PRINT
2470 PRINT " iAjZ=hMdR<{d4
m "
2480 A$(17) = "QwzQ=vd =ngYBwQj]f
dQmVwQP"<d?Ww?;"BwQ yamx+c"
2490 A$(18) = "Yt=zgiQag=ag iQag;w
Q=vdiMzg?iOzg;wR m"
2500 PRINT : PRINT A$(17): PRINT
A$(18)
2510 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
2000
3000 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$(
(4);"RUN MATH.PARTS-II"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN

```

```

      CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7555  GOTO 7510
7570  FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
      ,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
      0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
      K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
      RETURN
7590  FOR K = 275 TO 265 STEP -
      1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
      : FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
      K,185 + K TO 265 - K,191 - K
      : NEXT : RETURN
8300  VT = VT - .2: GOSUB 10000:TH
      = LEN (A$) - LEN (B$):HT =
      HT - TH - 2
8310  A$ = B$:VT = VT + .6: GOSUB
      10000: HPLOT X - 7,Y - 8 TO
      X + 4,Y - 8:VT = VT - .4:HT =
      HT + TH
8320  RETURN
8350  B$ = A$:A$ = LEFT$ (B$,1):V
      T = VT - .2: GOSUB 10000:HT =
      HT - 1:A$ = RIGHT$ (B$,1):V
      T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLOT
      X,Y - 8 TO X + 7,Y - 8: RETURN

8500  VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
      X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
      Y + 2 TO X + 4,Y + 2
8510  DRAW ASC ("h") - 31 AT X -
      LEN (A$) * 3.5,Y + 10:VT =
      VT + .2: RETURN
8600  VT = VT - .2: GOSUB 10000:A$
      = "h 0":VT = VT + .6:HT =
      HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
      - 20,Y - 3 TO X - 3,Y - 3 TO
      X - 6,Y TO X - 3,Y - 3 TO X -
      6,Y - 6:VT = VT - .4:HT = HT
      + 1: RETURN
8700  A$ = " h 0": GOSUB 10000: HPLOT
      X - 20,Y - 3 TO X - 3,Y - 3 TO
      X - 6,Y TO X - 3,Y - 3 TO X -
      6,Y - 6: RETURN
8800  DRAW ASC ( LEFT$ (A$,1) ) -
      31 AT (HT - 1) * 7,VT * 16 -
      8: DRAW ASC ( MID$ (A$,3,1)
      ) - 31 AT (HT - 1) * 7,VT *
      16 + 2
8810  HPLOT (HT - 1) * 7 - 1,VT *
      16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 7,V

```

```

T * 16 - 6
8820 DRAW ASC ( RIGHT$ (A$,1)) -
      31 AT (HT - 1) * 7 + 11,VT *
      16 - 4: RETURN
8900 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
      4: HPLOT X,Y TO X + 2,Y + 2 TO
      X + 4,Y - 7 TO X + 11,Y - 7:
      RETURN
8910 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
      4: HPLOT X,Y TO X + 2,Y + 2 TO
      X + 4,Y - 13 TO X + 20,Y - 1
      3: RETURN
8950 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
      6: HPLOT X,Y TO X + 3,Y: FOR
      K = 2 TO 3: HPLOT X + 3,Y -
      3: HPLOT X + 3,Y + 3
8952 HPLOT X + K - 1,Y - K: HPLOT
      X + K - 1,Y + K: NEXT : HPLOT
      X,Y - 1: HPLOT X,Y + 1: RETURN

9999 REM i<tZQMw^bQw?ayd
10000 X = (HT - 2) * 7:Y = VT + 1
      6 - 4: POKE 233,48: POKE 232
      ,0: SCALE= 1: ROT= 0: HCOLOR=
      3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$):N =
      ASC ( MID$ (A$,K,1)): IF N =
      5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
      110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
      X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (N / 109) * 3
      T:N = N - 31 + 69 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
      LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
      % * 7,Y + 3:LE = 0: GOTO 101
      10
10080 IF X + N% * 7 > 275 THEN X
      = 7:Y = Y + 15
10090 DRAW N AT X + N% * 7,Y:Y =
      X + N% * 7:HT = HT + 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
      152 AND N < 160) THEN LE = 1

10110 NEXT : RETURN
20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
      ST = 0
20010 RETURN

```

]



]LIST

```

5  REM
      MATH.PART8-II

10  REM
      <{d0tz 5

20  CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,0
      : HCOLOR= 3
30  A$(1) = " @g;[nS @mL P j]f Q"
40  A$(2) = "dZznRQ;[gW<d?Ww?;^BwQ
      "

50  A$(3) = "y = f(x)"
60  A$(4) = " [fZf AB = h"
70  A$(5) = " [fZf CD = k"
80  PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
      " <{d 5 =^gYbYgZ<d?ia{QawVT
      ] wa^? "
90  HPLOT 15,130 TO 15,20 TO 12,2
      3 TO 15,20 TO 18,23: HPLOT 1
      0,115 TO 150,115 TO 147,112 TO
      150,115 TO 147,118:A$ = "Y":
      VT = 2.1:HT = 4.1: GOSUB 100
      00
100  FOR K = 0 TO 100
110  X = 70 * SIN (K / 180 * 3.14
      ):Y = 70 * COS (K / 180 * 3
      .14)
120  HPLOT 30 + X,20 + Y: NEXT
130  HPLOT 20,110 TO 110,20
140  A$ = "0 A E X":V
      T = 8.2:HT = 2: GOSUB 10000
150  HPLOT 15,33 TO 98,33 TO 98,1
      15: HPLOT 15,89 TO 41,89 TO
      41,115
160  A$ = "P(x,y)":VT = 5:HT = 4: GOSUB
      10000
170  A$ = "Q":VT = 2:HT = 14: GOSUB
      10000:A$ = "h":VT = 6.9:HT =
      11: GOSUB 10000
180  A$ = "C":VT = 2.5:HT = 2: GOSUB
      10000:A$ = "D":VT = 6:HT = 2
      : GOSUB 10000:A$ = "K":VT =
      4.1:HT = 2: GOSUB 10000
190  HPLOT 43,98 TO 43,95 TO 46,9
      2: HPLOT 43,95 TO 95,95 TO 9
      3,98: HPLOT 95,95 TO 93,92
200  HPLOT 1,38 TO 4,35 TO 7,38: HPLOT

```

```

4,35 TO 4,84 TO 7,81: HPLOT
4,84 TO 1,81
210 FOR K = 1 TO 5: VTAB K + 1: HTAB
22: PRINT A$(K): NEXT
220 VTAB 9: PRINT "      ip=dd["LsiQMd?@mL P =vd (x,y)"
230 A$ = "ip=dd["LsiQMd?@mL Q =v
d(x + . . . , y + . . .)"
240 VTAB 10: PRINT "Lw?Qw{Q";A$
250 CDS$ = "R": GOSUB 7500: IF CDS$
= "R" THEN 10
260 VTAB 9: PRINT ""
270 PRINT "      iA]Z=xgMdR{d 5
h k"
280 GOSUB 7500: IF CDS$ = "R" THEN
10
285 CLEAR : POKE 34,0: PRINT CHE$(
(16)
290 PRINT " iQvzd?@g;ia{QM[? FQ
TzgQ@mL P(x,y) j]f Q(x+
h,y+k)"
292 PRINT " Lw?Qw{Q =`gYBwQ@d?ia
{QM[? FQ
= ---- 1"
296 PRINT "iV[gf^zg (x,y) f @fir
L[ y(f(x) "
298 PRINT "j]f (x+h,y+k) f @firL
{ y+k = f(x+h)"
300 PRINT " Qxg=xgQtzirL{irSjO
QiqQ 1 "
304 PRINT " @firL{ =^gYBwQ@d?ia{
QM[? FQ
="
310 A$ = "(y+k) - y":VT = 4.6:HT =
8.5: GOSUB 10000:A$ = "(x+h)
- x":VT = 5.4:HT = 8.5: GOSUB
10000
311 A$ = "k/h":VT = 5:HT = 19.5: GOSUB
8350
312 HPLOT 50,72 TO 118,72
320 A$ = "f(x+h) - f(x)":VT = 10:
HT = 6: GOSUB 8500:A$ = "k/h
":VT = 10:HT = 22: GOSUB 835
0
340 CDS$ = "R": GOSUB 7500: IF CDS$
= "R" THEN 285
410 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: HCOLOR= 3
420 A$(1) = " iYczdi]vd;iqB{@mL

```

```

      Q Cuz?dZzniq;][ P Yg;:^zg Q
      j]f"
430 A$(2) = "[fZf AE iqQ[nSiSyQ h
      "
440 A$(3) = " @firL{ ip=dd["LsiQ
      M<d?@mL Q =vd"
450 A$(4) = " (x + ....
      , f(x + ....)"
460 A$(5) = "Lw?Qw{Q =^gYBwQ<d?ia
      {QM[? FQ iQng;wR"
470 A$(6) = "(.....)"
480 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
      " 5 "
490 GOSUB 6000
500 VTAB 9: HTAB 1: PRINT "": FOR
      K = 1 TO 3: VTAB K + 8: PRINT
      A$(K): NEXT : PRINT A$(4);
510 A$ = "1":VT = 9.3:HT = 16: GOSUB
      10000:VT = 10.3:HT = 18: GOSUB
      10000:VT = 11.3:HT = 24: GOSUB
      10000
520 GOSUB 7500
530 VTAB 9: HTAB 1: PRINT ""
540 VTAB 10: HTAB 1: PRINT A$(5)

550 A$ = "1":VT = 10.3:HT = 24: GOSUB
      10000
560 A$ = "f(.....) - f(.....)
      ":VT = 11.4:HT = 13: GOSUB 1
      0000
570 HPLOT 22,179 TO 242,179
580 A$ = "(.....)":VT = 12.2:HT =
      19: GOSUB 10000
590 CO$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
      = "R" THEN 500
600 VTAB 9: HTAB 1: PRINT ""
610 VTAB 9: PRINT " iA]Z=xgMdr<{
      d 5 h b x + h
      x h";
620 A$ = "1":VT = 9.3:HT = 20: GOSUB
      10000:HT = 31: GOSUB 10000
630 A$ = "1":VT = 10.3:HT = 23: GOSUB
      10000:VT = 11.3:HT = 21: GOSUB
      10000
640 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      500
900 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
      0: HCOLOR= 3
920 A$(1) = " iYvzdi]vd;iqR{@mLQt
      ziq;][ P i<{gYgi[vzdZk MgYio

```

```

{Qip={?"
930 A$(2) = "[fZf h @f]L]?L{^Z"
940 A$(3) = " dg@;]zg~irL{^zg iY
vzd"
950 A$(4) = "PQ ;yiq;]{@fiSyQia(Q
awYTwais{Qip={?"
960 A$(5) = "Otz@mL F Cuz?='gYBwQ
<d?ia{QM[? PQ Qt{@fiOzg;wR"
970 A$(6) = " ia{QM[? PQ Cuz?Tzg
Q@mL P j]f Q Otzi;vRRCwR;wQQ

t{@f"
980 A$(7) = "dZsnigQMxgjbQz?iq;]{
i=tz?;wRHxgjbQz?<d?ia{QawYTw
ais{Q"
990 A$(8) = "ip={?Otz@mL P @u?M;]
?iqb{iqB{;wQ'zg = 'gYBwQ<d?ia
{QM[?"
1000 A$(9) = "Cuz?awYTwais{Qip={?
Otz@mL F(x,y) iqLk iOzg;wR"
1010 VTAB 1: HTAB 1: PRINT " 6 "
1020 VTAB 8: HTAB 1: PRINT "": GOSUB
6100
1030 FOR K = 1 TO 2: VTAB K + 8:
PRINT A$(K): NEXT : GOSUB 7
500
1040 VTAB 9: PRINT "": VTAB 9: HTAB
1: PRINT A$(3)
1050 VT = 9: HT = 18: GOSUB 8700: VTAB
9: HTAB 26: PRINT A$(4);A$(5
)
1060 A$ = "f(x+h) - f(x)":VT = 11
:HT = 7: GOSUB 8500: VTAB 11
: HTAB HT: PRINT "iYvzd "
1070 VT = 11:HT = 23: GOSUB 8700
1080 GOSUB 7500: VTAB 9: HTAB 1:
PRINT ""
1090 FOR K = 6 TO 9: VTAB K + 2:
HTAB 1: PRINT A$(K);: NEXT
1100 A$ = "f(x+h) - f(x)":VT = 11
.8

```

```

      :HT = 7: GOSUB 8500
1110 A$ = "iYvzd ": GOSUB 10000
1120 HT = HT - 1: GOSUB 8700: VTAB
      1: PRINT ""
1130 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
      $ = "R" THEN 900
1200 CLEAR : POKE 34,0
1210 A$(1) = " QsZgY iYvzd; xgbQL
      Ww?;~BwQQtzYt;[gWiSyQia{Q"
1220 A$(2) = "ip={?L(^Z-aY;g["
1230 A$(3) = "y = f(x) ia{QawYTw
      ia{Qip={?Qtz@mL p(x,y) iql"
1240 A$(4) = "k @fiSyQia{QM[?QtzT
      zgQ@mL P j]fYt='gYBwQiQng;wE
      ""

1250 PRINT CHR$(16): VTAB 1
1260 PRINT : PRINT " ";A$(1);A$
      (2);" ";A$(3);A$(4)
1265 PRINT : PRINT
1270 A$ = "lim":VT = 6:HT = 10: GOSUB
      8600
1280 A$ = "f(x + h) - f(x)":VT =
      6:HT = 14: GOSUB 8500
1283 PRINT " @fiByQ`ng ;g[bg="g
      YBwQ<d?ia{QawYTwiaia{Qip={? K
      @mL P(x,y) iqlk =vd;g[hgdQm
      VwQP`<d?Ww?;~BwQ f Qtz x Qaw
      Qid?"
1284 VTAB 8: HTAB 10: PRINT " ":
      VTAB 11
1288 PRINT " QsZgY
      a{Qip={? K @mL P(x,y) iqlk R
      Qia{Qip={? bYgZnu? =gYBwQ<d
      ?ia{QawYTwiaia{Qip={? K @mL P
      "" ;
1290 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
      $ = "R" THEN 1200
1293 CLEAR : PRINT CHR$(16): VTAB
      1: PRINT " ip=OZ~
      SwEbg ""
1295 PRINT " 1. @?bg = ~gYBwQj ]
      fdQmVwQP`<d?ia{QM[?
      y = -mx + c"
1296 CD$ = "R": GOSUB 7500: PRINT
      : IF CO$ = "R" THEN 1293
1297 PRINT " ia]Z=xgmde<{d 1 =vd
      -m--m"
1298 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      1293
1300 CLEAR : PRINT CHR$(16)
1310 PRINT " 2. @g; aY; g[ ia{QM
      [? y = x - mx -5 @?
      bg ;.=~gYBwQ<d?ia{QM[?Qt{<
      .dQmVwQP`<d?ia{QM[?Qt{["

```

```

1320 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
    $ = "R" THEN 1300
1330 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgM-R<
    {d 2 =vd      ;      1 -m <      1 -m"
1340 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
    1300
1345 PRINT CHR$(16): VTAB 5: HTAB
    6: PRINT " @R=gROtz 8 j][^Qf
    ..
1347 HTAB 8: PRINT "1 <d;]vFairSi
    [tZQM{Q=gRQt{igbYa2 i[tZQFON
    zdirSLt; "zg"
1350 VTAB 8: HTAB 6: PRINT "ipS[
    L;LMw i]vd; "; INPUT "";A$:
    IF A$ > "2" OR A$ < "1" THEN
    VTAB 8: HTAB 17: PRINT "": GOTO
    1350
1355 VTAB 8: HTAB 1: PRINT "": VTAB
    8 - VAL (A$): HTAB 1: PRINT
    ""
1360 IF A$ = "1" THEN VTAB 1: PRINT
    : PRINT CHR$(4);"RUN MATH.
    PART8"
1400 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$(
    4);"RUN MAIN"
6000 HPLOT 40,110 TO 40,1 TO 37,
    4 TO 40,1 TO 43,4: HPLOT 35,
    108 TO 260,108 TO 257,105 TO
    260,108 TO 257,111
6010 A$ = "Y":VT = 1:HT = 7.4: GOSUB
    10000:A$ = "X":VT = 7:HT = 3
    9: GOSUB 10000
6020 A$ = "O      A      E E
    ":VT = 7.7:HT = 6: GOSUB 100
    00
6025 FOR K = 0 TO 65
6030 X = 100 * SIN (K / 180 * 3.
    14):Y = 70 * COS (K / 180 *
    3.14)
6040 HPLOT 80 + X,70 + Y: NEXT
6045 HPLOT TO X + 100,2
6046 HPLOT 80,100 TO 200,10: HPLOT
    78,100 TO 200,30
6050 A$ = "P(x,y)":VT = 5.4:HT =
    9: GOSUB 10000:A$ = "Q":VT =
    1.6:HT = 25: GOSUB 10000
6060 HPLOT 97,90 TO 97,108: HPLOT
    171,108 TO 171,47: HPLOT 179
    ,108 TO 179,25
6065 A$ = "h":VT = 6.7:HT = 20: GOSUB

```

```

10000:A$ = "1":VT = 8.9:HT =
21: GOSUB 10000
6067 HPLOT 102,91 TO 99,94 TO 16
9,94 TO 166,91: HPLOT 102,97
TO 99,94: HPLOT 166,97 TO 1
69,94
6068 A$ = "Q":VT = 3.5:HT = 26: GOSUB
10000:A$ = "1":VT = 3.8:HT =
27: GOSUB 10000
6070 RETURN
6100 HPLOT 75,95 TO 200,50: FOR
K = 1 TO 500: NEXT
6110 A$ = "Q":VT = 5:HT = 23: GOSUB
10000:A$ = "2":VT = 5.3:HT =
24: GOSUB 10000
6200 HPLOT 75,93 TO 200,70: FOR
K = 1 TO 500: NEXT
6210 A$ = "Q":VT = 5.7:HT = 20: GOSUB
10000:A$ = "a":VT = 6:HT = 2
1: GOSUB 10000
6300 HPLOT 75,90 TO 200,67: RETURN

7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
CO$ = "F":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
K,185 + K TO 265 - K,191 - K
: NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000:TH
= LEN (A$) - LEN (B$):HT =
HT - TH - 2
8310 A$ = B$:VT = VT + .6: GOSUB

```

```

10000: HPLOT X - 7, Y - 8 TO
X + 4, Y - 8: VT = VT - .4: HT =
HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$: A$ = LEFT$(B$, 1): V
T = VT - .2: GOSUB 10000: HT =
HT - 1: A$ = RIGHT$(B$, 1): V
T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLOT
X, Y - 8 TO X + 7, Y - 8: RETURN

8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
X - (LEN(A$) - 1) * 7 - 1,
Y + 2 TO X + 4, Y + 2
8510 DRAW ASC("b") - 31 AT X -
LEN(A$) * 3.5, Y + 10: VT =
VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
= "h 0": VT = VT + .6: HT =
HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
- 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 6: VT = VT - .4: HT = HT
+ 1: RETURN
8700 A$ = "h 0": GOSUB 10000: HPLOT
X - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC(LEFT$(A$, 1)) -
31 AT (HT - 1) * 7, VT * 16 -
8: DRAW ASC(RIGHT$(A$, 1)) -
31 AT (HT - 1) * 7, VT *
16 + 2
8810 HPLOT (HT - 1) * 7 - 1, VT *
16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 7, V
T * 16 - 6
8820 DRAW ASC(RIGHT$(A$, 1)) -
31 AT (HT - 1) * 7 + 11, VT *
16 - 4: RETURN
8900 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
4: HPLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
X + 4, Y - 7 TO X + 11, Y - 7:
RETURN
8910 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
4: HPLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
X + 4, Y - 13 TO X + 20, Y - 1
3: RETURN
8950 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
6: HPLOT X, Y TO X + 3, Y: FOR
K = 2 TO 3: HPLOT X + 3, Y -
3: HPLOT X + 3, Y + 3
8952 HPLOT X + K - 1, Y - K: HPLOT
X

```



```

+ K - 1, Y + K: NEXT : HPLOT
X, Y - 1: HPLOT X, Y + 1: RETURN

```

```

9999 REM i<tZQ|w`bQw?avd
10000 X = (HT - 2) * 7: Y = VT * 1
      6 - 4: POKE 233, 48: POKE 232
      , 0: SCALE = 1: ROT = 0: HCOLOR =
      3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$): N =
      ASC ( MID$ (A$, K, 1)): IF N =
      5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
      110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
      X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (R / 109) * S
      T: N = N - 31 + 89 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
      LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
      % * 7, Y + 3: LE = 0: GOTO 101
      10
10080 IF X + N% * 7 > 275 THEN X
      = 7: Y = Y + 15
10090 DRAW N AT X + N% * 7, Y: X =
      X + N% * 7: HT = HT + 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
      152 AND N < 160) THEN LE = 1

10110 NEXT : RETURN
20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
      ST = 0
20010 RETURN

```

```

]

```

]LIST

2 REM

MATH.PART9

10 CLEAR : POKE 34,0

20 A\$(1) = " QsZgY i Yvzd ; xgbQLWw  
?;~BwQOtzYt;[gWiSyQia{Q"

30 A\$(2) = "ip={?L{^Z-aY;g["

40 A\$(3) = "y = f(x) ia{QawYTwaia  
{Qip={?Otz@mL p(x,y) iqL"50 A\$(4) = "k @fiSyQia{QM[?OtzTzg  
Q@mL P j]fYt=^gYBwQiOzg;wR"60 PRINT CHR\$(16): VTAB 1: PRINT  
" (=gEOtz 9 =^gYBwQ<d?i  
a{Qip={? -Mzd) "70 PRINT " <{d 1 " : PRINT " " ;  
A\$(1);A\$(2);" ";A\$(3);A\$(4)

80 PRINT

90 A\$ = "lim":VT = 6.5:HT = 10: GOSUB  
8600100 A\$ = "f(x + h) - f(x)":VT = 6  
.5:HT = 14: GOSUB 8500110 PRINT " @fiByQ^zg ;g[bg=^gY  
BwQ<d?ia{QawYTwaia{Qip={? K  
@mL P(x,y) iqLk =vd;g[hgdQmV  
wQP~<d?Ww?;~BwQ f Otz x QwzQ  
id?"130 PRINT " QsZgY =^gYBwQ<d?ia  
{Qip={? K @mL P(x,y) iqLk RQ  
ia{Qip={? bYgZNu? =^gYBwQ<d?  
ia{QawYTwaia{Qip={? K @mL P140 CD\$ = "R": GOSUB 7500: IF CO\$  
= "R" THEN 10200 REM  
<{dOtz 2203 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,  
0: DIM A\$(20): HCOLOR= 3206 A\$(1) = "=^gYBwQ<d?ia{QawYTwa  
ia{Qip={? y=x-3x \$ Otz@mL"

209 A\$(2) = "(1,-2)iSyQiOzgiqL"

212 A\$(3) = "^sPtOxg iqb{ y = f(x  
) = x - 3x \$"215 A\$(4) = "f(x+h) = x+h-3x \$-6x  
h-3h \$"

218 A\$(5) = " ="

221 A\$(6) = "=....."

224 A\$(7) = "=^gYBwQ&lt;d?ia{QawYTwa

```

      ia{Qip={? y = x-3* 8"
227 A$(8) = "Otc@ml F(x,y)"
230 A$(9) = "iglk iOzg;wR "
233 A$(10) = "=
-----"
236 A$(11) = "=
-----"
239 A$(12) = "M{d?:g[bg=?gYBwQ@d?
      ia{QawYTwai{Qip={?"
242 A$(13) = "Otc@ml (1,-2)"
245 A$(14) = "@fM{d?JQQ-gg x iqQ
      L{^Z
248 A$(15) = "Lw?Qw(Q =^gYBwQ@d?i
      a{QawYTwai{Qip={?"
251 A$(16) = "Cuz?TagQ@ml (1,-2)
      iOzg;wR
254 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
      "(d 2 Mw dZag?Ota 1 "
257 PRINT A$(1);A$(2): PRINT A$(
3): PRINT " ";A$(4
): PRINT " ";A$(5): PRINT
      ":A$(6)
258 HPELOT 0,62 TO 30,62:A$ = "f(
x +b) - f(x)":VT = 6:HT = 4:
GOSUB 8500:A$ = "
....":VT = 6:HT = 2): GOSUB
8500
260 GOSUB 7500: POKE 34,4: VTAB
4: HTAB 8: PRINT "": PRINT
284 PRINT " ";A$(7)A$(8);A$(9
): PRINT : PRINT "
";A$(10): PRINT "
";A$(11)
289 DRAW 171 AT 262,156
290 A$ = "lim":VT = 7:HT = 18: GOSUB
8600:A$ = "f(x + b) - f(x)":
VT = 7:HT = 22: GOSUB 8500
292 A$ = "lim":VT = 9:HT = 16: GOSUB
8600
305 GOSUB 7500
308 PRINT " ";A$(12);A$(13)
;A$(14): PRINT " ";A$(1
5);A$(16)
309 PRINT : PRINT : DRAW 171 AT
157,109
310 CO$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
= "R" THEN 200
320 PRINT : PRINT " =xgMdR<(dOta
2 =vd h -6hx -- 3h :$1
6x - 3h1 - 6x - 3h 1 - 6x
1 - 5"
350 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN

```

```

200
400 REM
      <(dOtz 3

403 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
      0: DIM A$(20): HCOLOR= 3
406 A$(1) = "@?bg='gYBwQ<d?ia{QM[
      ?Cuz?awYTw;[gW<d?Ww?;'BwQ"
409 A$(2) = "y = f(x) = x  $-2  Ot
      z@mL (1,-1)"
412 A$(3) = "'sPtOxg = 'gYBwQ<d?ia
      {QM[?OtzawYTw;[gW<d?Ww?;'Bw
      Q"
415 A$(4) = "y=f(x) Otz@mL F(x,y)
      iOzg;wR"
416 A$(4) = "      " + A$(4)
421 A$(6) = "iQvzd?@g; y = f(x) =
      x  $-2  "
424 A$(7) = "Lw?Qw{Q      f(x+h)
      = ....."
427 A$(8) = "      " = "
      ....."
430 A$(9) = "j]f      " = "
      ....."
433 A$(10) = "'gYBwQ<d?ie{QawYTw
      aia{Qip={?Otz@mL F(x,y) iQLL
      "
436 A$(11) = "= ....."
      "
439 A$(12) = "j]fia{QawYTw awYTw
      aia{Qip={?Otz@mL (1,-1)"
442 A$(13) = "QwzQ=vd"
445 A$(14) = "x = ....."
448 A$(15) = "Lw?Qw{Q = 'gYFwQ<d?i
      a{QawYTwOtz@mL (1,-1)"
451 A$(16) = "iOzg;wR..."
454 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
      " <(d 3 Mw'dZzg?Otz 2 "
457 PRINT "      ";A$(1);A$(2)
466 PRINT A$(3): PRINT A$(4): PRINT
      A$(5): PRINT A$(6): PRINT A$(
      7)
487 PRINT A$(8): PRINT A$(9): PRINT
      A$(8)
488 HPLOT 0,62 TO 30,62:A$ = "li
      m":VT = 6:HT = 8: GOSUB 8600
      :A$ = "f(x + h) - f(x)":VT =
      6:HT = 12: GOSUB 8600
489 A$ = "f(x+h) - f(x)":VT = 10:
      HT = 5: GOSUB 8600:A$ = "li
      ....." :VT = 10:HT = 19
      .6: GOSUB 8600

```

```

500 GOSUB 7500: POKE 34,3: PRINT
502 PRINT A$(10): PRINT "
      ";A$(11): PRINT A$(
      (8): PRINT A$(12);A$(13)
520 PRINT " ";
523 PRINT A$(14): PRINT A$(15);A
      $(16)
524 A$ = "lim":VT = 6:HT = 20: GOSUB
      8600
525 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CD$
      = "R" THEN 400
540 PRINT : PRINT "      =xgMAR:{dOtz
      3 =vd      (x+h)  3-2x
      $ + 2hx + h $- 2  2hx + h $
      2x + h  2x + h  2x  1
      2"
560 GOSUB 7500: IF CD$ = "R" THEN
      400
600 REM
      <{dOtz 4

603 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
      0: DIM A$(20): HCOLOR= 3
606 A$(1) = "iQvnd?@g:=gYReQcd?i
      a(QawYTwaia(Qip={? y=f(x)"
609 A$(2) = "Otr@L P(x,y) iqlk i
      Qzg;wF"
615 A$(4) = "  jlfidQmVwQF~cd? y =
      f(x) iQzg;wR "
618 A$(3) = CHR$( 13):A$(4) = A$(
      4) + CHR$( 13)
618 A$(5) = "@fihyQirL{ zg anE[;g
      [hg="gYEWQcd?ia(QawYTwa"
621 A$(6) = "P(x,y) iqlk"
624 A$(7) = ";yibYvdQ;wRenN[;g[bg
      dQmVwQF~cd?Ww?;"BwQ"
627 A$(8) = " f Qm;S[f;g["
628 A$(8) = A$(8) + CHR$( 13)
630 A$(9) = "Lw?Qw[Q =gYBwQcd?ia
      {QawYTwaOtr@ML P(x,y) iqlk"
633 A$(10) = "RQia(Qip={? y=f(x)
      iQzg;wF"
636 A$(11) = "      =      "
      "
639 PRINT CHR$( 16): VTAB 1: PRINT
      "{dOtz 4 "
643 PRINT " ";A$(1);A$(2);" ";A
      $(3): PRINT A$(4)
660 PRINT " ";A$(5);" ";A$(6
      );A$(7)

```

```

662 PRINT A$(8) " " ; A$(9); A$(10
    ); " " ; A$(11);
665 A$ = "lim":VT = 3.8:HT = 18: GOSUB
    8600:A$ = "f(x + h) - f(x)":
    VT = 4:HT = 22: GOSUB 8500
667 A$ = "lim":VT = 5.8:HT = 19: GOSUB
    8600:A$ = "f(x + h) - f(x)":
    VT = 6:HT = 23: GOSUB 8500
669 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 11:H
    T = 22: GOSUB 8300:A$ = "lim
    ":VT = 11:HT = 27: GOSUB 860
    0
676 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
    = "R" THEN 600
680 PRINT : PRINT "          =xgMdB {dot+z
    4 =vd
682 A$ = "f(x + h) - f(x)":VT = 1
    1:HT = 22: GOSUB 8500
690 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
    600
700 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$(
    (4); "FUN MATH PART9-11"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
    GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
    GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
    CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
    3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
    CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
    3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPELOT K
    ,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
    0 TO 3: HPELOT 275 + K,185 +
    K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
    RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
    1: HPELOT K,187 TO K,189: NEXT
    : FOR K = 0 TO 3: HPELOT 265 -
    K,185 + K TO 265 - K,191 - K
    : NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000:TH
    = LEN (A$) - LEN (B$):HT =
    HT - TH - 2
8310 A$ = B$:VT = VT + .6: GOSUB

```

```

10000: HPLOT X - 7, Y - 8 TO
X + 4, Y - 8: VT = VT - .4: HT =
HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$: A$ = LEFT$(B$, 1): V
T = VT - .2: GOSUB 10000: HT =
HT - 1: A$ = RIGHT$(B$, 1): V
T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLOT
X, Y - 3 TO X + 7, Y - 8: RETURN

8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
X - (LEN(A$) - 1) * 7 - 1,
Y + 2 TO X + 4, Y + 2
8510 DRAW ASC("b") - 31 AT X -
LEN(A$) * 3.5, Y + 10: VT =
VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
= "h 0": VT = VT + .6: HT =
HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
- 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 6: VT = VT - .4: HT = HT
+ 1: RETURN
8700 A$ = "h 0": GOSUB 10000: HPLOT
X - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC(LEFT$(A$, 1)) -
31 AT (HT - 1) * 7, VT * 16 -
8: DRAW ASC(MID$(A$, 3, 1))
- 31 AT (HT - 1) * 7, VT *
16 + 2
8810 HPLOT (HT - 1) * 7 - 1, VT *
16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 7, V
T * 16 - 6
8820 DRAW ASC(RIGHT$(A$, 1)) -
31 AT (HT - 1) * 7 + 11, VT *
16 - 4: RETURN
8900 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
4: HPLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
Y + 4, Y - 7 TO X + 11, Y - 7:
RETURN
8910 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
4: HPLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
X + 4, Y - 13 TO X + 20, Y - 1
3: RETURN
8950 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
8: HPLOT X, Y TO X + 3, Y: FOR
K = 2 TO 3: HPLOT X + 3, Y -
3: HPLOT X + 3, Y + 3
8952 HPLOT X + K - 1, Y - K: HPLO

```

```

X + K - 1, Y + K: NEXT K: HPLLOT
X, Y - 1: HPLLOT Y, Y + 1: RETURN

```

```

9999 REM j<+ZQMwchQw?evd
10000 X = (HT - 2) * 7: Y = VT * 1
      6 - 4: POKE 233, 43: POKE 232
      , 0: SCALE = 1: BOT = 0: HCOLOR =
      3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$): R =
      ASC ( MID$ ( A$, K, 1)): IF R =
      5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
      110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
      X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT ( R / 109) * 3
      T: N = N - 31 + 69 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
      LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
      % * 7, Y + 3: LE = 0: GOTO 101
      10
10080 IF Y + N% * 7 > 275 THEN X
      = 7: Y = Y + 15
10090 DRAW R AT X + N% * 7, Y: X =
      X + N% * 7: HT = HT + 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
      152 AND N < 160) THEN LE = 1
10110 NEXT K: RETURN
20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
      ST = 0
20010 RETURN

```

1

1



JLIST

2 REM

MATH.PART9-II

10 REM

&lt;{dOtz 5

20 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,0  
: HCOLOR= 3: DIM A\$(20)

30 A\$(1) = "@?bg-`gYBwQ<d?ia{Qip-  
{? y=2x-2x & Ota"

40 A\$(2) = "@mL (1,0)"

50 A\$(3) = " "sP+Ong @g;QsZgY -?gY  
BwQ<d?ia{Qip={?Otz@mL"

60 A\$(4) = "(1,0) iOng ;wR=?g  
YBwQ"

70 A\$(5) = "<d?ia{QawYTwai{Qip-  
{?Otz@mL (1,0)"

80 A\$(6) = "=`gYBwQ<d?ia{QawYtwai  
s{Qip={?Otz@mL P(x,y)"

90 A\$(7) = "iqlk iOng;wR"

100 A\$(8) = "iQvzd?@g; y = 2x - 2  
x &"

110 A\$(10) = "@firL{ = .....  
....."

120 A\$(11) = "ia{QawYTwai awYTwai  
{Qip={?Otz@mL (1,0) QwzQ=vd  
x=....."

130 A\$(12) = " iYvzd x = .....  
@firL{ = ....."

140 A\$(13) = "=`gYBwQ<d?ia{QawYTw  
ai{Qip={?Otz@mL (1,0)"

150 A\$(14) = "iOng;wR...."

160 A\$(15) = "LwYQw{Q =`gYBwQ<d?  
a{Qip={?Otz@mL (1,0)"

170 A\$(16) = "iOng;wR...."

180 PRINT CHR\$(16): VTAB 1: PRINT  
" <{d 5 Nw`dZng?Otz 3 "

190 PRINT " ";A\$(1);A\$(2): VTAB  
3: PRINT A\$(3);A\$(4);A\$(5)

200 HPELO 0,46 TO 30,46

210 PRINT " ";A\$(6);A\$(7);"

";A\$(8): PRINT " ";A\$(9)

220 PRINT A\$(10): PRINT A\$(11): CALL

- 998: PRINT A\$(12): PRINT

A\$(13);A\$(14);

230 VTAB 12: PRINT A\$(15);A\$(16)

240 A\$ = "dy":R\$ = "dx":VT = 6:HT  
= 10.5: GOSUB 8300:A\$ = "dy

```

250 A$ = "dy":VT = 10:HT = 23.2: GOSUB
    8300
260 CDS$ = "R": GOSUB 7500: IF CDS$
    = "R" THEN 10
270 PRINT
280 PRINT : PRINT "      =xMdLz{dOtz
    5 =vd      2 = 8x %
    - 6      -6      -6"
290 GOSUB 7500: IF CDS$ = "R" THEN
    10
300 GOSUB 7500
3000 REM
    =gROtz 9 <{d 6
3010 CLEAR : POKE 30,40: POKE 34
    ,0: DIM A$(40): HCOLOR= 3
3020 A$(1) = " <{d6 Mw*dZzg?Otz4"
3030 A$(2) = "N{g y=3x-x $ iSyQaY
    ;g[<d?ia{Qip={? @?hg"
3040 A$(3) = "(:)=^gYBwQ<d?ia{Qip
    ={?Otz@mL(5,6)"
3050 A$(4) = " (<)aY;g[<d?ia{QawYT
    waia{Qip={?Otz@mL(5,8)"
3060 A$(5) = "sPtOh (;) @g; y
    = 3x-x $"
3070 A$(6) = "
    "
3080 A$(7) = "
    =
    3-2x"
3090 A$(8) = " Lw?Qw{Q"
3100 A$(9) = " =^gYBwQ<d?ia{QawYTwa
    aia{Qip={?Otz@mL(5,6)iSyQ...
    ...
3110 A$(10) = "QawQ=vd = gYBwQ<d?
    ia{Qip={?Otz@mL(5,6)iSyQ...
    ...
3120 A$(11) = " iA]Z=hmDR {d4 =vd
    5"
3130 A$(12) = "
    -7"
3140 A$(14) = "sPtOh (<)"
3150 A$(15) = "eY;g[<d?ia{QN[?Otz
    TzgQ@mL(x,y)"
3160 A$(16) = "}]fYt="gYBwQiOzg;w
    R m"
3170 A$(17) = "i<tZQirL{iaQInS y=
    y = ... (x-x )"
3180 A$(18) = "iQvad?@g;"
3190 A$(19) = "iQvadY@g;"
3200 A$(19) = "ia{QawYTwaia{Qip={
    ?Otz@mL(5,6)"
3210 A$(20) = "iSyQip{QN[?OtzTzgQ

```

```

@nL(5,6)"
3220 A$(21) = "j]fY+=:gYBo) = -7"
3230 A$(22) = "Lw?Qw+1Q'"
3240 A$(23) = "aY:g[<d?i={QawYTw
i={Qip={?O+memh(5,6)"
3250 A$(24) = "=vd y-6 = .....(x-
5)"
3260 A$(25) = "b[vd y+7x = 31"
3270 A$(26) = " iAJZ=BMBR{d3 =vd
(C) n"
3280 A$(27) = "
-7"
3290 PRINT CHR$(16): PRINT A$(
1)
3300 PRINT " "; PRINT A$(2):
PRINT " "; PRINT A$(3)
: PRINT " "; PRINT A$(4
)
3310 PRINT A$(5): HCOLOR= 3: HPLOT
0,94 TO 28,94
3312 VTAB 12: PRINT :TV = 6: FOR
KK = 1 TO 4:VT = TV:HT = 12:
A$ = "=":GOSUB 10000:TV = T
V + 1.5: NEXT
3313 A$ = "dy":E$ = "dx":VT = 6:H
T = 10:GOSUB 8300
3314 A$ = "lim":VT = 6:HT = 14:GOSUB
8600:A$ = "f(x+h) - f(x)":VT
= 6:HT = 18.5:GOSUB 8500"
3315 A$ = "lim":VT = 7.5:HT = 14:
GOSUB 8600:A$ = "3(x+h)-(x+
h)-(3x- x)":VT = 7.5:HT =
18.5:GOSUB 8500:A$ = "2":VT
= 7.0:HT = 29.3:GOSUB 1000
0:HT = 38.3:GOSUB 10000
3316 A$ = "lim":VT = 9:HT = 14:GOSUB
8600:A$ = "2h - 2xh + h ":VT
= 9:HT = 18.5:GOSUB 8500:A
$ = "2":VT = 8.5:HT = 30.5:GOSUB
10000
3317 A$ = "lim":VT = 10.5:HT = 14
:GOSUB 8600:A$ = "3 -2x + h
":VT = 10.5:HT = 18.5:GOSUB
10000
3318 VTAB 12: PRINT "iYvd x=5,
= 3 -2(.....) =.....";
3319 A$ = "dy":E$ = "dx":VT = 11.
8:HT = 10:GOSUB 8300
3360 GOSUB 7500: FPRINT : PRINT :
PRINT A$(8): PRINT A$(9)

```

```

3410 PRINT A$(10);
3415 CD$ = "R": GOSUB 7500: PRINT
: IF CO$ = "R" THEN 3290
3420 PRINT : PRINT A$(11): PRINT
A$(12): PRINT A$(12): PRINT
A$(12)
3425 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
3290
3426 PRINT CHR$(16)
3430 PRINT A$(14): PRINT " ";: PRINT
A$(15);: PRINT " ";: PRINT A
$(16);: PRINT " ";: PRINT A$(
17)
3450 PRINT " ";: PRINT A$(18);: PRINT
" ";: PRINT A$(19);:
3460 PRINT " ";: PRINT A$(20);: PRINT
" ";: PRINT A$(21)
3470 HCOLOR= 3: HPLOT 0,30 TO 28
,30
3480 PRINT " ";: PRINT A$(22)
3482 A$ = "1":VT = 3.3:HT = 25: GOSUB
10000:HT = 28: GOSUB 10000
3484 A$ = "1":VT = 4.3:HT = 23: GOSUB
10000:HT = 34: GOSUB 10000
3490 PRINT " ";: PRINT A$(23)
3500 PRINT " ";: PRINT A$(24)
3510 PRINT " ";: PRINT A$(25)
3515 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
$ = "R" THEN 3426
3520 PRINT : PRINT A$(26): PRINT
A$(27)
3525 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
3426
3600 REM
      ip@OZ~SwFbg=gR0ta 9

3605 PRINT CHR$(16)
3610 CLEAR : POKE 30,40: POKE 34
,0: DIM A$(39): HCOLOR= 3
3620 A$(1) = " ip@OZ~SwFbg"
3630 A$(2) = "N{g y=x $ iSyQaY;gl
zd?ie{Qip={? @Tbg"
3640 A$(3) = "(;)=gYBwQcd?ie{Qip
={?Otz@mL(3,1)"
3650 A$(4) = "(<)aY;glzd?ie{QawYT
waie{Qip={?Otz@mL(3,1)"
3660 A$(5) = " IA]Z=hNdR:{d1 =vd (
i) 6"
3670 A$(6) = " (x)
y-1=6(x-3)"
368

```

```

0 A$(7) = "
  b[vd y-6x+17=0"
3690 A$(8) = "2.N{g y=x-x $ i8yQ
  aY;g[<d?ia{Qip={? #?hg"
3700 A$(9) = "(;)=gYRsQd?ia{Qip
  ={{?Otz@mL(-1,-2)"
3710 A$(10) = "(<)aY;g[<d?ia{Qip=
  {?Otz@mL(-1,-2)"
3720 A$(11) = " iA]Z=bM4R<{d2 =vd
  (;) 1"
3730 A$(12) = "
  <) y+2=i(x+1)"
3740 A$(13) = "
  b[vd y-x+1=0"
3745 VTAB 1
3750 PRINT " ";: PRINT
  A$(16)
3760 PRINT " ";: PRINT
  A$(1)
3770 PRINT : PRINT "1.": PRINT
  A$(2)
3780 PRINT " ";: PRINT A$(3)
3790 PRINT " ";: PRINT A$(4)
3795 CDS = "E": GOSUB 7500: PRINT

3800 PRINT A$(5): PRINT A$(6): PRINT
  A$(7)
3805 GOSUB 7500: IF COS = "E" THEN
  3600
3806 VTAB 3: HTAB 1: PRINT "
3810 PRINT A$(8)
3820 PRINT " ";: PRINT A$(9)
3830 PRINT " ";: PRINT A$(10)
3835 CDS = "R": GOSUB 7500: PRINT

3840 PRINT A$(11): PRINT A$(12)
3850 PRINT A$(13)
3860 GOSUB 7500: IF COS = "R" THEN
  3806
4000 CLEAR : POKE 34,0: PRINT CHR$(
  (16)
4100 VTAB 5: HTAB 4: PRINT " i[g
  @R=gROtz 9 irSj]{^ "
4110 HTAB 6: PRINT "1 ORO^Q=gRQ
  t{dt;aw;=[w{??. i<igiq@L+Yg:
  <d;]wRipS[j;[Y]w;"
4120 HTAB 4: PRINT "ipS[L;LW^i]
  vd; "
4130 VTAB 9: HTAB 16: PRINT "": VTAB
  8: HTAB 17: INPUT "": A$: IF
  A$ > "2" OR A$ < "1" THEN 41

```

```

30
4140 VTAB 8 = VAL (A$): HTAB 1:
PRINT "": VTAB 8: HTAB 1: PRINT
""
4150 IF A$ = "1" THEN PRINT : PRINT
CHR$ (4); "RUN MATH.PART9"
4160 PRINT : PRINT CHR$ (4); "RU
N MAIN"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
K,185 + K TO 265 - K,191 - K
: NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000: TH
= LEN (A$) - LEN (B$): HT =
HT - TH - 2
8310 A$ = B$:VT = VT + .6: GOSUB
10000: HPLOT X - 7,Y - 8 TO
X + 4,Y - 8:VT = VT - .4:HT =
HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$:A$ = LEFT$ (B$,1):V
T = VT - .2: GOSUB 10000:HT =
HT - 1:A$ = RIGHT$ (B$,1):V
T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLOT
X,Y - 8 TO X + 7,Y - 8: RETURN
8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
Y + 2 TO X + 4,Y + 2
8510 DRAW ASC ("h") - 31 AT X -
LEN (A$) * 3.5,Y + 10:VT =

```

```

VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
    = "h  0": VT = VT + .6: HT =
HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
    - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 3: VT = VT - .4: HT = HT
    + 1: RETURN
8700 A$ = " h  0": GOSUB 10000: HPLOT
X - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$ ( A$, 1)) -
31 AT ( HT - 1) * 7, VT * 16 -
8: DRAW ASC ( MID$ ( A$, 3, 1)
) - 31 AT ( HT - 1) * 7, VT *
16 + 2
8810 HPLOT ( HT - 1) * 7 - 1, VT *
16 - 6 TO ( HT - 1) * 7 + 7, V
T * 16 - 6
8820 DRAW ASC ( RIGHT$ ( A$, 1)) -
31 AT ( HT - 1) * 7 + 11, VT *
16 - 4: RETURN
8900 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
4: HPLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
X + 4, Y - 7 TO X + 11, Y - 7:
RETURN
8910 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
4: HPLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
X + 4, Y + 13 TO X + 20, Y - 1
3: RETURN
8950 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
6: HPLOT X, Y TO X + 3, Y: FOR
K = 2 TO 3: HPLOT X + 3, Y -
3: HPLOT X + 3, Y + 3
8952 HPLOT X + K - 1, Y - K: HPLOT
X + K - 1, Y + K: NEXT : HPLOT
X, Y - 1: HPLOT X, Y + 1: RETURN

9999 REM i<tZQMw^bQw?avd
10000 X = ( HT - 2) * 7: Y = VT * 1
6 - 4: POKE 233, 48: POKE 232
, 0: SCALE = 1: ROT = 0: HCOLOR =
3
10010 FOR K = 1 TO LEN ( A$): N =
ASC ( MID$ ( A$, K, 1)): IF N =
5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT ( N / 109) * 5

```

```
T:N = N - 31 + 69 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
      LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
      % * 7, Y + 3: LE = 0: GOTO 101
      10
10080 IF X + N% * 7 > 275 THEN X
      = 7: Y = Y + 15
10090 DRAW N AT X + N% * 7, Y: X =
      X + N% * 7: HT = HT + 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
      152 AND N < 160) THEN LE = 1

10110 NEXT : RETURN
20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
      ST = 0
20010 RETURN

]
```



```

JT;
]LIST

20 REM
    MATH.PART10

25 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,0
    : BCOLOR= 3
30 REM
    <<{d 1 =gFOtz10
40 CLEAR : POKE 30,40: POKE 34,0
    : DIM A$(30)
50 A$(1) = "      =gROtz10 anM[abb[wRbg
    dQmVwQP?"
60 A$(2) = "      <{dOtz1 ; g[bgdQmVwQP"
    <d?Ww?;"BwQYt 2 'ePt"
70 A$(3) = "1.ipLZiqB{QsZgY"
80 A$(4) = "2.ipLZiqB{anM["
90 A$(5) = "Cuc?;g[igB{anM[@#Obic
    b{afL;j]f["Lily"
100 A$(6) = "jMeTr{i[tZQM{d?@hanM
    [ib]zgQw{Qiqb{irL{L^Z"
110 A$(7) = "      Mw^dZag?Otz1 ; hbQLi q
    b{ y=f(x)=c iYvzd e iSyQ=ag"

120 A$(8) = "=?Otz"
130 A$(9) = "@?jaL?ag      =0 ipL
    ZigB{QsZgY"
140 A$(10) = "'sPtOb @g;QsZgY"
150 A$(11) = "iV[g?ag      f(x)=C"
160 A$(12) = "@firL{      f(x+h)=..
    ...."
170 A$(13) = "Lw?Qw{Q      ="

180 A$(14) = "....."
190 A$(15) = "  iA]Z=hMdr<{d1"
200 A$(16) = "  anM[Otz1 N {g      y=f(x)
    =c iYvzd e iSyQ=ag=?Otzlqkhj
    ]{^"
210 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
    "      ";; PRINT A$(1): PRINT

220 PRINT A$(2)
230 PRINT "      ";; PRINT A$(3)
240 PRINT "      ";; PRINT A$(4);:
    PRINT "      ";; PRINT A$(5);:
250 PRINT "      ";; PRINT A$(6)
260 PRINT A$(7);: PRINT A$(8)
270 CALL - 998
280 PRINT A$(9): PRINT A$(10)
290 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 8.0:

```

```

      HT = 10: GOSUB 8300
300 HPLOT 2,143 TO 27,143
310 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 9.0:
      HT = 14.5: GOSUB 8300
320 HTAB 17: VTAB 9.0: PRINT "="

330 A$ = "lim":VT = 9.0:HT = 20.3
      : GOSUB 8600
340 A$ = "f(x+h)- f(x)":VT = 9.0:
      HT = 25.0: GOSUB 8500
345 GOSUB 7500
350 PRINT : PRINT "      "; PRINT
      A$(11)
360 PRINT "      "; PRINT A$(12)
370 PRINT "      "; PRINT A$(13)

380 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 11.0
      :HT = 16.2: GOSUB 8300
390 A$ = "lim":HT = 24.0:VT = 11.
      0: GOSUB 8600
400 A$ = "(...)-(...)":VT = 10.9:
      HT = 28.9: GOSUB 8500
410 PRINT : PRINT "
      =
      ....."
420 A$ = "lim ":VT = 11.2:HT = 23
      .7: GOSUB 8600
430 PRINT : PRINT "
      =
      ....."
435 C0$ = "R": GOSUB 7500: IF C0$
      = "R" THEN 10
440 PRINT : PRINT A$(15);: PRINT
      " ";
450 PRINT "      o      "
460 PRINT "
      o"
470 PRINT "
      o"
480 PRINT "
      o"
490 PRINT A$(16)
500 PRINT "
      o"

510 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 11.0
      :HT = 14.0: GOSUB 8300
520 A$ = "d2":B$ = "dx":VT = 11.0
      :HT = 18.5: GOSUB 8300
525 GOSUB 7500: IF C0$ = "R" THEN
      10
530 REM
      <(d2 =gR0t=10
540 HCOLOR= 3: PRINT

```

```

550 A$(1) = " <{d2"
560 A$(2) = "Mw^dZzg?Ota2 ;hbQLi
      qb{ y=5 @?bg"
570 A$(3) = "cPtoh"
580 A$(4) = " = 0 (anH[Ota1
      )"

590 PRINT A$(1)
600 PRINT A$(2)
610 HPLOT 1,176 TO 53,176
620 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 11.0
      :HT = 28.0: GOSUB 8300

630 PRINT
640 PRINT A$(3);: PRINT "
      ="

650 HPLOT 2,175 TO 29,175
660 A$ = "dy":B$ = "dx":HT = 15.0
      :VT = 11.0: GOSUB 8300
670 A$ = "d5":B$ = "dx":HT = 20.0
      :VT = 11.0: GOSUB 8300
680 PRINT : PRINT "
      ";: PRINT A$(4)

700 PRINT : PRINT : GOSUB 7500
800 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
      0

810 A$(1) = ";xgbQLiqb{ y = f(x)
      = x @?jaL?^zg = 1"
820 A$(2) = "ipLZiqR(QsZgY"
830 A$(3) = "@g;QsZgY ="
840 A$(4) = "iv[gf f(x) = x @firL
      { f(x+b) = ..... "
850 A$(5) = "Lw?Qe{Q ="
860 A$(6) = " ="
870 A$(7) = " =.....
      ....."

880 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
      " <{d3 Mw^dZzg?Ota3"
890 FOR K = 1 TO 7: PRINT A$(K):
      NEXT

900 VT = 2:HT = 31
910 A$ = "dy":B$ = "dx": GOSUB 83
      00:A$ = "dy":VT = 4:HT = 11:
      GOSUB 8300

920 A$ = "lim":VT = 4:HT = 17: GOSUB
      8600:A$ = "f(x + b) - f(x)":
      VT = 4:HT = 21: GOSUB 8500
930 A$ = "dy":VT = 8:HT = 8: GOSUB
      8300:A$ = "lim":VT = 6:HT =
      14: GOSUB 8600:A$ = "(.....)
      - (.....)":VT = 6:HT = 18: GOSUB
      8500

```

```

940 A$ = "lim":VT = 7:HT = 14: GOSUB
      8600:A$ = ".....":VT =
      7:HT = 18: GOSUB 8500
950 CO$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
      = "R" THEN 800
960 PRINT "          i A ] Z = b m d R < } d 3 = v d "
970 PRINT "
      x+h"
980 PRINT "          x+h
      x"
990 PRINT "
      h"
1000 PRINT "
      1"
1005 PRINT " anM[Otz 2 H{g y =
      x j]{ " = 1"
1006 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 11:
      HT = 22.4: GOSUB 8300
1010 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      800
1200 REM
      <{dOtz 4 =gROtz10
1210 A$(1) = ";xgbQLiqb{ y = f(x)
      = c iYvad c iSyQ=sg=?Otz"
1220 A$(2) = "@?jal?"sg"
1230 A$(3) = " = c ipLZiqB{QsZg
      Y"
1240 A$(4) = "@g;QsZgY ="
1250 A$(5) = " f(x) = cx"
1260 A$(6) = " f(x+h) = .....
      "
1270 A$(7) = "":A$(8) = ""
1280 A$(9) = " =.....
      "
1290 PRINT CHR$(16):VTAB 1: PRINT
      <{d4 Mw^dZzg?Otz4"
1300 FOR K = 1 TO 9: PRINT A$(K)
      : IF K = 2 THEN VTAB 3: HTAB
      10: PRINT A$(3):K = 3: PRINT

1310 IF K = 7 THEN PRINT
1320 NEXT :VTAB 2: HTAB 21: PRINT
      "x"
1330 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 3:HT
      = 10: GOSUB 8300:A$ = 'dy"
      :VT = 5:HT = 10: GOSUB 8300
1340 A$ = "lim":VT = 5:HT = 15: GOSUB
      8600:A$ = "f(....) - f(....)
      ":VT = 5:HT = 19: GOSUB 8500

```

```

1350 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 8:HT
      T = 10: GOSUB 8300
1360 A$ = "=":VT = 8:HT = 13: GOSUB
      10000
1370 A$ = "lim":VT = 8:HT = 15: GOSUB
      8600:AS = "(.....) - (.....)"
      ":VT = 8:HT = 19: GOSUB 8500

1380 A$ = "=":VT = 9.5:HT = 13: GOSUB
      10000
1390 A$ = "lim":VT = 9.5:HT = 15:
      GOSUB 8600:A$ = "....."
      "...":VT = 9.5:HT = 19: GOSUB
      8500
1400 C$ = "R": GOSUB 7500: IF C$
      $ = "R" THEN 1200
1410 VTAB 12
1420 PRINT "      iA]Z-bMdR{d4 =vd"
1430 PRINT "
      x+h      x"
1440 PRINT "
      c(x+h) "
1450 PRINT "
      c(x+h)      cx"
1460 PRINT "
      ch"
1470 PRINT "
      c"
1491 PRINT
1492 PRINT " anM[Otz 3 N{g y = c
      f(x) iYvzd c iByQ=ng=?Otzj}{
      ^      =      =
1494 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 11:
      HT = 8: GOSUB 8300:A$ = "de"
      :B$ = "dx":VT = 11:HT = 13: GOSUB
      8300
1496 A$ = "(fx)":VT = 10.8:HT = 1
      5: GOSUB 10000
1497 A$ = "c":VT = 11:HT = 24: GOSUB
      10000
1498 A$ = "df":B$ = "dx":VT = 11:
      HT = 25: GOSUB 8300:A$ = "(x
      )":VT = 10.8:HT = 27: GOSUB
      10000
1500 GOSUB 7500: IF C$ = "R" THEN
      1200
1600 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$(
      (4));"RUN MATH PART10-11"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:C$ = ""

```

```

7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PERK ( - 16384) = 155 THEN
      CO$ = "R": CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7552 IF PERK ( - 16384) = 160 THEN
      CO$ = "G": CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
      ,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
      0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
      K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
      RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
      1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
      : FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
      K,185 + K TO 265 - K,191 - K
      : NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000: TH
      = LEN (A$) - LEN (B$): HT =
      HT - TH - 2
8310 A$ = B$: VT = VT + .6: GOSUB
      10000: HPLOT X - 7, Y - 8 TO
      X + 4, Y - 8: VT = VT - .4: HT =
      HT + TH
8330 RETURN
8350 B$ = A$: A$ = LEFT$(B$,1): V
      T = VT - .2: GOSUB 10000: HT =
      HT - 1: A$ = RIGHT$(B$,1): V
      T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLOT
      X, Y - 8 TO X + 7, Y - 8: RETURN
8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
      X - ( LEN (A$) - 1) + 7 - 1,
      Y + 2 TO X + 4, Y + 2
8510 DRAW ASC ("b") - 31 AT X -
      LEN (A$) + 3.5, Y + 10: VT =
      VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
      = "h 0": VT = VT + .6: HT =
      HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
      - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
      X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
      6, Y - 6: VT = VT - .4: HT = HT
      + 1: RETURN
8700 A$ = "h 0": GOSUB 10000: HPLOT
      X - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO

```

```

X - 6,Y TO X - 3,Y - 3 TO X -
6,Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7,VT * 16 -
8: DRAW ASC ( MID$ (A$,3,1)
) - 31 AT (HT - 1) * 7,VT *
16 + 2
8810 HPLOT (HT - 1) * 7 - 1,VT *
16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 7,Y
T * 16 - 6
8820 DRAW ASC ( EIGHT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7 + 11,VT *
16 - 4: RETURN
8900 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
4: HPLOT X,Y TO X + 2,Y + 2 TO
X + 4,Y - 7 TO X + 11,Y - 7:
RETURN
8910 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
4: HPLOT X,Y TO X + 2,Y + 2 TO
X + 4,Y - 13 TO X + 20,Y - 1
3: RETURN
8950 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
6: HPLOT X,Y TO X + 3,Y: FOR
K = 2 TO 3: HPLOT X + 3,Y -
3: HPLOT X + 3,Y + 3
8952 HPLOT X + K - 1,Y - K: HPLOT
X + K - 1,Y + K: NEXT : HPLOT
X,Y - 1: HPLOT X,Y + 1: RETURN

9959 REM i+tZQMw7bQw7ayd
10000 X = (HT - 2) * 7:Y = VT * 1
6 - 4: POKE 233,48: POKE 232
,0: SCALE= 1: BOT= 0: HCOLOR=
3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$):N =
ASC ( MID$ (A$,K,1)): IF N =
5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (N / 109) * 8
T:N = N - 31 + 69 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
% * 7,Y + 3:LE = 0: GOTO 101
10
10080 IF X + N% * 7 > 275 THEN X
= 7:Y = Y + 15
10090 DRAW N AT X + N% * 7,Y:X =
X + N% * 7:HT = HT + 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >

```

152 AND N < 160) THEN LE = 1

10110 NEXT : RETURN

20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN  
ST = 0

20010 RETURN

]



JLIST

```

3000  REM
      MATH.PART10-11

3010  REM
      <{dotz 5
3020  CLEAR : POKE 30,40: POKE 34
      ,0: DIM A$(49): UCOLOR= 3
3030  A$(1) = "      <{d 5 lbe dZag?Otaz
      5 "
3035  A$(2) = "      N{g y=8x @
      7bg      ipLZiqEiQsZgY"
3040  A$(3) = "      sPtOh"
3055  A$(4) = "      iqb{      y=f(x)=2x"
3060  A$(5) = "      f(x+h)-....."
3065  A$(6) = "      f(z+h)-f(z)=.....
      "
3070  A$(7) = "      @g;QsZgY"
3080  A$(8) = "      lw?Qs{Q      = 8"

3099  PRINT CHR$(16)
3100  PRINT A$(1): PRINT A$(2)
3110  A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 3.2
      :HT = 22.8: GOSUB 8300
3120  PRINT A$(3): PRINT "      "; PRINT
      A$(4)
3130  HPLOT 2.62 TO 27.62
3140  PRINT "      "; PRINT
      A$(5)
3150  PRINT "      "; PRINT A$(
      6)
3160  PRINT "      "; PRINT A$(7
      );: PRINT "      ="
3170  A$ = "dy":B$ = "dx":HT = 16.
      1:VT = 7.0: GOSUB 8300
3180  A$ = "lim":HT = 22.3:VT = 7
      1: GOSUB 8600
3190  A$ = "f(z+h)- f(x)":VT = 7.1
      :HT = 27.0: GOSUB 8500
3194  PRINT
3195  PRINT "      ="

3200  A$ = "lim":HT = 22.3:VT = 9.
      1: GOSUB 8600
3210  A$ = "2h " :VT = 9.1:HT = 27.
      4: GOSUB 8500
3215  PRINT
3220  PRINT "      ="
      3"
3230  A$ = "lim":VT = 11.1:HT = 21

```

```

      .9: GOSUB 8600
3235 GOSUB 7500
3240 PRINT : PRINT "      "; PRINT
      A$(8)
3250 A$ = "dy":E$ = "dx":HT = 15:
      0:VT = 11.0: GOSUB 8300
3255 PRINT : PRINT "
      = 7.5"
3260 A$ = "d(8x)":E$ = "dx":HT =
      12.8:VT = 11.0: GOSUB 8300
3265 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
      $ = "R" THEN 3000
3266 PRINT
3270 PRINT "      iA]Z=hMdR<{d5 =vd
      8(x+h)"
3280 PRINT "
      8h"
3281 PRINT "
      8"
3300 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      3000
3400 REM
      MATH10/5:=(d8
3401 PRINT CHR$(16): VTAB 1
3410 PRINT "      <{d6 Mw dZzg?Ot?6 N {
      g y=8x @Ybg      iplZiqB{anM["
3420 A$(1) = "      @g;
      y = 8x"
3440 PRINT A$(1): HCOLOR= 3: PLOT
      0,30 TO 28,30
3450 PRINT "
      ="
3458 A$ = "dy":E$ = "dx":HT = 27:
      VT = 1: GOSUB 8300
3460 A$ = "dy":E$ = "dz":HT = 19
      6:VT = 3: GOSUB 8300
3470 A$ = "d(8x)":E$ = "dx":VT =
      3:HT = 24.3: GOSUB 8300
3478 PRINT
3480 PRINT "
      = 8      (anM[Ot?3)"
3490 A$ = "dx":E$ = "dz":HT = 25
      6:VT = 5: GOSUB 8300
3499 PRINT
3500 PRINT "
      = 8(1)      (anM[Ot?2)"
3510 PRINT "
      = 8"
3520 PRINT : PRINT : PRINT
3550 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO

```

```

$ = "R" THEN 3400
3600 REM
      C(dOtz 7

3610 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
      "  <d 7 "
3615 PRINT " acM[Otz 1  N{g y =
      f(x) = c iYvzd c iSyQ=zg=?Ot
      z"
3620 PRINT "
      = 0"
3625 PRINT " anM[Otz 2  M{g y =
      x j}{  = 1"
3630 PRINT " anM[Otz 3  N{g y =
      cf(x) iYvzd c iSyQ=zg=?Otzj]
      {"
3640 PRINT "
      = "
3641 HCOLOR= 3: HPLOT 7,29 TO 50
      ,29: HPLOT 7,61 TO 50,61: HPLOT
      7,77 TO 50,77
3642 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 3:H
      T = 12: GOSUB 8300:A$ = "dc"
      :B$ = "dx":VT = 3:HT = 17: GOSUB
      8300
3643 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 4:H
      T = 23: GOSUB 8300:A$ = "dy"
      :B$ = "dx":VT = 6:HT = 12: GOSUB
      8300
3644 A$ = "d ":B$ = "dx":VT = 6:H
      T = 17: GOSUB 8300:A$ = "cf(
      x)":VT = 5.8:HT = 18: GOSUB
      10000
3645 A$ = "c":VT = 6:HT = 28: GOSUB
      10000
3646 A$ = "df":B$ = "dx":VT = 6:H
      T = 27: GOSUB 8300:A$ = "(x"
      :B$ = " ":VT = 6:HT = 28.5:
      GOSUB 8300
3670 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
      $ = "R" THEN 3800
3700 REM
      ip@CZ"SuEbg =gE@tz
      10
3705 PRINT CHR$(16): VTAB 1
3710 PRINT " ip@CZ"Su
      wEbg"
3712 PRINT
3720 PRINT " 1. N{g y=x $ @?b
      g"
3722 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 3:H

```

```

T = 21: GOSUB 3300
3725 PRINT
3740 PRINT "  iA]Z=)M4R<(d1      =vd
      2x"
3745 GOSUB 7500
3748 VTAB 7: HTAB 1: PRINT "": VTAB
7
3750 PRINT "  2. H(g  y=2531x
@?hg y'"
3755 CO$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
$ = "R" THEN 3748
3756 PRINT
3760 PRINT "  iA]Z=)M4R<(d2 =vd
      2531"
3765 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
3748
3766 POKE 34,1: VTAB 12: PRINT :
POKE 34,0
3768 VTAB 9: HTAB 1: PRINT "": VTAB
10
3770 PRINT "  3. H(g  y=x+5  @?
bg y'"
3775 CO$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
$ = "R" THEN 3768
3780 PRINT : PRINT "  iA]Z=xgM4R<
{d 3      1  ";
3785 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
3768
3800 PRINT CHR$(16): VTAB 4: HTAB
4: PRINT "  @R=gROts 10 j){^Q
f  "
3810 PRINT "  1.<di[tZQ=g
RQt{dt;=[w{?2.i{gig@ltj}{";
]wRipS{j;[Yb]w;"
3820 VTAB 7: HTAB 4: PRINT " =pS[
L;LMw~i]vd; "
3830 VTAB 7: HTAB 16: PRINT "": VTAB
7: HTAB 17: INPUT "": A$: IF
A$ > "2" OR A$ < "1" THEN 38
30
3840 VTAB 7: HTAB 1: PRINT "": VTAB
7 - VAL (A$): HTAB 1: PRINT
""
3850 VTAB 1: PRINT : IF A$ = "1"
THEN PRINT CHR$(4);"RUN
MATH.PART10"
3860 PRINT CHR$(4);"RUN MAIN"
7000 END
7500 POKE - 16368,0: CO$ = ""
7510 BCOLOR= 3: IF CO$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530

```

```

7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR = 0: IF CD$ = "F" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK (- 16384) = 155 THEN
      CO$ = "E": CD$ = "": HCOLOR =
      3: RETURN
7552 IF PEEK (- 16384) = 160 THEN
      CO$ = "G": CD$ = "": HCOLOR =
      3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
      ,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
      0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
      K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
      RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
      1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
      : FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
      K,185 + K TO 265 - K,191 - K
      : NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000: TH
      = LEN (A$) - LEN (B$): HT =
      HT - TH - 2
8310 A$ = B$: VT = VT + .6: GOSUB
      10000: HPLOT X - 7, Y - 8 TO
      X + 4, Y - 8: VT = VT - .4: HT =
      HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$: A$ = LEFT$ (B$, 1): V
      T = VT - .2: GOSUB 10000: HT =
      HT - 1: A$ = RIGHT$ (B$, 1): V
      T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLOT
      X, Y - 8 TO X + 7, Y - 8: RETURN
8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
      X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
      Y + 2 TO X + 4, Y + 2
8510 DRAW ASC ("h") - 31 AT X -
      LEN (A$) * 3.5, Y + 10: VT =
      VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
      = "h 0": VT = VT + .6: HT =
      HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
      - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3, TO
      X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
      6, Y - 6: VT = VT - .4: HT = HT
      + 1: RETURN
8700 A$ = "h 0": GOSUB 10000: HPLOT
      X - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
      X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -

```

```

6,Y - 8: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7,VT * 16 -
8: DRAW ASC ( MID$ (A$,3,1)
) - 31 AT (HT - 1) * 7,VT +
16 + 2
8810 HPLOT (HT - 1) * 7 - 1,VT *
16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 7,V
T * 16 - 6
8820 DRAW ASC ( RIGHT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7 + 11,VT *
16 - 4: RETURN
8900 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
4: HPLOT X,Y TO X + 2,Y + 2 TO
X + 4,Y - 7 TO X + 11,Y - 7:
RETURN
8910 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
4: HPLOT X,Y TO X + 2,Y + 2 TO
X + 4,Y - 13 TO X + 20,Y - 1
3: RETURN
8950 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
6: HPLOT X,Y TO X + 3,Y: FOR
K = 2 TO 3: HPLOT X + 3,Y -
3: HPLOT X + 3,Y + 3
8952 HPLOT X + K - 1,Y - K: HPLOT
X + K - 1,Y + K: NEXT : HPLOT
X,Y - 1: HPLOT X,Y + 1: RETURN

9999 REM i<tZQMwcbQw?avd
10000 X = (HT - 2) * 7:Y = VT * 1
6 - 4: POKE 232,48: POKE 232
,0: SCALE= 1: ROT= 0: HCOLOR=
3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$):N =
ASC ( MID$ (A$,K,1)): IF N =
5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
X = X - 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (R / 109) * 2
T:N = N - 31 + 69 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
% * 7,Y + 3:LE = 0: GOTO 101
10
10080 IF X + N% * 7 > 275 THEN X
= 7:Y = Y + 15
10090 DRAW N AT X + N% * 7,Y:X =
X + N% * 7:HT = HT + 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
152 AND N < 160) THEN LE = 1

```

```
10110 NEXT : RETURN
20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
    ST = 0
20010 RETURN
37222 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 3:
    HT = 20: GOSUB 8300
```

```

]T;
]LIST

10 REM
    MATH.PART11

14 PRINT CHR$(16); VTAB 5: PRINT
    " "
15 PRINT "          =gEOtz 11 anM[axgb
    [wRbgdQmVwQP~(Mzd) "
16 FOR K = 1 TO 2000: NEXT
20 REM
    <{dOtz 1

30 PRINT CHR$(16); VTAB 1: PRINT
    " <{d 1 "
40 PRINT " anM{Otz 1 N{g y = f(
    x) = c iYvzd c iSyQ=ag=?Otz"

50 PRINT "          =          =
    0"
60 PRINT " anM{Otz 2 N{g y = x
    j}{^          = 1"
70 PRINT " anM{Otz 3 N{g y = cf
    (x) iYvzd c iSyQ=ag=?Otzj}{^
    "
80 PRINT "          =
    ="
90 PRINT " anM{Otz 4 N{g y = x
    ,n R j}{^          =          ="
100 PRINT " anM{Otz 5 N{g y = f(
    x)+g(x) j}{^"
110 PRINT "          =
    +"
120 PRINT "          N{g y = f(x)-
    g(x) j}{^"
130 PRINT "          =
    ="
140 HCOLOR= 3: HPLOT 7,29 TO 50,
    29: HPLOT 7,61 TO 50,61: HPLOT
    7,77 TO 50,77
150 HPLOT 7,109 TO 50,109: HPLOT
    7,125 TO 50,125
160 A$ = "dy":E$ = "dx":VT = 3:HT
    = 12: GOSUB 8300:A$ = "dc":
    B$ = "dx":VT = 3:HT = 17: GOSUB
    8300
170 A$ = "dy":E$ = "dx":VT = 4:HT
    = 23: GOSUB 8300:A$ = "dy":
    B$ = "dx":VT = 6:HT = 12: GOSUB
    8300
180 A$ = "d ":E$ = "dx":VT = 6:HT
    = 17: GOSUB 8300:A$ = "cf(x

```



```

) :VT = 5.8:HT = 18: GOSUB 1
0000
190 A$ = "c":VT = 6:HT = 28: GOSUB
10000
200 A$ = "df":B$ = "dx":VT = 6:HT
= 27: GOSUB 8300:A$ = "(x":
B$ = "":VT = 6:HT = 28.5: GOSUB
8300
210 A$ = "n":VT = 6.8:HT = 18: GOSUB
10000: DRAW 169 AT 148,108
220 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 7:HT
= 29: GOSUB 8300:A$ = "dy":
VT = 9:HT = 12: GOSUB 8300:A
$ = "dy":VT = 11:HT = 12: GOSUB
8300
230 A$ = "dx":B$ = "dX":VT = 7:HT
= 32: GOSUB 8300:A$ = "n":V
T = 8.6:HT = 34: GOSUB 10000

240 A$ = "nx":VT = 7:HT = 36: GOSUB
10000:A$ = "n-1":VT = 6.7:HT
= 38: GOSUB 10000
250 A$ = "df":B$ = "dx":VT = 9:HT
= 17: GOSUB 8300:A$ = "(x)"
:VT = 8.8:HT = 18.8: GOSUB 1
0000
260 A$ = "dg":B$ = "dx":VT = 9:HT
= 24: GOSUB 8300:A$ = "(x)"
:VT = 8.8:HT = 25.8: GOSUB 1
0000
270 A$ = "df":B$ = "dx":VT = 11:H
T = 17: GOSUB 8300:A$ = "(x)"
:VT = 10.8:HT = 18.8: GOSUB
10000
280 A$ = "dg":B$ = "dx":VT = 11:H
T = 24: GOSUB 8300:A$ = "(x)"
:VT = 10.8:HT = 25.8: GOSUB
10000
300 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CD$
= "R" THEN 20
600 REM
      <{dO+e 2

610 CLEAR : POKE 33,40: POKE 31,
0
620 A$(1) = "N{g y = x % @?hg
ipLZiqB{Qs%gY"
630 A$(2) = "sPtOxg iqb{ y = f(x
) = x %"
640 A$(3) = " f(x + h) = (x +

```

```

      h) %"
650 A$(4) = "          = X %"
      +.....+.....+....."
660 A$(5) = "@g;QsZgY      ="
670 A$(9) = "      Lw?Qw{Q      =
      ....."
680 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
      "(d 2 Mw*dZzg?Otz 1 )"
690 FOR K = 1 TO 9: PRINT A$(K):
      NEXT
700 HPLOT 0,46 TO 30,46
710 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 2:HT
      = 18: GOSUB 8300:A$ = "dy":
      VT = 6:HT = 11: GOSUB 8300
720 A$ = "lim":VT = 6:HT = 18: GOSUB
      8600:A$ = "f(x + h) - f(x)":
      VT = 6:HT = 22: GOSUB 8500
730 A$ = "=":VT = 7.2:HT = 15: GOSUB
      10000
740 A$ = "lim":VT = 7.3:HT = 18: GOSUB
      8600:A$ = ".....":
      VT = 7.2:HT = 22: GOSUB 8500

750 A$ = "=":VT = 8.7:HT = 15: GOSUB
      10000:A$ = "lim":VT = 8.7:HT
      = 18: GOSUB 8600:A$ = "....
      .....":VT = 8.5:HT = 22: GOSUB
      10000
760 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 10:HT
      T = 11: GOSUB 8300
770 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CD$
      = "R" THEN 610
780 PRINT : PRINT "      1A]Z=xgMdB{
      d 2      3x $h      3xh :B      h 2x3x
      $h + 3xh $+ h %3x $ + 3xh +
      h $      3x $"
790 GOSUB 7500: IF CD$ = "R" THEN
      610
800 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
      " N{g y=x % @?bg      ipLZigB{
      anM{Otz 4      =nx"
805 PRINT
810 PRINT "cPtOxg      igb( y =x
      % @firL{ a =....."
812 HCOLOR= 3: HPLOT 0,46 TO 28,
      46
816 PRINT "      Lw?Qw{Q
      = = .....x % # = .....
      .."
820 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 1:HT
      = 15: GOSUB 8300

```

```

822 A$ = "dx":B$ = "dx":VT = 1:HT
    = 30: GOSUB 8300:A$ = "n":V
    T = .6:HT = 32: GOSUB 10000
824 A$ = "n-1":VT = .6:HT = 36: GOSUB
    10000
830 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 4:HT
    = 22: GOSUB 8300:A$ = "dx":
    B$ = "dx":VT = 4:HT = 27: GOSUB
    8300
832 A$ = "-":VT = 4.6:HT = 34: GOSUB
    10000
835 A$ = "3":VT = 3.6:HT = 29: GOSUB
    10000
850 CD$ = "E": GOSUB 7500: IF CO$
    = "R" THEN 800
860 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgHdB<{
    d 2          333x $"
870 GOSUB 7500: IF CO$ = "E" THEN
    800
900 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
    "<[d 3 Mw^dZzg?Otz 2 ; xgbQ
    Liqb[ y= 9x % @?bg"
902 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 1:HT
    = 39: GOSUB 8300
910 PRINT : PRINT "CsPtOxg
    = = .... (anM{Otz 3
    = ) = .... (anM{Otz 4)"
915 HCOLOR= 3: HPLOT 0,46 TO 28,
    46
916 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 3:HT
    = 9: GOSUB 8300:A$ = "d(":B
    $ = "dx":VT = 3:HT = 14: GOSUB
    8300
917 A$ = "9x)":VT = 2.8:HT = 16:
    GOSUB 10000:A$ = "3":VT = 2
    .5:HT = 18: GOSUB 10000
918 A$ = "dx":B$ = "dx":VT = 5:HT
    = 17: GOSUB 8300:A$ = "3":V
    T = 4.6:HT = 19: GOSUB 10000

920 A$ = "de":B$ = "dx":VT = 5:HT
    = 28: GOSUB 8300:A$ = "f(x)
    ":VT = 4.8:HT = 30: GOSUB 10
    000
922 A$ = "c":VT = 5:HT = 35.2: GOSUB
    10000
923 A$ = "df":B$ = "dx":VT = 5:HT
    = 36.2: GOSUB 8300:A$ = "x)
    ":VT = 4.8:HT = 38.2: GOSUB
    10000
925 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$

```

```

      = "R" THEN 900
940 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdR<
      d 3      9 2.7x 8"
950 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      900
1200 REM
      <{dOtz 4

1210 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34
      ,0
1220 A$(1) = ";xglQliqb{ y =
      @?bg"
1230 A$(2) = "sPtOxg      = "

1240 A$(3) = "      = .....
      $ (anM{Otz 3)"
1250 A$(4) = "      = .....
      ..x (anM{Otz 4)"
1260 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
      <{d 4 Mw^dZzg?Otz 3 "
1270 PRINT : FOR K = 1 TO 4: PRINT
      A$(K): NEXT
1280 HCOLOR= 3: HPLOT 0,62 TO 30
      ,62
1290 A$ = "x/7":VT = 3:HT = 14: GOSUB
      8350:A$ = "2":VT = 2.5:HT =
      15: GOSUB 10000
1300 A$ = "dy":E$ = "dx":VT = 5:H
      T = 23: GOSUB 8300:A$ = "dy"
      :VT = 4:HT = 10: GOSUB 8300
1310 A$ = 'd("):VT = 4:HT = 16: GOSUB
      8300:A$ = "x/7":VT = 3.8:HT =
      18: GOSUB 8350
1320 A$ = '2":VT = 3.4:HT = 19: GOSUB
      10000
1330 A$ = '):VT = 3.8:HT = 20: GOSUB
      10000
1340 A$ = "dx":E$ = "dx":VT = 5:H
      T = 21: GOSUB 8300
1350 DC$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
      $ = "E" THEN 1200
1360 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdR<
      {d 4 =vd
1370 A$ = "1/7":VT = 8:HT = 24: GOSUB
      8350
1380 A$ = "2/7":VT = 9.5:HT = 24:
      GOSUB 8350
1390 GOSUB 7500: IF CO$ = "E" THEN
      1200
1400 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$

```

```

(4); "RUN MATH. PART11-II"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
K,185 + K TO 265 - K,191 - K
: NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000:TH
= LEN (A$) - LEN (B$):HT =
HT - TH - 2
8310 A$ = B$:VT = VT + .6: GOSUB
10000: HPLOT X - 7,Y - 8 TO
X + 4,Y - 8:VT = VT - .4:HT =
HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$:A$ = LEFT$ (B$,1):V
T = VT - .2: GOSUB 10000:HT =
HT - 1:A$ = RIGHT$ (B$,1):V
T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLOT
X,Y - 8 TO X + 7,Y - 8: RETURN
8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
Y + 2 TO X + 4,Y + 2
8510 DRAW ASC ("h") - 31 AT X -
LEN (A$) * 3.5,Y + 10:VT =
VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000:A$
= "b 0":VT = VT + .6:HT =
HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
- 20,Y - 3 TO X - 3,Y - 3 TO
X - 6,Y TO X

```

```

- 3,Y - 3 TO Y -
6,Y - 6:VT = VT - 4:HT = HT
+ 1: RETURN
8700 A$ = " b 0": GOSUB 10000: HPLOT
X - 20,Y - 3 TO X - 3,Y - 5 TO
X - 6,Y TO X - 3,Y - 3 TO X -
6,Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7,VT * 16 -
6: DRAW ASC ( MID$ (A$,3,1)
) - 31 AT (HT - 1) * 7,VT *
18 + 2
8910 HPLOT (HT - 1) * 7 - 1,VT *
16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 7,Y
T * 16 - 6
8920 DRAW ASC ( RIGHT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7 + 11,VT *
16 - 4: RETURN
8900 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
4: HPLOT X,Y TO X + 2,Y + 2 TO
X + 4,Y - 7 TO X + 11,Y - 7:
RETURN
8910 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
4: HPLOT X,Y TO X + 2,Y + 2 TO
X + 4,Y - 13 TO X + 20,Y - 1
3: RETURN
8950 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
6: HPLOT X,Y TO X + 3,Y: FOR
K = 2 TO 3: HPLOT X + 3,Y -
3: HPLOT X + 3,Y + 3
8952 HPLOT X + K - 1,Y - K: HPLOT
X + K - 1,Y + K: NEXT : HPLOT
X,Y - 1: HPLOT X,Y + 1: RETURN

9999 REM 1<tZQMw bQvYavd
10000 X = (HT - 2) * 7:Y = VT * 1
6 - 4: POKE 233,48: POKE 232
,0: SCALE= 1: ROT= 0: HCOLOR=
3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$):N =
ASC ( MID$ (A$,K,1)): IF N =
8 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (N / 100) * S
T:N = N - 31 + 89 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 150 AND
LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
% * 7,Y + 3:LE = 0: GOTO 101
10
10080 IF X + N% * 7 > 275 THEN X

```

```
      = 7:Y = Y + 15  
10090 DRAW N AT X + N% * 7,Y:X =  
      X + N% * 7:HT = HT + 1  
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >  
      152 AND N < 160) THEN LE = 1  
  
10110 NEXT : RETURN  
20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN  
      ST = 0  
20010 RETURN
```

```

]LIST
10  REM
    MATH.PART11-II

600  REM
    <{d0tz 5

605  CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
    0
610  PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
    "    <{d 5 Mw'dZzg?0tz 4 "
615  PRINT : PRINT "    ;ygbQLiqbl
    y =          @?bg f'(x)"
618  PRINT
620  PRINT "CsPtOng    f(x) = y
    = x    %"
621  HCOLOR= 3: HPLOT 0,78 TO 30,
    78: PRINT
625  PRINT "          f'(x) =    =
    "
626  PRINT
630  PRINT "          =
    (-3)x"
634  A$ = "1/ ":VT = 3:HT = 16: GOSUB
    8350:A$ = "x":VT = 3.6:HT =
    16: GOSUB 10000:A$ = "3":VT =
    3.4:HT = 17: GOSUB 10000
635  A$ = "-":VT = 4.6:HT = 22.8: GOSUB
    10000
637  A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 7:HT
    = 16: GOSUB 8300
638  A$ = "dx":B$ = "dy":VT = 7:HT
    = 22: GOSUB 8300
639  A$ = "-3":VT = 6.5:HT = 24: GOSUB
    10000
640  A$ = "(...)":VT = 8.7:HT = 2
    7: GOSUB 10000
642  A$ = "(=M[0tz 4)"
643  VTAB 9: HTAB 33: PRINT A$
680  C0$ = "R": GOSUB 7500: IF C0$
    = "R" THEN 600
681  VTAB 10
683  PRINT : PRINT "    iA]Z=xgMdk<{
    d 5          -- 4 "
690  GOSUB 7500: IF C0$ = "R" THEN
    600
800  REM
    <{d0tz 6

810  CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
    0
820  PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT

```



```

      <{d 6 Mw^dZzg?Otz 5 ''
830 PRINT " @g;anM[Otz 5 N{g y =
      f(x) + g(x) j}{''
840 PRINT "          =
      +''
850 PRINT : PRINT " @?bg      N{g
      y =      ) + 2x ''
860 PRINT : PRINT " ^sPtOxg
      =
      +''
870 HCOLOR= 3: HPLOT 0,110 TO 30
      ,110
880 PRINT : PRINT "
      = ..... + .....''
890 PRINT : PRINT "
      = ..... + .....''
900 A$ = "dy":E$ = "dx":VT = 5:HT
      = 13: GOSUB 8300:A$ = "cf":
      VT = 3:HT = 19: GOSUB 8300:A
      $ = "(x)":VT = 2.7:HT = 21: GOSUB
      10000
910 A$ = "dg":VT = 3:HT = 28: GOSUB
      8300:A$ = "(x)":VT = 2.7:HT =
      30: GOSUB 10000
920 A$ = "dy":VT = 5:HT = 7: GOSUB
      8300:A$ = "x/3":VT = 5:HT =
      18: GOSUB 8350:B$ = "dx"
930 A$ = "dy":VT = 7:HT = 10: GOSUB
      8300:A$ = "d(":B$ = "dx":VT =
      7:HT = 17: GOSUB 8300
940 A$ = "x/3":VT = 6.7:HT = 19: GOSUB
      8350:A$ = ")":VT = 6.8:HT =
      20: GOSUB 10000
950 A$ = "d(":B$ = "dx":VT = 7:HT
      = 25: GOSUB 8300:A$ = "2x )
      ":VT = 6.8:HT = 27: GOSUB 10
      000:A$ = "5":VT = 8.5:HT = 2
      9: GOSUB 10000
960 A$ = "7":HT = 19.7:VT = 6.2: GOSUB
      10000
970 A$ = "dx":B$ = "dx":VT = 9:HT
      = 23: GOSUB 8300:A$ = "7":H
      T = 25:VT = 8.7: GOSUB 10000
980 A$ = "dx":B$ = "dx":VT = 3:HT
      = 34: GOSUB 8300:A$ = "5":B
      T = 36:VT = 8.7: GOSUB 10000

990 C$ = "R": GOSUB 7500: IF C$
      = "R" THEN 800
1000 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdr
      {d 6      =vd

```

```

      x (      10x &")
1020 A$ = "1/3":VT = 9:HT = 25: GOSUB
      8350
1030 A$ = "7/3":VT = 11.2:HT = 24
      .7: GOSUB 8350
1040 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      800
1200 REM
      <{d 7

1210 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34
      ,0
1220 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
      <{d 7 Mw^dZzg?Otz 6 "
1230 PRINT " ;ygbQL y = x @?
      bg ipLZiqE{QsZgY"
1240 PRINT "sPtOxg iqb{ y =
      f(x) = x"
1250 HCOLOR= 3: HPLOT 0,46 TO 30
      ,46
1260 DRAW 166 AT 78,28:A$ = "dy"
      :B$ = "dx":VT = 2:HT = 23: GOSUB
      8300
1270 DRAW 166 AT 156,44
1280 PRINT " @g;QsZgY ="
1290 A$ = "dy":VT = 4:HT = 10: GOSUB
      8300:A$ = "lim":VT = 4:HT =
      16: GOSUB 8600:A$ = "f(x+h)
      - f(x)":VT = 4:HT = 20: GOSUB
      8500
1300 PRINT : PRINT " f(x)
      = x = x"
1310 DRAW 166 AT 98,92:A$ = "1/2
      ":VT = 5.4:HT = 23: GOSUB 83
      50
1320 PRINT " f(x + h) = x + h
      = (x + h)"
1330 PRINT
1340 DRAW 166 AT 99,108: HPLOT 1
      03,100 TO 140,100:A$ = "1/2"
      :VT = 6.4:HT = 31: GOSUB 835
      0
1350 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      1200
1360 VTAB 2: PRINT "": VTAB 2: PRINT
      " f(x+h)-f(x) = (x + h) - (x
      )"
1370 A$ = "1/2":VT = 1.4:HT = 23:
      GOSUB 8350:A$ = "1/2":VT =
      1.4:HT = 29: GOSUB 8350: FR

```

INT

```

1380 PRINT "          = (X+h)
      -x": PRINT : PRINT "
          =": PRINT
1390 PRINT "          =": PRINT
      : PRINT : PRINT : A$ = "=" : VT
      = 10.5 : HT = 14 : GOSUB 10000

1400 VTAB 4 : HTAB 15 : PRINT CHR$(
      (123)); : HTAB 25 : PRINT CHR$(
      (125))
1410 A$ = "1/2" : VT = 3.4 : HT = 21 :
      GOSUB 8350 : A$ = "1/2" : VT =
      3.4 : HT = 24 : GOSUB 8350
1420 A$ = CHR$(123) + "(x+h) +x
      " + CHR$(125) : VT = 3.7 : HT
      = 27 : GOSUB 10000
1430 A$ = "1/2" : VT = 3.2 : HT = 33 :
      GOSUB 8350 : A$ = "1/2" : VT =
      3.2 : HT = 36 : GOSUB 8350
1440 A$ = CHR$(123) + "(x+h) +x
      " + CHR$(125) : VT = 4.8 : HT
      = 27 : GOSUB 10000
1450 HPLOT 180,57 TO 260,57
1460 A$ = "1/2" : VT = 4.4 : HT = 33 :
      GOSUB 8350 : A$ = "1/2" : VT =
      4.4 : HT = 36 : GOSUB 8350
1470 A$ = CHR$(123) + "(x+h) " +
      CHR$(125) + " - " + CHR$(
      (123) + "X " + CHR$(125) : V
      T = 5.8 : HT = 15 : GOSUB 10000

1480 A$ = "1/2" : VT = 5.3 : HT = 21 :
      GOSUB 8350 : A$ = "1/2" : VT =
      5.3 : HT = 28 : GOSUB 8350
1490 A$ = "2" : VT = 5.2 : HT = 23 : GOSUB
      10000 : HT = 30 : GOSUB 10000
1500 A$ = CHR$(123) + "(x+h) " +
      CHR$(125) + " + " + CHR$(
      (123) + "X " + CHR$(125) : V
      T = 7 : HT = 15 : GOSUB 10000
1510 A$ = "1/2" : VT = 6.5 : HT = 21 :
      GOSUB 8350 : A$ = "1/2" : VT =
      6.5 : HT = 28 : GOSUB 8350
1520 HPLOT 100,90 TO 200,90
1530 A$ = "f(x+h)-f(x)": VT = 8 : HT
      = 2 : GOSUB 8500
1540 A$ = " x + h - x" : VT = 7.8 :
      HT = 15 : GOSUB 10000 : A$ = "h
      " + CHR$(123) + "(x+h) + x

```

```

" + CHR$(125):VT = 8.2:HT
= 15: GOSUB 10000
1550 A$ = "1/2":VT = 8.6:HT = 22:
      GOSUB 8350:A$ = "1/2":VT =
      8.6:HT = 26: GOSUB 8350
1560 HPLOT 100,122 TO 195,122
1570 A$ = "1":VT = 10.2:HT = 20: GOSUB
      10000:A$ = CHR$(123) + "(x
      +h) + x " + CHR$(125):VT =
      11.7:HT = 15: GOSUB 10000
1580 A$ = "1/2":VT = 11.2:HT = 21
      : GOSUB 8350:A$ = "1/2":VT =
      11.2:HT = 25: GOSUB 8350
1590 HPLOT 100,163 TO 185,163
1600 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      1200
1610 VTAB 1: HTAB 17: PRINT "": VTAB
      2
1620 FOR K = 1 TO 3: HTAB 13: PRINT
      "=": PRINT : NEXT : PRINT : HTAB
      13: PRINT "="
1630 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 2:H
      T = 10: GOSUB 8300:A$ = "lim
      ":VT = 2:HT = 15: GOSUB 8600

1640 A$ = "1":VT = 1.7:HT = 23: GOSUB
      10000:A$ = CHR$(123) + "x+
      h) +x " + CHR$(125):VT = 3
      .1:HT = 19: GOSUB 10000
1650 A$ = "1/2":VT = 2.6:HT = 24:
      GOSUB 8350:A$ = "1/2":VT =
      2.6:HT = 27: GOSUB 8350
1660 HPLOT 130,26 TO 200,26
1670 A$ = "1":VT = 3.7:HT = 20: GOSUB
      10000:A$ = "x + x":VT = 5.3:
      HT = 17: GOSUB 10000
1680 HPLOT 95,58 TO 170,58
1690 A$ = "1/2":VT = 4.6:HT = 18:
      GOSUB 8350:A$ = "1/2":VT =
      4.6:HT = 22: GOSUB 8350
1700 A$ = "1":VT = 5.7:HT = 18: GOSUB
      10000:A$ = "2X":VT = 7.3:HT =
      15: GOSUB 10000
1710 A$ = "1/2":VT = 6.6:HT = 17:
      GOSUB 8350
1720 A$ = "1":VT = 8.7:HT = 17: GOSUB
      10000:A$ = "2 X":VT = 9.5:HT
      = 16: GOSUB 10000
1730 DRAW 188 AT 113,148: HPLOT
      95,90 TO 130,90: HPLOT 95,13
      8 TO 130,138
1740 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO

```

```

$ = "R" THEN 1200
1600 CLEAR : PRINT CHR$(16): VTAB
1: PRINT " ip@0Z"
SwEbg ""
1810 VTAB 3: PRINT " 1. ; xgbQ
L y = x ' + 2531 @?bg y'"
1815 A$ = "-":VT = 2.6:HT = 20: GOSUB
10000
1820 CD$ = "R": GOSUB 7500
1830 PRINT : PRINT " iA]Z=xgM6R/
{d 1 -5x ("
1835 A$ = "-":VT = 4.6:HT = 22: GOSUB
10000
1850 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
1800
1900 VTAB 3: HTAB 1: PRINT ""
1910 VTAB 3: PRINT " 2. ; xgbQL
y = x % + 2531x @?bg y'"
1920 CD$ = "R": GOSUB 7500
1930 PRINT : PRINT " iA]Z=xgM6R/
{d 2 3x $ + 2531 "
1950 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
1900
2000 PRINT CHR$(16): VTAB 4: HTAB
6: PRINT " i[gi[tZQ@E=gROtz
11 j][^ 1. <d; ]wRirSORO^Q
=gRQt{dt;=[w{? 2. Vdiq@j}{
^i[tZQ=gRMedirSLt; ^zg ip$[L;
LMw~i]vd; "
2010 VTAB 7: HTAB 19: PRINT "": VTAB
7: HTAB 20: INPUT "":A$
2020 IF A$ > "2" OR A$ < "1" THEN
2010
2030 VTAB 7 = VAL (A$): HTAB 1:
PRINT "": VTAB 7: HTAB 1: PRINT
""
2040 VTAB 1: PRINT : IF A$ = "1"
THEN PRINT CHR$(4);"RUN
MATH.PART11"
2050 PRINT CHR$(4);"RUN MAIN"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=

```

```

3: RETURN
7552 IF FEEL ( - 16384) = 160 THEN
CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
K,185 + K TO 265 - K,191 - K
: NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000:TH
= LEN (A$) - LEN (B$):HT =
HT - TH - 2
8310 A$ = B$:VT = VT + .6: GOSUB
10000: HPLOT X - 7,Y - 8 TO
X + 4,Y - 8:VT = VT - .4:HT =
HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$:A$ = LEFT$ (B$,1):V
T = VT - .2: GOSUB 10000:HT =
HT - 1:A$ = RIGHT$ (B$,1):V
T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLOT
X,Y - 8 TO X + 7,Y - 8: RETURN

8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
Y + 2 TO X + 4,Y + 2
8510 DRAW ASC ("h") - 31 AT X -
LEN (A$) * 3.5,Y + 10:VT =
VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000:A$
= "h 0":VT = VT + .6:HT =
HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
- 20,Y - 3 TO X - 3,Y - 3 TO
X - 6,Y TO X - 3,Y - 3 TO X -
6,Y - 6:VT = VT - .4:HT = HT
+ 1: RETURN
8700 A$ = "h 0": GOSUB 10000: HPLOT
X - 20,Y - 3 TO X - 3,Y - 3 TO
X - 6,Y TO X - 3,Y - 3 TO X -
6,Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7,VT * 16 -
8: DRAW ASC ( MID$ (A$,3,1)
) - 31 AT (HT - 1) * 7,VT *
16 + 2
8810 HPLOT (HT - 1) * 7 - 1,VT *

```

```

16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 7, Y
T * 16 - 6
8820 DRAW ASC ( RIGHT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7 + 11, VT *
16 - 4: RETURN
8900 X = HT * 7 - 5: Y = VT + 16 -
4: HPLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
X + 4, Y - 7 TO X + 11, Y - 7:
RETURN
8910 X = HT * 7 - 5: Y = VT + 16 -
4: HPLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
X + 4, Y - 13 TO X + 20, Y - 1
3: RETURN
8950 X = HT * 7 - 5: Y = VT + 16 -
6: HPLOT X, Y TO X + 3, Y: FOR
K = 2 TO 3: HPLOT X + 3, Y
3: HPLOT X + 3, Y + 3
8952 HPLOT X + K - 1, Y - K: HPLOT
X + K - 1, Y + K: NEXT : HPLOT
X, Y - 1: HPLOT X, Y + 1: RETURN

9999 REM i<tZQMw^bQw?avd
10000 X = (HT - 2) * 7: Y = VT + 1
6 - 4: POKE 233, 48: POKE 252
, 0: SCALE = 1: ROT = 0: HCOLOR =
3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$): N =
ASC ( MID$ (A$, K, 1)): IF N =
5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (N / 109) * 5
T: N = N - 31 + 69 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
% * 7, Y + 3: LE = 0: GOTO 101
10
10080 IF X + N% * 7 > 275 THEN X
= 7: Y = Y + 15
10090 DRAW N AT X + N% * 7, Y: X =
X + N% * 7: HT = HT + 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
152 AND N < 160) THEN LE = 1

10110 NEXT : RETURN
20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
ST = 0
20010 RETURN
]

```

```

]LIST
]??
10 REM
    MATH.PART12

14 PRINT CHR$(16)
15 PRINT "          =gROtz 12 anM[a
    xgb[wRbgdQmVwQP" (Mad) ""
16 FOR K = 1 TO 2000: NEXT
20 REM
    <(dOtz 1

30 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
    <(c 1 ""
40 PRINT " anM[Otz 1 N{g y = f(
    x) = c iYvzd c iSyQ=zg=?Otz"

50 PRINT "          =          =
    0"
60 PRINT " anM[Otz 2 N{g y = x
    j}{^          = 1"
70 PRINT " anM[Otz 3 N{g y = cf
    (x) iYvzd c iSyQ=zg=?Otzj}{^
    ""
80 PRINT "          =
    ="
90 PRINT " anM[Otz 4 N{g y = x
    ,n B j}{^          =          ="
100 PRINT " anM[Otz 5 N{g y =f(
    x)+g(x) j}{^""
110 PRINT "          =
    +"
120 PRINT "          N{g y =f(x)-
    g(x) j}{^""
130 PRINT "          =
    -"

140 HCOLOR= 3: HPLOT 7,29 TO 50,
    29: HPLOT 7,61 TO 50,61: HPLOT
    7,77 TO 50,77
150 HPLOT 7,109 TO 50,109: HPLOT
    7,125 TO 50,125
160 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 3:HT
    = 12: GOSUB 8300:A$ = "dc":
    B$ = "dx":VT = 3:HT = 17: GOSUB
    8300
170 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 4:HT
    = 23: GOSUB 8300:A$ = "dy":
    B$ = "dx":VT = 6:HT = 12: GOSUB
    8300
180 A$ = "d ":B$ = "dx":VT = 6:HT
    = 17: GOSUB 8300:A$ = "cf(x

```



```

) ":VT = 5.8:HT = 18: GOSUB 1
0000
190 A$ = "c":VT = 6:HT = 26: GOSUB
10000
200 A$ = "df":B$ = "dx":VT = 6:HT
= 27: GOSUB 8300:A$ = "(x":
B$ = ".":VT = 6:HT = 28.5: GOSUB
8300
210 A$ = "n":VT = 6.8:HT = 18: GOSUB
10000: DRAW 169 AT 148,108
220 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 7:HT
= 29: GOSUB 8300:A$ = "dy":
VT = 9:HT = 12: GOSUB 8300:A
$ = "dy":VT = 11:HT = 12: GOSUB
8300
230 A$ = "dx":B$ = "dx":VT = 7:HT
= 32: GOSUB 8300:A$ = "n":V
T = 6.6:HT = 34: GOSUB 10000

240 A$ = "nx":VT = 7:HT = 36: GOSUB
10000:A$ = "n-1":VT = 6.7:HT
= 38: GOSUB 10000
250 A$ = "df":B$ = "dx":VT = 9:HT
= 17: GOSUB 8300:A$ = "(x)"
:VT = 6.8:HT = 18.8: GOSUB 1
0000
260 A$ = "dg":B$ = "dx":VT = 9:HT
= 24: GOSUB 8300:A$ = "(x)"
:VT = 8.8:HT = 25.8: GOSUB 1
0000
270 A$ = "df":B$ = "dx":VT = 11:H
T = 17: GOSUB 8300:A$ = "(x)"
":VT = 10.8:HT = 18.8: GOSUB
10000
280 A$ = "dg":B$ = "dx":VT = 11:H
T = 24: GOSUB 8300:A$ = "(x)"
":VT = 10.8:HT = 25.8: GOSUB
10000
300 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CD$
= "R" THEN 20
500 REM
<{d 2

520 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: HCOLOR= 3
530 CLEAR : POKE 33,40: PRINT CHR$(
(16): VTAB 1: PRINT " <{d 2
Mw^dZzg?Otz 1 "
540 PRINT " ;xgbQL y = x @?bg
ipLZiqB{anM["

```

```

550 VT = 2:HT = 13: GOSUB 8900
560 PRINT "sPtOxg @g;anM[
    = nx iYvzd n R"
570 HPLOT 0,46 TO 30,46: PRINT :
    VT = 3:HT = 31.7: GOSUB 8950

580 A$ = " y = x = x":VT = 4.
    8:HT = 15: GOSUB 10000:VT =
    4.5:HT = 21: GOSUB 8900
590 PRINT :A$ = "1/2":VT = 4.2:H
    T = 29: GOSUB 8350
600 A$ = "=":VT = 6.5:HT = 19: GOSUB
    10000: PRINT
610 PRINT
620 PRINT " = .
    ...x"
630 PRINT
640 A$ = "n-1":VT = 2.8:HT = 23: GOSUB
    10000
650 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 2:HT
    = 22: GOSUB 8300
660 A$ = "dx":B$ = "dx":VT = 3:HT
    = 14: GOSUB 8300
670 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 6.5:
    HT = 15: GOSUB 8300:VT = 6.5
    :HT = 21: GOSUB 8300
680 A$ = "1/2":VT = 5.8:HT = 23: GOSUB
    8350
690 A$ = "(":VT = 7.6:HT = 26: GOSUB
    10000:A$ = "1/2":VT = 7.4:HT
    = 27: GOSUB 8350
700 A$ = "-1)":VT = 7.6:HT = 28: GOSUB
    10000
710 A$ = "= .....x":VT = 9.3:HT =
    19: GOSUB 10000:A$ = "1/2":V
    T = 8.7:HT = 28: GOSUB 8350
720 A$ = "-":VT = 8.7:HT = 27: GOSUB
    10000
730 PRINT : RTAB 19: PRINT "="
740 A$ = "1":VT = 10.6:HT = 22: GOSUB
    10000:A$ = "(....)":VT = 11.
    6:HT = 20: GOSUB 10000
750 HPLOT 135,170 TO 170,170
760 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CD$
    = "R" THEN 520
770 PRINT : PRINT " iA]Z=xgMdR<[
    d 2 Z x"
780 A$ = "1/2":VT = 9:HT = 25: GOSUB
    8350:A$ = "1/2":VT = 10:HT =
    26: GOSUB 8350

```

```

790 DRAW 166 AT 177,173
800 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
520
900 REM
      <{dOtz 3

910 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: HCOLOR= 3
920 CLEAR : POKE 33,40: PRINT CHR$
(16): VTAB 1: PRINT "      <{d 3
Mw*dZzg?Otz 2 "
930 PRINT " iqb{ f(x) = x $( 2x
+ 3 ) @?bg"
940 PRINT
950 PRINT " ^sPtOxg f(x) = ....
... + 3x $"
960 PRINT : HPLOT 0,62 TO 30,62
970 PRINT " = (... )
+ (... )"
980 PRINT
990 PRINT " = ...
% + ... $"
1000 PRINT " = .....
... "
1010 A$ = "d ":B$ = "dx":VT = 2:H
T = 30: GOSUB 8300
1020 A$ = "f(x)":VT = 1.6:HT = 31
: GOSUB 10000
1030 A$ = "d ":VT = 6:HT = 8: GOSUB
8300:A$ = "d ":VT = 6:HT = 1
4: GOSUB 8300
1040 A$ = "d ":VT = 6:HT = 24: GOSUB
8300
1050 A$ = "f(x)":VT = 5.6:HT = 9:
GOSUB 10000
1060 A$ = "dx":B$ = "dx":VT = 8:H
T = 30: GOSUB 8300:VT = 8:HT
= 30: GOSUB 8300
1070 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
$ = "R" THEN 900
1080 PRINT : PRINT " iA]Z=ygMd
R<{d 3 Zx % 2x %
3x $ 2 3 6x
$ + 6x"
1090 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
900
1200 REM
      <{dOtz 4

1210 CLEAR : POKE 33,40: PRINT CHR$
(16): VTAB 1: PRINT " <{d 4
Mw*dZzg?Otz 3 "
1220 PRINT

```

```

1230 PRINT " iqb{  y =
      @?bg"
1240 PRINT
1250 PRINT " ^sPtOxg y ="
1260 PRINT : HPLOT 7,78 TO 37,78

1270 PRINT "          = x & + 2x
      $ + 3x  #"
1280 PRINT
1290 PRINT :A$ = "-":VT = 6.6:HT
      = 25: GOSUB 10000
1300 A$ = "x + 2x + 3":VT = 2.
      6:HT = 12: GOSUB 10000
1310 A$ = " 5      3":VT = 2.2:HT =
      12: GOSUB 10000
1320 A$ = "x":VT = 3.4:HT = 17: GOSUB
      10000
1330 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 3:HT
      T = 34: GOSUB 8300
1340 HPLOT 76,42 TO 170,42
1350 A$ = "x      2x      3":VT = 4.7
      :HT = 12: GOSUB 10000:A$ = "
      5      2":VT = 4.3:HT = 12: GOSUB
      10000
1360 A$ = '      +      ':VT = 5:HT
      = 12: GOSUB 10000:A$ = "x
      x      x":VT = 5.3:HT = 12:
      GOSUB 10000
1370 HPLOT 75,74 TO 82,74: HPLOT
      114,74 TO 124,74: HPLOT 152,
      74 TO 159,74
1380 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 8.5
      :HT = 8: GOSUB 8300:A$ = "=
      + 2      + 3":VT = 8.5:HT =
      10: GOSUB 10000
1390 A$ = "4      2      -1":VT = 8
      .1:HT = 14: GOSUB 10000
1400 A$ = "dx":VT = 8.5:HT = 12: GOSUB
      8300:VT = 8.5:HT = 18: GOSUB
      8300:VT = 8.5:HT = 24: GOSUB
      8300
1410 PRINT "          = ..... + ..
      .. + ....."
1420 C0$ = "R": GOSUB 7500: IF C0
      $ = "R" THEN 1200
1430 PRINT : PRINT "          iA]Z=xgMdR<
      {d 4          4x % + 4x -- 3x
      $"
1440 A$ = "-":VT = 10.7:HT = 36: GOSUB
      10000
1450 GOSUB 7500: IF C0$ = "R" THEN

```

```

1200
1460 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$
(4);"RUN MATH.PART12-II"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "E" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "E" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF FEEK (- 16384) - 165 THEN
CO$ = "K":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7552 IF FEEK (- 16384) - 166 THEN
CO$ = "O":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
,187 TO K,189: NEXT : FOR J =
0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
K,185 + K TO 265 - K,191 - K
: NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000:TH
= LEN (A$) - LEN (B$):HT =
HT - TH - 2
8310 A$ = B$:VT = VT + .6: GOSUB
10000: HPLOT X - 7,Y - 8 TO
X + 4,Y - 8:VT = VT - .4:HT =
HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$:A$ = LEFT$ (B$,1):V
T = VT - .2: GOSUB 10000:HT =
HT - 1:A$ = RIGHT$ (B$,1):V
T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLOT
X,Y - 8 TO X + 7,Y - 8: RETURN
8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
Y + 2 TO X + 4,Y + 2
8510 DRAW ASC ("E") - 31 AT X -
LEN (A$) * 3.5,Y + 10:VT =
VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000:A$

```

```

      = "h  0":VT = VT + .6:ET =
HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
- 20,Y - 3 TO X - 3,Y - 3 TO
X - 6,Y TO X - 3,Y - 3 TO X -
6,Y - 6:VT = VT - .4:HT = HT
+ 1: RETURN
8700 A$ = "h  0": GOSUB 10000: HPLOT
X - 20,Y - 3 TO X - 3,Y - 3 TO
X - 6,Y TO X - 3,Y - 3 TO X -
6,Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7,VT * 16 -
8: DRAW ASC ( MID$ (A$,3,1)
) - 31 AT (HT - 1) * 7,VT *
16 + 2
8810 HPLOT (HT - 1) * 7 - 1,VT *
16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 7,V
T * 16 - 6
8820 DRAW ASC ( RIGHT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7 + 11,VT *
16 - 4: RETURN
8900 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
4: HPLOT X,Y TO X + 2,Y + 2 TO
X + 4,Y - 7 TO X + 11,Y - 7:
RETURN
8910 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
4: HPLOT X,Y TO X + 2,Y + 2 TO
X + 4,Y - 13 TO X + 20,Y - 1
3: RETURN
8950 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
6: HPLOT X,Y TO X + 3,Y: FOR
K = 2 TO 3: HPLOT X + 3,Y -
3: HPLOT X + 3,Y + 3
8952 HPLOT X + K - 1,Y - K: HPLOT
X + K - 1,Y + K: NEXT K: HPLOT
X,Y - 1: HPLOT X,Y + 1: RETURN

9999 REM 1<+ZQMw`bQw?ayd
10000 X = (HT - 2) * 7:Y = VT * 1
6 - 4: POKE 233,48: POKE 232
,0: SCALE= 1: FOT= 0: HCOLOR=
3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$):N =
ASC ( MID$ (A$,K,1)): IF N =
5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
110
10020 IF ST = 1 AND R = 32 THEN
X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (R / 109) * 8
T:N = N - 31 + 69 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
LE = 2 THEN DRAW N AT X + N

```

```
      X + 7, Y + 3: LE = 0: GOTO 101
      10
10080  IF X + N% * 7 > 275 THEN X
      = 7: Y = Y + 15
10090  DRAW N AT X + N% * 7, Y: X =
      X + N% * 7: HT = HT + 1
10100  LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
      152 AND N < 160) THEN LE = 1

10110  NEXT : RETURN
20000  ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
      ST = 0
20010  RETURN
```

JT  
JLIST

```

20  REM
      MATH.PART12-II

500  REM
      <{dOtz 5

505  CLEAR : FOKK 33,40: FOKK 34,
      0: HCOLOR= 3
510  CLEAR : FOKK 33,40: PRINT CHR$
      (16): VTAB 1: PRINT "      <{d 5
      Mw^dZzg?Otz 4 "
511  PRINT
512  PRINT " ;xgbQLiqb{{{ f(x) =
      @?bg"
514  A$ = "2 - 4x + x":VT = 2.6:HT
      = 17: GOSUB 10000
516  A$ = "      3      5":VT = 2.3:HT
      T = 17: GOSUB 10000
517  A$ = "x":VT = 3.3:HT = 20: GOSUB
      10000
520  HPLOT 110,40 TO 190,40
522  A$ = "d ":P$ = "dx":VT = 3:HT
      = 36: GOSUB 8300
523  A$ = "f(x)":VT = 2.6:HT = 37:
      GOSUB 10000
524  PRINT
525  PRINT "sPtOng f(x) = ....
      ....."
526  HPLOT 0,78 TO 30,78
527  PRINT " = .....
      ....."
528  PRINT " = .....
      ....."
529  PRINT " = .....
      ....."
530  A$ = "d ":B$ = "dx":VT = 7:HT
      = 7: GOSUB 8300:A$ = "f(x)"
      :VT = 6.7:HT = 8: GOSUB 1000
      0
540  CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CD$
      = "R" THEN 590
560  PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdB<{
      d 5      - 2x $B + x $B
      2x $ + x $      +      -
      4x + 2x %"
570  A$ = "1/x":VT = 5:HT = 22: GOSUB
      8350:A$ = "x/2":VT = 5:HT =
      32: GOSUB 8350:A$ = "4":VT =

```



```

4.6:HT = 33: GOSUB 10000
572 A$ = "-":VT = 6.7:HT = 23: GOSUB
10000:A$ = "1/2":VT = 7:HT =
33: GOSUB 8350
578 A$ = "dx":B$ = "dx":VT = 9:HT
= 20: GOSUB 8300:A$ = "-1":
VT = 6.7:HT = 22: GOSUB 1000
0
580 A$ = "2":VT = 9:HT = 26: GOSUB
10000:A$ = "dx":B$ = "dx":VT
= 9:HT = 27: GOSUB 8300
581 A$ = "2":VT = 8.5:HT = 29: GOSUB
10000
582 A$ = "1/2":VT = 9:HT = 33: GOSUB
8350:A$ = "dx":B$ = "dx":VT =
9:HT = 34.3: GOSUB 8300
583 A$ = "4":VT = 8.5:HT = 36.3: GOSUB
10000
584 A$ = "-1":VT = 10.7:HT = 22: GOSUB
10000:A$ = "x":VT = 11.8:HT =
23: GOSUB 10000
586 A$ = "2":VT = 11.5:HT = 24: GOSUB
10000
588 HPLOT 147,170 TO 165,170
590 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
500
1000 REM
<[dotz 6

1004 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34
,Q: HCOLOR= 3
1006 CLEAR : POKE 33,40: PRINT CHR$
(16): VTAB 1: PRINT " " <[dot 6
Mw^dZzg?Otz 5 "
1009 PRINT " ^wMNmEQsLbQus?i=|v
zdQQtziqQOg?N[?L{^ZaY;g[ s =
5t $ - 2t iYvzd t iSyQi^]gY
tbQz^ZiSyQ^sQgOt S iSyQ [fZ
fOg?YtbQz^ZiSyQiYM[ @?bg=^gY
i[y^<d?^wMNmQt{iqQ<Kf t = 10
^sQgOt"
1012 VTAB 2: HTAB 40: PRINT " %"
: PRINT : PRINT
1015 PRINT " ^sPtOxg =OgYi[y^<d?
^wMNm =vddwN[g;g[iS]tzZQjS]
? <d?[fZfOg?iqQ<Rfi^]gi
qLk"
1016 HPLOT 0,94 TO 90,94
1018 PRINT " iqb{ s = f(t) =

```

```

5t % - 2t"
1021 PRINT " = ^gYi[y^iqQ<Kfi^]gi
qLk =vd"
1024 PRINT " y =
="
1027 A$ = "lim":VT = 10:HT = 12: GOSUB
8600:A$ = "f(t+h) - f(t)":V
T = 10:HT = 16: GOSUB 8500
1030 A$ = "ds":E$ = "dt":VT = 10:
HT = 34: GOSUB 8300
1033 A$ = "ds":B$ = "dt":VT = 11.
3:HT = 7: GOSUB 8300:A$ = "="
":VT = 11.3:HT = 9: GOSUB 10
000
1036 A$ = "d ":VT = 11.3:HT = 12:
GOSUB 8300:A$ = "d ":VT = 1
1.3:HT = 22: GOSUB 8300
1039 A$ = "(5t ) (2t)":VT = 1
1:HT = 13: GOSUB 10000
1042 A$ = "-":VT = 11.3:HT = 20: GOSUB
10000:A$ = "3":VT = 10.8:HT =
16: GOSUB 10000
1045 GOSUB 7500: POKE 34,5: PRINT
1048 PRINT " = (....) +(.
....)"
1051 PRINT " @firL{^gYi[y^iqQ<K
fi^]giqLk = =....^sQgOt"
1052 VTAB 11: HTAB 36: PRINT ".i
YM[ Mad^sQgOt"
1054 PRINT "Lw?Qw{Q=^gYi[y^iqQ<K
fi^]g t = 10 ^sQgOtt =.....
iYM[/^sQgOt";
1057 A$ = "ds":B$ = "dt":VT = 9:H
T = 28: GOSUB 8300
1058 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
$ = "R" THEN 1000
1060 PRINT : PRINT " iA]Z=mgMdr<
(d 6 1.5 t $
$ - 2 1498"
1061 POKE 34,0
1062 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
1000
1500 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
" ip@QZ^SwEbg "
1510 VTAB 3: PRINT " 1. ; xgbQL
y = x(3x +2) -1 @?bg y'"
1520 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
$ = "R" THEN 1500
1530 PRINT : PRINT " iA]Z=mgMdr<

```

```

{d 1      6x + 2"
1540 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
1500
1600 VTAB 3: HTAB 1: PRINT ""
1610 VTAB 3: PRINT "      2.  [NZQM" =
w@bQuz?i=]vzdQQtzHgYaY;g[
      s = t %-4t -253
1 "
1620 PRINT "      iYvzd s iSyQ[fZf0
g?YtbQz^ZiSyQiYM["
1624 PRINT "      t iSyQi^]gYtb
Qz^ZiSyQs^QgOt"
1625 PRINT "      @?bg=^gYi[y^<d?i
NZQM"=wQQt{iqQ^Kf t = 3      s
QgOt"
1630 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
$ = "R" THEN 1600
1650 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdr
{d 2      23  iYM[/^sQgOt"
1680 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
1600
1700 VTAB 3: HTAB 1: PRINT ""
1710 VTAB 3: PRINT "      3.  aY;g[<d
?;g[i=]vzdQQtz<d?i[vd]xgbQon
?iSyQ      s = t(3t 4-k +
5)"
1720 PRINT "      iYvzd s iSyQ[fZf0
g?YtbQz^ZiSyQiYM["
1730 PRINT "      t iSyQi^]gYtb
Qz^ZiSyQ^sQgOt
      @?bg=^gYi[y^<d?i[vd]xgQt{ig
Q^Kf t=2 ^sQgOt"
1740 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
$ = "R" THEN 1700
1750 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdr
{d 3      37  iYM[/^sQgOt"
1790 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
1700
1800 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: PRINT CHR$(16)
1810 VTAB 4: HTAB 6: PRINT "@R=g
RQtz 12 ]?irSj]{^"
1820 HTAB 8: PRINT "1. <d;]eRin$
i[[tZQM{Q=gRQt{iqbYa2. Vdiq@i
qQ;g[i[[tZQj]]{"
1830 HTAB 6: PRINT "ipS[L;LMw^i]
vd; "
1840 VTAB 7: HTAB 18: PRINT "": VTAB
7: HTAB 19: INPUT "":A$: IF

```

```

A$ > "2" OR A$ < "1" THEN 18
40
1850 VTAB 7: HTAB 1: PRINT "": VTAB
7 - VAL (A$): HTAB : PRINT
""
1860 IF A$ = "1" THEN PRINT : PRINT
CHR$ (4); "RUN MATH.PART12"
1870 PRINT : PRINT CHR$ (4); "RU
N MAIN"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLLOT K
,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: HPLLOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
RETURN
7580 FOR K = 275 TO 285 STEP -
1: HPLLOT K,187 TO K,189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: HPLLOT 265 -
K,185 + K TO 265 - K,191 - K
: NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000:TH
= 177: HT = 177: HT =
HT - TH - 2
8310 A$ = B$:VT = VT + .6: GOSUB
10000: HPLLOT X - 7,Y - 3 TO
X + 4,Y - 3:VT = VT - .4:HT =
HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$:A$ = LEFT$ (B$,1):V
T = VT - .2: GOSUB 10000:HT =
HT - 1:A$ = RIGHT$ (B$,1):V
T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLLOT
X,Y - 3 TO X + 7,Y - 3: RETURN
8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLLOT
X - ( LEN (A$) - 1) + Y - 1,
Y + 2 TO X + 4,Y + 2
8510 DRAW ASC ('E') - 31 AT X -

```

```

      LEN (A$) * 3.5, Y + 10: VT =
      VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
      = "h 0": VT = VT + .6: HT =
      HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
      - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
      X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
      6, Y - 6: VT = VT - .4: HT = HT
      + 1: RETURN
8700 A$ = "h 0": GOSUB 10000: HPLOT
      X - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
      X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
      6, Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$ (A$, 1)) -
      31 AT (HT - 1) * 7, VT * 16 -
      8: DRAW ASC ( MID$ (A$, 3, 1)
      ) - 31 AT (HT - 1) * 7, VT *
      16 + 2
8810 HPLOT (HT - 1) * 7 - 1, VT *
      16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 7, V
      T * 16 - 6
8820 DRAW ASC ( RIGHT$ (A$, 1)) -
      31 AT (HT - 1) * 7 + 11, VT *
      16 - 4: RETURN
8900 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
      4: HPLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
      X + 4, Y - 7 TO X + 11, Y - 7:
      RETURN
8910 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
      4: HPLOT X, Y TO X + , Y + 2 TO
      X + 4, Y - 13 TO X + 20, Y - 1
      3: RETURN
8950 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
      6: HPLOT X, Y TO X + 3, Y -
      6: HPLOT X + 3, Y + 5
8952 HPLOT X + K - 1, Y - K: HPLOT
      X + K - 1, Y + K: NEXT K: HPLOT
      X, Y - 1: HPLOT X, Y + 1: RETURN
9999 REM <tZQMw?bQw?avd
10000 X = (HT - 2) * 7: Y = VT * 1
      6 - 4: POKE 232, 48: POKE 232
      , 0: SCALE = 1: ROT = 0: HCOLOR =
      3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$): N =
      ASC ( MID$ (A$, K, 1)): IF N =
      5 THEN

```

```
GCSUB 20000: GOTO 10
110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
      X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (N / 109) * S
      T: N = N - 31 + 69 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
      LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
      % * 7, Y + 3: LE = 0: GOTO 101
10
10080 IF X + N% * 7 > 275 THEN X
      = 7: Y = Y + 15
10090 DRAW N AT X + N% * 7, Y: X =
      X + N% * 7: HT = HT + 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
      152 AND N < 160) THEN LE = 1
10110 NEXT : RETURN
20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
      ST = 0
20010 RETURN
```

```

]T'
]LIST

```

```

10  REM
    MATH.PART13

20  PRINT CHR$(16): VTAB 5: PRINT
    "          =gROtz 13 ;g[S[fzm;M
    ~<d?dQmVwQP~"

30  FOR K = 1 TO 2000: NEXT
100  REM
    <{d 1

104  POKE 33,40: POKE 34,0
105  CLEAR : DIM A$(13):A$(1) = "
    ;xgbQLWw?;"PwQ y = f(x) egV
    g[ibgng = QtrQnglgh]"
108  HCOLOR= 3
110  A$(2) = "y Yt=zgan?amLb[vdMxz
    gamLirL{ 3 "sPt =vd"
112  A$(3) = " 1.ipLZ"sPt;xg]w?ad
    ?aYRn[K~"
114  A$(4) = " 2.ipLZ;g[i<tZQ;[gW
    "
116  A$(5) = " 3 ipLZigE[dQrV~QP"
    "
118  A$(6) = "Vs@g[Kg;[gW<d?Ww?;"E
    wQMzdirSQt{"
120  A$(7) = "@g;YgV"
122  A$(8) = " Ww?;"BwQ r iSyQWw?;
    "PwQiVssY"
124  A$(9) = "QvsQ=vdliYvrd k iVssY
    n{Q"
126  A$(10) = "f(x) @f....."
    "
128  A$(11) = "f(x) @f....."
    "
130  A$(12) = " = gYBwQ<d?ia{QawYT
    waia{Qig={? y = f(x) K @mL"
132  A$(13) = "(x,y) iqLk b[vd
    @fYt=zgiSyQ ....."
140  PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
    <{d 1 "
141  FOR K = 1 TO 6: VTAB K - 1: PRINT
    A$(K): NEXT
150  FOR K = 7 TO 10: VTAB K + 1:
    HTAB 20: PRINT A$(K): NEXT

182  VTAB 12: HTAB 12: PRINT A$1;
    VTAB 12: HTAB 18: PRINT "x"
    ;
184  VTAB 12: HTAB 1: PRINT "0";
    VTAB 3: HTAB 5: PRINT "Y"

```

```

155 HPLOT 15,180 TO 120,130 TO 1
    17,183: HPLOT 120,180 TO 117
    ,177: HPLOT 20,185 TO 20,115
    TO 17,118: HPLOT 20,115 TO
    23,118
156 HPLOT 50,172 TO 110,130: VTAB
    9: HTAB 5: PRINT "y = f(x)"
157 HPLOT 40,159: FOR K = 0 TO 9
    0 STEP 5
158 X = 70 * SIN (K / 180 * 3.14
    ): Y = 50 * COS (K / 180 * 3
    .14)
159 HPLOT TO 40 + X,110 + Y: NEXT

160 GOSUB 7500: VTAB 12: PRINT
162 VTAB 12: PRINT "      y = f(x)
a(QawYTwai(a(Qip={? y = f(x)
K @mL (x,y) iqLk b[vd
@fYt=zgiSyQ.....(R^;,]R)"
165 A$ = "dy": B$ = "dx": VT = 10: H
T = 16: GOSUB 8300
180 C$ = "R": GOSUB 7500: IF C$
= "R" THEN 100
182 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdr(
dQtz 1 =vd          iVszY<u{QR^;"

199 GOSUB 7500: IF C$ = "R" THEN
100
200 PEM
      <{d 1 Mad

205 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: HCOLOR= 3
210 A$(1) = "      Qg]L]W"
212 A$(2) = "      Qg]L]W"
;~BwQiVszY"
214 A$(3) = "QwzQ=vdYvzd x iVszY
<u{Qf(x)"
216 A$(4) = "@f ....."
218 A$(5) = "      (iVszY<u{Q,]L]?
)"
220 A$(6) = "      =^gYBwQ<d?ia(QawYT
wai(a(Qip={? y =-f(x)-K-@mL,"
222 A$(7) = "(x,y) iqLk b[vd
@fYt=zgiSyQ....."
223 A$(8) = "      (R^;,]R)"
230 PRINT CHR$(16)
234 VTAB 3: HTAB 5: PRINT "y": VTAB
6: HTAB 2: PRINT "0";: HTAB

```



```

19: PRINT "x"
235 H PLOT 15,120 TO 120,120 TO 1
    17,123: H PLOT 120,120 TO 117
    ,117
236 H PLOT 20,125 TO 20,40 TO 17,
    43: H PLOT 20,40 TO 23,43: H PLOT
    40,100 TO 110,40
237 H PLOT 110,61: FOR K = 0 TO 9
    0 STEP 5
240 X = 70 * SIN (K / 180 * 3.14
    ):Y = 60 * COS (K / 180 * 3
    .14)
242 H PLOT TO 117 - X,121 - Y: NEXT
243 V TAB 7: H TAB 9: PRINT "y = f
    (x)"
260 FOR K = 1 TO 5: V TAB K + 1: H TAB
    20: PRINT A$(K): NEXT
270 FOR K = 6 TO 8: V TAB K + 3: PRINT
    A$(K): NEXT
272 A$ = "dy": B$ = "dx": V T = 10: H
    T = 16: GOSUB 8300
274 V TAB 1
275 C D$ = "R": GOSUB 7500: IF C O$
    = "R" THEN 200
276 V TAB 11
280 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdR<{
    d 1 =vd      iVszY<u{QR^; "
289 GOSUB 7500: IF C O$ = "R" THEN
    200
300 REM
    <{d 1 Mzddt;

305 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
    0: M O L L E R = 3
    S 1 j]f[nS 2"
312 A$(2) = "Ww?;~BwQ f iSyQWw?;~
    BwQ]L"
314 A$(3) = "QwzQ=vd x iVszY<u{Q
    f(x) @f....."
316 A$(4) = "
    (iVszY<u{Q,]L]?)"
318 A$(5) = "=~gYBwQ<d?ia{QawYTwa
    ia{Qip=[? y = f(x) K @mL"
320 A$(6) = "(x,y) iqlk b[vd
    ofVt=zgiSyQ ....."
322 A$(7) = "
    (R; ,]R)"
325 PRINT CHR$(18)
330 V TAB

```

```

7: PRINT " 0
      x 0      x"
332 A$ = "y = f(x)": VTAB 3: HTAB
      10: PRINT A$: VTAB 3: HTAB 3
      1: PRINT A$: A$ = "[n$ "
333 VTAB 2: HTAB 13: PRINT A$;1:
      VTAB 2: HTAB 34: PRINT A$;2

335 HPLOT 20,100 TO 120,100 TO 1
      17,103: HPLOT 120,100 TO 117
      ,97
336 HPLOT 160,100 TO 260,100 TO
      257,103: HPLOT 260,100 TO 25
      7,97
337 HPLOT 25,105 TO 25,30 TO 22,
      33: HPLOT 25,30 TO 28,33
338 HPLOT 185,105 TO 185,30 TO 1
      82,33: HPLOT 185,30 TO 188,3
      3
339 VTAB 2: HTAB 5: PRINT "y";: HTAB
      25: PRINT "y"
340 HPLOT 40,50 TO 90,90: HPLOT
      180,30 TO 250,70
342 HPLOT 107,85: FOR K = 0 TO 7
      5 STEP 5
343 X = 80 + SIN (K / 180 * 3.14
      ): Y = 65 * COS (K / 180 * 3
      .14)
346 HPLOT TO 107 - X, 30 + Y: NEXT
349 HPLOT 180,40
350 FOR K = 0 TO 75 STEP 5
355 X = 80 + SIN (K / 180 * 3.14
      ): Y = 65 * COS (K / 180 * 3
      .14)
358 HPLOT TO 180 + X, 35 + Y: NEXT

360 FOR K = 1 TO 3: VTAB K + 8: PRINT
      A$(K): NEXT : VTAB 12: PRINT
      A$(4);
365 GOSUB 7500
370 POKE 34,7: PRINT PRINT PRINT
      : PRINT : PRINT
372 FOR K = 5 TO 7: VTAB K + 4: PRINT
      A$(K): NEXT
374 A$ = "dy": B$ = "dx": VT = 10: H
      T = 16: GOSUB 8300
375 C$ = "R": GOSUB 7500: IF C$
      = "R" THEN 300
380 PRINT : PRINT " [A]Z=xgMdB<{
      [L] ? ]B"

```

```

399 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
100
400 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0
420 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$(
(4)); "RUN MATH.PART13-II"
7000 END
7500 POKE - 16368,0: CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
CO$ = "R": CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
CO$ = "G": CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
187 TO K,189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: HPLT 265
K,185 + K TO 265 - K,191 - K
: NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000: TH
= LEN (A$) - LEN (B$): HT =
VT - TH
8310 VT = VT + .2: GOSUB
10000: HPLT X - 7, Y - 8 TO
X + 4, Y - 8: VT = VT - .4: HT =
HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$: AT = LEFT$ (B$,1): 7
T = VT - .2: GOSUB 10000: HT =
HT - 1: A$ = RIGHT$ (B$,1): V
T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLT
X, Y - 8 TO X + 7, Y - 8: RETURN
8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLT
X = (LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
Y + 2 TO X + 4, Y + 2
8510 DRAW ASC ("h") - 31 AT X -

```

```

      LEN (A$) * 3.5, Y + 10: VT =
      VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
      = "h 0": VT = VT + .6: HT =
      HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
      - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
      X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
      6, Y - 6: VT = VT - .4: HT = HT
      + 1: RETURN
8700 A$ = "h 0": GOSUB 10000: HPLOT
      X - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
      X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
      6, Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$ (A$, 1)) -
      31 AT (HT - 1) * 7, VT * 16 -
      8: DRAW ASC ( MID$ (A$, 3, 1)
      ) - 21 AT (HT - 1) * 7, VT *
      16 + 2
8810 HPLOT (HT - 1) * 7 - 1, VT *
      16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 7, V
      T * 16 - 6
8820 DRAW ASC ( RIGHT$ (A$, 1)) -
      31 AT (HT - 1) * 7 + 11, VT *
      16 - 4: RETURN
8900 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
      4: HPLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
      X + 4, Y - 7 TO X + 11, Y - 7:
      RETURN
8910 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
      4: HPLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
      X + 4, Y - 13 TO X + 20, Y - 1
      3: RETURN
8950 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
      6: HPLOT X, Y TO Y + 3, Y: FOR
      K = 1 TO 3: HPLOT X + 6, Y -
      3: HPLOT X + 3, Y + 3
8952 HPLOT X + K - 1, Y - K: HPLOT
      X + K - 1, Y + K: NEXT K: HPLOT
      X, Y - 1: HPLOT X, Y + 1: RETURN
9999 REM 1kZAMw lQvTawd
10000 X = (HT - 2) * 7: Y = VT * 1
      6 - 4: POKE 233, 48: POKE 232
      , 0: SCALE = 1: ROT = 0: HCOLOR =
      3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$): N =
      ASC ( MID$ (A$, K, 1)): IF N =
      5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
      110
10030 IF AT = 1 AND N = 32 THEN

```

```
X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (N / 109) * S
      T: N = N - 31 + 69 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
      LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
      % * 7, Y + 3: LE = 0: GOTO 101
      10
10080 IF X + N% * 7 > 275 THEN X
      = 7: Y = Y + 15
10090 DRAW N AT X + N% * 7, Y: X =
      X + N% * 7: HT = HT + 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
      152 AND N < 160) THEN LE = 1

10110 NEXT: RETURN
20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
      ST = 0
20010 RETURN
```

LIST

1 REM

MATH.PART13-II

3 REM

<{d 2

4 POKE 36728,0

5 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,0:

HCOLOR= 3: DIM A\$(14)

10 A\$(1) = " @g;;[gW N{g@mL D iSy

Q@mL^;;]wR<d?ia{Qip=?"

12 A\$(2) = "y = f(x) Ww?;~BwQ y =

f(x) iqQBz?[fb^zg? A ;wR"

14 A\$(3) = "B iSyQw?; BwQ iVszY"

16 A\$(4) = "QwzQ=vd iYvzd x iVszY<u{Q f(x) @fiVszY<u{QL{^Z"

18 A\$(5) = "Lw?Qw{Q=^gYBwQ<d?ia{Q

awYTwaia{Qip=? y = f(x) b[v

d"

20 A\$(6) = " K @mL (x,y) iqLk

iYvzd x dZzn[fb^zg? A ;]?"

22 A\$(7) = "B @fYt=ziSyQ .....

24 A\$(8) = " (R^;,)R)"

26 A\$(9) = "Ww?; Bw{Q y = f(x) i

qQBz?[fb^zg? B ;]i C iSyQ"

28 A\$(10) = "Ww?;~BwQLL"

30 A\$(11) = " QwzQ=vd iYvzd x iVszY<u{Q f(x) @f]L]?"

34 A\$(13) = "b[vd K @mL (x,y)

iqLk iYvzd x dZzn[fb^zg? B"

36 A\$(14) = "wR C @fOt=ziSyQ ..

(R^;,)R)"

40 PRINT CHR\$( 16): VTAB 1: PRINT

" <{d 2 "

50 GOSUB 4000: GOSUB 4200

55 VTAB 2: HTAB 24: PRINT "y = f

(x)"

60 FOR K = 1 TO 4: VTAB K + 7: PRINT

A\$(K): NEXT : GOSUB 7500

65 POKE 34,7: VTAB 12: FOR K = 1

```

      TO 5: PRINT : NEXT
70  FOR K = 5 TO 8: VTAB K + 3: PRINT
    A$(K): NEXT
71  A$ = "dy":BS = "dx":VT = 9:HT =
    1: GOSUB 8300
72  GOSUB 7500
75  VTAB 8: HTAB 1: PRINT ""
76  FOR K = 9 TO 11: VTAB K - 1: PRINT
    A$(K): NEXT : GOSUB 7500
77  VTAB 12: FOR K = 1 TO 5: PRINT
    : NEXT
78  FOR K = 12 TO 14: VTAB K - 4:
    PRINT A$(K): NEXT
79  A$ = "dy":BS = "dx":VT = 9:HT =
    6: GOSUB 8300
80  CO$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$ =
    "R" THEN VTAB 8: HTAB 1: PRINT
    "": GOTO 60
85  PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdR<{d
    2      R^ ; ]R."
98  POKE 34,0
99  GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
    VTAB 8: HTAB 1: PRINT "": GOTO
    60
100  REM
      <{d 2 Mzd

105  CLEAR : DIM A$(15)
110  A$(0) = " @g;]gW y = f(x) a
    {mSirL{?zg"
112  A$(1) = "      iSyQR^:jaL^?zg
    iYvd x iVszYku{Q"
114  A$(2) = "      y ;y@fiVszYku
    {Q"
116  A$(3) = " n?amL<d?Ww?;?PqirYzirL{iv{g
    f y "
118  A$(4) = ";xg]w?iVszYku{Q"
120  A$(5) = "      iSyQ]RjaL?^zgiY
    vdzg x iVszYku{Q y @f]L]?"

122  A$(6) = "QwzQ=vd y @fiSyQ=zga
    n?amL<d?Ww?;?PqirYzirL{iv{g
    f y "
124  A$(7) = ";xg]w?]L]?"
126  A$(8) = " =zg x OtsOxgiab{
    iSyQR^; b]vd x OtsOxgiab{
    iSyQ"
127  A$(9) = "]#@firYzirL{iv{g x Ots

```

```

      Oxgiqb{·y Yt=zgan?amLiV[gf=
      zg x Qw{Q"
128 A$(10) = "Oxgiqb{=zgWw?;~BwQi
      VszY<u{Qb[vd]L]? jMz K @mL";
      ;]wR"
130 A$(11) = ";xg]w?@fiS]tzZQ@g;R
      ^;iSyQ]R"
132 A$(12) = "Lw?Qw{Q=zg x OtzOxg
      igb{      = 0 @=iSyQ=zg x OtzO
      xgiqb{"
134 A$(13) = "Ww?;~BwQYt=zgan?amL
      "
150 VTAB 8: PRINT ""
152 FOR K = 0 TO 3: VTAB K + 8: PRINT
      A$(K): NEXT : PRINT A$(4);: VTAB
      1
153 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 9:HT
      = 2: GOSUB 8300: GOSUB 7500

155 VTAB 12: POKE 34,8: FOR K =
      1 TO 5: PRINT : NEXT
158 FOR K = 5 TO 7: VTAB K + 3: PRINT
      A$(K): NEXT
160 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 8:HT
      = 2: GOSUB 8300: GOSUB 7500

162 VTAB 8: PRINT ""
164 FOR K = 8 TO 9: VTAB K: PRINT
      A$(K): NEXT :A$ = "dy":VT =
      9:HT = 14: GOSUB 8300:A$ = "
      dy":HT = 35: GOSUB 8300:A$ =
      "dy"
166 VTAB 10: PRINT A$(10): PRINT
      A$(11)
167 VT = 10:HT = 22: GOSUB 8300
168 GOSUB 7500
169 VTAB 8: PRINT : PRINT A$(1
      2): PRINT A$(13)
170 A$ = "dy":VT = 9:HT = 16: GOSUB
      8300
180 C$ = "R": GOSUB 7500: IF C$
      = "R" THEN 100
200 REM
      (id 3

205 CLEAR : DIM A$(13): HCOLOR=
      3
210 A$(1) = " @g;[gW N{g@mL E iS
      yQ@mL";]wR<d?ia{Qip={? "
212 A$(2) = "y = f(x) Ww?~BwQ y
      = f(x)iqQBz"?[fb"zg? A j]?"
214 A$(3) = "E iSyQWw?;~BwQ]L"

```



```

216 A$(4) = "      QwzQ=vd iYvzd x
      iVszY<u{Q f(x) @f]L}?"
218 A$(5) = "      Lw?Qww{Q =^gYBwQ<
      d?ia{QawYTWaia{Qip={? y = f(
      x)"
220 A$(6) = "b[vd      K.@mL (x,y)
      iqLk iYvzd x dZzn[fb^zg? A"
222 A$(7) = ";wR B @fYt=zgiSyQ ..
      .....Ww?;~BwQ y =f(x)"
224 A$(8) = "      (R^;
      ,]R)"
226 A$(9) = "igQBz^?[fb^zg? B ;wR
      C iSyQWw?;~BwQiVszY"
228 A$(10) = " QwzQ=vd iYvzd x iV
      szY<u{Q f(x) @fiVszY<u{QL{?
230 A$(11) = " Lw?Qww{Q = gYBwQ<d?
      ia{QawYTWaia{Qip={? y = f(x)
      )"
232 A$(12) = "b[vd      K @mL (x,y
      ) iqLk dZzn[fb^zg? B j]f C"
234 A$(13) = "@fYt=zgiSyQ .....
      ..(R^;.]R)"
236 IF PEEK (36728) = 27 THEN VTAB
      8: HTAB 1: PRINT "": GOTO 26
      0
240 POKE 34,0: PRINT CHR$(16):
      VTAB 1: ERINT "      <(d 3 "
246 GOSUB 4000: GOSUB 4300: POKE
      36728,27
247 VTAB 3: HTAB 10: PRINT "y =
      f(x)"
260 VTAB 8: HTAB 4: PRINT A$(1):
      FOR K = 5 TO 8: VTAB K:
      PRINT A$(K): HTAB 10
      GOTO 260
261 POKE 34,7
265 FOR K = 5 TO 8: PRINT A$(K):
      NEXT :A$ = "dy":B$ = "dx":V
      T = 9:HT = 5: GOSUB 8300:
266 PRINT A$(9):
268 GOSUB 7500:A$ = "dy"
270 FOR K = 9 TO 13: PRINT A$(K)
      : NEXT :VT = 10:HT = 5: GOSUB
      8300
290 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      300
300 REM
      (d 3 Had
395 CLEAR : DIM A$(13)

```

```

310 A$(1) = " @g;;[gW y = f(x) a
      [mSirL{^zg"
312 A$(2) = " iSyQ]RjaL?^zgiY
      vzd x iVszY<u{Q y @f]L]?"
314 A$(3) = "QwzQ=vd y @fiSyQ=zgM
      xzgamL<d?Ww?;~BwQirYzirL{ iV
      [gf y"
316 A$(4) = ";xg]w?]L]?"
318 A$(5) = "iSyQR^;jaL?^zgiYvzd
      x iVszY<u{Q y @fiVszY<u{QL{^
      Z"
320 A$(6) = "QwzQ=vd y @fiSyQ=zga
      n?amL<d?Ww?;~BwQirYzirL{ iV[
      gf"
322 A$(7) = ";xg]w?iVszY<u{Q
324 A$(8) = " =zg<d? x OtzOxgiqb{
      iSyQR ;Bivd x.OtzOxgiqb{
326 A$(9) = "iSyQ]R@firYziqBz=zg
      x OtzOxgiqb{ y Yt=zgMxzgamL
      iV[gf=zg"
328 A$(10) = "x Qw{QOxgiqb{=zg<d?
      Ww?;~BwQiVszY<u{Qb[vd]L]?"
330 A$(11) = "jMz K @mL^;;]wR
      ;xg]w?@fiS]tzZQ@g;]RiSyQR^;
      "
332 A$(12) = " Lw?Qw{Q=zg x OtzO
      xgiqb{ = Q @fiSyQ=zg x Ot
      zOxgiqb{"
334 A$(13) = "Ww?;~BwQYt=zgMxzgam
      L"
340 POKE 34,7: VTAB 8: PRINT "":
      FOR K = 1 TO 4: VTAB K + 7:
      PRINT A$(K): NEXT
342 A$ = "dy":VT = 8:HT = 15: GOSUB
      8300:A$ = "dy":HT = 36: GOSUB
      8300:A$ = "dy"
345 GOSUB 7500: VTAB 8: HTAB 1: PRINT
      ""
350 VTAB 9: HTAB 3: PRINT A$(5)
      ": VTAB 10: PRINT A$(6): PRINT
      A$(7)
351 VT = 9:HT = 1: GOSUB 8300
355 GOSUB 7500
360 VTAB 8: PRINT "": FOR K = 8 TO
      10: VTAB K: PRINT A$(K): NEXT
361 A$ = "dy":VT = 8:HT = 15: GOSUB
      8300:A$ = "dy":HT = 36: GOSUB
      8300:A$ = "dy"
365 GOSUB 7500
370 PRINT : PRINT A$(11): PRINT

```

```

A$(12): PRINT A$(13):VT = 9:
HT = 15: GOSUB 8300:A$ = "dy
":VT = 10:HT = 18: GOSUB 830
0
380 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF COS$
= "R" THEN 300
390 PRINT : PRINT " iA]Z=xgMdR<{
d 3 =vd ]RR ^ ; "
395 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$
(4);"RUN MATH.PART13-III"
3999 END
4000 VTAB 7: PRINT " 0
A B C X"
4040 HPLOT 50,100 TO 240,100 TO
237,103:HPLOT 240,100 TO 23
7,97
4100 HPLOT 55,105 TO 55,20 TO 52
,23:HPLOT 55,20 TO 58,23: VTAB
1: HTAB 8: PRINT "Y"
4120 RETURN
4200 VTAB 2: HTAB 20: PRINT "D":
HPLOT 183,53: FOR K = 135 TO
225 STEP 5
4210 X = 60 * SIN (K / 180 * 3.1
4):Y = 70 * COS (K / 180 *
3.14)
4230 HPLOT TO 138 + X,100 + Y: NEXT
4232 HPLOT TO 93,53: FOR K = 53
TO 100 STEP 2: HPLOT 93,K: HPLOT
183,K: NEXT
4235 FOR K = 31 TO 100 STEP 2: HPLOT
138,K: NEXT : RETURN
4300 HPLOT 181,45: VTAB 4: HTAB
20: PRINT "E": FOR K = 135 TO
---
4310 X = 60 * SIN (K / 180 * 3.1
4):Y = 65 * COS (K / 180 *
3.14)
4330 HPLOT TO 138 + X,1 - Y: NEXT
: HPLOT TO 93,45
4332 FOR K = 45 TO 100 STEP 2: HPLOT
93,K: HPLOT 181,K: NEXT
4335 FOR K = 35 TO 100 STEP 2: HPLOT
138,K: NEXT : RETURN
7000 END
7500 POKE - 16388,0: COS$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570

```

```

7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
      CO$ = "R": CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
      CO$ = "G": CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: H PLOT K
      ,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
      0 TO 3: H PLOT 275 + K,185 +
      K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
      RETURN
7580 FOR K = 275 TO 285 STEP -
      1: H PLOT K,187 TO K,189: NEXT
      : FOR K = 0 TO 3: H PLOT 285 -
      K,185 + K TO 285 - K,191 - K
      : NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000: TH
      = LEN (A$) - LEN (B$): HT =
      HT - TH - 2
8310 A$ = B$: VT = VT + .6: GOSUB
      10000: H PLOT X - 7, Y - 8 TO
      X + 4, Y - 8: VT = VT - .4: HT =
      HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$: A$ = LEFT$ (B$,1): V
      T = VT - .2: GOSUB 10000: HT =
      HT - 1: A$ = RIGHT$ (B$,1): V
      T = VT + .6: GOSUB 10000: H PLOT
      X, Y - 8 TO X + 7, Y - 8: RETURN
8500 HT = HT - 1: GOSUB 10000: H PLOT
      X - ( LEN (A$) - 1) * 1 - 1,
      Y + 2 TO X + 4, Y + 2
8510 DRAW ASC ("h") - 31 AT X -
      LEN (A$) * 3.5, Y + 10: VT =
      VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
      = "h 0": VT = VT + .6: HT =
      HT - 4: GOSUB 10000: H PLOT X
      - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
      X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
      6, Y - 6: VT = VT - .4: HT = HT
      + 1: RETURN
8700 A$ = "h 0": GOSUB 10000: H PLOT
      X - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
      X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X

```

```

6,Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7,VT * 16 -
8: DRAW ASC ( MID$ (A$,3,1)
) - 31 AT (HT - 1) * 7,VT *
16 + 2
8810 HPLOT (HT - 1) * 7 - 1,VT *
16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 7,V
T * 16 - 6
8820 DRAW ASC ( RIGHT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7 + 11,VT *
16 - 4: RETURN
8900 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
4: HPLOT X,Y TO X + 2,Y + 2 TO
X + 4,Y - 7 TO X + 11,Y - 7:
RETURN
8910 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
4: HPLOT X,Y TO X + 2,Y + 2 TO
X + 4,Y - 13 TO X + 20,Y - 1
3: RETURN
8950 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
6: HPLOT X,Y TO X + 3,Y: FOR
K = 2 TO 3: HPLOT X + 3,Y -
3: HPLOT X + 3,Y + 3
8952 HPLOT X + K - 1,Y - K: HPLOT
X + K - 1,Y + K: NEXT : HPLOT
X,Y - 1: HPLOT X,Y + 1: RETURN

9999 REM i<+ZQMwcbQw?avd
10000 X = (HT - 2) * 7:Y = VT * 1
6 - 4: POKE 233,48: POKE 232
,0: SCALE= 1: ROT= 0: HCOLOR=
3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$) * N -
1: MID$ (A$,K,1) * N -
1 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (N / 109) * S
T:N = N - 31 + 69 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
% * 7,Y + 3:LE = 0: GOTO 101
10
10080 IF X + N% * 7 > 275 THEN X
= 7:Y = Y + 15
10090 DRAW N AT X + N% * 7,Y:X =
X + N% * 7:HT = HT + 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
152 AND N < 180) THEN LE = 1
10110 NEXT : RETURN
20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
ST = 0
20010 RETURN

```

]LIST

2 REM

MATE.PART13-III

3 REM

&lt;[d 4

```
4 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,0:
  HCOLOR= 3: PRINT CHR$(16)
  : GOSUB 4000
```

5 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,0

```
10 A$(1) = " @g;;[gW@fibyQ^zgN{
  glg;ia{QawYTwa;wR;[gW K @mL"
```

```
12 A$(2) = " :]P ia{QawYTwaia(Q
  lpp={?f QgQ;wRj;Q x lw?Qw{
```

```
14 A$(3) = "=^gYBwQ<d?ia{QawYTwaO
  tz@mLMxzgamLb[vdan?amL@u? iO
  zg;wR"
```

16 A\$(4) = " . . . . ."

```
18 A$(5) = " jMz=^gYBwQ<d?ia{Qip
  ={? K @mLiql;ymgY =vd=^gYBwQ
  "
```

```
20 A$(6) = "<d?ia{QawYTwa K @mLQw
  {QCuz?iCzg;wRdQmVwQF^<d?Ww?;
  "BwQ K"
```

22 A\$(7) = "@mLQw{Q"

```
24 A$(8) = " lwQw{Q dQmVwQF^axgb
  [wN=ag x Ot=Oxgiqb{ y iSyQ=z
  gan?amL"
```

```
26 A$(9) = "[vdMxzgamLQw(Q@u?iOz
  g;wR
```

28 HTAB 1: PRINT " : ] P I A { Q

29 HTAB 1: PRINT " : ] P I A { Q

```
K + 1: PRINT A$(K): NEXT : GOSUB
  7500
```

37 VTAB 8: HTAB 1: PRINT "": FOR

K = 5 TO 7: VTAB K + 3: PRINT

A\$(K): NEXT : GOSUB 7500

40 VTAB 8: HTAB 1: PRINT "": PRINT

A\$(8): PRINT A\$(9)

```
50 CDS = "R": GOSUB 7500: IF CDS =
  "R" THEN 5
```

55 VTAB 8: HTAB 1: PRINT "": VTAB

8

60 PRINT : PRINT " iAJZ=xgMdR{d

4 =vd

nQZ~\_nQZ~

```

70 PRINT " a[mS =zg<d? x OtzOxgi
   qb{ y Yt=zgan?amLb[vdMxzgamL
   iSyQ =zg x OtzirL{@g;;g{j:{
   aY;g[ . =0"
72 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 11:HT
   = 23: GOSUB 8300
90 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
   5
100 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
   0: PRINT CHR$ (16)
110 PRINT "      <{d 5 =zgan?amLj]fM
   xzgamL<d?Ww?;~BwQOtz;]zg^Nu?
   iSyQ=zgan?amLawYVwOP~j]fMxzg
   amLawYVwOP~ ;]zg^=vd iSyQ=zg
   an?amL"
120 PRINT " j]f=zgMxzgamLiYwodiO
   zF;~BwQOtz;]zg^Nu?
   BzQ"
125 PRINT
130 PRINT " @mL A,C,E iSyQ@mLotz
   Ww?;~BwQYt=zgan?amL @mL B,Di
   SyQ@mLotzWw?;~BwQYt=zgMxzgam
   L"
140 HCOLOR= 3: HPLOT 157,73 TO 1
   80,70 TO 163,73: HPLOT 160,7
   0 TO 160,190: HPLOT 90,150 TO
   285,150 TO 282,153: HPLOT 26
   5,150 TO 262,147
142 HPLOT 110,110
145 YY = 110:R = 15: X = 110:SS =
   0:BE = 360:ST = 7: GOSUB 1200
   0
150 SS = 0:BE = 90:ST = 7:R = 30:
   GOSUB 1200
155 SS = 90:BE = 180:ST = 7:R = 15:
   GOSUB 1200
160 X = X + 5
165 SS = 91:BE = 270:ST = 10:R =
   140:YY = 134: GOSUB 1200
170 SS = 270:BE = 360:ST = 12:R =
   10:YY = 164: GOSUB 1200
175 SS = 0:BE = 180:ST = 20:R = 5
   :YY = 160: GOSUB 1200
180 SS = 180:BE = 270:ST = 10:YY =
   160:R = 12: GOSUB 1200: CLEAR
182 A$ = "y":VT = 4.6:HT = 22.5: GOSUB
   10000:A$ = "c":VT = 10:HT =
   24.2: GOSUB 10000:A$ = "x":H
   T = 32.3: GOSUB 10000
185 A$ = "A":VT = 6:HT = 13.5: GOSUB
   10000:A$ = "B":VT = 3.6:HT =

```

```

22: GOSUB 10000
190 A$ = "C":VT = 5:HT = 26: GOSUB
    10000:A$ = "D":VT = 11.8:HT =
    30: GOSUB 10000
192 A$ = "E":VT = 10.3:HT = 33.6:
    GOSUB 10000
193 HPLOT 115,94 TO 132,94: HPLOT
    140,125 TO 157,125
194 HPLOT 164,79 TO 185,79: HPLOT
    197,174 TO 212,174
195 HPLOT 210,155 TO 225,155
200 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
    = "R" THEN 100
300 POKE 33,40: POKE 34,0: PRINT
    CHR$(18)
310 VTAB 1: PRINT " "
320 VTAB 1: HTAB 7: PRINT " "
    ;KI~;g[Oxgip@OZ~bg=zgan?amL
    b[vd MxzagamL"
330 PRINT
340 PRINT " "
    <w{QOtz 1      dzgQip@O
    Z~dZzg?}ridtZLiqb[D(gKjQzQdQ
    ^zg          ip@OZ~M{d?;;g[i
    qb{bg=zgan?amLb[vd=agtkzganL
    dddfir} iquiazza
    w{QiSyQ y b[vdMw}jS[divzQ
    ;yirL{"
350 PRINT " "
    <w{QOtz 2      bg=zgOtz
    lS}tzZQ}S}rirL{i}Qip@OZ~zagb
    Qus?          aYimSiqb{i
    SyQ x ipLZOtz y @fYt=zgYg;
    b[vdQ{dZku{QdEan,
    wR=zagd? x"
360 GOSUB 7500: POKE 34,1
370 PRINT " "
    <w{QOtz 3      bg=zgagd?
    ;yirL{"
    ip@OZ~Pa?{dds@:ngb
    QLYgiqb[i]Z,yagelisyQ
    ;yirL{"
380 PRINT " "
    <w{QOtz 4      bg      Cuz
    YirL{w}Mlg;g{lS}tzZjS}Qd?~x
    gy          OtaigM{d?;g{bg=z
    gan?amLb[vdMxzagamLiOtE;wR
    ;Hw jS} x"
390 PRINT " "
    <w{QOtz 5      iqb{      =
    O j}{j;iaY,gibg=zg x"
400 PRINT " "
    <w{QOtz 6      N{gip@OZ
    ~M{d?;g{O}gF y Yt=zgan?amLb[
    vdnkz          amLiQzgr}w
    M{dQngag x OtirL{Ybgag
    ;dd? y dt;~w{?
410 HGOLOP= 0: HPLOT 0,15 TO 50,

```



```

15: HPLOT 0,127 TO 50,127: HCOLOR= 3
420 POKE 34,0:A$ = "dy":B$ = "dx"
   ":VT = 5:HT = 12.3: GOSUB 83
   00:A$ = "dy":B$ = "dx":VT =
   8:HT = 13: GOSUB 8300
430 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF COS
   = "R" THEN 300
500 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
   " Mw^dZzg?Qtz 1 @?bg=zgan?
   amL<d?Ww?;"BwQ y=-x $-2x"
505 VTAB 2
510 PRINT "^sPtOxg iQvzd?@g; y
   = -x $-2x (<w{QQtz 2,3)"
515 HCOLOR= 3: HPLOT 0,30 TO 28,
   30
520 PRINT " firL( =
   2x-2 (<w{QQtz 4)"
530 PRINT "jMs=zg x OtsOxgiqb{ y
   Yt=zagan?amLiSyQ=zg x Otsi;
   LQg;;glj;laY;gf "
540 PRINT " QwsQ=vd =
   0 (<w{QQtz 5)"
545 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 5:HT
   = 8.5: GOSUB 8300
550 PRINT " @a?irL( -2x-2 =
   0 x = ....."
560 PRINT " Lw?Qw{Q x =-1 @fiSy
   Q=zgOtsOxgiqb{Ww?;"BwQYt=zaga
   n?amL"
570 PRINT " iYvzd x =-1 @firL(
   y = -(-1) 2-2(-1) =1"
580 PRINT " Lw?Qw{Q =zagan?amLsd
   ? y =vd ....."
590 A$ = "R": B$ = "R":VT = 6:HT
   = 14: GOSUB 8300
   B$ = "dx":VT = 6:HT = 14: GOSUB
   8300
590 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF COS
   = "R" THEN 500
600 PRINT : PRINT " 1A]Z=xgM-dR*(
   d 3 =vd - 1 1"
620 GOSUB 7500: IF COS = "R" THEN
   300
700 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
   " Mw^dZzg?Qtz 2 @?bg=zgan?
   amL<d?Ww?;"BwQ y= x $-2x"
710 VTAB 2
720 PRINT "cPtoXg iQvzd?@g; y
   = x $ 2x (<w{QQtz 2,3)"
730 HCOLOR= 3: HPLOT 0,30 TO 28,
   30
740 PRINT " @firL( = 2

```

```

x -2 (<w{Q0tz 4)"
750 PRINT "jMz=zg x. OtzOxgiqb{ y
    Yt=zgMxzgamLiSyQ=zg x Otzi;
    sL@g;;g[j;{aY;g[ "
760 PRINT " QwzQ=vd =
    0 (<w{Q0tz 5)"
765 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 5:HT
    = 8.5: GOSUB 3300
770 PRINT " @u?irL{ 2x-2 =
    0 x = ....."
780 PRINT " Lw?Qw{Q x = 1 @fiSy
    Q=zgOtzOxgiqb{Ww?;~BwQYt=zgM
    xzgamL"
790 PRINT " iYvzd x = 1 @firL{
    y = 1 $-2(1) =1"
800 PRINT " Lw?Qw{Q =zgMxzgamL<
    d? y =vd ....."
810 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 3:HT
    = 14: GOSUB 8300:A$ = "dy":
    B$ = "dx":VT = 6:HT = 14: GOSUB
    8300
820 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
    = "R" THEN 700
830 PRINT : PRINT " iA]Z=xgNdR<{
    d s =vd 1 - 1 "
840 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
    700
900 PRINT CHR$ (16): VTAB 4: HTAB
    6: PRINT "i[g@R=gROtz 13 lrS
    i[+ER[[dzj]]{"
910 HTAB 3: PRINT "1.<dORO^Qnw{?
    jMzM{Qdt;2.i[tzQ=gRMzdirS"
920 HTAB 6: PRINT "ipS[L;LMw{i}v
    d;"
930 VTAB 7: HTAB 18: PRINT " : VTAB
    7: HTAB 18: PRINT " ,AS: IF
    A$ > "2" OR A$ < "1" THEN 93
    0
940 VTAB 7: HTAB 1: PRINT "": VTAB
    7 - VAL (A$): HTAB 1: PRINT
    ""
950 VTAB 1: PRINT : IF A$ = "1" THEN
    PRINT CHR$ (4);"RUN MATH.P
    ART13"
955 PRINT CHR$ (4);"RUN MAIN"
1000 END
1200 FOR K = SS TO BE STEP ST
1240 Y = R * SIN (K / 180 * 3.14
    )
1250 HELOT TO X,YY - Y:X = X +
    1: NEXT : RETURN
4000 VTAB 7: PRINT " 0
    X 0 Y"

```

```

4002 VTAB 2: HTAB 6: PRINT "Y";:
      HTAB 25: PRINT "Y"
4005 HPLOT 30,100 TO 130,100 TO
      127,103: HPLOT 130,100 TO 12
      7,97
4010 HPLOT 160,100 TO 260,100 TO
      257,103: HPLOT 260,100 TO 25
      7,97
4020 HPLOT 35,105 TO 35,30 TO 32
      ,33: HPLOT 35,30 TO 38,33
4025 HPLOT 165,105 TO 165,30 TO
      162,33: HPLOT 165,30 TO 168,
      33
4030 HPLOT 50,50 TO 110,50: HPLOT
      178,80 TO 240,80
4040 HPLOT 165,70: FOR K = 180 TO
      230 STEP 5
4042 X = 30 * SIN (K / 180 * 3.1
      4):Y = 55 * COS (K / 180 *
      3.14)
4045 HPLOT TO 82 + X,106 + Y: NEXT
      K
4046 HPLOT 239,57: FOR K = 180 TO
      235 STEP 5
4047 X = 30 * SIN (K / 180 * 3.1
      4):Y = 56 * COS (K / 180 *
      3.14)
4050 HPLOT TO 215 + X,24 - Y: NEXT
      K
4055 RETURN
7500 END
7500 PCHE - 16368,0:CG# = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CG# = "P" THEN
      GOSUB 7530
7530 HCOLOR= 0: IF CG# = "R" THEN
      GOSUB 7530: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 18384) = 155 THEN
      CG# = "R":CG# = "" HCOLOR=
      3: RETURN

```

]T"  
]LIST

```

10  REM
    MATH.PART14

20  POKE 33,40: POKE 34,0: PRINT
    CHR$(16)

25  VTAB 1: PRINT "          =gROtz
    14 ;g[S[fZm;M~<d?dQmVwQP~ (M
    zd) "

30  VTAB 3: PRINT "          <{d 1  b]w;i;
    KI~;g[Oxgip@OZ~bg=zgan?amLb[
    vdMxzgamL"

50  PRINT
60  PRINT "          <w{QOtz 1  dzgQip@OZ
    ^dzag?]]fidtZLiqb{Q[grRjQzQdQ
    zg          ip@OZ~M{d?;g[iq
    b{bg=zgan?amLb[vd=zgMxzgamL
    <d?dfir[ iqb{asz?Qw
    {QiSyQ y b[vdMw^jS[dvzQ
    jvirL{"

70  PRINT "          <w{QOtz 2  bg=zgOtz i
    S]tz?QjS]?irL{iqQip@OZ~zgbQ
    uz?          aYmMsiqb{is
    yQ x ipLZOtz y @fIt=zgIg;
    b[vdQ(dZcu(QdZan;w
    R=zg<d? x"

80  GOSUB 7500: PRINT : PRINT : POKE
    33,1: VTAB 2: PRINT "": VTAB
    2

90  PRINT "          <w{QOtz 3  bg=zg<d?
    y dd;YgiqQ[inSed? x angb{wE
    ip@OZ~Rg?<{ddg@;xgbQ
    LYgib{f]Z:vd@iSyQ
    irL{"

100 PRINT "          <w{QOtz 4  bg          Cuz
    ?iSyQdwN[g;g[iS]tzZjS]?<d?=:
    gy          Otzi[gM(d?:g[bg=z
    gan?amLb[vdMxzgamLiOtZR;wE
    Mw^jS[ x"

110 PRINT "          <w{QOtz 5  iqbf{          =
    0 j]f^j;{aY;g[bg=zg x"

120 PRINT "          <w{QOtz 6  N{gip@OZ
    ~M{d?;g[O[gr y Yt=zgan?amLb[
    vdMxzg          amLiOzgiqL @f
    M{d?Qxg=zg x OtzirL{Ygbg=zg
    <d? y dt;=lv{?"

130 HCOLOR= 0: HPLOT 0,15 TO 50,
    15: HPLOT 0,127 TO 50,127: HCOLOR= 3

140 POKE 34,0:A$ = "dy":B$ = "dx"

```

```

      ":VT = 5:HT = 12.3: GOSUB 83
      00:A$ = "dy":B$ = "dx":VT =
      8:HT = 12.3: GOSUB 8300
150 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
    = "R" THEN 20
200 REM
      <(d 2

205 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
    0: HCOLOR= 3
210 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
    " <(d 2 N{gip@OZ~irYzirL{Rd
    ;^zgWw?;~BwQQtz;rgbQLiqb{iqb
    {=zg an?amLb[vdMxzgamLj][^ @
    f[[nirL{dZzg?ir[^zg=agQw{QiS
    yQ=agan? amLb[vd=agMxzgamL"
212 PRINT " sftOxg aYmlis zgj;{
    aY;g[ = 0-j]firL{ x = a
    j}[^ Ww?;~BwQQt{@fiqb{=zg
    an?amLiYvzd"
213 HCOLOR= 3: HPLOT 0,62 TO 28,
    62: VTAB 6: HTAB 21: PRINT "
    "
214 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 4:HT
    = 21: GOSUB 8300
215 PRINT ";. xca i|y;Q{dZj}[^
    >0 (=vd="gYBwQYt=zgiSyQ +)"
216 VTAB 9: PRINT " xca i|y;Q{
    dZj}[^ 0 (=vd="gYBwQYt=zg
    iSyQ -) Lw?YgV " ;
220 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 7:HT
    = 37.2: GOSUB 8300:A$ = "dy
    ":B$ = "dx":VT = 9:HT = 37.2
    GOSUB 8300
222 VTAB 9: PRINT " xca i|y;Q{
    dZj}[^ 0 (=vd="gYBwQYt=zg
    iSyQ -) Lw?YgV " ;
240 GOSUB 4000: GOSUB 4200
250 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
    = "R" THEN 200
260 REM
      <(d 2 Mzd

270 CLEAR : HCOLOR= 3: VTAB 5: HTAB
    20: PRINT "MxzgamLiYvzd"
272 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 4:HT
    = 21: GOSUB 8300
280 VTAB 6: PRINT ";. xca i|y;Q{
    dZj}[^ 0 (=vd="gYBwQYt=zg

```

```

iSyQ +"
282 VTAB 8: PRINT "<. x>a i|y;Q{
dZj]{^ >0 (=vd=^gYBwQYt=zg
iSyQ -) Lw?XgV "
284 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 6:HT
= 37.2: GOSUB 8300:A$ = "dy
":B$ = "dx":VT = 8:HT = 37.2
: GOSUB 8300
288 VTAB 9: HTAB 9: PRINT "-
+"
290 GOSUB 4000: GOSUB 4300
300 REM
310 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
= "R" THEN 260
400 REM
Mw^dZzg? 1

410 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: PRINT CHR$(16): VTAB 1:
PRINT " Mw^dZzg?Otz 1 Ww?
;~BwQ y = -x $-2x iqb{bg=zga
n?amLiOzgiqL"
420 PRINT "^sPtOxg @g; y = -x $
-2x @f
irLl = -2x-2"
421 HPLOT 0,46 TO 28,46
430 PRINT " iqb{ -2x-2 = 0
x = -1"
440 PRINT " @fVs@g[Kg=zgan?amLb[
vdMxzgamL"
450 PRINT " ;iYvzd x<-1 i|y;Q{d
Z iBzQ x=-1.1 @firL{ >0"
460 PRINT " <.iYvzd x>-1 i|y;Q{d
Z iBzQ x= 1.1 @firL{ >0"
461 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 4:HT
= 10.5: GOSUB 8300:A$ = "dy
":B$ = "dx":VT = 8:HT = 35.5
: GOSUB 8300
462 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 9:HT
= 35.5: GOSUB 8300
465 GOSUB 7500
470 PRINT " QwzQ=vd Ww?;~BwQQt{
iqb{zgan?amLLw?Qw{Q x=-1 @f
iSyQ=zgOtzOxgiqb{Ww?;~BwQYt=
zgan?amL"
480 PRINT "iYvzd x=-1 @firL{ y =
.....Lw?Qw{Q=zgan?amL{d
? y =vd ....."
490 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
= "R" THEN 400
500 PRINT : PRINT " iA]Z=xgMdrK{
d 2 =vd 1 1 "

```

```

520 GOSUB 7500: IF COS = "R" THEN
400
600 REM
      Mw^dZzg? 2

810 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: PRINT CHR$(16): VTAB 1:
      PRINT "      Mw^dZzg?Otz 2      Ww?
      ;~EwQ y = x $-2x iqb{bg=zga
n?amLiOzgiqL"
620 PRINT "sPtOxg @g; y = x $-
2x @fi
rL{ = 2x-2"
630 HPLOT 0,46 TO 28,46
640 PRINT " iqb{ 2x-2 = 0

      x = 1"
650 PRINT " @fVs@g[Kg=zgan?amLb[
vdMxzgamL"
660 PRINT " ;.iYvzd x<1 i)y;Q{d
Z iBzQ x= 0.9 @firL{ <0"
670 PRINT " <.iYvzd x>1 i)y;Q{d
Z iBzQ x= 1.1 @f'rL{ >0"
680 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 4:HT
= 10.5: GOSUB 8300:A$ = "dy
":B$ = "dx":VT = 8:HT = 35.5
: GOSUB 8300
690 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 9:HT
= 35.5: GOSUB 8300
700 GOSUB 7500
710 PRINT " QwnQ=vd Ww?;~EwQQ+(
iqb{=zgMxzgamLLw?Qn{Q x=1 @f
iSyQ=zgOtzOxgiqb{Ww?;~EwQYt=
zgMxzgamL"
720 PRINT "EwQ=vd Ww?;~EwQYt=
zgMxzgamL"
730 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF COS
= "R" THEN 800
740 PRINT : PRINT " iA]Z=xgMdrK[
d 2 =vd - 1 - 1 "
750 GOSUB 7500: IF COS = "R" THEN
800
780 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$(
(4);"RUN MATH.PART14-II"
3999 END
4000 VTAB 12: HTAB 1: PRINT " 0
x"
4040 HPLOT 5,180 TO 195,180 TO 1
92,183: HPLOT 195,180 TO 192

```

```

,177
4100 HPLOT 10,185 TO 10,100 TO 7
,103: HPLOT 10,100 TO 12,103
: VTAB 6: HTAB 1: PRINT "y"
4120 RETURN
4200 FOR K = 135 TO 180
4210 X = 60 * SIN (K / 180 * 3.1
4):Y = 70 * COS (K / 180 *
3.14)
4230 HPLOT 93 + X,180 + Y: HPLOT
93 - X,180 + Y: NEXT
4235 FOR K = 111 TO 180 STEP 2: HPLOT
93,K: NEXT : RETURN
4300 FOR K = 135 TO 180
4310 X = 60 * SIN (K / 180 * 3.1
4):Y = 145 * COS (K / 180 *
3.14)
4330 HPLOT 93 + X,1 - Y: HPLOT 9
3 - X,1 - Y: NEXT
4331 FOR K = 145 TO 180 STEP 2: HPLOT
93,K: NEXT : RETURN
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7520: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7560: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7560 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
K,185 + K TO 265 - K,191 - K
: NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000:TH
= LEN (A$) - LEN (B$):HT =
HT - TH - 2
8310 A$ = B$:VT = VT + .6: GOSUB

```



```

10000: H PLOT X - 7, Y - 8 TO
X + 4, Y - 8: VT = VT - .4: HT =
HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$: A$ = LEFT$(B$, 1): V
T = VT - .2: GOSUB 10000: HT =
HT - 1: A$ = RIGHT$(B$, 1): V
T = VT + .6: GOSUB 10000: H PLOT
X, Y - 8 TO X + 7, Y - 3: RETURN

8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: H PLOT
X - (LEN(A$) - 1) * 7 - 1,
Y + 2 TO X + 4, Y + 2
8510 DRAW ASC("h") - 31 AT X -
LEN(A$) * 3.5, Y + 10: VT =
VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
= "h 0": VT = VT + .6: HT =
HT - 4: GOSUB 10000: H PLOT X
- 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 6: VT = VT - .4: HT = HT
+ 1: RETURN
8700 A$ = "h 0": GOSUB 10000: H PLOT
X - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC(LEFT$(A$, 1)) -
31 AT (HT - 1) * 7, VT + 16 -
8 DRAW ASC(MID$(A$, 2, 1))
- 31 AT (HT - 1) * 7, VT +
16 + 2
8810 H PLOT (HT - 1) * 7 - 1, VT *
16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 3, V
T * 16 - 6
8820 DRAW ASC(RIGHT$(A$, 1))
- 31 AT (HT - 1) * 7 + 11, VT +
16 - 4: RETURN
8900 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
4: H PLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
X + 4, Y - 7 TO X - 11, Y - 7:
RETURN
8910 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
4: H PLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
X + 4, Y - 13 TO X + 20, Y - 13:
RETURN
8950 Y = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
4: H PLOT Y, Y TO X + 3, Y: FOR
K = 2 TO 3: H PLOT X + 3, Y -
3: H PLOT X + 3, Y + 3

```

```

8952 H PLOT X + K - 1, Y - K: H PLOT
X + K - 1, Y + K: NEXT : H PLOT
X, Y - 1: H PLOT X, Y + 1: RETURN

```

```

9999 REM i<tZQMw^bQw?avd

```

```

10000 X = (HT - 2) * 7: Y = VT * 1
      6 - 4: POKE 233, 48: POKE 232
      , 0: SCALE = 1: ROT = 0: HCOLOR =
      3

```

```

10010 FOR K = 1 TO LEN (A$): N =
      ASC ( MID$ (A$, K, 1)): IF N =
      5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
      110

```

```

10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
      X = X + 7: GOTO 10110

```

```

10040 N% = 1 - INT (N / 100) * 8
      T * N = N - ST * 100 - ST

```

```

10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
      LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
      % * 7, Y + 3: LE = 0: GOTO 101
      10

```

```

10080 IF X + N% * 7 > 275 THEN X
      = 7: Y = Y + 15

```

```

10090 DRAW N AT X + N% * 7, Y: X =
      X + N% * 7: HT = HT + 1

```

```

10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
      152 AND N < 160) THEN LE = 1

```

```

10110 NEXT : RETURN

```

```

20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
      ST = 0

```

```

20010 RETURN

```

```

JT
]LIST
1  REM
    MATH.PART14-II
2  REM
    <{dOtz 3
5  CLEAR : POKE 33,40: PRINT CHR$
    (16): VTAB 1: PRINT " " <{d 3
    Mw^dZzg?Otz 3 "
10 PRINT " ipZQ^wMNm<QsLbQuz?<uf
    QirSiqQjQ^Lsz? [fZfOtz^wMNd
    Zznbg? - @g;Vv{QLsQ s iYM[ i
    Yvzdi^]gTzgQirS t ^sQgOt iSy
    QirSMgYaY;g[ s = 32t - t $"
11 VTAB 2: HTAB 8: PRINT "B": VTAB
    5
12 PRINT " @?bg ;. =^gYi[y^iq
    Q<Kfi^]g t"
14 PRINT " < wMNm<u{Qi
    rSan?amLiOzgiqL"
16 PRINT " ^sPtOxg iQvad?@g; s
    = 32t - t $ "
17 HCOLOR= 3: HPLLOT 0,110 TO 30,
    110
18 PRINT " =^gYi[y^iqQ<Kfi^]g t
    avd = v = 32 -2t"
19 A$ = "ds":B$ = "dt":VT = 8:HT =
    25: GOSUB 8300: GOSUB 7500: POKE
    34,4
20 PRINT " iYvad^wMNm<u{QirSan?
    amL =^gYi[y^ K @mLan?amL@fiO
    gYvS _mQ$"
22 PRINT " ^sPtOxg iQvad?@g; s
    = 32t - t $ "
24 PRINT " 32 - 2t = 0"
26 PRINT " t = ...."
28 PRINT " wMNm@f t(QirSivL{[
    an?amLiYvzdi^]gTzgQirS...sQ
    gOt";
30 A$ = "ds":B$ = "dt":VT = 9:HT =
    14: GOSUB 8300
40 C$ = "R": GOSUB 7500: IF C$ =
    "R" THEN 5
50 PRINT : PRINT " 1A]Z=xgMdrC{d
    3 =vd 1616"

```

```

90 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
  5
100 PRINT "      iYvzd t = 16 @firL
    { s = ..... Lw?
    Qw{Q ^wMNm@fku{QirSan?amL ..
    .....iYM["
110 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
    = "R" THEN 5
120 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdr<{
    d 3 =vd      256256"
150 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
  5
200 REM
    <{dotz 4

210 CLEAR : POKE 33,40: PRINT CHR$
    (18): VTAB 4: PRINT "      (1) 4
    Mw^dZag?Otz 4 "
212 PRINT "      YtirY{Oxg[w^Zg^ 16
    00 iYM[ @f;w{Q[w{^[dROtzLsQj
    bz? bQuz?iqb{[iSyQ[nSatzib]t
    zZYTvQT{g N{gM{d?;g[iqb{irLf
    Vv{QOtzYg; OtsamL @fM{d?;w{Q
    [w{^[dROtzLswiqb{;^(g?)lfZg^
    iOzgiqL"
214 PRINT "      ^sPtOxg      iqb{
    y = Vv{QOtz^d?[nSatzib]tzZYT
    vQT{g"
215 HCOLOR= 3: HPLOT 0,78 TO 30,
    78
216 PRINT "      x = =
    ^gYZg^d?L{gQ;^(g?"
220 PRINT "      L{gQ;^(g
    ?Yt 2 L{gQZg^[^Y;wQ 2x
    1800

222 HPLOT 0,90 TO 30,90 TO 30,11
    20 TO 20,120 TO 20,90
224 VTAB 7: PRINT " X";: HTAB 12
    : PRINT "X": PRINT
226 PRINT "      Lw?Qw{Qib]vdirY{[dY
    [L{L{gQZg 1800 -2x iYM["
228 PRINT "      @firL{L{gQZg L{gQ]f
    (1800- 2x) iYM["
230 PRINT "      @firL{ y = (1600 -
    2x)x"
232 PRINT "      = 800x - x $
    ";
236 A$ = "1/2":VT = 10:HT = 13: GOSUB
    8350:A$ = "1/2":VT = 11:HT =

```

```

12: GOSUB 8350
240 GOSUB 7500: PRINT : POKE 34,
4
242 PRINT " M{d?;g[iqb{ y Yt=zgY
g;OtzamL @n?bgdQmVwQP~<d? y
iOtZR;wR x"
244 PRINT " @firL{ = 800 -
2x"
246 PRINT " iqb{ = 0"
248 PRINT " 800 - 2x = 0"
250 PRINT " x = .....
"
252 PRINT " Lw?Qw{QN{gM{d?;g[i
qb{irL{Vv{QOtzYg;OtzamL"
254 PRINT " M{d?;w{Q[w{^iqb{:^{g
? ...iYM[ j]fZg'...iYM[";
258 AS = "dy":BS = "dx":VT = 7:HT
= 10: GOSUB 8300:AS = "dy":
VT = 3:HT = 10: GOSUB 8300
260 CS = "R": GOSUB 7500: IF CO =
= "R" THEN 200
270 PRINT : PRINT " iA]Z=xgNdR{
d 4 =vd 400400
00"
290 GOSUB 7500: IF CO = "R" THEN
200
300 REM
<{dotz 5

305 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: GOSUB 310: GOTO 314
310 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
" <{dotz 5 Mw'dZzg?Otz 5 "
312 PRINT " M{gT}nK'd@xgQO 2
=ng. i]r] d'ngd' 2]d'
d]by]q]ozg]q] d{g]j]w' d]d]xg
lw?ad?<d?jMz]f @xgQ^QYt=z
gQ{dZOtzamL"
313 RETURN
314 PRINT "sPtOxg @xgQ^QOw{?ad
?nK;wQirL{ -8"
315 HCOLOR= 3: HPELOT 0,76 TO 60,
78
316 PRINT " iqb{@xgQ^QbQnz?
=vd x"
318 PRINT " Lw?Qw{Qdt;@xgQ^QbQu
=?? =vd "
320 PRINT " iqb{T}R^;<d?;xg]w?a
d?<d?jMz]f@xgQ^QiSyQ y"

```

```

321 VT = 7:HT = 22:A$ = "-9":B$ =
   " x": GOSUB 8300
322 PRINT " @firL{ y = (.....)
   $ + (.....) $"
324 PRINT " = ..... +
   .....
326 PRINT " M{d?;g[iqb{ y Yt=zg
   Q{dZOtzamL @u?bgdQmVwQP~<d?
   y iOtZR;wR x @firL{ =
   .....";
328 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 11.8
   :HT = 16: GOSUB 8300
340 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
   = "R" THEN 300
345 POKE 34,4: PRINT
370 PRINT : PRINT " iA]Z=agMdR<{
   d 5 =vd x x $ + 2x
   - 162x %"
375 A$ = "9/x":VT = 8:HT = 31: GOSUB
   8350
376 A$ = "81":B$ = " 2":VT = 9:HT
   = 28: GOSUB 8300:A$ = "x":V
   T = 9.6:HT = 28: GOSUB 10000

380 A$ = "-":VT = 10.7:HT = 30: GOSUB
   10000
390 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
   300
400 REM
   <{dOtz 5 Mzd

410 POKE 34,4: PRINT
414 PRINT " y @fYt=agQ{dZOtzamLi
   Yvad = 0"
416 PRINT " Qvad=vd Qx - 162x
   = 0"
418 PRINT
420 PRINT " x & - 81
   = 0"
422 PRINT " @firL{ x $
   = ... b{vd x $ = ...."
430 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 6:HT
   = 20: GOSUB 8300
431 A$ = "-":VT = 6.5:HT = 17.6: GOSUB
   10000
432 A$ = "2x - 162 = 0":VT =
   7.7:HT = 9: GOSUB 10000
434 A$ = "x":VT = 8.4:HT = 15: GOSUB
   10000:A$ = "3":VT = 3.2:HT =
   18: GOSUB 10000

```

```

435 H PLOT 92,120 TO 110,120
450 GOSUB 7500: POKE 34,0
452 PRINT " jMz      x $ >= 0 i
aYd"
454 PRINT "   QwzQ=vd      x $ = .
....."
456 PRINT "   @firL{      X   = ...
..b[vd x = ...."
458 PRINT "   Lw?Qw{Q@xgQ^Q@[s?@
xgQ^QbQuz?=vd ....."
460 PRINT "   j]fdt;@xgQ^QbQuz
?=vd ....."
490 CDS = "R": GOSUB 7500: IF COS
= "R" THEN CLEAR : POKE 33
,40: POKE 34,0: GOSUB 310: GOTO
400
500 PRINT PRINT "   ia]Z=xgMdR{
d 5 =vd      9          - 9
      9 3          - 3      3
      -3"
530 GOSUB 7500: IF COS = "R" THEN
CLEAR : POKE 33,40: POKE 34
,0: GOSUB 310: GOTO 400
600 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
"   ip@OZ"SwEbg "
610 VTAB 3: PRINT "   1.   Ww?; ~Bw
Q y = x &-4x iqb{=zgan?amLb[
vdMxzzgamLOtziqL"
620 CDS = "R": GOSUB 7500: IF COS
= "R" THEN 600
630 PRINT : PRINT "   ia]Z=xgMdR{
d i =vd      MxzzgamLOtz   y = -
3"
640 GOSUB 7500: IF COS = "R" THEN
300
700 VTAB 3: PRINT
710 VTAB 3: PRINT "   2.   ipZQ]n;
Rd]ku{QRQdg;g_lqQjQ M[? .N{
gicb{Os_Og?ku{QiSyQR^; aY;g[
cd?[[fZfOg?=vd"
720 PRINT "   s(t) = -16t^3+64t
"
730 PRINT "   iYvzd + iSyQ^sQgOtb
lw?@g;ln;Rd]Nn;ipZQku{Q   j
]f[[fZfOg? a iSyQWmM "
740 PRINT "   @?bg[[fZfan?amLOtz]n
;Rd]@fdZznbg?@g;Vv{Q"
750 PRINT "   ;. 32 WmM

```

```

      = . 96 WmM
      <. 64 WmM      ? .128 WmM"
760 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
      = "R" THEN 700
770 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdR<{
      d 2 =vd      < " ;
780 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      700
800 PRINT CHR$ (16): VTAB 4: HTAB
      4: PRINT "      i[g@R=gROtz 14 ir
      Sdt;bQuz?=gRj]{^ "
810 HTAB 8: PRINT "1.dZg;ORO^Q=g
      RQt{
      2.dd;irSi[tZQ=gRdvzQ
      ipS[L;LMw i]vd;

820 VTAB 7: HTAB 16: PRINT "": VTAB
      7: HTAB 17: INPUT "": AS: IF
      AS > "2" OR AS < "1" THEN 82
      0
830 VTAB 7: HTAB 1: PRINT "": VTAB
      7 - VAL (AS): HTAB 1: PRINT
      ""
840 VTAB 1: PRINT : IF AS = "1" THEN
      PRINT CHR$ (4); "RUN MATH.P
      ART14"
845 PRINT CHR$ (4); "RUN MAIN"
7000 END
7500 POKE - 16368,0: CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7530
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
      CO$ = "P": CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
      CO$ = "G": CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 285 TO 275: HPLOT K
      ,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
      0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
      K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
      RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
      1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT

```



BLIST

1 REM

MATH.PART15

2 REM

<{dOtz 2

4 PRINT CHR\$(16): VTAB 1: PRINT

" =gROtz 15;g[S[fZm;M~  
<d?dQmVwQP~ (Mzd) ..

5 GOSUB 500

10 CLEAR : POKE 33,40: PRINT CHR\$(16): VTAB 1: PRINT " <{d 2  
Mw'dZag?Otz 1 "

12 PRINT " iqQ;g[i;eLSTe;s[sZgOg  
?i=Yt=[w{?bQuz?bgdmKbXnYsirL  
{@g; aY;g[ w = 10 + 4t -0.2t  
\$ iYvzd w iSyQdmKbXnYs"

14 PRINT "YtbQz^ZiSyQd?\_giC]iCtZ  
a jlf t iSyQi^]gbQz^ZiSyQ^sQ  
gOt iYvzdi^]gTzgQirSiOzgiqLd  
mKbXnYe@fku{Qan?amL jlf =zga  
n?amL<d?dmKbXnYsiSyQiOzgiqL"

16 PRINT "'sPtOxg iQvzd?@g; w  
= 10 + 4t - 0.2t \$"

17 HCOLOR= 3: HPLLOT 0,110 TO 30,  
110

18 PRINT " @firL{ =..

20 PRINT " @fYt=zgan?amLiYvzd  
= 0"

22 PRINT " iYvzd = ..  
t = ..

24 PRINT " Lw?Qw{Q dmKbXnYs@fku{  
Qan?amLiYvzdi^]gTzgQirS...s  
QgOt"

26 A\$ = "dw":B\$ = "dt":VT = 8:HT =  
14: GOSUB 8300:A\$ = "dw":VT =  
9:HT = 15.6: GOSUB 8300

30 A\$ = "dw":B\$ = "dt":VT = 10:HT  
= 5.5: GOSUB 8300

40 CDS = "R": GOSUB 7500: IF COS =  
"R" THEN 10

45 POKE 34,6: PRINT : PRINT

50 PRINT : PRINT " iAjZ=xgMdr(d  
2 =vd 4 - 0.4t 10  
0"

90 GOSUB 75

```

                                00: IF CO$ = "R" THEN
10
100 REM
105 PRINT : PRINT : PRINT
110 CLEAR : POKE 33,40
114 PRINT " iYvzd t = 10 @firL{
      w = .....
116 PRINT " Lw?Qw{QdmKbXnYssan?
      amLiSyQ.....d?_giC]iCtZa"
120 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
      = "R" THEN 10
123 PRINT : POKE 34,0
140 PRINT : PRINT " iA]Z=xgMdr<
      {d 2 =vd 30 30"
190 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      10
200 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$
      (1) "NEW MATH PART 15 - II"
400 END
500 POKE 33,40: POKE 34,0
510 VTAB 3: PRINT " <{d 1 b]w; i
      ;KI";g[Owgip@OZ~bg=zgan?amLb
      {vdMxzgamL"
515 PRINT
520 PRINT " <w{QOtz 1 dzgQip@O
      Z^dzag?}fidtZLiqb{O[lgRjQaQdQ
      ^zg ip@OZ~M{d?; ;g[i
      qb(bg=zgan?amLb[vd=zgMxzgamL
      ad?dfir[ iqb{asz?Q
      w{QiSyQ y b{vdMw^jS{dvzQ
      ;virL{"
530 PRINT " <w{QOtz 2 bg=zgOtz
      iS]tzZjS}?irL{iqQip@OZ~=zgb
      Quz? aYYmMsiqb{i
      SyQ x ipLzOtz y @fYt=zgYg:
      ;virL{"
535 GOSUB 7500: PRINT : PRINT : POKE
      34,1: VTAB 2: PRINT "": VTAB
      2
540 PRINT " <w{QOtz 3 bg=zg<d?
      r d;YgiqQ{ad 37 x azgb{vR
      ip@OZ~Eg?<{idg@;agt
      QLYgiqb{i]Z:vdg@iSyQ
      ;irL{"
550 PRINT " <w{QOtz 4 bg Cuz
      ?iSyQdwm]g;g[iS]tzZjS]?<d?=z
      gy Otai]gM{d?;g[bg=z
      gan?amLb{vdMxzgamL]OtzR;vR
      Mw jS[ x"
560 PRIN

```

```

      T "      <w{Q0tz 5      iqb{      =
      0 j]{^j;{aY;g[bg=zg x"
570 PRINT "      <w{Q0tz 6      N{gip@OZ.
      ~M{d?;g[Q{gR y Yt=zgan?amLb[
      vdMxzg      amLiOzgiqL @f
      M{d?Qxg=zg x OtzirL{Ygbg=zg
      <d? y dt;=[w{?"
571 HCOLOR= 0: HPLOT 0,15 TO 50,
      15: HPLOT 0,127 TO 50,127: HCOLOR= 3
572 POKE 34,0:A$ = "dy":B$ = "dx
      ":VT = 5:HT = 12.3: GOSUB 83
      "00:A$ = "dy":B$ = "dx":VT =
      8:HT = 12.3: GOSUB 8300
580 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
      = "R" THEN POKE 34,1: PRINT
      CHR$(16): VTAB 2: GOTO 515

590 RETURN
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
      CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
      CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
      187 TO K,189: NEXT K: FOR K =
      275 TO 265: HPLOT K
      K TO 275 + K,191 - K: NEXT K:
      RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
      1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
      K: FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
      K,185 + K TO 265 - K,191 - K
      : NEXT K: RETURN
8300 VT = VT - 2: GOSUB 10000: TH
      = -LEN(A$) - LEN(B$):HT =
      HT - TH - 2
8310 A$ = B$:VT = VT + .6: GOSUB
      10000: HPLOT X - 7,Y - 8 TO
      X + 4,Y - 8:VT = VT - .4:HT =
      HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$:A$ = LEFT$(B$,1):V

```

```

T = VT - .2: GOSUB 10000: HT =
HT - 1: A$ = RIGHT$ (B$, 1): V
T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLOT
X, Y - 8 TO X + 7, Y - 8: RETURN

8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
Y + 2 TO X + 4, Y + 2
8510 DRAW ASC ("h") - 31 AT X -
LEN (A$) * 3.5, Y + 10: VT =
VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
= "h 0": VT = VT + .6: HT =
HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
- 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 6: VT = VT - .4: HT = HT
+ 1: RETURN
8700 A$ = "h 0": GOSUB 10000: HPLOT
X - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$ (A$, 1)) -
31 AT (HT - 1) * 7, VT * 16 -
8: DRAW ASC ( MID$ (A$, 3, 1)
) - 31 AT (HT - 1) * 7, VT *
16 + 2
8810 HPLOT (HT - 1) * 7 - 1, VT *
16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 7, V
T * 16 - 6
8820 DRAW ASC ( RIGHT$ (A$, 1)) -
31 AT (HT - 1) * 7 + 11, VT *
16 - 4: RETURN
8900 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
4: HPLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
X + 4, Y - 13 TO X + 20, Y - 1
3: RETURN
RETURN
8910 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
4: HPLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
X + 4, Y - 13 TO X + 20, Y - 1
3: RETURN
8950 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
6: HPLOT X, Y TO X + 3, Y: FOR
K = 2 TO 3: HPLOT X + 3, Y -
3: HPLOT X + 3, Y + 3
8952 HPLOT X + K - 1, Y - K: HPLOT
X + K - 1, Y + K: NEXT K: HPLOT
X, Y - 1: HPLOT X, Y + 1: RETURN
9999 REM 1ktZQMv0bQw?avd

```

```

10000 X = (HT - 2) * 7:Y = VT * 1
      6 - 4: POKE 233,48: POKE 232
      ,0: SCALE= 1: ROT= 0: HCOLOR=
      3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$):N =
      ASC ( MID$ (A$,K,1)): IF N =
      5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
      110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
      X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (N / 109) * S
      T:N = N - 31 + 69 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
      LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
      % * 7:Y + 3:LE = 0: GOTO 101
      10
10080 IF X + 32 * 7 > 278 THEN X =
      = 7:Y = Y + 15
10090 DRAW N AT X + N% * 7,Y:X =
      X + N% * 7:HT = HT + 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
      152 AND N < 160) THEN LE = 1

10110 NEXT : RETURN
20000 ST = ST - 1: IF ST = 2 THEN
      ST = 0
20010 RETURN

```

```

]T !!
]LIST

```

```

10 REM
    MATH.PART15-II

200 REM
    <{dOtz 3

210 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: PRINT CHR$(16): VTAB 1:
    PRINT "    <{d 3 =w^dZzg?Otz 2
    ..

212 PRINT " @xgQ^Q@[s? 2 @xgQ^Q
[Y:wQirL{ 18 N{gT]=nK<d? 2
xgQ Qir(Y=agig;OtzamL @Ybg
YgQ Qir(ad?Qw{Q

214 PRINT "sPtOxg @xgQ^Q 2 @xg
Q^Q[Y:wQirL{ 18"
215 HCOLOR= 3: HPLOT 0,62 TO 30,
82
216 PRINT "    iqb{@xgQ^QbQuz?=
vd x"
218 PRINT " Lw?Qw{Q dt;@xgQ^QbQ
uz?@fiOzg;wR ....."
220 PRINT "    iqb{T]=nK<d?ad?@
xgQ^QQt{fiOzg;wR y"
222 PRINT " @firL( y = x(....
..)"
224 PRINT " = ....."
226 PRINT " = ....."
227 A$ = "d": B$ = "d": VT = 10: U
..

228 POKE 34,3: PRINT : PRINT
230 PRINT " y Yt=zgYg;OtzamLiY
vd = 0"
232 PRINT " iqb{ ....."
234 PRINT " @firL{
x = ....."
236 PRINT " Lw?Qw{Q@xgQ^QOw{?ad?
=vd....j]f....."
240 PRINT : PRINT : PRINT
242 A$ = "dy": B$ = "dx": VT = 5: NT
= 20: GOSUB 3300
250 C$ = "R": GOSUB 7500: IF C$
= "R" THEN 200

```

```

260 PRINT : PRINT "      iAjZ=xgMdR<{
      d 3 =vd      1 8  -  x  1 8  -  x  1 8
      x --x $ 18 - 2x 18 - 2x  9
      9          9"
290 GOSUB 7500: IF COS = "R" THEN
200
300 REM
      <{d0tz 4

310 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: PRINT CHR$(16): VTAB 1:
PRINT "      <{d 4 Mw^dZzg?Otz 3
      ..

312 PRINT " .T]R^;@xgQ^Q@[s?iqLk
      [Y;wPez^Q;]wRkd?@xgQ^Qw{Q
      @fYt=zgMxzgamLiOagir|"
314 PRINT " ^sPtOxg  iqb{@xgQ^Q@[
      s?R^;iqLk =vd x Lw?Qw{Qaz^Q;
      ]wR      <d?@xgQ^Qw{Q =vd
      "

315 HCOLOR= 3: HPLOT 0,62 TO 30,
62
316 PRINT "      iqb{T]R^;d?@xgQ
      ^Qw{Q;wRaz^Q;]wRd?YwQiSyQ
      y"
317 VTAB 7
318 PRINT "      @firL{      y = ..
      ..
319 A$ = "1/x":VT = 5:HT = 20: GOSUB
8350
320 PRINT "      = ..
      ..
322 PRINT "      y Yt=zgMxzgamLiY
      YZ
323 PRINT "      YZ
      "
326 PRINT "      @firL{      x = ..
      .. b[vd x = ..
327 A$ = "dy":P$ = "dx":VT = 8:HT
= 13: GOSUB 8300:A$ = "dy":
VT = 9:HT = 20: GOSUB 8300: GOSUB
7500: POKE 34,3
328 PRINT "      jMz x iSyQ@xgQ^Q@[s
?R^; @firL{ x = ..
330 PRINT "      iYvzd x = .. @fi
rL{      y = ..
332 PRINT "      Lw?Qw{Q=zgMxzgamLsd
?T]R^;iOag;wR....."
340 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF COS
= "R" THEN 300

```

```

360 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdR<{
      d 4      x +      1 - 1 - 1
      - 1      1 1      2 2"

365 A$ = "1/x":VT = 5:HT = 27: GOSUB
      8350
368 A$ = "1 ":B$ = ". 2":VT = 6:HT
      = 30: GOSUB 8300:A$ = "x":V
      T = 6.6:HT = 30: GOSUB 10000

370 A$ = "1 ":B$ = " 2":VT = 7:HT
      = 27: GOSUB 8300:A$ = "x":V
      T = 7.6:HT = 27: GOSUB 10000

390 POKE 34,0: GOSUB 7500: IF CO
      $ = "R" THEN 300
400 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
      0: PRINT CHR$(16)
410 VTAB 1: PRINT "      ip
      @QZ~SwEbg ""
420 VTAB 3: PRINT "      1.      M{d? ; g[
      Qxg;]zd?BQsLirYzYtUgSsL@g;;[
      fLg'jky? [nSatzib]tzZY@wMm[w
      aCuz?YtL{gQZg? 12 iCQMsiYM[
      ipLZMwL[nSatzib]tzZY@wMm[wa<
      QgLiOzg;wQdd;@g;YmYow{?atz j
      ]{^idg"
425 PRINT "L{gQ<(g?<b{Q @?bg=^gY
      Zg^ed?L{gQ<d?[nSatzib]tzZY@M
      m-[waOtz@fM{d?MwLdd; iVvad@f
      irL{;]zd?OtzYtS[sYgM[Yg;Otna
      mL"
430 PRINT "      ;. 1 iCQMsiYM[      =
      . 4 iCQMsiYM["
440 PRINT "      . 2 iCQMsiYM[      =
      . 6 iCQMsiYM["
450 C0$ = "R": GOSUB 7500: IF C0$
      = "R" THEN 400
460 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdR<{
      d 1 =vd      <"
470 GOSUB 7500: IF C0$ = "R" THEN
      400
500 VTAB 3: HTAB 1: PRINT ""
510 VTAB 3: PRINT "      2.      Nw?[nSa
      ttrib]tzZYTvQT{girYcYtUgSsL B
      gQ;^f{g? x WmM Zg? y WmM j]fe
      n? x WmM iOzg;wRaz"Q;^f{g? a
      [[g? @g;jTzQip]bfOtzY+Vw{QO+
      z 1350 Mg[g?WmM @?bgS[sYgM{O

```



```

tzYg;OtzamL<d?Nw?Qt{"
520 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
    = "R" THEN 500
540 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdR<{
    d 2 =vd      4500 ]n;Rg_ ; ~WmM"
550 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
    500
600 VTAB 3: HTAB 1: PRINT ""
610 VTAB 3: PRINT "      3.      jRR. Supe
    r market jbz?bQuz? M{d?;g[Vv
    {QOtz 14,400 Mg[g?WmM Super
    market jbz?Qt{Yt{nS[zg?"
620 PRINT "iSyQatzib]tzZYTvQT{g
    OtzYtTQw?dsH 3.L{gQ j]fL{gQb
    Q{giSyQ;[f@; ;[f@;Yt[g=g 1.8
    8 10gqad?dsH QgL d? Super
    market ={@fiSyQiOzgiql @u?@
    fiatZ=zg^waLm Q{dZOtzamL"
630 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
    = "R" THEN 600
640 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdR<{
    d 3 =vd      100 x 44 Mg[g?WmM"
650 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
    600
700 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
    0: PRINT CHR$(16)
710 VTAB 5: HTAB 4: PRINT "      =gRO
    tz 15 ;y@R]?irSdt;bQuz?=gR. "
720 HTAB 7: PRINT "1. ;]wRirSi[+
    ZQM{Q=gRdt;=[w{?2. irSi[tZQ=
    gRdvzQMd"
730 VTAB 3: HTAB 4: PRINT "irSiL
    tky 1"3"
740 VTAB 8: HTAB 16: PRINT "": VTAB
    3: HTAB 17: INPUT "":A$: IF
    A$ > "2" OR A$ < "1" THEN 74
    0
750 VTAB 2: HTAB 1: PRINT "": VTAB
    3: VAL (A$): HTAB 1: PRINT
    ""
760 VTAB 1: PRINT : IF A$ = "1" THEN
    PRINT CHR$(4);"RUN MATH.P
    ART15"
765 PRINT CHR$(4);"RUN MAIN"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN

```

```

GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
CO$ = "R": CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
CO$ = "G": CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: H PLOT K
,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: H PLOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
1: H PLOT K,187 TO K,189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: H PLOT 265 -
K,185 + K TO 265 - K,191 - K
: NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000: TH
= LEN (A$) - LEN (B$): HT =
HT - TH - 2
8310 A$ = B$: VT = VT + .6: GOSUB
10000: H PLOT X - 7, Y - 8 TO
X + 4, Y - 8: VT = VT - .4: HT =
HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$: A$ = LEFT$ (B$,1): V
T = VT - .2: GOSUB 10000: HT =
HT - 1: A$ = RIGHT$ (B$,1): V
T = VT + .6: GOSUB 10000: H PLOT
X - 3, Y + 7: Y - 8: RETURN
8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: H PLOT
X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
Y + 2 TO X + 4, Y + 2
8510 DRAW ASC ("h") - 31 AT X -
LEN (A$) + 3, Y + 10: VT =
VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
= "h 0": VT = VT + .6: HT =
HT - 4: GOSUB 10000: H PLOT X
- 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 6: VT = VT - .4: HT = HT
+ 1: RETURN

```

```

8700 A$ = " h  0": GOSUB 10000: HPLOT
X - 20,Y - 3 TO X - 3,Y - 3 TO
X - 6,Y TO X - 3,Y - 3 TO X -
6,Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7,VT * 16 -
8: DRAW ASC ( MID$ (A$,3,1)
) - 31 AT (HT - 1) * 7,VT *
16 + 2
8810 HPLOT (HT - 1) * 7 - 1,VT *
16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 7,V
T * 16 - 6
8820 DRAW ASC ( RIGHT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7 + 11,VT *
16 - 4: RETURN
8900 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
4: HPLOT X,Y TO X + 2,Y + 2 TO
X + 4,Y - 7 TO X + 11,Y - 7:
RETURN
8910 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
4: HPLOT X,Y TO X + 2,Y + 2 TO
X + 4,Y - 13 TO X + 20,Y - 1
3: RETURN
8950 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
6: HPLOT X,Y TO X + 3,Y: FOR
K = 2 TO 3: HPLOT X + 3,Y -
3: HPLOT X + 3,Y + 3
8952 HPLOT X + K - 1,Y - K: HPLOT
X + K - 1,Y + K: NEXT K: HPLOT
X,Y - 1: HPLOT X,Y + 1: RETURN

9999 REM 1+2Qm7bw9avd
10000 X = (HT - 2) * 7:Y = VT * 1
2 - 3: DOVE 999, 15: DOVE 999
+ STAY= 11 8 7- 01 10110-
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$):N =
ASC ( MID$ (A$,K,1)): IF N =
5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (N / 100) * 8
T:N = N - 31 + 69 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 150 AND
LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
3 * 7,Y + 3:LE = 0: GOTO 101
10
10080 IF X + N% * 7 > 275 THEN X
= 7:Y = Y + 15
10090 DRAW N AT X + N% * 7,Y: X =
X + N% * 7:HT = HT + 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
152 AND N < 180) THEN LE = 1
10110 NEXT K: RETURN
20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
ST = 0
20010 RETURN

```

LIST

10 REM

## MATH. PART16

```

20 CLEAR : POKE 30,40: POKE 34,0
   : DIM A$(50): HCOLOR= 3
30 A$(1) = " =gROtz16 ipdiSdi[BwQM
   [?<{gY;wR;g[bgdQmVwQP~"
40 A$(2) = " <{d1 =hNgY @hQ^QR^;df
   ir[Z;;h]w?ad?j][^irL{ 9"
50 A$(3) = " =hNgYQt{agYg[Ni<tZQiS
   yQS[fipZ=awE]w;'K~irLwiSyQ"
60 A$(4) = "N{g x $=9 j}{^x Yt=z
   giQzgirI"
70 A$(5) = " =hMDE @=Pt==LjRRP[ [YL
   g=vd]d?aYYmMs=zgx iBzQ"
80 A$(6) = "]d?iqb{ x=1 @firL{ x
   $=1 Lw?Qw{Qx=1irYziqBz=hMDE"

90 A$(7) = "]d?iqb{ x=2 @firL{ x
   $=4 Lw?Qw{Qx=2irYziqBz=hMDE"

100 A$(8) = "]d?iqb{ x=3 @firL{ x
   $=9 Lw?Qw{Qx=3iSyQ=hMDEROtz"

110 A$(9) = "adL=]{d?;wR=hNgY<{g?
   M{Q"
120 A$(10) = "jMDE{gYt=hNgY^ag @h
   Q^QR^;dfir[Z;;h]w?ad?j][^irL
   {"
130 A$(11) = " 9.8213 ; g[ ]d?aYYmMs
   =zgx ;y@fi:sLgWbgjQz"
140 A$(12) = " =hMDE"
150 A$(13) = " =hMDE"
160 A$(14) = "Lw?Qw{Q@u?Yt^ssPt:g
   [Otz@fbg=zg@hQ^QQt{ku{QYg ;g
   [;[fOhi"
170 A$(15) = "Yv=dbg@hQ^QQt{i[+?;
   ^ag ipdiSdi[BwQM[?<{gY;wR;g[Z
   ;"
180 A$(16) = " ;h]w? j]fiqB{awE]w;
   'K' jOQ"
190 A$(17) = "QwsQ=vd ;g[Z;;h]wfa
   d?iSyQipdiSdi[BwQM[?<{gY;wR"

200 A$(18) = " ;g[bg[g;Qtzad?"
210 A$(19) = "ahb[wRipdiSdi[BwQM[
   ?<{gYQtzi=ZVBYgj][^ iBzQ"

```

```

220 A$(20) = ";g[]RiSyQipdiSdi[Bw
    QM[?<{gY;wR;g[E^; ;g[bg["
230 A$(21) = "iSyQipdiSdi[BwQM[?<
    {gY;wR;g[=nK iqQ^sBgj=]=n]wa
    ;yYt"
240 A$(22) = "ipdiSdi[BwQiqQOhQd?
    Qt{=vd dsQCsi;[BwQ "
250 A$(23) = " (integration) iSyQip
    diSdi[BwQM[?<{gY;wR;g["
260 A$(24) = "bgdQmVwQP~"
300 PRINT CHR$(16)
310 PRINT " ";: PRINT A$(1)
315 PRINT
320 PRINT A$(2): PRINT A$(3)
330 PRINT " ";: PRINT A$(4)
340 PRINT A$(5)
350 PRINT " ";: PRINT A$(6)
355 CALL - 998
360 PRINT " ";: PRINT A$(7)
365 CALL - 998
370 PRINT " ";: PRINT A$(8)
375 CALL - 998
380 PRINT A$(9)
385 GOSUB 7500
390 PRINT " ";: PRINT A$(10);:
    PRINT A$(11);
400 PRINT A$(12);: PRINT A$(13)
410 PRINT " ";: PRINT A$(14);: PRINT
    A$(15);: PRINT " "
415 CALL - 998
420 PRINT A$(16)
430 PRINT " ";: PRINT A$(17);:
    PRINT A$(18)
432 DRAW 166 AT 120,142
435 GOSUB 7500
440 PRINT " ";: PRINT A$(19)
450 PRINT A$(20): PRINT A$(21): PRINT
    A$(22);: PRINT A$(23);: PRINT
    A$(24)
460 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CD$
    = "R" THEN 10
500 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$(
    4);"RUN MATH.PART16-II"
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
    GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN

```

```

      GOSUB 7580: GOTO 7550
7540  GOSUB 7570
7550  IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
      CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7552  IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
      CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7555  GOTO 7510
7570  FOR K = 265 TO 275: H PLOT K
      ,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
      0 TO 3: H PLOT 275 + K,185 +
      K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
      RETURN
7580  FOR K = 275 TO 265 STEP -
      1: H PLOT K,187 TO K,189: NEXT
      : FOR K = 0 TO 3: H PLOT 275 +
      K,185 + K TO 265 - K,191 - K
      : NEXT : RETURN
8300  VT = VT - .2: GOSUB 10000: TH
      = LEN (A$) - LEN (B$): HT =
      HT - TH - 2
8305  IF CC = 27 THEN GOTO 8330
8310  A$ = B$: VT = VT + .8: GOSUB
      10000: H PLOT X - 7, Y - 8 TO
      X + 4, Y - 8: VT = VT - .4: HT =
      HT + TH
8320  RETURN
8330  A$ = B$: VT = VT + .5: GOSUB
      10000: H PLOT X - 7, Y - 7 TO
      X + 4, Y - 7: VT = VT - .3: HT =
      HT + TH: RETURN
8350  B$ = A$: A$ = LEFT$ (B$, 1): V
      T = VT - .2: GOSUB 10000: HT =
      HT - TH: A$ = B$: B$ = A$: V
      T = VT + .2: GOSUB 10000: H PLOT
      X, Y - 8 TO X + 7, Y - 8: RETURN
8500  VT = VT - .2: GOSUB 10000: H PLOT
      X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
      Y + 3 TO X + 4, Y + 3
8510  DRAW ABC ("h") - 31 AT X -
      LEN (A$) * 3.5, Y + 10: VT =
      VT + .2: RETURN
8600  VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
      = "h 0": VT = VT + .6: HT =
      HT - 4: GOSUB 10000: H PLOT X
      - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
      X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
      6, Y - 3: VT = VT - .4: HT = HT

```

```

+ 1: RETURN
8700 A$ = " h  0": GOSUB 10000: HPLOT
X - 20,Y - 3 TO X - 3,Y - 3 TO
X - 6,Y TO X - 3,Y - 3 TO X -
6,Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7,VT * 16 -
8: DRAW ASC ( MID$ (A$,3,1)
) - 31 AT (HT - 1) * 7,VT *
16 + 2
8810 HPLOT (HT - 1) * 7 - 1,VT *
16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 7,V
T * 16 - 6
8820 DRAW ASC ( RIGHT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7 + 11,VT *
16 - 4: RETURN
8900 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
4: HPLOT X,Y TO X + 2,Y + 2 TO
X + 4,Y - 7 TO X + 11,Y - 7:
RETURN
8910 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
4: HPLOT X,Y TO X + 2,Y + 2 TO
X + 4,Y - 13 TO X + 20,Y - 1
3: RETURN
8950 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
6: HPLOT X,Y TO X + 3,Y: FOR
K = 2 TO 3: HPLOT X + 3,Y -
3: HPLOT X + 3,Y + 3
8952 HPLOT X + K - 1,Y - K: HPLOT
X + K - 1,Y + K: NEXT K: HPLOT
X,Y - 1: HPLOT X,Y + 1: RETURN

9999 REM i<tZQMw`bQw?avd
10000 X = (HT - 2) * 7:Y = VT * 1
6 - 4: POKE 232,48: POKE 232
,3: SCREEN= 1: ROT= 0: HCOLOR=
3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$):N =
ACC ( MID$ (A$,K,1)): IF N =
5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (N / 109) * S
T:N = N - 31 + 89 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
% * 7,Y + 3:LE = 0: GOTO 101
10
10080 IF X + N% * 7 > 275 THEN X
= 7:Y = Y + 15
10090 DRAW N AT X + N% * 7,Y:X =
X + N% * 7:HT = HT + 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
152 AND N < 160) THEN LE = 1

```

```
10110 NEXT : RETURN
20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
      ST = 0
20010 RETURN
```



IT  
 LIST

10 REM

MATH.PART16-11

500 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,  
 0: PRINT CHR\$(16)

501 REM

<{dotz 2

510 VTAB 1: PRINT " <{d 2 = x g N

gY YtWw?;~BwQbQuz? aYYmMsi<t  
 ZQir^{iqQ[nS y = f(x) iYvzd  
 bgdQmVwQP~<d?Ww?;~BwQQw{Qj}{  
 ^T]S[g;F"

520 PRINT "^zgirL{ = 2x Ww?;~  
 BwQQw{QiOzg;wRiOzgir["

530 PRINT " =xgMdr agYg[NMdr=xgN  
 gYLw?;]zg^irL{ipLZVs@g[Kg M  
 g[g?MzdirSQ{ ipLZ]d?iqb{ y  
 = =zgiqL=zgbQuz? j]{^bg i  
 BzQ"

535 HCOLOR= 3: HPLOT 56,14 TO 90  
 ,14: HPLOT 7,62 TO 42,62:CC =  
 27

540 PRINT " y = f(x)y = x \$  
 = 2xy = x \$+4  
 = 2x"

545 PRINT "y = x \$+7 =  
 2xy = x \$+8 = 2x"

546 A\$ = "dy":B\$ = "dx":VT = 3:HT  
 = 6: GOSUB 8300:A\$ = "dy":B  
 \$ = "dx":VT = 6:HT = 2: GOSUB  
 8300

547 A\$ = "dy":B\$ = "dx":VT = 6.9:  
 HT = 25: GOSUB 8300

548 FOR VT = 8 TO 11:HT = 23:A\$ =  
 "dy": GOSUB 8300: NEXT

550 HPLOT 30,97 TO 220,97 TO 220  
 ,185 TO 30,185 TO 30,97

555 HPLOT 30,112 TO 220,112: HPLOT  
 135,98 TO 135,135

570 GOSUB 7500:CC = 0

590 VTAB 12: PRINT

600 PRINT " @fibyQ^zgWw?;~BwQ y  
 = f(x) OtzYtdQmVwQP~iSyQ 2x  
 Qw{QYtb]gZWw?;~BwQ QwRirYzN(  
 Q i BzQ y=x \$, y=x \$, y=x \$+7, "

610 PRINT "y=x \$+9 Cuz?Ww?;~BwQi

```

b]zgQt{      jM;Mzg?;wQiAVgf=zg=?O
ztiOzgQw{Q"
620 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
500
630 PRINT " Lw?Qw{Q Ww?;~BwQOtzi
p@OZ~NgY=vdWw?;~BwQib]zgQt{C
uz?i<tZQiqQ [nSOWz^irSirL{ y
=x $+c iYvzd c iSyQ=zg=?Otz"

635 PRINT "      iV[gf^zg y=x $+c @
firL{      = 2(...)"
640 PRINT " QwzQ=vd Ww?;~BwQ y=x
$c iSyQWw?;~BwQOtzip@OZ~Mf
d?;g[ Cuz?iYvzdbgdQmVwQP~j]
{^T]S[g;F^zg      = 2x"
645 PRINT : PRINT :A$ = "dy":B$ =
"dx":VT = 7:HT = 23.8: GOSUB
8300:A$ = "dy":VT = 9:HT = 2
6: GOSUB 8300
660 CD$ = "R": GOSUB 7500: VTAB 1
0: IF CO$ = "R" THEN 500
670 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdB<{
d 2
      x"
680 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
500
700 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: PRINT CHR$(16)
710 PRINT " a[mSb]w;;g[<d?ipdiSd
i[BwQM[?;wQ{gY;wR:g[bgdQm-V
wQP~Lw?jTQXnYs"
720 PRINT "      ;xgbQL
= f(x)"
721 PRINT
725 PRINT "      ]d?iqb{ y
= f(x)"
730 PRINT :A$ = "dy":B$ = "dx":VT
= 7:HT = 23.8: GOSUB 8300
731 PRINT :VT = 7:HT = 16: GOSUB
10000:A$ = "dy":B$ = "dx":VT
= 4:HT = 18.5: GOSUB 8300
732 PRINT "      OLadR
cg"
734 AB$ = "irYziOzg;wQ":BA$ = "iO
zg;wQ"
735 PRINT "      f'(x) =

```

```

      f(x)"
736 PRINT "                b[vd
      irYz"
755 HCOLOR= 3: HPLOT 70,46 TO 19
      0,46 TO 190,68 TO 70,68 TO 7
      0,46
756 HPLOT 135,68 TO 135,79 TO 13
      2,76: HPLOT 135,79 TO 138,76
758 HPLOT 70,79 TO 190,79 TO 190
      ,95 TO 70,95 TO 70,79
759 HPLOT 135,95 TO 135,100 TO 1
      32,97: HPLOT 138,97 TO 135,1
      00
760 HPLOT 90,100 TO 170,100 TO 1
      70,114 TO 80,114 TO 90,100
761 HPLOT 135,114 TO 135,121 TO
      132,118: HPLOT 135,121 TO 13
      8,118
762 HPLOT 75,158 TO 135,121 TO 1
      95,158 TO 138,190 TO 75,158
763 FOR K = 1 TO 10: HCOLOR= 5: GOSUB
      5400: FOR J = 1 TO 30: NEXT
      : HCOLOR= 3: GOSUB 5400: FOR
      J = 1 TO 30: NEXT : NEXT
764 FOR MN = 1 TO 4
765 FOR K = 1 TO 10: HCOLOR= 5: GOSUB
      5100: FOR J = 1 TO 30: NEXT
      : HCOLOR= 3: GOSUB 5100: FOR
      J = 1 TO 30: NEXT : NEXT
766 FOR K = 1 TO 10: HCOLOR= 5: GOSUB
      5200: FOR J = 1 TO 30: NEXT
      : HCOLOR= 3: GOSUB 5200: FOR
      J = 1 TO 30: NEXT : NEXT
768 FOR K = 1 TO 10: HCOLOR= 5: GOSUB
      5300: FOR J = 1 TO 30: NEXT
      : HCOLOR= 3: GOSUB 5300: FOR
      J = 1 TO 30: NEXT : NEXT
770 IF MN < 4 THEN GOSUB 4200
771 NEXT
772 FOR K = 1 TO 10: VTAB 10: HTAB
      30: PRINT BA$: FOR J = 1 TO
      40: NEXT : VTAB 10: HTAB 30:
      PRINT "      ": FOR J = 1 TO
      40: NEXT : NEXT
774 HCOLOR= 3: VTAB 10: HTAB 30:
      PRINT BA$: BA$ = "MdR y=f(x)
      +a"
775 FOR K = 195 TO 220: HPLOT K,
      158: FOR J = 1 TO 20: NEXT :

```

```

NEXT : FOR K = 158 TO 178: HPLOT
220,K: FOR J = 1 TO 20: NEXT
: NEXT
776 HPLOT 217,,175 TO 220,178 TO
223,175: VTAB 12:
777 HTAB 25: PRINT BA$:
778 HPLOT 217,175 TO 220,178 TO
223,175 TO 226,172: HPLOT 22
3,175 TO 220,172
779 FOR K = 1 TO 10: HCOLOR= 5: GOSUB
5500: FOR J = 1 TO 30: NEXT
: HCOLOR= 3: GOSUB 5500: FOR
J = 1 TO 30: NEXT : NEXT
780 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
"R" THEN 700
4000 END
4900 FOR J = 1 TO 10: VTAB 10: HTAB
3: PRINT AB$
4902 FOR K = 1 TO 30: NEXT
4903 VTAB 10: HTAB 3: PRINT "
": FOR K = 1 TO 30: NEXT
: NEXT
4907 VTAB 10: HTAB 3: PRINT AB$
5000 FOR K = 75 TO 10 STEP - 1:
HPLOT K,158: FOR J = 1 TO 1
0: NEXT : NEXT
5010 FOR K = 158 TO 86 STEP - 1
: HPLOT 10,K: FOR J = 1 TO 1
0: NEXT : NEXT : FOR K = 10 TO
70: HPLOT K,86: FOR J = 1 TO
10: NEXT : NEXT
5015 HPLOT 87,83 TO 70,86 TO 87,
89: HCOLOR= 3: FOR K = 1 TO
200: NEXT : IF MN = 3 THEN RETURN
5017 FOR J = 1 TO 30: NEXT : HCOLOR=
3: HPLOT 75,158 TO 10,158 TO
10,86 TO 70,86
5020 HPLOT 87,83 TO 70,86 TO 87,
89: HCOLOR= 3: VTAB 10: HTAB
3: PRINT " ": RETURN
5100 HPLOT 70,79 TO 190,79 TO 19
0,95 TO 70,95 TO 70,79: RETURN
5200 HPLOT 90,100 TO 170,100 TO
170,114 TO 90,114 TO 90,100:
RETURN
5300 HPLOT 75,158 TO 135,121 TO
195,158 TO 138,190 TO 75,158
: RETURN
5400 HPLOT 70,46 TO 190,46 TO 19

```

```

0,68 TO 70,68 TO 70,46: RETURN
5500 HPLOT 165,178 TO 255,178 TO
255,191 TO 165,191 TO 165,17
8: RETURN
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
CO$ = "R":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7580 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7585 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
K,185 + K TO 265 - K,191 - K
: NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000:TH
= LEN (A$) - LEN (B$):HT =
HT - TH - 2
8305 IF CO$ = "R" THEN GOTO 8320
8310 CO$ = "R":VT = VT + .2:GOSUB
10000: HPLOT X - 7,Y - 6 TO
X + 4,Y - 8:VT = VT - .4:HT =
HT + TH
8320 RETURN
8330 A$ = B$:VT = VT + .5: GOSUB
10000: HPLOT X - 7,Y - 7 TO
X + 4,Y - 9:VT = VT - .3:HT =
HT + TH: RETURN
8350 B$ = A$:A$ = LEFT$ (B$,1):V
T = VT - .2: GOSUB 10000:HT =
HT - 1:A$ = RIGHT$ (B$,1):V
T = VT + .2: GOSUB 10000: HPLOT
X,Y - 8 TO X + 7,Y - 8: RETURN
8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,

```

```

      Y + 2 TO X + 4, Y + 2
8510  DRAW ASC ("h") - 31 AT X -
      LEN (A$) * 3.5, Y + 10: VT =
      VT + .2: RETURN
8600  VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
      = "h 0": VT = VT + .6: HT =
      HT - 4: GOSUB 10000: H PLOT X
      - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
      X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
      6, Y - 6: VT = VT - .4: HT = HT
      + 1: RETURN
8700  A$ = " h 0": GOSUB 10000: H PLOT
      X - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
      X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
      6, Y - 6: RETURN
8800  DRAW ASC ( LEFT$ (A$, 1)) -
      31 AT (HT - 1) * 7, VT - 16 -
      8: DRAW ASC ( MID$ (A$, 3, 1)
      ) - 31 AT (HT - 1) * 7, VT *
      16 + 2
8810  H PLOT (HT - 1) * 7 - 1, VT *
      16 - 8 TO (HT - 1) * 7 + 7, V
      T * 16 - 8
8820  DRAW ASC ( RIGHT$ (A$, 1)) -
      31 AT (HT - 1) * 7 + 11, VT *
      16 - 4: RETURN
8900  X = HT + 7 - 5: Y = VT * 16 -
      4: H PLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
      X + 4, Y - 7 TO X + 11, Y - 7:
      RETURN
8910  X = HT + 7 - 5: Y = VT * 16 -
      4: H PLOT X, Y TO X + 2, Y + 2 TO
      X + 4, Y - 13 TO X + 20, Y - 1
      - 3: RETURN
      VT + 13 -
      H PLOT X + 3, Y -
      3: H PLOT X + 3, Y + 3
8950  H PLOT X + K - 1, Y - K: H PLOT
      X + K - 1, Y + K: NEXT K: H PLOT
      1, Y - 1: H PLOT X, Y - 1: RETURN
9999  REM iktZQMw^bQw?ayd
10000 X = (HT - 2) * 7: Y = VT * 1
      6 - 4: POKE 233, 48: POKE 232
      , 0: SCALE = 1: BOD = 0: HCOLOR =
      3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$): H =
      ASC ( MID$ (A$, K, 1)): IF H =
      5 THEN GOSUB 90000: GOTO 10

```

```
110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
      X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (N / 109) * S
      T:N = N - 31 + 69 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
      LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
      % * 7, Y + 3: LE = 0: GOTO 101
10
10080 IF X + N% * 7 > 275 THEN X
      = 7: Y = Y + 15
10090 DRAW N AT X + N% * 7, Y: X =
      X + N% * 7: HT = HT + 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
      152 AND N < 180) THEN LE = 1
10110 NEXT : RETURN
20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
      ST = 0
20010 RETURN
```

```

JT
]LIST

10  REM
    MATH.PART17

20  CLEAR : POKE 30,40: POKE 34,0
    : DIM A$(25): HCOLOR= 3
30  A$(1) = "      =gROtz17 ipdiSdi[BwQM
    [?<{gY;wR;g[bgdQmVwQP~(Mzd) "

40  A$(2) = "      <{d1 <{d=^gY@[s?OtzYt
    tS[fipZBQ~Yg;iqQ;g{j;{aY;g["

50  A$(3) = "dQmVwQP~b[vd;g[bg=zg"

60  A$(4) = "y iYvad;hbQL  iqB[
    vd"

80  A$(6) = "1.N{g      =1 j}{^"
90  A$(7) = "y=x+tc iYvad c iSyQ=sg
    =?Otc"

100 A$(8) = "2.N{g      =kx  j}{^"
110 A$(9) = "y= k      +c "
120 A$(10) = "iYvad n= -1
    c iSyQ=sg=?Otc"

130 A$(11) = ";[Kt k=1 @firL{"
140 A$(12) = "N{g      =x  j}{^ y=
    +c"

150 A$(13) = " MwQdZag?Ota1      @? j ; {
    aY;g[dQmVwQP~      =5x &"
160 A$(14) = "SePtCh  iqB[{d=`gY
    @[s?{dOtc2"

170 A$(15) = "      @g;      =5x &
    @firL{ n = ....."

180 A$(18) = "LxiQm; Hg      =x &"

190 A$(17) = "j}{^ y =      +c"
200 A$(19) = "y = x ' + c"
210  PRINT CHR$(16): PRINT " "
    ;: PRINT A$(1)
220  PRINT " " : PRINT A$(2): PRINT
    A$(3);: PRINT " " : PRINT A$(
    (4)

230 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 3.2:
    HT = 28.1: GOSUB 8300

235  PRINT
240  PRINT A$(6);: PRINT " " : PRINT
    A$(7)
250  PRINT A$(8);: PRINT " " : PRINT
    A$(9);: PRINT A$(10)
260  PRINT A$(11);: PRINT " " : PRINT

```



```

A$(12)
270 PRINT :A$ = "dy":B$ = "dx":V
    T = 7:HT = 5.6: GOSUB 8300:A
    $ = "dy":B$ = "dx":VT = 8:HT
    = 5.6: GOSUB 8300
271 A$ = "n":VT = 7.7:HT = 11: GOSUB
    10000:A$ = "x ":B$ = "n+":VT
    = 8:HT = 21: GOSUB 8300
272 A$ = " /1":VT = 8:HT = 22.8: GOSUB
    8350:A$ = "n+1":VT = 7.5:HT =
    22: GOSUB 10000
273 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 10:H
    T = 17: GOSUB 8300:A$ = "n":
    VT = 9.7:HT = 21: GOSUB 1000
    0
274 A$ = "n+1":VT = 10:HT = 20: GOSUB 8300:A$ = " /1
    ":VT = 10:HT = 31.7: GOSUB 8
    350
275 A$ = "n+1":VT = 9.6:HT = 31: GOSUB
    10000: HPLOT 230,115 TO 225,
    127
276 HPLOT 0,96 TO 279,96: HPLOT
    0,185 TO 279,185
278 GOSUB 7500
280 VTAB 12: FOR K = 1 TO 6: PRINT
    : NEXT : POKE 34,5
285 VTAB 6: PRINT A$(13): PRINT
    A$(14)
290 PRINT A$(15)
297 PRINT " ";
300 PRINT A$(16);: PRINT " ";: PRINT
    A$(17)
310 PRINT : PRINT : PRINT "
...
315 A$ = "y = +a":VT = 10.5:H
    T = 24: GOSUB 10000
316 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 6:HT
    = 26: GOSUB 8300:A$ = "dy":
    B$ = "dx":VT = 8:HT = 11: GOSUB
    8300:A$ = "dy":B$ = "dx":VT =
    9:HT = 12: GOSUB 8300
317 A$ = " 5":B$ = "(.":VT = 9:HT
    = 27: GOSUB 8300:A$ = "x ":
    B$ = ".)":VT = 9:HT = 29: GOSUB
    8300:A$ = " ":B$ = "+1":VT =
    9:HT = 31: GOSUB 8300
318 A$ = "401":VT = 3.5:HT = 30: GOSUB
    10000
319 A$ = " 5":B$ = "(.":VT = 10.5

```

```

:HT = 27: GOSUB 8300:A$ = "x
":B$ = ".)":VT = 10.5:HT =
29: GOSUB 8300
320 A$ = "5":VT = 10:HT = 30: GOSUB
10000
325 C$ = "R": GOSUB 7500: IF C$
= "R" THEN 280
326 PRINT
330 PRINT "      iA]Z=xgMdR<{d 1 =vd
      4 4 5"
350 GOSUB 7500: IF C$ = "R" THEN
280
400 A$(1[ = "      Mw^dZzg?Otz2      @? j ; { a
      Y;g[dQmVwQP~      =2x $ "
410 A$(2[ = "      sPtOxg iaE{<{d=?_Y@
      [s?<{dOtz 2"
420 A$(3[ = "      @g;      =2x $
      @firL{ n = .....
430 A$(4[ = "Lw?Qw{Q N{g      =2x $
      "
440 A$(5[ = "j]{^ y =      _c"

450 PRINT CHR$(16[: VTAB 8
480 PRINT A$(1[: PRINT A$(2[: PRINT
A$(3[
481 HCOLOR= 3: HPLLOT 0,110 TO 28
,110
482 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 6:HT
= 25.5: GOSUB 8300
490 PRINT "      "; PRINT A$(4[: PRINT
"      "; PRINT A$(5[
492 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 8:HT
= 12: GOSUB 8300:A$ = "dy":
B$ = "dx":VT = 9:HT = 13: GOSUB
8300
493 A$ = "y =      _c":VT = 10.5:
HT = 26: GOSUB 10000:VT = 12
:HT = 26: GOSUB 10000
495 A$ = " 2":B$ = "25":VT = 9:HT
= 29: GOSUB 8300:A$ = "x ":
B$ = " 1":VT = 9:HT = 31: GOSUB
8300
496 A$ = "25_(:.[" :VT = 9.5:HT =
32: GOSUB 10000
497 A$ = " 2 ":B$ = " 2":VT = 10.5
:HT = 29: GOSUB 8300:A$ = "x
":B$ = " 6 ":VT = 10.5:HT =
31: GOSUB 8300:A$ = "26":VT =
10:HT = 32: GOSUB 10000
498 A$ = " x":B$ = "(.":VT = 11.8
:HT = 29: GOSUB 8300:A$ = "

```

```

":B$ = ".[" :VT = 11.8:HT =
31: GOSUB 8300
499 A$ = "26":VT = 11.4:HT = 31: GOSUB
10000
510 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
= "R" THEN 400
519 VTAB 12: PRINT
520 PRINT " iA]Z=hMdR<{d2 =vd
25"
530 PRINT " 1
"
540 PRINT " 1
3"
550 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
400
600 A$(1[ = " Mw^dZag?Otz3 @? j : {a
Y;g[dQmVwQP" =x_3"
610 A$(2[ = "^sPtOh i<tZQaY;g[dQm
VwQP~iqbYzirL{iSyQ =x_3(1
["
620 A$(3[ = ";g[j;{aY;g[Qt{iqb{Yd
?={gZk;wRYt;g[j;{aY;g[dQmVw
QP~"
630 A$(4[ = "2 BmL =vd . =x ;wR
=3(1["
640 A$(5[ = "ibMmOtziSyQiBzQQt{iV
[gf@fiqB{<{d=^gY@[s?Otz;]zg^
Yg"
650 A$(6[ = "j]{^Bz^ZiqQ;g[bg=ag
y"
700 PRINT CHR$(16[: VTAB 6: GOSUB
5000
900 PRINT A$(1[: PRINT A$(2[: PRINT
A$(3[
910 PRINT A$(4[: PRINT A$(5[: PRINT A$(6[
,110:A$ = "dy":B$ = "dx":VT =
6:HT = 26: GOSUB 8300
920 PRINT A$(4[: PRINT " ";: PRINT
A$(5[: PRINT A$(6[
921 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 7:HT
= 29.5: GOSUB 8300:A$ = "dy
":VT = 9:HT = 8.5: GOSUB 830
0
922 A$ = "dy":VT = 9:HT = 17: GOSUB
8300.
930 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
600
935 PRINT CHR$(16[: VTAB 6
940 PRINT " @g; = x @firL{ y
= a iYvzd

```

```

a iSyQ=zg=?Otz"
950 PRINT " y =
      a"
960 PRINT " @g; = 3(1[ @firL{
      y = 3(x[_b iYvzd b iSyQ=zg=
      ?Otz"
970 PRINT " @g;=^gY@[s?<{dOtz
      1"
971 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 6:HT
      = 6.7: GOSUB 8300:A$ = "dy"
      :VT = 9:HT = 6.7: GOSUB 8300
972 A$ = " x":B$ = "1_":VT = 6:HT
      = 22: GOSUB 8300:A$ = " /1"
      :VT = 6:HT = 24: GOSUB 8350
973 A$ = "1_([":VT = 5.6:HT = 2
      4: GOSUB 10000
974 A$ = "x/2":VT = 8:HT = 22: GOSUB
      8350:A$ = "2":VT = 7.5:HT =
      23: GOSUB 10000
980 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      600
990 GOSUB 5000
1000 PRINT CHR$(16[: VTAB 6: PRINT
      " Lw?Qw{Q N{g = x_3 j]{^ y
      =( _a[ _(3(x[_b[y= _3x_a
      _b"
1005 PRINT
1010 PRINT " VR^zg a_b =vd=zg=?O
      tzMw^bQuz? aYYmMsiqb{ a_b= c
      "
1020 PRINT " QwzQ=vdY= _3x _..
      "
1022 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 6:H
      T = 9.4: GOSUB 8300
1023 A$ = "x/2":VT = 6:HT = 25: GOSUB
      8350:A$ = "2":VT = 5.6:HT =
      26: GOSUB 10000
1025 A$ = "x/2":VT = 8:HT = 25: GOSUB
      8350:A$ = "2":VT = 7.6:HT =
      26: GOSUB 10000
1027 A$ = "x/2":VT = 11:HT = 25: GOSUB
      8350:A$ = "2":VT = 10.6:HT =
      26: GOSUB 10000
1030 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO
      $ = "R" THEN 600
1040 GOSUB 5000
1050 PRINT : PRINT " iA]Z=xgMdR<
      {d 3 =vd 1c"
1060 PRINT : GOSUB 7500: IF CO$ =
      "R" THEN 600

```

```

1100 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$
      (4[;"RUN MATH.PART17-II"
4000 END
5000 HCOLOR= 0: FOR K = 71 TO 80
      : HPLOT 100,K TO 279,K: NEXT
      : HCOLOR= 3: RETURN
7000 END
7500 POKE - 16368,0:CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384[ = 155 THEN
      CO$ = "E":CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384[ = 160 THEN
      CO$ = "G":CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
      ,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
      0 TO 3: HPLOT 275 _ K,185 _
      K TO 275 _ K,191 - K: NEXT :
      RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
      1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
      : FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
      K,185 _ K TO 265 - K,191 - K
      : NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000:TH
      = LEN (A$[ - LEN (B$[:HT =
      HT - TH - 2
8310 A$ = B$:VT = VT _ .8: GOSUB
      10000: HPLOT X _ 7,Y _ 8 TO
      X _ 6,Y _ 8:VT = VT - .4:HT =
      HT _ TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$:A$ = LEFT$ (B$,1[:V
      T = VT - .2: GOSUB 10000:HT =
      HT - 1:A$ = RIGHT$ (B$,1[:V
      T = VT _ .6: GOSUB 10000: HPLOT
      X,Y - 8 TO X _ 7,Y - 8: RETURN
8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
      X - ( LEN (A$[ - 1[ \ 7 - 1,
      Y _ 2 TO X _ 4,Y _ 2
8510 DRAW ASC ("h"[ - 31 AT X -
      LEN (A$[ \ 3.5,Y _ 10:VT =
      VT _ .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000:A$

```

```

      = "h 0":VT = VT _ .6:HT =
HT - 4: GOSUB 10000: H PLOT X
- 20,Y - 3 TO X - 3,Y - 3 TO
X - 6,Y TO X - 3,Y - 3 TO X -
6,Y - 6:VT = VT - .4:HT = HT
_ 1: RETURN
8700 A$ = " h 0": GOSUB 10000: H PLOT
X - 20,Y - 3 TO X - 3,Y - 3 TO
X - 6,Y TO X - 3,Y - 3 TO X -
6,Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$ (A$,1)[[ -
31 AT (HT - 1[ \ 7,VT \ 16 -
8: DRAW ASC ( MID$ (A$,3,1[
[ - 31 AT (HT - 1[ \ 7,VT \
16 _ 2
8810 H PLOT (HT - 1[ \ 7 - 1,VT \
18 - 6 TO (HT - 1[ \ 7 _ 7,V
T \ 16 - 6
8820 DRAW ASC ( RIGHT$ (A$,1)[[ -
31 AT (HT - 1[ \ 7 _ 11,VT \
16 - 4: RETURN
8900 X = HT \ 7 - 5:Y = VT \ 16 -
4: H PLOT X,Y TO X _ 2,Y _ 2 TO
X _ 4,Y - 7 TO X _ 11,Y - 7:
RETURN
8910 X = HT \ 7 - 5:Y = VT \ 16 -
4: H PLOT X,Y TO X _ 2,Y _ 2 TO
X _ 4,Y - 13 TO X _ 20,Y - 1
3: RETURN
8950 X = HT \ 7 - 5:Y = VT \ 16 -
6: H PLOT X,Y TO X _ 3,Y: FOR
K = 2 TO 3: H PLOT X _ 3,Y -
3: H PLOT X _ 3,Y _ 3
8952 H PLOT X _ K - 1,Y - K: H PLOT
X _ K - 1,Y _ K: NEXT K: H PLOT
X _ 1,Y - 1: RETURN
9999 REM iktZQMw^bQw?avd
10000 X = (HT - 2[ \ 7:Y = VT \ 1
6 - 4: POKE 233,48: POKE 232
,0: SCALE = 1: ROT = 0: HCOLOR =
3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$[:N =
ASC ( MID$ (A$,K,1)[[: IF N =
5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
X = X _ 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (N / 109[ \ S

```

```
T:N = N - 31 - 69 \ ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
LE = 2 THEN DRAW N AT X _ N
% \ 7, Y _ 3: LE = 0: GOTO 101
10
10080 IF X _ N% \ 7 > 275 THEN X
= 7: Y = Y _ 15
10090 DRAW N AT X _ N% \ 7, Y: X =
X _ N% \ 7: HT = HT _ 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
152 AND N < 160[ THEN LE = 1
10110 NEXT : RETURN
20000 ST = ST _ 1: IF ST = 2 THEN
ST = 0
20010 RETURN
```

]LIST

```

10  REM
    MATH.PART17-II

200  REM
    <{dotz 4

205  CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
    0: HCOLOR= 3
210  CLEAR : POKE 33,40: PRINT CHR$
    (16): VTAB 1: PRINT "    <{d 4

211  PRINT
212  PRINT "  @?bgaY;g[ia{Qip={?Cu
    z?Yt=?gYBwQ K @mL P(x,y)iqLk
    EQip={?Qw{QISyQ 8x - "
214  PRINT "  ?sPtOrg =?gYBwQ<d?ia
    {Qip={? K @mL P(x,y) iqLk
    iSyQ 8x - "
215  HPLOT 0,78 TO 30,78
216  PRINT "    QwzQ=vd      = 8
    x -"
217  PRINT "    @firL{      y = (
    ..) - (...)+c"
219  PRINT
220  PRINT "  Lw?Qw{QaY;g[<d?ia{Qi
    p={? =vd y = ....."
230  A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 7:HT
    = 12: GOSUB 8300
232  A$ = "1/2":VT = 4:HT = 18: GOSUB
    8350
234  A$ = "1/2":VT = 6:HT = 9.4: GOSUB
    8350
236  A$ = "1/2":VT = 7:HT = 22.8: GOSUB
    8350
250  CD$ = "R": GOSUB 7500: IF COS$
    = "R" THEN 200
260  PRINT : PRINT "    iA]Z=xgMdr<{
    d 4 =vd      4x $ 4x $ -      +

268  A$ = "1/2":VT = 10:HT = 30: GOSUB
    8350:A$ = "x":VT = 9.8:HT =
    31: GOSUB 10000
270  A$ = "1/2":VT = 11:HT = 27: GOSUB
    8350:A$ = "x":VT = 10.8:HT =
    28: GOSUB 10000
299  GOSUB 7500: IF COS$ = "R" THEN
    200
300  REM
    <{dotz 5

```



```

305 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
    0: HCOLOR= 3
310 CLEAR : POKE 33,40: PRINT CHR$(
(16): VTAB 1: PRINT "      <{d 5
    "
311 PRINT
312 PRINT " @?bgaY;g[ia{Qip={?Cu
z?Yt=^gYBwQ K @mL P(x,y)iqLk
    iOzg;wR 2 - 3x"
314 PRINT " ^sPtOxg    =^gYBwQ<d?i
a{Qip={? K @mL P(x,y) iqLk
    iOzg;wR 2 - 3x"
315 HPLOT 0,78 TO 30,78
316 PRINT "    QwzQ=vd          = 2
    - 3x"
318 PRINT "    @firL( ' y = (
    . . . ) + ( . . . )"
320 PRINT : PRINT " Lw?Qw{QaY;g[
<d?ia{Qip={?=vd y = . . . . .

330 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 7:HT
    = 12: GOSUB 8300
350 C$ = "R": GOSUB 7500: IF C$
    = "R" THEN 300
360 PRINT : PRINT "    ia]Z=xgMdr<{
    d 5 =vd          2x
    + e"
370 A$ = "3/2":VT = 9:HT = 27: GOSUB
    8350:A$ = "x/ ":VT = 9:HT =
    28: GOSUB 8350:A$ = "2":VT =
    8.6:HT = 29: GOSUB 10000
372 A$ = "3/2":VT = 11:HT = 27: GOSUB
    8350:A$ = "x/ ":VT = 11:HT =
    28: GOSUB 8350:A$ = "2":VT =
    10.8:HT = 29: GOSUB 10000
380 GOSUB 300: IF C$ = "R" THEN
    300
400 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
    0: PRINT CHR$(16)
410 VTAB 1: PRINT "      ip
    @OZ?S=Ebq "
415 VTAB 3: HTAB 1: PRINT ""
420 VTAB 3: PRINT "      1.    @?j;{aY
    ;gldQaVwQF~    = 2x + x %"
425 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 3:HT
    = 22.5: GOSUB 8300
430 C$ = "R": GOSUB 7500: IF C$
    = "R" THEN 415
440 PRINT : PRINT "    ia]Z=xgMdr<f
    d i =vd          y = x :B +    & + c"
445 A$ = "x/4":VT = 5:HT = 30: GOSUB

```

```

8350
460 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
415
520 VTAB 7: HTAB 1: PRINT "": VTAB
7: PRINT " 2. @?bgaY;g[dQmV
wQP~<d?ia{Qip={?OtzYt=~gYBwQ
iOzg ;wR 2"
530 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
= "R" THEN 520
540 PRINT : PRINT " iA]Z=xgMdr{
d 2 =vd y = 2x + c"
560 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
520
600 PRINT CHR$ (16): VTAB 2: HTAB
4: PRINT " ib]vd=gROtz 18 dt
:=g5iltZ~10zgQw{QQf "
810 HTAB 6: PRINT "1. ;]wRirSZw?
M{Q=gRQt{dt;=[w{?2. ;]wRipS[
j;[Yb]w:"
820 VTAB 5: HTAB 4: PRINT 'ipS[L
;LMv[i]vd;"
830 VTAB 5: HTAB 16: PRINT "": VTAB
5: HTAB 17: INPUT "": A$: IF
A$ > "2" OR A$ < "1" THEN 83
0
840 VTAB 5: HTAB 1: PRINT "": VTAB
5 -- VAL (A$): HTAB 1: PRINT
""
850 VTAB 1: PRINT : IF A$ = "1" THEN
PRINT CHR$ (4);"RUN MATH.P
ART17"
855 PRINT CHR$ (4);"RUN MAIN"
7000 END
7500 GOTO 16388: CO$ = ""
7510 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
CO$ = "R": CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
CO$ = "G": CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: HPLOT 275 + K,185 +
K TO 275 + K,191 - K: NEXT :

```

```

RETURN
7580 FOR K = 275 TO 285 STEP -
1: HPLOT K,187 TO K,189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
K,185 + K TO 265 - K,191 - K
: NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000: TH
= LEN (A$) - LEN (B$): HT =
HT - TH - 2
8310 A$ = B$: VT = VT + .6: GOSUB
10000: HPLOT X - 7, Y - 8 TO
X + 4, Y - 8: VT = VT - .4: HT =
HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$: A$ = LEFT$ (B$,1): V
T = VT - .2: GOSUB 10000: HT =
HT - 1: A$ = RIGHT$ (B$,1): V
T = VT + .8: GOSUB 10000: HPLOT
X, Y - 8 TO X + 7, Y - 8: RETURN

8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
Y + 2 TO X + 4, Y + 2
8510 DRAW ASC ("h") - 31 AT X -
LEN (A$) * 3.5, Y + 10: VT =
VT + .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
= "h 0": VT = VT + .6: HT =
HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
- 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO X -
6, Y - 6: VT = VT - .4: HT = HT
+ 1: RETURN
8700 A$ = "h 0": GOSUB 10000: HPLOT
X - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y TO X - 3, Y - 3 TO
X - 6, Y - 6: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7, VT * 16 -
8: DRAW ASC ( MID$ (A$,3,1)
) - 31 AT (HT - 1) * 7, VT *
16 + 3
8810 HPLOT (HT - 1) * 7 - 1, VT *
16 - 6 TO (HT - 1) * 7 + 3, V
T * 16 - 6
8820 DRAW ASC ( RIGHT$ (A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7 + 11, VT *
16 - 4: RETURN
8900 X = HT * 7 - 5: Y = VT * 16 -
4: HPLOT X, Y TO X + 2, Y + 3 TO
X + 4, Y - 7 TO X + 11, Y - 7:

```

```

RETURN
8910 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
      4: HPLOT X,Y TO X + 2,Y + 2 TO
      X + 4,Y - 13 TO X + 20,Y - 1
      3: RETURN
8950 X = HT * 7 - 5:Y = VT * 16 -
      6: HPLOT X,Y TO X + 3,Y: FOR
      K = 2 TO 3: HPLOT X + 3,Y -
      3: HPLOT X + 3,Y + 3
8952 HPLOT X + K - 1,Y - K: HPLOT
      X + K - 1,Y + K: NEXT : HPLOT
      X,Y - 1: HPLOT X,Y + 1: RETURN

9999 REM i<tZQMw^bQw?avd
10000 X = (HT - 2) * 7:Y = VT * 1
      6 - 4: POKE 233,48: POKE 232
      10: SCALE = 1: BOT = 0: HCOLOR =
      3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$):N =
      ASC ( MID$( A$,K,1)): IF N =
      5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
      110
10030 IF ST = 1 AND N = 32 THEN
      X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (N / 199) * 5
      T: N = N - 31 + 69 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
      LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
      % + 7,Y + 3: LE = 0: GOTO 101
      10
10080 IF X + N% * 7 > 275 THEN X
      = 7:Y = Y + 15
10090 DRAW N AT X + N% * 7,Y:X =
      X + N% * 7:HT = HT + 1
10100 LE = 1: IF ST = 1 AND N >
      159 AND LE = 2 THEN LE = 1
10110 NEXT : RETURN
20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
      ST = 0
20010 RETURN

```

]T  
]LIST

```

1  REM
      MATH.PART18

2  REM
      <{dOtz 1

4  PRINT CHR$(16): VTAB 5: PRINT
      " =gROtz 18 ipdiSdi[BwQM[?<{
      gY;wB;g[bgdQmVwQP~(Mzd)"
7  FOR K = 1 TO 2000: NEXT
10  CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,0
      : HCOLOR= 3: DIM A$(20)
14  A$(1) = "ia{Qip={? y=f(x) Yt
      =gYBwQ@t@ml P(x,y) iqlk"
18  A$(2) = "iSyQ 4x+3"
22  A$(3) = "@?bgaY;g[<d?ia{Qip={?
      TzgQ@ml (1,3)"
26  A$(4) = "sPtOxg =gYBwQ@d?ia
      {Qip={? K @ml P(x,y) iqlk"
30  A$(5) = " iSyQ 4x + 3"
34  A$(6) = " QwzQ=vd = 4x
      + 3"
38  A$(7) = " @firL{ y = 2x $
      + 3x + c -----"
46  A$(9) = "ia{Qip={?TazgQ@ml (1,
      3) QwQ=vd iYvzd x=1 @firL{ y
      =3"
50  A$(10) = " jOQ=sg x j]f y iqQ"

54  A$(11) = " @firL{ 3 = 2(1)
      $ + 3(1) + c"
58  A$(12) = " c = .....

66  A$(14) = "PwQ@t@ml P(x,y) iql
      k iSyQ 4x+3 =vd"
70  A$(15) = "y = 2x $+3x+(...)"
74  PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
      <{d 1 "
80  PRINT A$(1);A$(2): PRINT "
      "A$(3): PRINT A$(4): PRINT
      A$(5): PRINT A$(6): PRINT A$(
      7)
82  HPL0T 0,78 TO 30,78
84  FOR K = 3 TO 11: PRINT A$(K):
      NEXT : PRINT A$(12);
85  DRAW 171 AT 246,126: DRAW 171
      AT 126,157: VTAB 9: HTAB 19

```

```

      : PRINT "Qwz": VTAB 12: PRINT
      ""
87 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 7:HT =
      11: GOSUB 8300
90 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      10
92 PRINT
100 PRINT A$(13);A$(14): HTAB 20
      : PRINT A$(15)
150 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
      = "R" THEN 10
160 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdR<{
      d 1 =vd      -2-2"
180 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
      10
200 REM
      [d0ta 2

210 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
      0: HCOLOR= 3: DIM A$(20)
215 A$(1) = "@?bgaY;g[cd?ia{Qip={
      ?OtzczTzgQ@mml (2,9) j]fYt"
220 A$(2) = "=gYBwQ<d?ia{Qip={?O
      tzz@mL P(x,y) iqLk iSyQ 2x+1
      "
225 A$(3) = "?sPtOng =gYBwQcd?i
      a{Qip={?Otz@mL P(x,y) iqLkiS
      yQ      2x + 1"
235 A$(5) = " QwzQ=vd      = (...
      .) + (...)"
240 A$(8) = " @firL{ y = (...
      ) + (... ) + e ----"
250 A$(8) = "ia{Qip={?TzzgQ@mL (2
      ,9) QwzzcQ=vd iYvzzcd x=2 @f
      ir? y=?"
255 A$(8) = " QwzzcQ=vd iYvzzcd x=2 @f
      ir? y=?"
265 A$(11) = " @firL{ e = (...
      .) + (...)"
270 A$(12) = "Lw?Qw{Q aY;g[ia{Qi
      p={?OtzczM{d?;g[=vd y = (...
      .) + (...)"
280 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
      " <d 2 "
285 PRINT " "A$(1);A$(2): FOR K =
      3 TO 12: IF K = 4 OR K = 7 OR
      K = 10 THEN 290
288 PRINT A$(K)
290 NEXT
295 DRAW 172 AT 200,110: DRAW 17
      2 AT 183,141: HPLOT 0,62 TO

```

```

30,62
299 A$ = "dy":B$ = "dx":VT = 6:HT
    = 9: GOSUB 8300
340 C$ = "R": GOSUB 7500: IF C$
    = "R" THEN 200
350 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdR<{
    dotz 2 =vd      2x      1 x $
          x      3 x $ + x + 3

370 GOSUB 7500: IF C$ = "R" THEN
    200
400 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
    0: PRINT CHR$(16)
410 VTAB 1: PRINT "      <{d 3      i r L { ;
    ]zg^Ygj]{^^zg N{g s=f(t) iSy
    Qa]ig[ <d?;g[i=]wdsQotz Qfir
    Qf      = v iSyQ= g^Yly iqQ Kf"

420 PRINT "i^]g t iqLk Cuz? v @f
    iSyQWw?;~BwQ@d?i^]gL{^Z @w?
    agYg[Nbg      irL( iBzQiLtZ;w
    Q"
430 PRINT "      @fiSyQdwN[g;g[i
    S]-zZQJS]?<d?="gYi[y^ iqQKf]
    glaLk Cuz?i]tZ:Qug "; CHR$(
    34);" =gYi[z?Kfi^]g t"; CHR$(
    34)

432 A$ = "ds":B$ = "dt":VT = 2:HT
    = 12.5: GOSUB 8300:A$ = "dv
    ":B$ = "dt":VT = 4:HT = 10.5
    : GOSUB 8300
435 PRINT "iqB{awE]w:'K" e"
440 PRINT "      QwzQ=vd      v ="
    : PRINT : PRINT
441 A$ = "ds":VT = 2:HT = 15: GOSUB
    8300
450 PRINT "      j]fiqb{      a =
    iSyQdwM[gi[z?<Kf
    i^]g t";
451 HPLOT 97,164 TO 97,175: HPLOT
    107,164 TO 107,175
452 A$ = "ds":B$ = "dt":VT = 8:HT
    = 12.5: GOSUB 8300:A$ = "dv
    ":B$ = "dt":VT = 9.5:HT = 18
    .5: GOSUB 8300
455 A$ = "dv":B$ = "dt":VT = 11:H
    T = 19: GOSUB 8300
457 HPLOT 122,164 TO 122,175: HPLOT
    142,164 TO 142,175
460 GOSUB 7500
800 REM

```

<{d 3 Mzd

```

810 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
      0: HCOLOR= 3: DIM A$(20)
815 A$(1) = "N{g s = 3-2t-5t %iSy
      QaY;g[<d?;g[i=]vzdQOtZ"
820 A$(2) = "<d?^wMnmBQsLbQuz? i
      Yvzd t iSyQi^]gbQz^ZiSyQ^sQg
      Ot "
825 A$(3) = "s iSyQ[fZfOg?bQz^ZiS
      yQiYM["
830 A$(4) = "@?bg=^gYi[z?<d?^wMnm
      Qt{iqQ<Kf"
835 A$(5) = " t=4 ^sQgOt"
840 A$(6) = "^sPtOxg iQvzd?@g;
      s = 6 - 2t - 5t %"
845 A$(7) = " @firL{ y =
      = .....
850 A$(8) = "=^gYi[y^<d?^wMnmigQ<
      Kfi^]g t =vd v=....."
855 A$(9) = " @firL{ a =
      = .....
860 A$(10) = "=^gYi[z?<d?^wMnmigQ
      <Kfi^]g t ^sQgOt =....."
865 A$(11) = " Lw?Qw{Q =^gYi[z?
      d?^wMnmigQ Kf t = 4 ^sQgO
      t =.....iY
      M[/^sQgOt"
880 PRINT CHR$(16); VTAB 1: PRINT
      " Mv^dZag? "
885 PRINT " A$(1);A$(2);A$(3);
      " "A$(4);A$(5)
890 FOR K = 6 TO 10: PRINT A$(K)
      : NEXT : PRINT A$(11);
894 HPLOT 0,94 TO 30,94:A$ = "ds
      Ep - 10t - 10t = 10t = 10: COSUR
      = 10t = 10t = 10t
      6: GOSUB 8300
920 CDS = "R": GOSUB 7500: IF COS
      = "R" THEN 400
925 PRINT
930 PRINT : PRINT " A[Z=xgMdf
      d 3 = -2 - 15t 3 -2
      15t s - sur - 30t - 1
      20 "
940 GOSUB 7500: IF COS = "R" THEN
      400
950 VTAB 1: PRINT : PRINT CHR$(
      4):"RUN MATH.PART18-II"
9900 END
9900 POKE -16388,0:UD$ = ""
9910 HCOLOR= 3: IF CDS = "R" THEN

```



```

      GOSUB 7580: GOTO 7530
7520  GOSUB 7570
7530  HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
      GOSUB 7580: GOTO 7550
7540  GOSUB 7570
7550  IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
      CO$ = "R": CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7552  IF PEEK ( - 16384) = 160 THEN
      CO$ = "G": CD$ = "": HCOLOR=
      3: RETURN
7555  GOTO 7510
7570  FOR K = 265 TO 275: HPLLOT K
      ,187 TO K,189: NEXT : FOR K =
      0 TO 3: HPLLOT 275 + K,185 +
      K TO 275 + K,191 - K: NEXT :
      RETURN
7580  FOR K = 275 TO 265 STEP -
      1: HPLLOT K,197 TO K,199: NEXT
      : FOR K = 0 TO 3: HPLLOT 265 -
      K,185 + K TO 265 - K,191 - K
      : NEXT : RETURN
8300  VT = VT - .2: GOSUB 10000: TH
      = LEN (A$) - LEN (B$): HT =
      HT - TH - 2
8310  A$ = B$: VT = VT + .6: GOSUB
      10000: HPLLOT X - 7, Y - 8 TO
      X + 4, Y - 8: VT = VT - .4: HT =
      HT + TH
8320  RETURN
8350  B$ = A$: A$ = LEFT$ (B$, 1): V
      T = VT - .2: GOSUB 10000: HT =
      HT - 1: A$ = RIGHT$ (B$, 1): V
      T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLLOT
      X - 7, Y - 8 TO X + 4, Y - 8: RETURN
8500  VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLLOT
      X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
      Y + 2 TO X + 4, Y + 2
8510  DRAW ASC ("r") - 31 AT X -
      LEN (A$) * 0.5, Y + 10: VT =
      VT - .2: RETURN
8600  VT = VT - .2: GOSUB 10000: A$
      = "1 0": VT = VT + .6: HT =
      HT - 4: GOSUB 10000: HPLLOT X
      - 20, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO
      X - 8, Y - 3 TO X - 3, Y - 3 TO X -
      0, Y - 8: VT = VT - .4: HT = HT
      + 1: RETURN
8700  VT = VT - .2: GOSUB 10000: HT

```

LIST

1 REM

MATH.PART13-II

2 REM

<{dOtz 4

```

10 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,0
   : DIM A$(20): HCOLOR= 3
15 A$(1) = "iqb{ v=3t+2 iSyQaY;
   g[<d?^gYi[y^<d?^wMnmBQsL"
20 A$(2) = "bQuz? iYvzd v"
25 A$(3) = "iSyQ="gYi[y^ t iSyQi^
   ]g j]f s iSyQ[fzfOg?"
30 A$(4) = "j]fiYvzd t=2 @firL{ s
   =s "bgsY;g];g[i=]vzdQOtz"
35 A$(5) = "<d?^wMnmQt{"
40 A$(6) = "^sFtOxg iQvzd?@g;
   v =      = 3t + 2"
45 A$(7) = "      @firL{      s =
   + 2t + a -----"
50 A$(8) = "      iYvzd t=2 @
   firL{ "s=8"
55 A$(9) = " j]Qsag t j]f s iqQ"

60 A$(10) = "      @firL{      s =
   (2) s + 2(2) + a"
65 A$(11) = "      a = .
   . . . . ."
70 A$(12) = "Lw?Qw(Q sY;g[<d?;g[i
   =]vzdQOtz=vd s= t 3+2t +..."

75 PRINT CHR$(160); VTAB 11: PRINT
   "f=4"
80 PRINT "      ,A$(1),A$(2);
   A$(3);" ";A$(4);A$(5)
120 FOR K = 6 TO 11: PRINT A$(K)
   : NEXT : PRINT A$(12);
125 HPLOT 0,94 TO 30,94: DRAW 17
   1 AT 160,100: DRAW 171 AT 15
   5,141
127 A$ = "ds":E$ = "dt":VT = 6:HT
   = 21: GOSUB 8300:A$ = "3t":
   B$ = "2 " :VT = 7:HT = 21: GOSUB
   8300
129 A$ = "2":VT = 6.4:HT = 23: GOSUB
   10000:A$ = "3/2":VT = 10:HT =
   21: GOSUB 8350
130 A$ = "5/2":VT = 11.8:HT = 23:
   GOSUB 8350

```

1

```

40 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CD$
  = "R" THEN 10
150 PRINT : PRINT "      iA)Z=xgMdR<{
      d 4 =vd      - 2 - 2 "
180 GOSUB 7500: IF CD$ = "R" THEN
  10
400 REM
      <{dOtz 5

410 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
  0: HCOLOR= 3: DIM A$(20)
415 A$(1) = "N{g a iSyQ=^gYi[z?iq
  Q<Kfi^]g t"
420 A$(2) = "v iSyQ=^gYi[y^iqQ<Kf
  i^]g t"
425 A$(3) = "s iSyQ[fZfOg?Otz]=]v
  sURQtr+Lidr. 1g t"
430 A$(4) = " " + A$(3)
430 A$(4) = "@?bg=^gYi[y^iqQ<Kfi^
  ]g t j]faY:q[ig[i=]vzdQOtz"
435 A$(5) = "iYvad a=3+ 3+ 4 j]fN
  {g t=1 @firL[ v=3 j]f s=5"
440 A$(7) = "sPtOxg =^gYi[z?iqQ
  Kfi]g t iqLk iSyQ 3+ 3+ a"

450 A$(8) = " QazQ=vd a =
  = 3t s + 4"
455 A$(9) = " @firL[ v
  = ..... + ..... + e"
458 A$(12) = " @firL[ 3
  = ..... + ..... + a"
459 A$(13) = " c h
  .....

460 A$(10) = "iYvad t = 1 @firL[
  5"

465 A$(11) = " JOQ=eg v j]f t i
  qQ"
480 A$(14) = "Lv?Qw(O =^gYi[y^iqQ
  Kfi]g t iqLkayd v=

485 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
  " { 5 " : FOR K = 1 TO 5 : VTAB
  K + 1: PRINT A$(K): NEXT
490 FOR K = 7 TO 10: PRINT A$(K)
  : NEXT
495 HPL0T 0,110 TO 30,110: VTAB
  9: HTAB 30: PRINT "----": DRAW
  171 AT 30,140
498 A$ = "----": BB = "dt": VT = 3: HT =
  = 16: GOSUB 8300
520 GOSUB 7500: POKE 34,4: VTAB

```

```

11
530 FOR K = 11 TO 13: PRINT A$(K
): NEXT : PRINT A$(14);, DRAW
171 AT 140,141
540 POKE 34,0:CD$ = "R": GOSUB 7
500: IF CO$ = "R" THEN 400
550 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdr<{
d 5 =vd      t %      4 t 1
4      -2t % + 4t - 2"
560 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
400
600 REM
605 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: HCOLOR= 3
615 A$(2) = "=^gYi[y^iqQ<Kfi^]g t
iqLk =vd"
620 A$(3) = "v = t A+4t-2"
625 A$(4) = " QwzQ=vd v = = .
..+ ... - 2"
630 A$(5) = " @firL{ s = ..
+ ... - 2t + c ----"
635 A$(6) = "iYvzd t=1 @firL{
s=5"
640 A$(7) = "jQq=ag t jlf s iqQ"
645 A$(8) = " @firL{ c = ..
....."
650 A$(9) = "Lw?Qw(Q aY;g[<d?;g[i
=]vzdQotz=vd s = ....."
655 PRINT CHR$(16): VTAB 1: PRINT
" <{d 5 "
670 PRINT A$(1): PRINT A$(2):A$(
3): FOR K = 4 TO 9: PRINT A$
(K): NEXT
673 DRAW 172 AT 270,73: DRAW 172
AT 150,73
675 A$ = "15": B$ = "4": VT = 4: HT
= 12.5: GOSUB 8300
690 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
= "R" THEN 400
695 PRINT : PRINT "      iA]Z=xgMdr<{
d 5 =vd      t %      4 t
2t $      + 2t $- 2t "
696 A$ = "1t": B$ = "4 ": VT = 9: HT
= 20: GOSUB 8300: A$ = "4": V
T = 8.5: HT = 22: GOSUB 10000
697 A$ = "19": B$ = "4 ": VT = 10: H
T = 26: GOSUB 8300: A$ = "1t"
: VT = 11: HT = 23: GOSUB 8300
698 A$ = "4": VT = 10.5: HT = 24.6:
GOSUB 10000: A$ = "19": VT =

```

```

11:HT = 38: GOSUB 8300
700 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
400
750 CLEAR : POKE 33,40: POKE 34,
0: PRINT CHR$(16)
756 PRINT "      <{d 1 "
760 VTAB 1: PRINT "                ip@
OZ~SwEbg "
770 VTAB 3: PRINT "@?bgaY;g[<d?i
a{Qip={?OtzYt=^gYBwQiOzg;wR
3x-2 j]fia{Qip={?Qt{TzgQ@mL
(1,2)"
775 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
= "R" THEN 750
780 PRINT : PRINT "      1A]Z=xgM3R<[
d 1 =vd      x =      x - 2x + "
782 AS = "3/2":VT = 0:HT = 24.8: GOSUB
8350:AS = "5/2":VT = 6:HT =
33.5: GOSUB 8350
790 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
750
795 POKE 34,4: VTAB 12: PRINT : POKE
34,0
800 VTAB 7: HTAB 1: PRINT "": VTAB
7: PRINT "      {d 2      ~wMNdwdwQbQ
uz?i=]vzdQQt@MgVjQcia{QM] ? M
gY;F"
810 PRINT "s=f(t) ipLZYt=^gYi[r
iqQ^Kfi^]g t = 2+ 3 + 1 j]f
s=1 iYvzd t=0 @?mgQ^K^gM[s
t=3 j][ " s @?Yt=mgjOggiaL"
820 CD$ = "R": GOSUB 7500: IF CO$
= "R" THEN 800
830 PRINT : PRINT "      1A]Z=xgM3R<[
d 2 =vd      x =      x - 2x + "
850 GOSUB 7500: IF CO$ = "R" THEN
800
900 PRINT CHR$(16): VTAB 4: HTAB
4: PRINT "i[g@R:g[i]tZQi]vzd
? " CHR$(34):"j]=n]wa": CHRS
(1):"j]i"
910 HTAB 6: PRINT "1.:]wRirSORQ^
QM{Q=gRQt{dt;=[w{?? <d@R:g[i
]tZQiVtZ?j=zQt{
920 VTAB 7: HTAB 4: PRINT "ipS[L
;Lmw^i]vd;"
930 VTAB 7: HTAB 16: PRINT "": VTAB
7: HTAB 17: INPUT "":AS: IF
AS > "2" OR AS < "1" THEN 93
0
940 VTAB 7: HTAB 1: PRINT "": VTAB

```

```

7 - VAL (A$): HTAB 1: PRINT
""
950 IF A$ = "1" THEN VTAB 1: PRINT
: PRINT CHR$ (4); "RUN MATH.
PART18"
960 PRINT CHR$ (16): FOR K = 0 TO
5: HPLOT K, K TO 270 - K, K TO
260 - K, 180 - K TO 5 + K, 170
- K TO K, K: NEXT
970 VTAB 3: HTAB 4: PRINT " b^w?
^zgROi{tZQjRRipS[j;[YQt{ ''
972 VTAB 4: HTAB 4: PRINT " =?
Bz^Ziqb{OzgQi{[giq@i[vzd? ''
976 VTAB 5: HTAB 4: PRINT " j=]
=]ve irL(irYzYg;:yQ{dZQf ''
980 PRINT : HTAB 18: PRINT "@g;".
: HTAB 15: PRINT "i]s_ asOPs
ip;_]"
990 POKE - 16368, 0
999 IF PEEK ( - 16384) < 127 THEN
999
7000 END
7500 POKE - 16368, 0: CO$ = ""
7510 HCOLOR= 3: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7530
7520 GOSUB 7570
7530 HCOLOR= 0: IF CD$ = "R" THEN
GOSUB 7580: GOTO 7550
7540 GOSUB 7570
7550 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
CO$ = "R": CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7552 IF PEEK ( - 16384) = 155 THEN
CO$ = "R": CD$ = "": HCOLOR=
3: RETURN
7555 GOTO 7510
7570 FOR K = 265 TO 275: HPLOT K
, 187 TO K, 189: NEXT : FOR K =
0 TO 3: HPLOT 275 + K, 185 +
K TO 275 + K, 191 - K: NEXT :
RETURN
7580 FOR K = 275 TO 265 STEP -
1: HPLOT K, 187 TO K, 189: NEXT
: FOR K = 0 TO 3: HPLOT 265 -
K, 185 + K TO 265 - K, 191 - K
: NEXT : RETURN
8300 VT = VT - .2: GOSUB 10000: TH
= LEN (A$) - LEN (B$): HT =
HT - TH - 2

```

```

8310 A$ = B$:VT = VT + .8: GOSUB
10000: HPLOT X - 7,Y - 8 TO
X + 4,Y - 8:VT = VT - .4:HT =
HT + TH
8320 RETURN
8350 B$ = A$:A$ = LEFT$(B$,1):V
T = VT - .2: GOSUB 10000:HT =
HT - 1:A$ = RIGHT$(B$,1):V
T = VT + .6: GOSUB 10000: HPLOT
X,Y - 8 TO X + 7,Y - 8: RETURN

8500 VT = VT - .2: GOSUB 10000: HPLOT
X - ( LEN (A$) - 1) * 7 - 1,
Y + 2 TO X + 4,Y + 2
8510 DRAW ASC ("h") - 31 AT X -
LEN(A$) * 3.5,Y - 1:VT =
VT - .2: RETURN
8600 VT = VT - .2: GOSUB 10000:A$
= "h 0":VT = VT + .8:HT =
HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT X
- 20,Y - 3 TO X - 3,Y - 3 TO
X + 8,Y TO X - 3,Y - 3 TO X -
8,Y - 8:VT = VT - .4:HT = HT
+ 1: RETURN
8700 A$ = "h 0":VT = VT + .8:HT =
HT - 4: GOSUB 10000: HPLOT
X - 20,Y - 3 TO X - 8,Y - 3 TO
X + 8,Y TO X - 3,Y - 3 TO X -
8,Y - 8: RETURN
8800 DRAW ASC ( LEFT$(A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7,VT + 16 -
8: DRAW ASC ( MID$(A$,3,1))
- 31 AT (HT - 1) * 7,VT +
16 + 2
8810 HPLOT (HT - 1) * 7 - 1,VT *
2.5 TO (HT - 1) * 7,VT *
2.5
8820 DRAW ASC ( RIGHT$(A$,1)) -
31 AT (HT - 1) * 7 + 11,VT *
16 - 4: RETURN
8999 REM i+zQmwbQw?ayd
10000 Y = (HT - 2) * 7:Y = VT + 1
8 - 4: POKe 233,48: POKe 234
,0: SCALE= 1: POT= 0: HCOLOR=
3
10010 FOR K = 1 TO LEN (A$):N =
ASC ( MID$(A$,K,1)): IF N =
5 THEN GOSUB 20000: GOTO 10
110
10030 IF ST = 1 AND N = 30 THEN

```

```

X = X + 7: GOTO 10110
10040 N% = 1 - INT (N / 109) * S
T:N = N - 31 + 69 * ST
10070 IF ST = 1 AND N > 159 AND
LE = 2 THEN DRAW N AT X + N
% * 7, Y + 3: LE = 0: GOTO 101
10
10080 IF X + N% * 7 > 275 THEN X
= 7: Y = Y + 15
10090 DRAW N AT X + N% * 7, Y: X =
X + N% * 7: HT = HT + 1
10100 LE = 2: IF ST = 1 AND (N >
152 AND N < 160) THEN LE = 1

10110 NEXT : RETURN
20000 ST = ST + 1: IF ST = 2 THEN
ST = 1
20010 RETURN

```



บันทึกการสอน

คาบที่ 1

แคลคูลัส

การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง

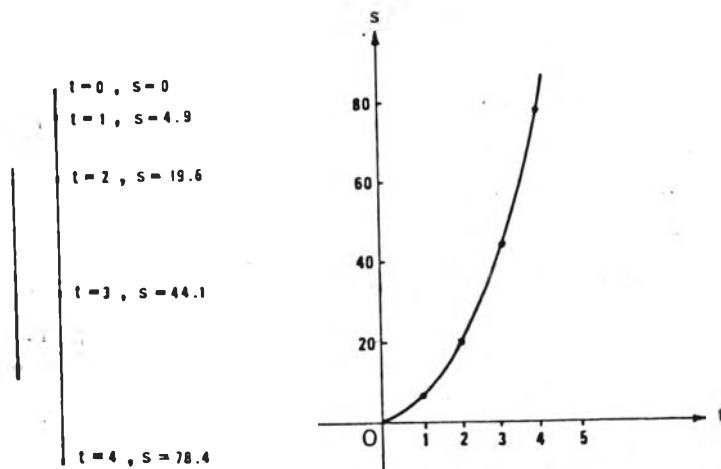
จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกลักษณะการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงได้
2. เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางกับเวลาได้
3. หาสูตรของสมการการเคลื่อนที่ได้
4. บอกตำแหน่งของวัตถุในขณะเวลาต่าง ๆ ได้ เมื่อกำหนดสมการของการเคลื่อนที่ได้
5. เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางกับเวลาได้
6. แสดงภาพของการเคลื่อนที่บนเส้นตรงพร้อมจุดสรุปบอกทิศทางการเคลื่อนที่ได้

เนื้อหา

1. ในชีวิตประจำวันของเรามีการเคลื่อนที่อยู่เสมอ แต่ในขณะนี้เราสนใจที่จะศึกษาการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง ตัวอย่างการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง เช่น การเคลื่อนที่ของรถไฟ รถยนต์
2. การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง เช่น การปล่อยก้อนหินเล็ก ๆ ให้ตกมาจากที่สูง จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางและเวลาดังนี้

t	0	1	2	3	4
s	0	4.9	19.6	44.1	78.4



รูป 1

รูป 2

### 3. สมการของการเคลื่อนที่

t	s	$\frac{s}{t^2}$
1	4.9	4.9
2	19.6	4.9
3	44.1	4.9
4	78.4	4.9

จากการงานี้ จะได้สมการของการเคลื่อนที่ ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง s กับ t คือ  $s = 4.9t^2$

### 4. กำหนดสมการของการเคลื่อนที่ (ดูตัวอย่าง 1)

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าสมการของการเคลื่อนที่ของวัตถุชนิดหนึ่งเป็น  $s = f(t) = t^2 - 4t + 3$  เมื่อ s เป็นระยะทางมีหน่วยเป็นเมตร t เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที จงหา  $f(0), f(1), f(1.5), f(2), f(2.5), f(3), f(4)$

วิธีทำ

เมื่อ  $t = 0$  จะได้  $s = f(0) = 0^2 - 4(0) + 3 = 3$  เมตร

เมื่อ  $t = 1$  จะได้  $f(1) = 1^2 - 4(1) + 3 = 0$  เมตร

เมื่อ  $t = 1.5$  จะได้  $f(1.5) = 1.5^2 - 4(1.5) + 3 = -0.75$  เมตร

เมื่อ  $t = 2$  จะได้  $f(2) = 2^2 - 4(2) + 3 = -1$  เมตร

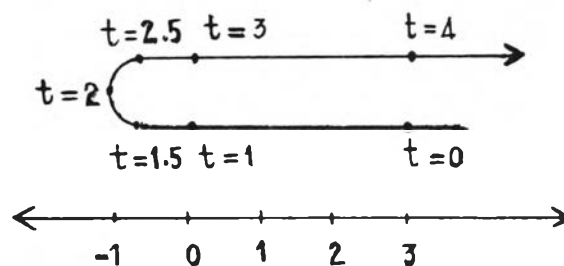
เมื่อ  $t = 2.5$  จะได้  $f(2.5) = 2.5^2 - 4(2.5) + 3 = -0.75$  เมตร

เมื่อ  $t = 3$  จะได้  $f(3) = 3^2 - 4(3) + 3 = 0$  เมตร  
 เมื่อ  $t = 4$  จะได้  $f(4) = 4^2 - 4(4) + 3 = 3$  เมตร

5. การเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางกับเวลา

t	s	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง s กับ t
0	3	
1	0	
1.5	-0.75	
2	-1	
2.5	-0.75	
3	0	
4	3	

6. การแสดงภาพของการเคลื่อนที่บนเส้นตรงพร้อมลูกศรบอกทิศทางของการเคลื่อนที่



7. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

ถ้าสมการการเคลื่อนที่  $s = t^2 + 3t$  จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $s$  กับ  $t$  เมื่อ  $t \geq 0$  และการแสดงภาพการเคลื่อนที่บนเส้นตรงพร้อมด้วยลูกศรบอกทิศทางของการเคลื่อนที่

## กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

### ขั้นนำ

1. ครูใช้การถามตอบเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง โดยยกตัวอย่างที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวัน เช่น การเคลื่อนที่ของรถไฟ เครื่องบิน

### ขั้นสอน

2. ครูยกตัวอย่าง แสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางกับเวลา โดยครูกำหนดเวลาและระยะทาง ให้นักเรียนช่วยกันเขียนกราฟบนกระดาษกาวโดยใช้จุดอันดับที่เขียนไว้บนกระดาษกาว

3. ครูยกตัวอย่างให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางกับเวลา แล้วให้นักเรียนสรุปสมการการเคลื่อนที่

t	s	$\frac{s}{t^2}$
1	4.9	4.9
2	19.6	4.9
3	44.1	4.9
4	78.4	4.9

นักเรียนสังเกตจากรางข้างต้น สรุปสมการการเคลื่อนที่ ได้ดังนี้

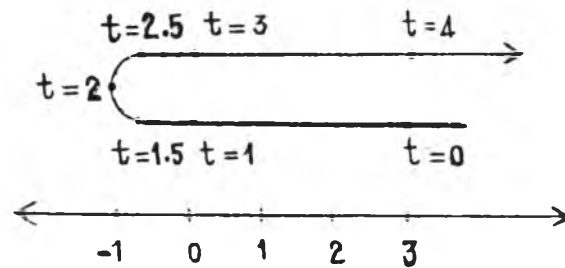
$$\text{สมการการเคลื่อนที่} \quad s = 4.9t^2$$

4. ครูยกตัวอย่างสมการการเคลื่อนที่หลาย ๆ ตัวอย่างแล้วให้นักเรียนหาค่าหนึ่งของวัตถุขณะเวลาต่าง ๆ เช่น  $s = f(t) = t^2 - 4t + 3$ ,  $s = t^2$ ,  $s = 4 - t^2$

5. ครูให้นักเรียนทุกคนเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางกับเวลา โดยครูให้นักเรียนช่วยกันหาค่าบนกระดาษกาว (จากข้อ 4)

t	s	กราฟ
0	3	$s = t^2 - 4t + 3$
0.5	1.25	
1	0	
1.5	-0.75	
2	-1	
2.5	-0.75	
3	0	
4	3	

6. ครูยกโจทย์ให้นักเรียนเขียนภาพของการเคลื่อนที่บนเส้นตรงพร้อมลูกศรบอกทิศทางการเคลื่อนที่ (จากข้อ 4)



7. ขั้นสรุป ครูให้นักเรียนสรุปขั้นตอนการเขียนภาพแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางกับเวลา และแสดงภาพของการเคลื่อนที่แนวเส้นตรง โดยใช้การถาม-ตอบ

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล

1. สังเกตจากการตอบคำถาม
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 1 ข้อ
4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน

ค ๐14 หน้า 87 แบบฝึกหัด 3.1

ข้อ 1-6

การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 90%
2. นักเรียนร่วมกิจกรรมดีมาก
3. นักเรียนทำโจทย์พิเศษได้ประมาณ 90%
4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ประมาณ 80%

## ตอนที่ 2

### ความเร็วเฉลี่ย

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของความเร็วและอัตราเร็วได้
2. หาค่าความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาที่กำหนดได้เมื่อกำหนดสมการการเคลื่อนที่ให้
3. ห้อตราเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาที่กำหนดได้เมื่อกำหนดสมการการเคลื่อนที่ให้

#### เนื้อหา

1. ความเร็วหมายถึง ความเร็วในขณะใดเวลาหนึ่ง ซึ่งต้องมีทั้งขนาดและทิศทาง เช่น ถ้าคนขับเหยียบคันบังคับให้เข็มชี้ที่เลข 60 ตลอดเวลา หลังจากนั้น 1 ชั่วโมง รถจะแล่นไปได้ระยะทาง 60 กิโลเมตร

อัตราเร็ว หมายถึง อัตราเร็วในขณะใดขณะหนึ่ง ซึ่งมีแต่ขนาดไม่มีทิศทางและเมื่อแทนด้วยจำนวนจริงจะเป็นจำนวนลบไม่ได้ เช่น การขับรถยนต์ถ้าเข็มบนมาตรวัดความเร็วของรถยนต์ชี้ที่เลข 60 หมายความว่าอัตราเร็วในขณะนั้นเป็น 60 กิโลเมตร/ชั่วโมง

2. ความเร็วเฉลี่ย (average velocity) คือ อัตราส่วนระหว่างระยะทางที่เคลื่อนที่ได้ โดยคิดทิศทางกับเวลาที่ใช้ทั้งหมด

นิยาม ถ้า  $s_1$  เป็นตำแหน่งของวัตถุเมื่อเคลื่อนที่ไป  $t_1$  หน่วยเวลา  
 $s_2$  เป็นตำแหน่งของวัตถุเมื่อเคลื่อนที่ไป  $t_2$  หน่วยเวลา  
 ความเร็วเฉลี่ยในช่วง  $t_1$  ถึง  $t_2$  เป็น  $\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$  , เมื่อ  $t_2 > t_1$

ตัวอย่าง 1 ให้  $s = 3t^2 - 4$  เป็นสมการของการเคลื่อนที่ของรถยนต์คันหนึ่ง เมื่อ  $t$  เป็นเวลามีหน่วยเป็น วินาที  $s$  เป็นระยะทางมีหน่วยเป็น เมตร จงหาความเร็วเฉลี่ยของการเคลื่อนที่ในช่วงเวลา 1 ถึง 5 วินาที

วิธีทำ ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $t_1$  ถึง  $t_2$  เป็น  $\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$  , เมื่อ  $t_2 > t_1$

$$\text{ให้ } t_1 = 1, t_2 = 5$$

$$s_1 = 3(1)^2 - 4 = -1$$

$$s_2 = 3(5)^2 - 4 = 71$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้นความเร็วเฉลี่ยในช่วง } t_1 = 1 \text{ ถึง } t_2 = 5 \text{ เป็น } \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} &= \frac{71 - (-1)}{4} \\ &= 18 \text{ เมตร/วินาที} \end{aligned}$$

นิยาม ถ้า  $s_1$  เป็นตำแหน่งของวัตถุเมื่อเคลื่อนที่ไป  $t_1$  หน่วยเวลา

$s_2$  เป็นตำแหน่งของวัตถุเมื่อเคลื่อนที่ไป  $t_2$  หน่วยเวลา

อัตราเร็วเฉลี่ยในช่วง  $t_1$  ถึง  $t_2$  เป็น  $\frac{|s_2 - s_1|}{t_2 - t_1}$  เมื่อ  $t_2 > t_1$

จากตัวอย่างในข้อ 1

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น อัตราเร็วเฉลี่ยในช่วง } t_1 = 1 \text{ ถึง } t_2 = 5 \text{ เป็น } \frac{|s_2 - s_1|}{t_2 - t_1} &= \frac{|71 - (-1)|}{5 - 1} \\ &= 18 \text{ เมตร/วินาที} \end{aligned}$$

ถ้า  $s = f(t)$  เป็นสมการของการเคลื่อนที่แล้ว

ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $t_1$  ถึง  $t_2$  เป็น  $\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$  เมื่อ  $t_2 > t_1$

อัตราเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $t_1$  ถึง  $t_2$  เป็น  $\frac{|f(t_2) - f(t_1)|}{t_2 - t_1}$  เมื่อ  $t_2 > t_1$

ตัวอย่างที่ 2 โจทย์เหมือนตัวอย่างที่ 1 แต่ให้พิจารณาในแง่ของฟังก์ชัน  $s = f(t)$

ตัวอย่างที่ 3 ให้  $s = t^3 - 1$  เป็นสมการของการเคลื่อนที่ของรถไฟคันหนึ่ง เมื่อ  $t$  เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที  $s$  เป็นระยะทางมีหน่วยเป็นเมตร จงหาความเร็วเฉลี่ยและอัตราเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา 1 ถึง 3 วินาที

วิธีทำ ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $t_1$  ถึง  $t_2 = \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$  เมื่อ  $t_2 > t_1$

$$\text{ให้ } t_1 = 1, t_2 = 3$$

$$\text{จาก } s = f(t) = t^3 - 1$$

$$f(t_2) = f(3) = 3^3 - 1 = 26$$

$$f(t_1) = f(1) = 1^3 - 1 = 0$$

$$\therefore \text{ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา 1 ถึง 3 วินาที} = \frac{26 - 0}{3 - 1} = 13 \text{ เมตร/วินาที}$$

$$\text{อัตราเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา } t_1 \text{ ถึง } t_2 = \frac{|f(t_2) - f(t_1)|}{t_2 - t_1} \text{ เมื่อ } t_2 >$$

$$\therefore \text{อัตราเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา 1 ถึง 3 วินาที} = \frac{|26 - 0|}{3 - 1} = 13 \text{ เมตร/วินาที}$$

### 3. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

ถ้า  $f(t) = 4t - t^2$  เป็นฟังก์ชันของการเคลื่อนที่ของวัตถุชนิดหนึ่ง ซึ่งมีหน่วยของระยะทางเป็นเมตร และหน่วยของเวลาเป็นวินาที จงหาความเร็วเฉลี่ยและอัตราเร็วเฉลี่ยของการเคลื่อนที่ของวัตถุนี้ในช่วงเวลา 2 ถึง 4 วินาที

#### กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

##### ขั้นนำ

1. ครูทบทวนเกี่ยวกับความเร็วเฉลี่ยที่เคยเรียนมาแล้วในวิชาฟิสิกส์โดย

การถามตอบ

##### ขั้นสอน

2. ครูใช้การยกตัวอย่างประกอบการอธิบายเพื่อให้นักเรียนทราบความหมายของความเร็วและอัตราเร็ว

3. ความเร็วเฉลี่ยและอัตราเร็วเฉลี่ย

3.1 ครูคิดแผนภูมิ ยกตัวอย่างในการนำมาอธิบายแล้วให้นักเรียนหาความเร็วเฉลี่ยและอัตราเร็วเฉลี่ยเติมลงในช่องว่าง



ช่วงเวลา (วินาที)	วัตถุเคลื่อนที่ จากตำแหน่งเดิม ไปตำแหน่งใหม่	ระยะทางของ วัตถุจาก ตำแหน่งเดิม	เวลาทั้งหมด ที่วัตถุใช้ในการ เคลื่อนที่	ความเร็วเฉลี่ย (เมตร/วินาที)	อัตราเร็ว เฉลี่ย (เมตร/วินาที)
0 ถึง 5	จาก 30 ไป 20	-10	5	$-\frac{10}{5} = -2$	$\frac{ -10 }{5} = 2$
3 ถึง 7	จาก 40 ไป 0	-40	4	$-\frac{40}{4} = -10$	$\frac{ -40 }{4} = 10$
2 ถึง 10	จาก 20 ไป 60	40	8	-----	-----
10 ถึง 12	จาก 50 ไป 100	50	2	-----	-----
$t_1$ ถึง $t_2$	จาก $s_1$ ไป $s_2$	-----	$t_2 - t_1$	-----	-----

จากตาราง ให้นักเรียนสรุปสูตรของความเร็วเฉลี่ยและอัตราเร็วเฉลี่ยในรูประยะทางสัมพันธ์กับเวลา

นิยาม ถ้า  $s_1$  เป็นตำแหน่งของวัตถุเมื่อเคลื่อนที่ไป  $t_1$  หน่วยเวลา  
 $s_2$  เป็นตำแหน่งของวัตถุเมื่อเคลื่อนที่ไป  $t_2$  หน่วยเวลา  
 ความเร็วเฉลี่ยในช่วง  $t_1$  ถึง  $t_2$  เป็น  $\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$  เมื่อ  $t_2 > t_1$   
 อัตราเร็วเฉลี่ยในช่วง  $t_1$  ถึง  $t_2$  เป็น  $\frac{|s_2 - s_1|}{t_2 - t_1}$  เมื่อ  $t_2 > t_1$

จะพบว่า ความเร็วเฉลี่ยเป็นจำนวนจริงบวก ศูนย์ จำนวนจริงลบก็ได้แต่อัตราเร็วเฉลี่ยเป็นจำนวนลบไม่ได้

3.2 ครูคิดแผนภูมิ ยกตัวอย่างในตารางมาอธิบายแล้วให้นักเรียนหาระยะทาง ความเร็วเฉลี่ย อัตราเร็วเฉลี่ย เติมลงในช่องว่าง

สมการการเคลื่อนที่ $s = f(t)$ (เมตร)	$t$ (วินาที)	$s$ (เมตร)	ความเร็วเฉลี่ย (เมตร/วินาที)	อัตราเร็วเฉลี่ย (เมตร/วินาที)
$s = 20 - 2t$	1	18	$\frac{-4}{2} = -2$	$ \frac{-4}{2}  = 2$
	3	14		
$s = 10 - \frac{t}{2}$	30	-5	$\frac{-5}{10} = -0.5$	$ \frac{-5}{10}  = 0.5$
	40	-10		
$s = 2t$	7	---	-----	-----
	9	---		
$s = 12t$	4	---	-----	-----
	6	---		
$s = f(t)$	$t_1$	---	-----	-----
	$t_2$	---		

จากตารางให้นักเรียนสรุปสูตรของความเร็วจเฉลี่ยและอัตราเฉลี่ยในรูป  $s = f(t)$

- 3.3 ครูยกตัวอย่างที่ 1 แล้วใช้การถามตอบแสดงวิธีทำที่ถูกต้อง
- 3.4 ครูยกตัวอย่างที่ 2 แล้วให้นักเรียนช่วยกันทำบนกระดานคำ
- 3.5 ครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนทุกคนลองทำแล้วอภิปรายเฉลยคำตอบ

### ขั้นสรุป

4. ครูให้นักเรียนสรุปนิยามของความเร็วเฉลี่ยและอัตราเร็วเฉลี่ยโดยใช้การถามตอบ

การวัดผลและประเมินผลการวัดผล

1. สังเกตจากการตอบคำถาม
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 1 ข้อ

การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 90%
2. นักเรียนร่วมกิจกรรมดีมาก
3. นักเรียนทำโจทย์พิเศษได้ประมาณ 90%

ปัญหาที่ควรเน้น เครื่องหมายของความเร่งเฉลี่ย อัตราเร็วเฉลี่ย

### ความที่ 3

#### ความเร็วในขณะเวลาใด ๆ

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกนิยามของความเร็วในขณะเวลาใด ๆ ได้ เมื่อกำหนด  $s = f(t)$  เป็นสมการของการเคลื่อนที่
2. หาความเร็วในขณะเวลาใด ๆ ได้

#### เนื้อหา

#### ความเร็วในขณะเวลาใด ๆ

สมมติว่าสมการของการเคลื่อนที่เป็น  $s = 4.9t^2$  ระยะทาง  $s$  และผลต่างของระยะทางในขณะเวลา  $t = 0, 1, 2, 3, 4$  แสดงด้วยตารางได้ดังนี้

ตาราง ก

เวลา $t$	ระยะทาง $s$	ผลต่างของระยะทาง
0	0	
1	4.9	4.9
2	19.6	14.7
3	44.1	24.5
4	78.4	34.3

เมื่อหน่วยของเวลาเป็นวินาที หน่วยของระยะทางเป็นเมตร ผลต่างของระยะทางในตารางจะเป็นความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาต่าง ๆ กัน ดังนี้

ช่วงเวลา  $t = 0$  ถึง  $t = 1$  ความเร็วเฉลี่ยเป็น 4.9 เมตรต่อวินาที  
 ช่วงเวลา  $t = 1$  ถึง  $t = 2$  ความเร็วเฉลี่ยเป็น 14.7 เมตรต่อวินาที  
 ช่วงเวลา  $t = 2$  ถึง  $t = 3$  ความเร็วเฉลี่ยเป็น 24.5 เมตรต่อวินาที  
 ช่วงเวลา  $t = 3$  ถึง  $t = 4$  ความเร็วเฉลี่ยเป็น 34.3 เมตรต่อวินาที

การหาความเร็วเฉลี่ยจะหาในช่วงเวลาน้อยกว่าหรือมากกว่าหนึ่งหน่วยเวลาก็ได้  
 เช่น ถ้าจะหาความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาทุก 0.5 วินาที จาก  $t = 0$  ถึง  $t = 2$   
 ผลจะเป็นดังนี้

ตาราง ข

เวลา $t$	ระยะทาง $s$	ผลทางของระยะทาง
0	0	
0.5	1.23	1.23
1.0	4.90	3.67
1.5	11.03	6.13
2.0	19.60	8.57

เนื่องจากคิดระยะทางทุก 0.5 วินาที การหาความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  
 ทาง ๆ จึงต้องหารผลทางของระยะทางด้วย 0.5 ดังนั้นความเร็วเฉลี่ยในกรณีนี้  
 จึงหาได้ดังนี้

ช่วงเวลา  $t = 0$  ถึง  $t = 0.5$  ความเร็วเฉลี่ยเป็น 2.46 เมตรต่อวินาที  
 ช่วงเวลา  $t = 0.5$  ถึง  $t = 1.0$  ความเร็วเฉลี่ยเป็น 7.34 เมตรต่อวินาที  
 ช่วงเวลา  $t = 1.0$  ถึง  $t = 1.5$  ความเร็วเฉลี่ยเป็น 12.26 เมตรต่อวินาที  
 ช่วงเวลา  $t = 1.5$  ถึง  $t = 2.0$  ความเร็วเฉลี่ยเป็น 17.14 เมตรต่อวินาที

ถ้าจะหาความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา 0.1 วินาที จาก  $t = 0.5$  ถึง  $t = 1.5$  ผลจะเป็นดังนี้

ตาราง ก

เวลา $t$	ระยะทาง $s$	ผลทางของระยะทาง
0.5	1.23	
0.6	1.76	0.53
0.7	2.40	0.64
0.8	3.14	0.74
0.9	3.97	0.83
1.0	4.90	0.93*
1.1	5.93	1.03*
1.2	7.06	1.13
1.3	8.28	1.22
1.4	9.60	1.32
1.5	11.03	1.43

เนื่องจากคิดระยะทางทุก 0.1 วินาที การหาความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาต่าง ๆ จึงต้องการผลทางของระยะทางด้วย 0.1 คั้งนี้

ช่วงเวลา  $t = 0.9$  ถึง  $t = 1.0$  ความเร็วเฉลี่ยเป็น 9.3 เมตรต่อวินาที

ช่วงเวลา  $t = 1.0$  ถึง  $t = 1.1$  ความเร็วเฉลี่ยเป็น 10.3 เมตรต่อวินาที

ในวิชาฟิสิกส์กล่าวไว้ว่า เมื่อของตกจากที่สูง ความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ หาได้จากสูตร  $v=gt$  เมื่อ  $g = 9.8$  เมตร/วินาที<sup>2</sup> ดังนั้น  $v = 9.8t$  และถ้า  $t = 1$  แล้ว  $v = 9.8$  เมตรต่อวินาที

แต่จากตาราง ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา ก่อน  $t = 1$  อยู่ 0.1 วินาที หาได้ เป็น 9.3 เมตรต่อวินาที และความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาหลัง  $t = 1$  อยู่ 0.1 วินาที หาได้เป็น 10.3 เมตรต่อวินาที จะเห็นว่าค่าที่ได้ไม่เท่ากัน เนื่องจากช่วงเวลา 0.1 วินาทียังเป็นช่วงเวลาที่ยาวเกินไป

ถ้าต้องการหาความเร็วขณะ  $t = 1$  จำเป็นจะต้องหาความเร็วเฉลี่ยในช่วง เวลาสั้น ๆ ใกล้  $t = 1$  ดังนั้นจะหาความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $t = 1 - h$  ถึง  $t = 1$  และในช่วงเวลา  $t = 1$  ถึง  $t = 1 + h$

$$\text{จากสมการของการเคลื่อนที่} \quad f(t) = 4.9t^2$$

$$f(1) = 4.9$$

$$\begin{aligned} f(1 - h) &= 4.9(1 - h)^2 \\ &= 4.9 - 9.8h + 4.9h^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(1 + h) &= 4.9(1 + h)^2 \\ &= 4.9 + 9.8h + 4.9h^2 \end{aligned}$$

ช่วงเวลา  $t = 1 - h$  ถึง  $t = 1$  ความเร็วเฉลี่ยเป็น

$$\frac{f(1) - f(1 - h)}{1 - (1 - h)} = \frac{4.9 - 4.9 + 9.8h - 4.9h^2}{h} = 9.8 - 4.9h$$

ช่วงเวลา  $t = 1$  ถึง  $t = 1 + h$  ความเร็วเฉลี่ยเป็น

$$\frac{f(1 + h) - f(1)}{(1 + h) - 1} = \frac{4.9 + 9.8h + 4.9h^2 - 4.9}{h} = 9.8 + 4.9h$$

จากความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $1 - h$  ถึง 1 กับความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา 1 ถึง  $1 + h$  จะหาความเร็วเฉลี่ยเมื่อ  $h$  มีค่าต่าง ๆ กัน ได้ดังตาราง ง

ตาราง ง

h วินาที	ช่วงเวลา 1 - h ถึง 1 และช่วงเวลา 1 ถึง 1+h	ความเร็วเฉลี่ยเมตรต่อวินาที
1	0 ถึง 1	4.9
	1 ถึง 2	14.7
0.5	0.5 ถึง 1	7.4
	1 ถึง 1.5	12.3
0.1	0.9 ถึง 1	9.3
	1 ถึง 1.1	10.3
0.01	0.99 ถึง 1	9.75
	1 ถึง 1.01	9.85
0.001	0.999 ถึง 1	9.7951
	1 ถึง 1.001	9.8049
0.0001	0.9999 ถึง 1	9.79951
	1 ถึง 1.0001	9.80049

จากตาราง จะเห็นว่าเมื่อ h มีค่าน้อยลง ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา 1 - h ถึง 1 และในช่วงเวลา 1 ถึง 1 + h จะมีค่าใกล้เคียงกัน และเมื่อ h มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ (ใช้สัญลักษณ์  $h \rightarrow 0$ ) ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา 1 - h ถึง 1 และในช่วงเวลา 1 ถึง 1 + h จะมีค่าเข้าใกล้ 9.8 เมตรต่อวินาที และเราจะกล่าวถึงความเร็วในขณะ  $t = 1$  เป็น 9.8 เมตรต่อวินาที เนื่องจากเมื่อ  $h \rightarrow 0$  ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา 1 - h ถึง 1 เป็น  $\frac{f(1)-f(1-h)}{1-(1-h)}$



หรือเท่ากับ  $\frac{f(1-h) - f(1)}{(1-h) - 1}$  และมีค่าใกล้เคียงกับความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา 1

ถึง  $1+h$  ซึ่งเป็น  $\frac{f(1+h) - f(1)}{(1+h) - 1}$

ความเร็วในช่วงเวลา  $t = 1$  จึงคำนวณได้จากสูตร  $\frac{f(1+h) - f(1)}{h}$   
เมื่อ  $h \rightarrow 0$  โดยถือว่า  $h$  อาจเป็นจำนวนบวกหรือลบก็ได้ และ นิยามความเร็วใน  
ขณะ  $t$  ใด ๆ (instantaneous velocity หรือ velocity) ได้ดังนี้

นิยาม เมื่อ  $s = f(t)$  เป็นสมการของการเคลื่อนที่

ความเร็วในช่วงเวลา  $t$  ใด ๆ คือ  $\frac{f(t+h) - f(t)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

2. ตัวอย่าง กำหนด  $s = 13t - 14$  เมื่อหน่วยของเวลาเป็นวินาที  
หน่วยของระยะทางเป็นเมตร จงหาความเร็วในช่วงเวลา  $t = 5$

วิธีทำ ความเร็วช่วงเวลา  $t$  ใด ๆ

$$= \frac{f(t+h) - f(t)}{h}, \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0$$

$$= \frac{13(t+h) - 14 - [13t-14]}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0$$

$$= \frac{13h}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0$$

$$= 13$$

$\therefore$  ความเร็วช่วงเวลา  $t = 5$  เป็น 13 เมตร/วินาที

3. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

ถ้าสมการของการเคลื่อนที่เป็น  $f(t) = 4.9t^2$  ความเร็วเฉลี่ยใน  
ช่วง  $t-h$  ถึง  $t$  และ  $t$  ถึง  $t+h$  มีค่าใกล้เคียงกันหรือไม่ เมื่อ  $h \rightarrow 0$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนเกี่ยวกับความเร็วเฉลี่ยและอัตราเร็วเฉลี่ยโดยการถามตอบ

ชั้นสอน

## 2. ความเร็วในระยะเวลาใด ๆ

2.1 ครูคิดแผนภูมิแล้วให้นักเรียนเติมค่าผลทางของระยะทางพร้อมทั้งหาความเร็วเฉลี่ยในช่วง  $t = 0$  ถึง  $t = 4$  โดยคิดระยะทางของช่วงเป็น 1 วินาที เช่น ช่วงเวลา  $t = 0$  ถึง  $t = 1$  ความเร็วเฉลี่ยเป็น 4.9 เมตร/วินาที

เวลา $t$ (วินาที)	ระยะทาง (เมตร)	ผลทางของระยะทาง
0	0	
1	4.9	4.9
2	19.6	14.7
3	44.1	----
4	78.4	----

2.2 ครูคิดแผนภูมิแล้วให้นักเรียนเติมค่าผลทางของผลทางของระยะทางพร้อมทั้งหาความเร็วเฉลี่ยในช่วง  $t = 0$  ถึง  $t = 2$  โดยคิดระยะทางของช่วงเป็น 0.5 วินาที เช่น ช่วงเวลา  $t = 0$  ถึง  $t = 0.5$  ความเร็วเฉลี่ยเป็น 2.46 เมตร/วินาที

เวลา $t$ (วินาที)	ระยะทาง (เมตร)	ผลทางของระยะทาง
0	0	
0.5	1.23	1.23
1.0	4.90	3.67
1.5	11.03	----
2.0	19.60	----

2.3 ครูศึกษาค้นคว้าแล้วให้นักเรียนเติมค่าของผลทางของระยะทางพร้อมทั้งหาความเร็วเฉลี่ยในช่วง  $t = 0.5$  ถึง  $t = 1.5$  โดยคิดระยะทางของช่วงเป็น 0.1 วินาที เช่น ช่วงเวลา  $t = 0.5$  ถึง  $t = 0.6$  ความเร็วเฉลี่ยเป็น 5.3 เมตร/วินาที

เวลา $t$ (วินาที)	ระยะทาง $s$ (เมตร)	ผลทางของระยะทาง
0.5	1.23	
0.6	1.76	0.53
0.7	2.40	0.64
0.8	3.14	0.74
0.9	3.97	0.83
1.0	4.90	-----
1.1	5.93	-----
1.2	7.06	1.13
1.3	8.28	1.22
1.4	9.60	1.32
1.5	11.03	1.43

ให้พิจารณาเป็นพิเศษในช่วงเวลาสั้น ๆ ก่อนและหลัง  $t = 1$  วินาที

ช่วงเวลา  $t = 0.9$  ถึง  $t = 1.0$  ความเร็วเฉลี่ย 9.3 เมตร/วินาที

ช่วงเวลา  $t = 1.0$  ถึง  $t = 1.1$  ความเร็วเฉลี่ย 10.3 เมตร/วินาที

ครูให้นักเรียนเปรียบเทียบความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ ในวิชาฟิสิกส์ ซึ่งหาได้จากสูตร  $v = gt$  เมื่อ  $g = 8.9$  เมตร/วินาที  $t = 1$  ได้  $v = 9.8$  เมตร/วินาที กับความเร็วเฉลี่ยของสมการการเคลื่อนที่  $s = 4.9t^2$  เมื่อ  $t = 1$  ซึ่งจะได้

ความเร็วเฉลี่ยในช่วงก่อน  $t = 1$  อยู่ 0.1 วินาที 9.3 เมตร/วินาที

ความเร็วเฉลี่ยในช่วงหลัง  $t = 1$  อยู่ 0.1 วินาที 10.3 เมตร/วินาที

จะเห็นว่าค่าที่ได้ไม่เท่ากัน เนื่องจากช่วงเวลา 0.1 วินาที ยังเป็นช่วงเวลาที่ยาวเกินไป

2.4 ครูใช้การถามตอบ การหาความเร็วขณะ  $t = 1$  ซึ่งต้องหาความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาสั้น ๆ ใกล้  $t = 1$  ดังนั้นจึงต้องหาความเร็วเฉลี่ยในช่วง  $t = 1 - h$  ถึง  $t = 1$  และในช่วงเวลา  $t = 1$  ถึง  $t = 1 + h$

2.5 ครูคิดแผนภูมิพร้อมกับให้นักเรียนหาความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $1 - h$  ถึง  $1$  กับความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $1$  ถึง  $1 + h$  เติมลงในช่องว่าง

h วินาที	ช่วงเวลา $1 - h$ ถึง $1$ ช่วงเวลา $1$ ถึง $1 + h$	ความเร็วเฉลี่ย (เมตร/วินาที)
1	0 ถึง 1	4.9
	1 ถึง 2	14.7
0.5	0.5 ถึง 1	7.4
	1 ถึง 1.5	12.3
0.1	0.9 ถึง 1	9.3
	1 ถึง 1.1	10.3
0.01	0.99 ถึง 1	9.75
	1 ถึง 1.01	9.85
0.001	0.999 ถึง 1	9.7951
	1 ถึง 1.001	9.8049
0.0001	0.9999 ถึง 1	-----
	1 ถึง 1.0001	-----

จากการวางให้พิจารณาความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา  $1 - h$  ถึง  $1$  และในช่วง  $1$  ถึง  $1 + h$  (เมื่อ  $h \rightarrow 0$ ) ซึ่งได้ว่าความเร็วเฉลี่ยทั้งสองช่วงข้างนี้มีค่าใกล้เคียงกัน ครูให้นักเรียนสรุปความเร็วในขณะเวลา  $t = 1$

ความเร็วในขณะเวลา  $t = 1$  เท่ากับ  $\frac{f(1+h) - f(1)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

นิยาม เมื่อ  $s = f(t)$  เป็นสมการของการเคลื่อนที่  
ความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ เท่ากับ  $\frac{f(t+h) - f(t)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

3. ครูยกตัวอย่างแล้วใช้การถามตอบแสดงวิธีทำที่ถูกต้อง

4. ขั้นสรุป ให้นักเรียนช่วยกันสรุปนิยามของความเร็วในขณะเวลา  $t$

ใด ๆ โดยการถามตอบ

### การวัดและประเมินผล

#### การวัดผล

1. สังเกตจากการตอบคำถาม
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม
3. ทำโจทย์แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน  
ค 014 หน้า 97 แบบฝึกหัด 3.2  
ข้อ 1

#### การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 80%
2. นักเรียนร่วมกิจกรรมดีมาก
3. นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ประมาณ 90%

## ตอนที่ 4

### ความเร็วในขณะเวลาใด ๆ (ต่อ)

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

หาความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ ได้เมื่อกำหนดสมการของการเคลื่อนที่ให้

#### เนื้อหา

ตัวอย่างที่ 1 ให้  $f(t) = 8t - 2$  เป็นสมการของการเคลื่อนที่ของวัตถุชนิดหนึ่ง เมื่อเวลามีหน่วยเป็นวินาที ระยะทางมีหน่วยเป็นเมตร จงหาความเร็วในขณะเวลา  $t = 2$  วินาที

วิธีทำ จากนิยาม ความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ

$$= \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0$$

$$= \frac{8(t+h) - 2 - (8t - 2)}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0$$

$$= \frac{8h}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0$$

$\therefore$  ความเร็วในขณะเวลา  $t = 2$  วินาที คือ 8 เมตร/วินาที

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด  $s = 5t^2 + t$  เมื่อหน่วยของเวลาเป็นวินาที หน่วยของระยะทางเป็นเมตร จงหาความเร็ว

(1) ขณะเวลา  $t$  ใด ๆ

(2) ขณะเวลา  $t = 2$

(3) ขณะเวลา  $t = 3$

วิธีทำ (1) จากนิยามความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ

$$= \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0$$

$$= \frac{5(t+h)^2 + t+h - [5t^2+t]}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0$$

$$= \frac{5t^2 + 10th + 5h^2 + t+h - 5t^2 - t}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0$$

$$= \frac{10th + 5h^2 + h}{h}$$

$$= 10t + 1 \quad \text{เมตร/วินาที}$$

(2) ขณะเวลา  $t = 2$  ความเร็วเป็น 21 เมตร/วินาที

(3) ขณะเวลา  $t = 3$  ความเร็วเป็น 31 เมตร/วินาที

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด  $s = t - 7$  เมื่อหน่วยของเวลาเป็นวินาที หน่วยของระยะทางเป็นเมตร จงหาความเร็วในขณะเวลา  $t = 5$

วิธีทำ จากนิยาม ความเร็วในขณะเวลาใด ๆ

$$= \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0$$

$$= \frac{(t+h) - 7 - [t - 7]}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0$$

$$= \frac{h}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0$$

$$= 1 \quad \text{เมตร/วินาที}$$

$\therefore$  ความเร็วในขณะเวลาเท่ากับ 1 เมตร/วินาที

โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง ให้  $s = f(t) = 24 - t^2$  เป็นสมการของการเคลื่อนที่ของวัตถุชนิดหนึ่ง เมื่อ  $s$  เป็นระยะทางมีหน่วยเป็นเมตร  $t$  เป็นเวลา มีหน่วยเป็นวินาที จงหาความเร็วในขณะเวลา  $t = 2$  วินาที

### กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

#### ขั้นนำ

1. ครูทบทวนนิยามของความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ โดยการถามตอบ และคิดแผนภูมิไวกานกระดานดำ

#### ขั้นสอน

2. ตัวอย่างเกี่ยวกับความเร็วขณะเวลา  $t$  ใด ๆ

2.1 ครูยกตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำที่ถูกต้องโดยใช้การถามตอบ

2.2 ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันทำ แล้วส่งตัวแทนมาแสดงบนกระดานดำ

2.3 ครูให้นักเรียนทุกคนลองทำตัวอย่างที่ 3 ด้วยตนเองหลังจากนักเรียนทำเสร็จแล้วครูถามตอบและอธิบายเพิ่มเติมถ้านักเรียนยังไม่เข้าใจ

### ขั้นสรุป

3. ครูให้นักเรียนสรุปหลักการหาโจทย์เกี่ยวกับความเร็วขณะเวลา  $t$  ใด ๆ และบอกนิยามอีกครั้งหนึ่ง

### การวัดผลและประเมินผล

<u>การวัดผล</u>	<u>การประเมินผล</u>
1. สังเกตจากการถามตอบ	1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 90%
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนร่วมกิจกรรมดีมาก
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 1 ข้อ	3. นักเรียนทำโจทย์พิเศษได้ประมาณ 90%
4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน ค 014 หน้า 97 แบบฝึกหัด 3.2 ข้อ 2 - 6	4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ประมาณ 80%



## คาบที่ 5

### อัตราการเปลี่ยนแปลง

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกนิยามของอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยได้
2. บอกนิยามของอัตราการเปลี่ยนแปลงในขณะใด ๆ ได้
3. หาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยได้
4. หาอัตราการเปลี่ยนแปลงในขณะใด ๆ ได้

#### เนื้อหา

1. ให้ฟังก์ชัน  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = 8x^2 + 3\}$  ซึ่งฟังก์ชันนี้สามารถเขียนแทนด้วย  $y = 8x^2 + 3$  หรือ  $f(x) = 8x^2 + 3$

นิยาม ถ้า  $y = f(x)$  เป็นฟังก์ชันใด ๆ เมื่อค่าของ  $x$  เปลี่ยนไปเป็น  $x + h$ ,  $h \neq 0$  และค่าของ  $y$  เป็นเปลี่ยนจาก  $f(x)$  เป็น  $f(x + h)$  แล้วอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ  $y$  เทียบกับ  $x$  ในช่วง  $x$  ถึง  $x + h$  คือ อัตราส่วน  $\frac{f(x + h) - f(x)}{h}$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $y$  เทียบกับ  $x$  ขณะ  $x$  มีค่าใด ๆ คือ อัตราส่วน  $\frac{f(x + h) - f(x)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

ตัวอย่าง กำหนด  $y = 5 - x^2$  จงหา

ก. อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ  $y$  เทียบกับ  $x$  เมื่อ  $x$  เปลี่ยนจาก 6 เป็น 8

ข. อัตราการเปลี่ยนแปลงขณะ  $x = 3$

วิธีทำ จาก  $y = 5 - x^2$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ  $y$  ในช่วง  $x$  ถึง  $x + h = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

เมื่อ  $x = 6$ ,  $x + h = 8$

ดังนั้น  $h = 2$

$$\begin{aligned}
 & \text{อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ } y \text{ ในช่วง } x \text{ มีค่า } 6 \text{ ถึง } 8 \\
 &= \frac{f(8) - f(6)}{8 - 6} \\
 &= \frac{-73 - (-31)}{2} = -24
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{จากนิยาม อัตราการเปลี่ยนแปลงของ } y \text{ ในขณะ } x \text{ มีค่าใด ๆ} \\
 &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{อัตราการเปลี่ยนแปลงของ } y \text{ ในขณะ } x = 8 \\
 &= \frac{f(6+h) - f(3)}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0 \\
 &= \frac{5 - (3+h)^2 - (-4)}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0 \\
 &= -6 - h \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0 \\
 &= -6
 \end{aligned}$$

หรืออีกวิธีหนึ่ง

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $y$  ขณะ  $x$  มีค่าใด ๆ

$$\begin{aligned}
 &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0 \\
 &= \frac{5 - x^2 - 2xh - h^2 - 5 + x^2}{h} \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0 \\
 &= -2x - h \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0 \\
 &= -2x
 \end{aligned}$$

แทนค่า  $x = 3$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $y$  ขณะ  $x = 8$  มีค่า  $= -2(3) = -6$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด  $y = x^2$  จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ  $y$  เทียบกับ  $x$  ในช่วง 1 ถึง 3

วิธีทำ จากนิยาม

$$\begin{aligned}
 & \text{อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ } y \text{ เทียบกับ } x \text{ ในช่วง } x \text{ ถึง } x+h \\
 &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
 &= \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} \\
 &= 2x + h
 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \text{อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ } y \text{ เทียบกับ } x \text{ ในช่วง } 1 \text{ ถึง } 3 \\ &= 2x + h \\ &= 2(1) + 2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด  $y = x^2 - 1$  จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $y$  เทียบกับ  $x$  ขณะที่  $x$  มีค่าเท่ากับ 20

วิธีทำ จากนิยาม

$$\begin{aligned} \text{อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ } y \text{ เทียบกับ } x \text{ ในขณะที่ } x \text{ มีค่าใด ๆ} \\ &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h}, \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ &= \frac{(x+h)^2 - 1 - x^2 + 1}{h}, \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ &= 2x + h, \quad \text{เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ &= 2x \end{aligned}$$

ดังนั้น

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ  $y$  เทียบกับ  $x$  ในขณะที่  $x = 20$  คือ  $2x = 2(20) =$

2. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

กำหนด  $y = 3x^2 + 3x$  จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ  $y$  เทียบกับ  $x$  เมื่อ  $x$  เปลี่ยนจาก 1.2 เป็น 2.3 และอัตราการเปลี่ยนแปลงขณะที่  $x = 5$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ชั้นนำ

1. ครูทบทวนเกี่ยวกับการหาค่า  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  โดยการคิดแผนภูมิ

ขั้นตอน

2. ครูศึกษาค้นคว้า ยกตัวอย่างในการวางอธิบายแล้วให้นักเรียนหาค่า  $x$  ที่เปลี่ยนแปลงไป ค่า  $y$  ที่เปลี่ยนแปลงไป อัตราส่วนของ  $y$  ที่เปลี่ยนแปลงไปต่อค่า  $x$  ที่เปลี่ยนแปลงไป เติมลงในช่องว่าง (กำหนดฟังก์ชัน  $y = x^2 - 2$ )

ช่วงที่ $x$ เปลี่ยน	ค่า $y$ ที่สอดคล้องตาม ช่วง $x$ ที่เปลี่ยน	ค่า $x$ ที่เปลี่ยนแปลงไป	ค่า $y$ ที่เปลี่ยนแปลงไป	อัตราส่วนของ ที่เปลี่ยนแปลงต่อ $x$ ที่เปลี่ยนแปลง
จาก -2 เป็น 0	จาก $f(-2)$ เป็น $f(0)$	$0 - (-2) = 2$	$f(0) - f(x) = -4$	-2
จาก -1 เป็น 2	จาก $f(-1)$ เป็น $f(2)$	-----	-----	---
จาก 1 เป็น 3	จาก $f(1)$ เป็น $f(3)$	-----	-----	---
จาก $x$ เป็น $x+h$	จาก $f(x)$ เป็น $f(x+h)$	-----	-----	---

ครูใช้การถามตอบให้นักเรียนสรุปนิยามว่า "อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย" และ "อัตราการเปลี่ยนแปลงในขณะใด ๆ"

3. ตัวอย่างเกี่ยวกับอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยและอัตราการเปลี่ยนแปลง  
ขณะใด ๆ

- 3.1 ครูยกตัวอย่างที่ 1 แล้วใช้การถามตอบแสดงวิธีทำที่ถูกต้อง
- 3.2 ครูยกตัวอย่างที่ 2 แล้วให้นักเรียนช่วยกันหาคำบนกระดานคำ
- 3.3 ครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนทุกคนลองทำแล้วอภิปรายเฉลยคำตอบ

ขั้นสรุป

4. ให้นักเรียนสรุปนิยามของอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย อัตราการเปลี่ยนแปลง  
ในขณะใด ๆ

การวัดผลและประเมินผลการวัดผล

1. สังเกตจากการถามตอบ
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 1 ข้อ

การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 80%
2. นักเรียนร่วมกิจกรรมดีมาก
3. นักเรียนทำโจทย์พิเศษได้ประมาณ 90%

ปัญหาที่ควรเน้น    นิยามของอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย    อัตราการเปลี่ยนแปลงในขณะใด ๆ  
 (ต่างกันที่  $h \rightarrow 0$ )

คาบที่ 6

อัตราการเปลี่ยนแปลง (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. หาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยได้
2. หาอัตราการเปลี่ยนแปลงในขณะใด ๆ ได้
3. บอกนิยามของความเร็วในขณะเวลาใด ๆ ได้
4. หาความเร็วในขณะเวลาใด ๆ ได้

เนื้อหา

ตัวอย่างที่ 1 ปริมาณของน้ำในถังใบหนึ่งเป็น  $p$  ลูกบาศก์เมตร เมื่อเวลาผ่านไป  $t$  วินาที เป็นไปตามสมการ  $p = 180 - t^2$  จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของน้ำในถังในช่วงเวลา 1 ถึง 3 วินาที

วิธีทำ ให้  $p = f(t) = 180 - t^2$

จากนิยาม อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ  $f(t)$  เมื่อ  $t$  เปลี่ยนเป็น  $t+h$

$$= \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$$

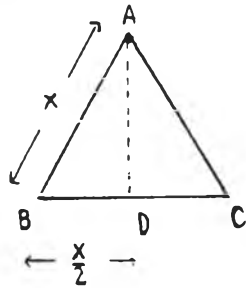
ให้  $t = 1$ ,  $t+h = 3$  ดังนั้น  $h = 2$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำ เมื่อ  $t$  เปลี่ยนจาก 1 วินาทีเป็น 3 วินาที

$$\begin{aligned} &= \frac{f(3) - f(1)}{2} \\ &= \frac{(180 - 3^2) - (180 - 1^2)}{2} \quad \text{ลูกบาศก์เมตร/วินาที} \\ &= -4 \quad \text{ลูกบาศก์เมตร/วินาที} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่ของสามเหลี่ยมด้านเท่า เมื่อด้านเปลี่ยนจากความยาว  $x$  เป็น  $x + h$  และหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ขณะที่ด้านยาว  $x$  หน่วย

วิธีทำ



$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ของ } \triangle \text{ ค้านเท่า } \triangle ABC &= \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD \\ &= \frac{1}{2} x \cdot AD \\ \text{จาก } \triangle \text{ มุมฉาก } ABD, AD^2 &= AB^2 - BD^2 \\ &= x^2 - \frac{x^2}{4} \\ AD &= \frac{\sqrt{3}}{2}x. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ของ } \triangle \text{ ค้านเท่า} &= y = \frac{1}{2} x \left( \frac{\sqrt{3}}{2}x \right) \\ \text{จะได้ } y &= f(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 \end{aligned}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ของ  $\triangle$  ค้านเท่าเมื่อค้านเปลี่ยนจากยาว  $x$  เป็น  $x+h$

$$\begin{aligned} &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}(x+h)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}x^2}{h} \text{ การวางหน่วย} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}(2x+h)h}{h} = \frac{\sqrt{3}}{4}(2x+h) \end{aligned}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่  $\triangle$  ค้านเท่า ขณะค้านยาว  $x$  หน่วย

$$\begin{aligned} &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4}(2x+h) \text{ เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4}2x \end{aligned}$$

2. เมื่อ  $x$  เป็นเวลา  $y$  เป็นระยะทาง นิเมเขียน

$t$  แทน  $x$  และ  $s$  แทน  $y$

ฟังก์ชัน  $s = f(x)$  จึงเป็น  $v = f(t)$

ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลง  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$

จึงเป็น  $\frac{f(x+h) - f(t)}{h}$  เมื่อ  $h \rightarrow 0$  ซึ่งเป็นความเร็วในระยะเวลา  $t$  ใด ๆ

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $v$

ถ้า  $v$  เป็นจำนวนบวก แสดงว่า เมื่อ  $t$  มีค่ามากขึ้น  $s$  จะมีค่ามากขึ้น

ถ้า  $v$  เป็นจำนวนลบ แสดงว่า เมื่อ  $t$  มีค่ามากขึ้น  $s$  จะมีค่าลดลง

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด  $s = 4t^2$  เป็นสมการการเคลื่อนที่ เมื่อหน่วยของเวลา  $t$  เป็นวินาที หน่วยของระยะทาง  $s$  เป็นเมตร ความเร็วในขณะเวลา  $t = 1$  เป็นเท่าไร

วิธีทำ เพราะ  $s = 4t^2$

$$\begin{aligned} \text{ความเร็วในขณะเวลา } t \text{ ใด ๆ} &= \frac{f(t+h) - f(t)}{h} && \text{เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ &= \frac{4(t+h)^2 - 4t^2}{h} && \text{เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ &= \frac{4t^2 + 8th + 4h^2 - 4t^2}{h} && \text{เมื่อ } h \rightarrow 0 \\ &= 8t \end{aligned}$$

แทน  $t = 1$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น ความเร็วในขณะเวลา } t = 1 &\text{ เป็น } 8t = 8(1) \text{ เมตร/วินาที} \\ &= 8 \text{ เมตร/วินาที} \end{aligned}$$

### 3. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า เมื่อด้านเปลี่ยนจากยาว 10 เซนติเมตรกลายเป็น 8 เซนติเมตร และหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่  $\Delta$  ด้านเท่าขณะที่ด้านยาว 12 เซนติเมตร

#### กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

##### ขั้นนำ

1. ครูทบทวนเกี่ยวกับนิยามของอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย อัตราการเปลี่ยนแปลงในขณะใด ๆ พื้นที่  $\Delta$  ด้านเท่า ทฤษฎีพีทาโกรัส

##### ขั้นสอน

2. อัตราการเปลี่ยนแปลง

2.1 ครูยกตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำที่ถูกต้องโดยการถามตอบ



2.2 ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันทำ แล้วส่งตัวแทนมาแสดงบนกระดานดำ

2.3 ครูให้นักเรียนทุกคนลองทำตัวอย่างที่ 3 ด้วยตนเอง หลังจากนักเรียนทำเสร็จแล้วครูถามทบทวนและอธิบายเพิ่มเติมถ้านักเรียนยังไม่เข้าใจ

3. ครูให้  $t$  แทน  $x$ ,  $s$  แทน  $y$  เพื่ออธิบายอัตราการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชัน  $f(x) = y$  เพื่อนำไปสู่นิยามของความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ

4. ขั้นสรุป ให้นักเรียนสรุปขั้นตอนการหาอัตราการเปลี่ยนแปลง นิยามของความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ

### การวัดผลและประเมินผล

#### การวัดผล

1. สังเกตจากการถามทบทวน
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 1 ข้อ
4. ทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม 1 ข้อ
5. ทำโจทย์แบบฝึกหัดในหนังสือ  
แบบเรียน ค 014 หน้า 102-103  
แบบฝึกหัด 3.3 ข้อ 1, 2, 3, 4  
5, 8, 9

#### การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 90%
2. นักเรียนร่วมกิจกรรมดีมาก
3. นักเรียนทำโจทย์พิเศษได้ประมาณ 90%
4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมได้ประมาณ 90%
5. นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ประมาณ 85%

### แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

ปล่อยก้อนหินตกจากที่สูงเป็นไปตามสมการ  $s = 4.9t^2 = 0$  จงหาความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ

ปัญหาที่ควรเน้น นิยามของความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ

## ตอนที่ 7

### อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโพลิโนเมียลอย่างง่ายโดยใช้นิยามได้
2. หาความเร็วในขณะเวลาใด ๆ ได้

#### เนื้อหา

1. ถ้า  $y = f(x)$  เป็นฟังก์ชันใด ๆ

สามารถสร้างฟังก์ชันใหม่ขึ้นคือ

$$y' = f'(x) \quad \text{โดยกำหนด} \quad f'(x) = \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \quad \text{เมื่อ} \quad h \rightarrow 0$$

นั่นคือ

$$y' = f'(x) = \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \quad \text{เมื่อ} \quad h \rightarrow 0$$

$$\text{ใช้สัญลักษณ์} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \quad \text{แทน} \quad \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \quad \text{เมื่อ} \quad h \rightarrow 0$$

ดังนั้น

$$y' = f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

นิยาม ให้  $y = f(x)$  เป็นฟังก์ชันอนุพันธ์ของ  $f$  ที่  $x$  คือ  $f'(x)$

$$\text{โดยที่} \quad f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$f'$  อ่านว่า เอฟไพรม์

$f'(x)$  อ่านว่า เอฟไพรม์ของเอกซ์ เรียก  $f'(x)$  ว่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$

อาจใช้สัญลักษณ์  $\frac{dy}{dx}$  (อ่านว่า ดีวายบายดีเอกซ์) หรือ  $\frac{df(x)}{dx}$   
 (อ่านว่า ดีเอฟของเอกซ์บายดีเอกซ์) แทน  $f'(x)$  ก็ได้

### ข้อสังเกต

1.  $\frac{dy}{dx}$  มีค่าเท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $y$  เทียบกับ  $x$  ขณะที่  $x$  มีค่าใด ๆ
2. หนังสือบางเล่มใช้สัญลักษณ์  $\Delta$  (อ่านว่า เดลตาเอกซ์) แทน  $h$
3.  $\frac{dy}{dx}$  เป็นอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  ซึ่งไม่ได้หมายความว่า  $d$  คูณ  $y$  หารด้วย  $d$  คูณ  $x$   
 ดังนั้น  $\frac{dy}{dx} \neq \frac{y}{x}$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้  $f(x) = 30x^2$  จงหา  $f'(x)$

วิธีทำ จากนิยาม  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{30(x+h)^2 - 30x^2}{h} = 60x$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้  $f(x) = \frac{11}{x-3}$  จงหา  $\frac{df(x)}{dx}$

วิธีทำ จากนิยาม  $\frac{df(x)}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{11}{(x+h)-3} - \frac{11}{x-3} \right)$$

$$= \frac{-11}{(x-3)^2}$$

2. เมื่อ  $x$  แทนเวลา

$v$  แทนระยะทางที่บอกค่าแห่งวัตถุ

นิยมใช้  $t$  แทน  $x$

$s$  แทน  $y$

ดังนั้น  $y = f(x)$  จึงเป็น  $s = f(t)$  และ  $\frac{dy}{dx}$  เป็น  $\frac{ds}{dt}$

$$\frac{ds}{dt} = f'(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(t)}{h}$$

=  $v$  (เมื่อ  $v$  คือ ความเร็วในขณะเวลา  $t$ )

ตัวอย่างที่ 3 ถ้าสมการของการเคลื่อนที่ของวัตถุชนิดหนึ่งเป็น  $s = 8t^2 - 5$  เมื่อ  $s$  เป็นระยะทางมีหน่วยเป็นเมตร  $t$  เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที จงหาความเร็วในขณะ  $t = 3$  วินาที

วิธีทำ ให้  $s = f(t) = 8t^2 - 5$

เนื่องจากความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ คือ  $\frac{ds}{dt}$  หรือ  $f'(t)$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } f'(t) = \frac{ds}{dt} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{8(t+h)^2 - 5 - (8t^2 - 5)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{8t^2 + 16th + 8h^2 - 5 - 8t^2 + 5}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{16th + 8h^2}{h} = 16t \end{aligned}$$

เมื่อ  $t = 3$  จะได้  $f'(3) = 16 \times 3 = 48$

ดังนั้น ความเร็วในขณะเวลา  $t = 3$  วินาทีเป็น 48 เมตร/วินาที

### 3. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

กำหนด  $f(x) = 12x$  จงหา  $f'(x)$

## กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

### ขั้นนำ

1. ครูทบทวนนิยามของอัตรการเปลี่ยนแปลงในขณะใด ๆ

### ขั้นสอน

2. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

2.1 ครูใช้นิยามของอัตรการเปลี่ยนแปลงในขณะใด ๆ อธิบายประกอบการถามตอบแล้วให้นักเรียนพิจารณาสรุปนิยามของอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

2.2 ครูยกตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำที่ถูกต้องโดยการถามตอบ

2.3 ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันทำ แล้วส่งตัวแทนมาแสดงบนกระดานคำ

2.4 ครูให้นักเรียนทุกคนลองทำตัวอย่างที่ 3 ด้วยตนเอง หลังจากนักเรียนทำเสร็จแล้วครูถามตอบและอธิบายเพิ่มเติมแก่นักเรียนยังไม่เข้าใจ

### ขั้นสรุป

ครูให้นักเรียนบอกนิยามของอนุพันธ์พร้อมสัญลักษณ์ที่ใช้แทน

## การวัดผลและประเมินผล

<u>การวัดผล</u>	<u>การประเมินผล</u>
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 90%
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนร่วมกิจกรรมดีมาก
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 1 ข้อ	3. นักเรียนทำโจทย์พิเศษได้ประมาณ 90%
4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดเพิ่มเติม 2 ข้อ	4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมได้ประมาณ 90%
5. ทำโจทย์แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน ค. 014 หน้า 107 แบบฝึกหัด 3.4 ข้อ 1 - 2	5. นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ประมาณ 90%

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

1. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f(x) = 5x^2 - 5$
2. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f(x) = 3$

ปัญหาที่ควรเน้น    นิยามของอนุพันธ์และสัญลักษณ์ที่ใช้แทน

## คาบที่ 8

### ความชันของเส้นโค้ง

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ในทางเรขาคณิตได้
2. บอกนิยามของความชัน ณ จุดใด ๆ ได้
3. บอกนิยามความชันของเส้นโค้ง ณ จุดใด ๆ บนเส้นโค้งได้

#### เนื้อหา

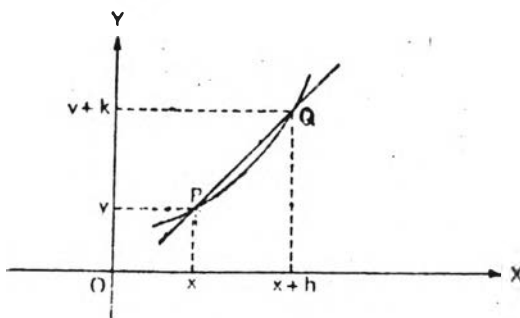
1. พิจารณาความชันและอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $y = mx + c$   
 จากที่เรียนมาแล้วได้ว่า ความชันของฟังก์ชัน  $y = mx + c$  คือ  
 จากนิยาม  $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{m(x+h) + c - mx + c}{h}$   

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{mh}{h} = m$$

จะเห็นว่า ความชันและอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $y = mx + c$  มี  $m$  เท่ากัน  
 คือ เท่าเท่ากับ  $m$

#### ความหมายของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง

ถ้ามีวงกลมวงหนึ่งจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $C$  และ  $P$  เป็นจุด ๆ หนึ่งในวงกลม เส้นสัมผัสวงกลมที่จุด  $P$  คือ เส้นตรงที่ผ่านจุด  $P$  และตั้งฉากกับรัศมี  $CP$  แต่ถ้า  $P$  เป็นจุดบนเส้นโค้งอื่น ๆ เส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $P$  จะเป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด  $P$  และอยู่ในตำแหน่งใกล้เคียงกับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด  $P$  และจุดอีกจุดหนึ่งบนเส้นโค้งซึ่งเกือบทับจุด  $P$



รูป 1

ให้  $y = f(x)$  เป็นสมการของเส้นโค้ง ซึ่งมีกราฟดังรูป 1  $(x, y)$  เป็นจุดบนเส้นโค้ง และ  $Q(x+h, y+k)$  เป็นจุดบนเส้นโค้งจุดหนึ่ง โดยที่  $h \neq 0$

ลากเส้นตรง PQ เรียกเส้นตรง PQ ว่าเส้นตัดกราฟ (secant line)

ความชันของเส้นตรง PQ เป็น  $\frac{(y+k) - y}{(x+h) - x} = \frac{k}{h}$

เนื่องจาก  $y+k$  เป็นค่าของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x+h$

ดังนั้น  $y+k = f(x+h)$

จะได้ ความชันของเส้นตรง PQ เป็น  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

นั่นคือ  $\frac{k}{h} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

เลือกจุด  $Q_1$  บนเส้นโค้งระหว่างจุด P กับจุด Q ลากเส้นตรง  $PQ_1$

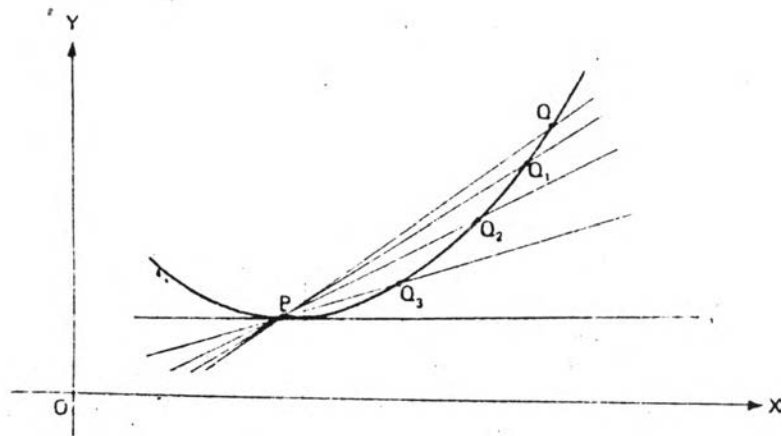
เลือกจุด  $Q_2$  บนเส้นโค้งระหว่างจุด P กับจุด  $Q_1$  ลากเส้นตรง  $PQ_2$

เลือกจุด  $Q_3$  บนเส้นโค้งระหว่างจุด P กับจุด  $Q_2$  ลากเส้นตรง  $PQ_3$

และต่อ ๆ ไป จนในที่สุดเรามีจุด  $Q_n$  ลากเส้นตรง  $PQ_n$

จุด  $Q_n$  จะอยู่ใกล้จุด P มาก จนถือได้ว่าจุด  $Q_n$  เกือบทับจุด P และตำแหน่งของเส้นตัดกราฟ  $PQ_n$  จะอยู่ใกล้เคียงกับตำแหน่งของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง (tangent line) ที่จุด P





รูป 2

ดังนั้น ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $P$  จะมีค่าเท่ากับ  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

นิยาม ถ้า  $y = f(x)$  เป็นสมการของเส้นโค้ง เส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $P(x, y)$  ใด ๆ จะเป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด  $P$  และมีความชันเท่ากับ  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

จะเห็นว่า การหาความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุด  $P(x, y)$  ใด ๆ ก็คือ การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  นั้นเอง

นิยาม ความชันของเส้นโค้ง ณ จุด  $P(x, y)$  ใด ๆ บนเส้นโค้ง หมายถึง ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุด  $P$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด  $y = x^2$  เป็นสมการของเส้นโค้ง จงหาความชันของเส้นโค้ง  
ที่จุด  $(-1, -2)$

วิธีทำ จาก  $y = x^2$

หรือ  $f(x) = x^2$

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) = 2x\end{aligned}$$

เมื่อ  $x = -1, y' = 2(-1) = -2$

ดังนั้น ความชันของเส้นโค้งที่จุด  $(-1, -2) = -2$

ตัวอย่างที่ 2 ความชันของเส้นโค้ง  $y = x^2 + 1$  ที่จุด  $(2, -1)$  เป็นเท่าไร

วิธีทำ จาก  $f(x) = x^2 + 1$

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 + 1 - x^2 - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) = 2x\end{aligned}$$

เมื่อ  $x = 2, y' = 2(2) = 4$

ดังนั้น ความชันของเส้นโค้งที่จุด  $(2, -1) = 4$

ตัวอย่างที่ 3 ความชันของเส้นโค้ง  $y = -x^2$  ที่จุด  $(10, 1)$  เป็นเท่าไร

วิธีทำ จาก  $f(x) = -x^2$

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-(x+h)^2 + x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} -(2x+h) \\ &= -2x\end{aligned}$$

เมื่อ  $x = 10, y' = -2(10) = -20$

ดังนั้น ความชันของเส้นโค้งที่จุด  $(10, 1) = -20$

### โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

จงพิจารณาความชันและอนุพันธ์ของ  $y = 3x + 5$  สัมพันธ์กันอย่างไร

### กิจกรรมการเรียนรู้

#### ขั้นนำ

1. ครูทบทวนเกี่ยวกับความชันของเส้นตรงที่ตัดกราฟเส้นโค้งโดยการถามตอบ

#### ขั้นสอน

2. ความชันของเส้นโค้งและเส้นสัมผัสเส้นโค้ง

2.1 ครูให้นักเรียนพิจารณาความชันและอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $y = mx+c$  ว่าสัมพันธ์กันอย่างไร โดยครูยกตัวอย่างประกอบการถามตอบ

2.2 ครูใช้สื่อสำเร็จ เพื่ออธิบายความชันของเส้นโค้ง ณ จุด  $P(x,y)$  ใด ๆ บนเส้นโค้งซึ่งนำไปสู่นิยาม

นิยาม ถ้า  $y = f(x)$  เป็นสมการของเส้นโค้ง เส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $P(x,y)$  ใด ๆ จะเป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด  $P$  และมีความชันเท่ากับ  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

นิยาม ความชันของเส้นโค้ง ณ จุด  $P(x,y)$  ใด ๆ บนเส้นโค้ง หมายถึง ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุด  $P$

- 2.3 ครุยกตัวอย่างที่ 1 แล้วใช้การถามตอบแสดงวิธีทำที่ถูกต้อง
- 2.4 ครุยกตัวอย่างที่ 2 แล้วให้นักเรียนช่วยกันทำบนกระดานดำ
- 2.5 ครุยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนทุกคนลองทำแล้วอภิปรายเฉลยคำตอบ

### ขั้นสรุป

3. ครูให้นักเรียนสรุปนิยามของความชัน ณ จุดใด ๆ นิยามความชันของเส้นโค้ง ณ จุดใด ๆ บนเส้นโค้ง

### การวัดผลและประเมินผล

#### การวัดผล

1. สังเกตจากการถามตอบ
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 1 ข้อ

#### การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 90%
2. นักเรียนร่วมกิจกรรมดีมาก
3. นักเรียนทำโจทย์พิเศษได้ประมาณ 80%

ปัญหาที่ควรเน้น ความสัมพันธ์ระหว่างความชันของเส้นโค้ง ณ จุด  $P(x,y)$  ใด ๆ บนเส้นโค้งกับความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุด  $P$

## คาบที่ 9

### ความชันของเส้นโค้ง (ต่อ)

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. หาความชันของเส้นโค้ง ณ จุดที่กำหนดให้ได้
2. หาสมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุดที่กำหนดให้ได้

#### เนื้อหา

1. ตัวอย่างเกี่ยวกับการหาความชันของเส้นโค้ง และสมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง

ตัวอย่างที่ 1 ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = 4x^2 - x$  ที่จุด  $(-1, -6)$  เป็นเท่าไร

วิธีทำ เนื่องจาก  $y = 4x^2 - x$

$$\begin{aligned}
 \frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(x+h)^2 - (x+h) - 4x^2 + x}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 8xh + 4h^2 - x - h - 4x^2 + x}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{8xh + 4h^2 - h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} 8x + 4h - 1 \\
 &= 8x - 1
 \end{aligned}$$

เมื่อ  $x = -1$ ,  $\frac{dy}{dx} = 8(-1) - 1 = -9$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาสมการของเส้นสัมผัส  $y = 2x - 3x^2$  ที่จุด  $(0, -2)$

วิธีทำ เนื่องจาก  $y = 2x - 3x^2$

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $P(x, y)$  คือ  $\frac{dy}{dx} = 2 - 6x$

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $P(0, -2) = 2$

ดังนั้น สมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $P(0, -2)$  คือ  $y + 2 = 2(x - 0)$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาสมการของเส้นสัมผัส  $y = x^2 - 1$  ที่จุด  $(-2, -1)$

วิธีทำ เนื่องจาก  $y = x^2 - 1$

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $P(x, y)$  คือ  $\frac{dy}{dx} = 2x$

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $P(-2, -1)$  คือ  $\frac{dy}{dx} = -4$

ดังนั้น สมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $P(-2, -1)$  คือ  $y + 1 = -4(x + 2)$

## 2. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

1. จงหาความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = -x^2 + 3x - 1$  ที่จุด  $(1, -1)$

2. ถ้าเส้นตรง AB สัมผัสเส้นโค้ง  $y = \frac{7}{2}x - x^2$  ที่จุด  $(2, 3)$  จงหา

สมการของเส้นตรง AB

## กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

### ขั้นนำ

1. ครูทบทวน ความชันของเส้นโค้ง ณ จุดใด ๆ ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่มีความชัน  $m$  และผ่านจุด  $(x_1, y_1)$  นั่นคือ  $\{(x, y) / y - y_1 = m(x - x_1)\}$

โดยการถามตอบ

ชั้นสอน

2. ตัวอย่างเกี่ยวกับการหาความชันของเส้นโค้งและสมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง
- 2.1 ครูยกตัวอย่างที่ 1, 3 พร้อมทั้งแสดงวิธีที่ถูกต้องโดยการถามทอบ
- 2.2 ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันทำ แล้วส่งตัวแทนมาแสดงบนกระดานดำ
- 2.3 ครูให้นักเรียนทุกคนลองทำตัวอย่างที่ 4 ด้วยตนเอง หลังจากนักเรียนทำเสร็จแล้วครูถามทอบและอธิบายเพิ่มเติมถ้านักเรียนยังไม่เข้าใจ

ชั้นสรุป

3. ครูให้นักเรียนสรุปวิธีหาความชันของเส้นโค้งและสมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง

การวัดผลและประเมินผล

<u>การวัดผล</u>	<u>การประเมินผล</u>
1. สังเกตจากการถามทอบ	1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 80%
2. สังเกตจากการรวมกิจกรรม	2. นักเรียนรวมกิจกรรมดี
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 2 ข้อ	3. นักเรียนทำโจทย์พิเศษได้ 80%
4. ทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม 2 ข้อ	4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมได้ประมาณ 90%
5. ทำโจทย์แบบฝึกหัดในหนังสือ ค 014 หน้า 113 แบบฝึกหัด 3.5 ข้อ 1, 2	5. นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ประมาณ 90%

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

1. จงหาความชันของเส้นโค้ง  $y = 3x^2 - 5x - 6$  ที่จุด  $(1, 8)$
2. จงหาสมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = -2x - 2$  ที่จุด  $(9, 7)$

ตอนที่ 10

สูตรสำหรับหาอนุพันธ์

จุดประสงค์การเรียนรู้

หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตอย่างง่ายโดยใช้สูตรได้

เนื้อหา

1. การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันมี 2 วิธี

1. โดยใช้นิยาม

2. โดยใช้สูตร ซึ่งการใช้สูตรจะทำให้สะดวกและรวดเร็ว

สูตรที่ 1 ถ้า  $y = c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงตัวแล้ว  $\frac{dy}{dx} = 0$

$$\text{นั่นคือ } \frac{dc}{dx} = 0$$

พิสูจน์ จาก  $f(x) = c$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{c - c}{h}$$

$$= 0$$



ตัวอย่างที่ 1 กำหนด  $y = 12$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ จาก  $y = 12$

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{d(12)}{dx} \\ &= 0\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด  $y = 5$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ จาก  $y = 5$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d(5)}{dx} = 0$$

แบบฝึกหัด 1. กำหนด  $y = 2$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

สูตรที่ 2 ถ้า  $y = x$  จะได้ว่า  $\frac{dy}{dx} = 1$

พิสูจน์ จาก  $f(x) = x$

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h) - x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h} \\ &= 1\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด  $y = f(r) = r$  จงหา  $\frac{dy}{dr}$

วิธีทำ จาก  $y = r$

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dr} &= \frac{dr}{dr} \\ &= 1\end{aligned}$$

แบบฝึกหัด 2. กำหนด  $y = f(z) = z$  จงหา  $\frac{dy}{dz}$

สูตรที่ 3 ถ้า  $y = cf(x)$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงตัว แล้ว  $\frac{dy}{dx} = c \frac{df(x)}{dx}$

ตัวอย่างที่ 4 ถ้า  $y = 15x$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ จาก  $y = 15x$

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{d(15x)}{dx} \\ &= 15 \frac{dx}{dx} \\ &= 15\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 5 ถ้า  $y = 3x$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ จาก  $\frac{dy}{dx} = \frac{d(3x)}{dx}$

$$\begin{aligned}&= \frac{3dx}{dx} \\ &= 3\end{aligned}$$

แบบฝึกหัด 3. ถ้า  $y = 10x$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

2. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

1. กำหนด  $y = 4$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$
2. กำหนด  $y = 2x$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$
3. กำหนด  $y = 10x$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

## กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

### ชั้นนำ

1. ครูทบทวนการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้ नियาม โดยการถามตอบ

### ชั้นสอน

2. การหาอนุพันธ์โดยใช้สูตร

- 2.1 ครูยกสูตรที่ 1 ตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำที่ถูกต้อง โดยการถามตอบประกอบการอธิบาย
- 2.2 ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันทำ พร้อมส่งตัวแทนมาแสดงบนกระดานคำ
- 2.3 ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัดข้อ 1 หลังจากทำเสร็จแล้ว ครูถามตอบและอธิบายเพิ่มเติม ถ้านักเรียนยังไม่เข้าใจ
- 2.4 ครูยกสูตรที่ 2 ตัวอย่างที่ 2 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำที่ถูกต้อง โดยการถามตอบประกอบการอธิบาย
- 2.5 ครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันทำ พร้อมส่งตัวแทนมาแสดงบนกระดานคำ
- 2.6 ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัดข้อ 2 หลังจากทำเสร็จแล้ว ครูถามตอบและอธิบายเพิ่มเติม ถ้านักเรียนยังไม่เข้าใจ
- 2.7 ครูยกสูตรที่ 3 ตัวอย่างที่ 4 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำที่ถูกต้อง โดยการถามตอบประกอบการอธิบาย
- 2.8 ครูยกตัวอย่างที่ 5 ให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันทำ พร้อมส่งตัวแทนมาแสดงบนกระดานคำ
- 2.9 ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัด ข้อ 3 หลังจากทำเสร็จแล้ว ครูถามตอบและอธิบายเพิ่มเติมถ้านักเรียนยังไม่เข้าใจ

ขั้นสรุป

3. ครูให้นักเรียนสรุปสูตรที่ 1, 2, 3 โดยการถามตอบ

การวัดผลและประเมินผลการวัดผล

1. สังเกตจากการถามตอบ
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 3 ข้อ
4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดเพิ่มเติม 2 ข้อ
5. ทำแบบฝึกหัดในหนังสือ ค 014  
หน้า 117 แบบฝึกหัด 3.6 ข้อ  
1.1, 1.2, 1.3, 1.13

การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 80%
2. นักเรียนร่วมกิจกรรมดี
3. นักเรียนทำโจทย์พิเศษได้ 80%
4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมได้ประมาณ 90%
5. นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ประมาณ 90%

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

1. จงหา  $\frac{dy}{dx}$  เมื่อ  $y = -2531$
2. จงหา  $\frac{dy}{dx}$  เมื่อ  $y = \frac{x}{2531}$

ปัญหาที่ควรเน้น เปรียบเทียบการหาอนุพันธ์ที่ใช้นิยามและใช้สูตร

## คาบที่ 11

## สูตรสำหรับหาอนุพันธ์ (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้

หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตอย่างง่าย โดยใช้สูตรได้

เนื้อหา

## 1. สูตรสำหรับหาอนุพันธ์

สูตรที่ 4 ถ้า  $y = x^n$ ,  $n \in \mathbb{R}$  แล้ว

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dx^n}{dx} = nx^{n-1}$$

สูตรที่ 5 ถ้า  $y = f(x) \pm g(x)$  แล้ว

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} \pm \frac{dg(x)}{dx}$$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด  $y = 4x^8$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ  $\frac{dy}{dx} = \frac{d(4x^8)}{dx}$

$$= 4 \frac{dx^8}{dx} = 32x^7$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด  $y = 2x^4$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ  $\frac{dy}{dx} = \frac{d(2x^4)}{dx}$

$$= 2 \frac{dx^4}{dx} = 8x^3$$

แบบฝึกหัด 1. กำหนด  $y = 4x^5$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด  $y = \frac{1}{3}x^{15} + \frac{3}{4} + 12x$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{1}{3} \frac{dx^{15}}{dx} + \frac{3}{4} \frac{dx^0}{dx} + 12 \frac{dx^1}{dx} \\ &= \frac{1}{3} 15x^4 + 3 \cdot 4x^3 + 12 \\ &= 5x^4 + 12x^3 + 12\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4 กำหนด  $y = \frac{10x^5 + 2x^3 + 5}{x}$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}y &= \frac{10x^5}{x} + \frac{2x^3}{x} + \frac{5}{x} \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{10dx^4}{dx} + \frac{2dx^2}{dx} + \frac{5d(x^{-1})}{dx} \\ &= 4x^3 + 4x - 5x^{-2}\end{aligned}$$

แบบฝึกหัด 2. กำหนด  $y = 5x^2 - x - 1$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

2. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

1. จงหา  $\frac{dy}{dx}$  เมื่อ  $y = 12x^2$
2. จงหา  $y'$  เมื่อ  $y = \frac{x^{15}}{12} - \frac{18x^2}{19} - 10$
3. จงหา  $\frac{dy}{dx}$  เมื่อ  $y = \sqrt{x}$

## กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

### ขั้นนำ

1. ครูทบทวนสูตรที่ 1, 2, 3 โดยการถามตอบ

### ขั้นสอน

2. การหาอนุพันธ์โดยใช้สูตร
  - 2.1 ครูยกสูตรที่ 4 ยกตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำที่ถูกต้อง โดยการถามตอบประกอบการอธิบาย
  - 2.2 ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันทำ แล้วส่งตัวแทนมาแสดงบนกระดานคำ
  - 2.3 ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัดข้อ 1 หลังจากทำเสร็จแล้ว ครูถามตอบและอธิบายเพิ่มเติม ถ้านักเรียนยังไม่เข้าใจ
  - 2.4 ครูยกสูตรที่ 4 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำที่ถูกต้อง โดยการถามตอบประกอบการอธิบาย
  - 2.5 ครูยกตัวอย่างที่ 5 ให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันทำ แล้วส่งตัวแทนมาแสดงบนกระดานคำ
  - 2.6 ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัดข้อ 2 หลังจากทำเสร็จแล้ว ครูถามตอบและอธิบายเพิ่มเติม ถ้านักเรียนยังไม่เข้าใจ

### ขั้นสรุป

3. ครูให้นักเรียนสรุปสูตรที่ 4, 5 โดยการถามตอบ

การวัดผลและประเมินผลการวัดผล

1. สังเกตจากการถามตอบ
2. สังเกตจากการรวมกิจกรรม
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 3 ข้อ
4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดเพิ่มเติม 2 ข้อ
5. ทำแบบฝึกหัดในหนังสือ ค. 0+4 หน้า 117 แบบฝึกหัด 3.6 ข้อ 1.4, 1.5, 1.12, 1.16

การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 80%
2. นักเรียนรวมกิจกรรมดี
3. นักเรียนทำโจทย์พิเศษได้ 80%
4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมได้ประมาณ 90%
5. นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ประมาณ 90%

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

1. กำหนด  $y = x^{10}$  จงหา  $y'$
2. กำหนด  $y = 10x^{10} + x$  จงหา  $y'$



คาบที่ 12

สูตรสำหรับหาอนุพันธ์ (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. หาความเร็วในขณะเวลาใด ๆ ได้เมื่อกำหนดสมการการเคลื่อนที่ให้
2. หาความเร่งในขณะเวลาใด ๆ ได้เมื่อกำหนดสมการการเคลื่อนที่ให้

เนื้อหา

1. ถ้า  $v$  เป็นความเร็ว และ  $t$  เป็นเวลา  
 $\frac{dv}{dt}$  คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของความเร็วในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ ซึ่งเรียกว่า ความเร่ง (acceleration) โดยให้  $a$  เป็นสัญลักษณ์ แทนความเร่ง

ตัวอย่างที่ 1 รถยนต์คันหนึ่งมีสมการของการเคลื่อนที่เป็น  $s = t^3 - 3t + 5$   
 เมื่อ  $s$  เป็นระยะทางมีหน่วยเป็นเมตร  $t$  เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที จงหา

- ก. ความเร็วของรถยนต์ในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ
- ข. ความเร่งของรถยนต์ในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ

วิธีทำ

ให้  $v$  เป็นความเร็วของรถยนต์

$a$  เป็นความเร่งของรถยนต์

$$\text{จะได้ } v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(t^3)}{dt} - \frac{d(3t)}{dt} + \frac{d(5)}{dt}$$

$$= 3t^2 - 3 \quad \text{เมตร/วินาที}$$

$$\text{และ } a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(3t^2)}{dt} - \frac{d(3)}{dt}$$

$$= 6t \quad \text{เมตร/วินาที}$$

- ตัวอย่างที่ 2 รถไฟขบวนหนึ่งมีสมการการเคลื่อนที่เป็น  $s = 2t^2 + 1$  เมื่อ  $s$  เป็นระยะทางมีหน่วยเป็นเมตร  $t$  เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที จงหา
- ความเร็วของรถไฟในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ
  - ความเร่งของรถไฟในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ

วิธีทำ ให้  $s$  เป็นความเร็วของรถไฟ

$a$  เป็นความเร่งของรถไฟ

$$\text{จะได้ } v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(2t^2)}{dt} + \frac{d(1)}{dt}$$

$$= 4t \quad \text{เมตร/วินาที}$$

$$\text{และ } a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(4t)}{dt}$$

$$= 4 \quad \text{เมตร/วินาที}$$

- ตัวอย่างที่ 3 รถเก๋งคันหนึ่งมีสมการการเคลื่อนที่เป็น  $s = t^3 + t$  เมื่อ  $s$  เป็นระยะทางมีหน่วยเป็นเมตร  $t$  เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที จงหา
- ความเร็วของรถเก๋งในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ
  - ความเร่งของรถเก๋งในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ

วิธีทำ ให้  $v$  เป็นความเร็วของรถเก๋ง

$a$  เป็นความเร่งของรถเก๋ง

$$\text{จะได้ } v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(t^3)}{dt} + \frac{dt}{dt}$$

$$= 3t^2 + 1 \quad \text{เมตร/วินาที}$$

$$\text{และ } a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(3t^2)}{dt} + \frac{d(1)}{dt}$$

$$= 6t \quad \text{เมตร/วินาที}$$

## 2. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

รถไฟขบวนหนึ่งมีสมการการเคลื่อนที่เป็น  $s = 3t - t^2 - 10$  เมื่อ  $s$  เป็นระยะทางมีหน่วยเป็นเมตร  $t$  เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที จงหา

- ก. ความเร็วของรถไฟในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ
- ข. ความเร่งของรถไฟในขณะเวลา  $t$  ใด ๆ

### กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

#### ขั้นนำ

1. ครูทบทวนสูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยการถามตอบ

#### ขั้นสอน

2. ตัวอย่างเกี่ยวกับการหาอนุพันธ์โดยใช้สูตร
  - 2.1 ครูยกตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำที่ถูกต้อง โดยการถามตอบประกอบการอธิบาย
  - 2.2 ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันทำ แล้วส่งตัวแทนมาแสดงบนกระดานดำ
  - 2.3 ครูให้นักเรียนทุกคนลองทำตัวอย่างที่ 3 ด้วยตนเอง หลังจากทำเสร็จแล้วครูถามตอบและอธิบายเพิ่มเติม ถ้านักเรียนยังไม่เข้าใจ

#### ขั้นสรุป

3. ครูให้นักเรียนสรุปสูตรที่ 1, 2, 3, 4, 5 อีกครั้งหนึ่ง

การวัดผลและประเมินผล

<u>การวัดผล</u>	<u>การประเมินผล</u>
1. สังเกตจากการถามตอบ	1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 80%
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนร่วมกิจกรรมดี
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 1 ข้อ	3. นักเรียนทำโจทย์พิเศษได้ประมาณ 80%
4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดเพิ่มเติม 1 ข้อ	4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมได้ประมาณ 90%
5. ทำแบบฝึกหัดในหนังสือ ค 014 หน้า 117 แบบฝึกหัด 3.6 ทุกข้อยกเว้นข้อที่ทำแล้วในคาบที่ 9, 10	5. นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ประมาณ 90%

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

รถยนต์คันหนึ่งมีสมการการเคลื่อนที่เป็น  $s = 2 - t - t^2$  เมื่อ  $s$  เป็นระยะทางมีหน่วยเป็นเมตร  $t$  เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที จงหา

- ก. ความเร็วของรถยนต์ในขณะเวลา  $t$  ใด
- ข. ความเร่งของรถยนต์ในขณะเวลา  $t$  ใด

### คาบที่ 13

#### การประยุกต์อนุพันธ์

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

หาค่าสูงสุดและค่าสุดของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

#### เนื้อหา

##### 1. การประยุกต์ของอนุพันธ์

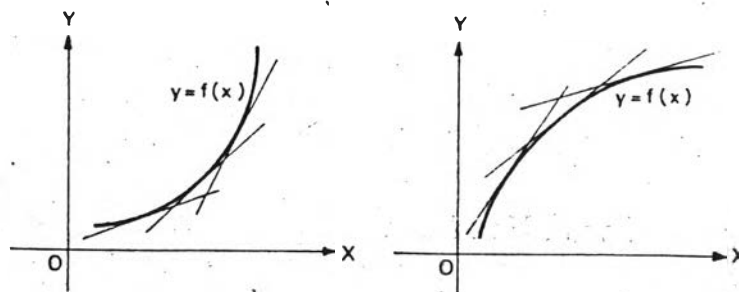
การประยุกต์ของอนุพันธ์ที่จะกล่าวถึง คือ การใช้อนุพันธ์ในการหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน

ถ้า  $y = f(x)$  เป็นฟังก์ชันที่กำหนดให้ต้องการทราบว่า  $x$  มีค่าเป็นเท่าใดจึงจะทำให้  $y$  มีค่าสูงสุดหรือ  $y$  มีค่าต่ำสุด สำหรับฟังก์ชันกำลังสอง การหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดอาจทำได้ด้วยวิธีกำลังสองสมบูรณ์ ดังที่ได้เรียนมาแล้ว เช่น กำหนด  $y = 12x - x^2$  เมื่อจัด  $12x - x^2$  ให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ จะได้  $y = 36 - (x - 6)^2$  และเมื่อ  $x = 6$  ทำให้  $(x - 6)^2 = 0$  ดังนั้น  $y$  จึงมีค่าสูงสุดเป็น 36 เมื่อ  $x = 6$

ถากำลังของ  $x$  มากขึ้น และเขียนในรูปกำลังสองสมบูรณ์ไม่ได้ การหาค่าต่ำสุดหรือสูงสุดอาจทำได้โดยการเขียนกราฟของฟังก์ชัน แล้วดูค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดจากกราฟ แต่วิธีเขียนกราฟทำได้ล่าช้า ไม่สะดวกและผลลัพธ์มักคลาดเคลื่อนจึงไม่นิยมใช้

นอกจากวิธีที่กล่าวมาแล้ว อาจจะพิจารณาหาค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดโดยใช้อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

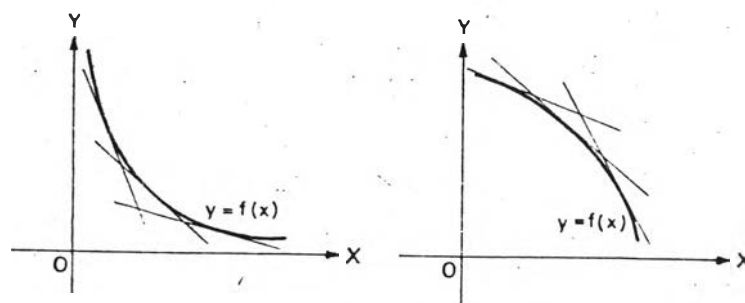
พิจารณากราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้



รูป 1

จากรูป 1 จะเห็นว่า เมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น ค่าของ  $f(x)$  จะเพิ่มขึ้นด้วย และความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุดใด ๆ บนเส้นโค้งจะเป็นจำนวนบวก นั่นคือ

$$\frac{dy}{dx} > 0$$



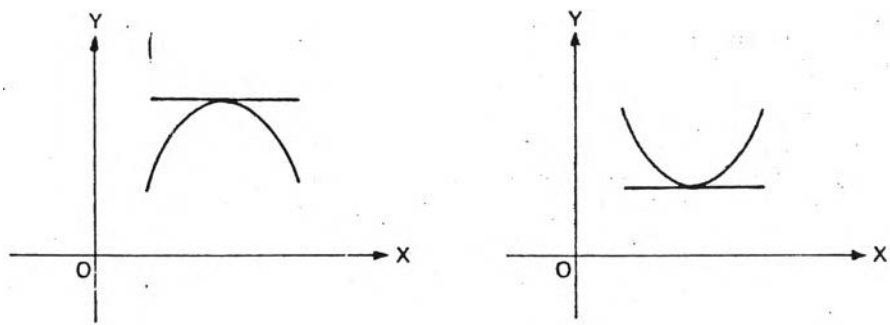
รูป 2

จากรูป 2 จะเห็นว่า เมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น ค่าของ  $f(x)$  จะลดลง และความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุดใด ๆ บนเส้นโค้งจะเป็นจำนวนลบ นั่นคือ  $\frac{dy}{dx} < 0$

เมื่อกำหนด  $y = f(x)$  และหา  $\frac{dy}{dx}$  ได้ค่า  $x$  โด่งตามที่ทำให้  $\frac{dy}{dx} > 0$  แสดงว่า เมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น  $y$  จะเพิ่มขึ้น ค่า  $x$  นั้นจะทำให้  $y$  เป็นค่าสูงสุดไม่ได้และจะเป็นค่าต่ำสุดก็ไม่ได้ (ดูรูป 1) เพราะ  $y$  ยังมีค่าเพิ่มขึ้น

ค่า  $x$  ใดก็ตามที่ทำให้  $\frac{dy}{dx} < 0$  แสดงว่าเมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น  $y$  จะลดลง ค่า  $x$  นี้ก็ทำให้  $y$  เป็นค่าสูงสุดไม่ได้และจะเป็นค่าต่ำสุดก็ไม่ได้ เพราะ  $y$  ยังมีค่าลดลงเรื่อย ๆ

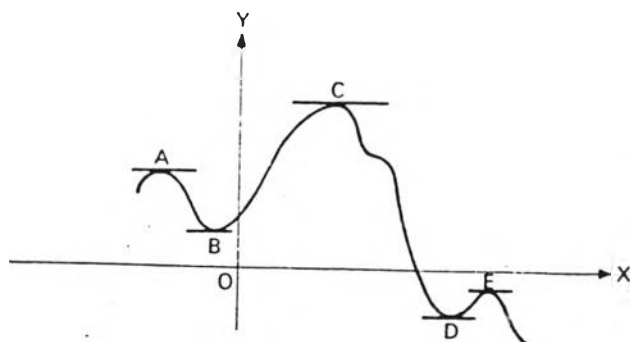
ค่า  $x$  ที่มีโอกาสจะทำให้  $y$  เป็นค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดได้ จึงต้องเป็นค่า  $x$  ที่ทำให้  $\frac{dy}{dx} = 0$  ดังนั้น ค่าของ  $x$  ที่จะให้  $y$  มีค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดจึงเป็นค่า  $x$  ที่ได้จากการแก้สมการ  $\frac{dy}{dx} = 0$



รูป 3

เมื่อสังเกตจากกราฟจะเห็นว่า ถ้าลากเส้นสัมผัสกับเส้นโค้งที่จุด ซึ่งให้ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด เส้นสัมผัสนั้นจะขนานกับแกน  $x$  ความชันของเส้นสัมผัสที่จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดนี้จึงต้องเป็นศูนย์ แต่ความชันของเส้นสัมผัส ณ จุดใดก็ตาม ก็คืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน ณ จุดนั้น ดังนั้นอนุพันธ์ที่จุดสูงสุดหรือต่ำสุดจึงต้องเป็นศูนย์

หมายเหตุ ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันที่กล่าวถึงนี้เป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์ และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์กล่าวคือ เป็นค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดเมื่อเทียบกับค่าข้างเคียงเท่านั้น ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดอาจมีได้หลายค่าในรูป 4 จุด A, C และ E เป็นจุดที่ฟังก์ชันมีค่าสูงสุด จุด B และ D เป็นจุดที่ฟังก์ชันมีค่าต่ำสุด



รูป 4

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด  $y = -3x^2 - 24x$ ,  $y$  มีค่าสูงสุดเท่าไร

วิธีทำ เนื่องจาก  $y = 3x^2 - 24x$

$$y' = -6x - 24$$

$$-6x - 24 = 0$$

$$x = -4$$

แทนค่า  $x = -4$ ,  $y = -3x^2 - 24x$

$$y = -3(-4)^2 - 24(-4) = 48$$

หลักเกณฑ์การหาโจทย์หาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด

1. อ่านโจทย์อย่างละเอียดให้ทราบแน่นอนว่า โจทย์ต้องการให้หาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของอะไร ให้สิ่งนั้นเป็น  $y$  หรือตัวแปรอื่น ๆ ก็ได้

2. หาค่าที่เปลี่ยนแปลงได้ในโจทย์ค่าหนึ่ง สมมุติให้เป็น  $x$  โดยที่  
จะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับค่าของ  $x$

3. หาค่าของ  $y$  ออกมาในรูปของ  $x$  ยกเว้นในกรณีที่โจทย์กำหนดมาให้แล้ว

4. หา  $\frac{dy}{dx}$  ซึ่งเป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่า  $y$  ที่เราต้องการหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดเทียบกับตัวแปร  $x$



5. ให้  $\frac{dy}{dx} = 0$  แล้วแก้สมการหาค่า  $x$

6. ถ้าโจทย์ต้องการทราบว่า  $y$  มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดเท่าใด จะต้องนำค่า  $x$  ที่หาได้มาหาค่าของ  $y$  อีกครั้งหนึ่ง

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด  $y = -2x^2 - 4x$ ,  $y$  มีค่าสูงสุดเท่าไร

วิธีทำ เนื่องจาก  $y = -2x^2 - 4x$

$$y' = -4x - 4$$

$$-4x - 4 = 0$$

$$x = -1$$

$$\text{แทนค่า } x = -1, y = -2(-1)^2 - 4(-1) = 2$$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด  $y = 3x^2 + 24x$ ,  $y$  มีค่าต่ำสุดเท่าไร

วิธีทำ เนื่องจาก  $y = 3x^2 + 24x$

$$y' = 6x + 24 = 0$$

$$x = -4$$

$$\text{แทนค่า } x = -4, y = 3(-4)^2 + 24(-4) = -48$$

## 2. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

1. กำหนด  $y = x^2 - 2x$ ,  $y$  จะมีค่าต่ำสุดเท่าไร

2. กำหนด  $y = -x^2$ ,  $y$  จะมีค่าสูงสุดเท่าไร

## กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

### ชั้นนำ

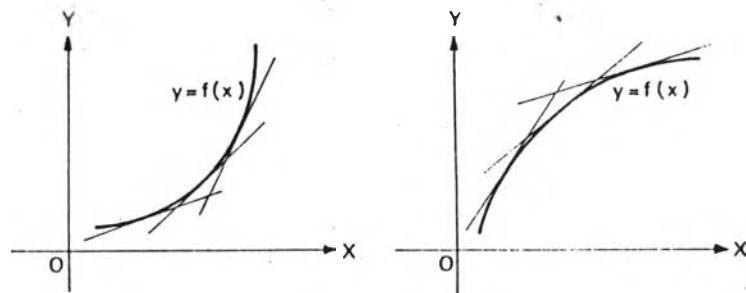
1. ครูทบทวนเกี่ยวกับความชันของเส้นโค้ง (เช่น กรณีใดความชันเป็นบวก)

โดยการถามตอบ

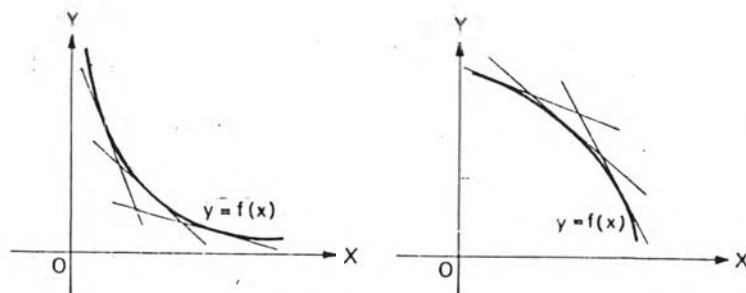
## ขั้นตอน

### 2. การประยุกต์ของอนุพันธ์

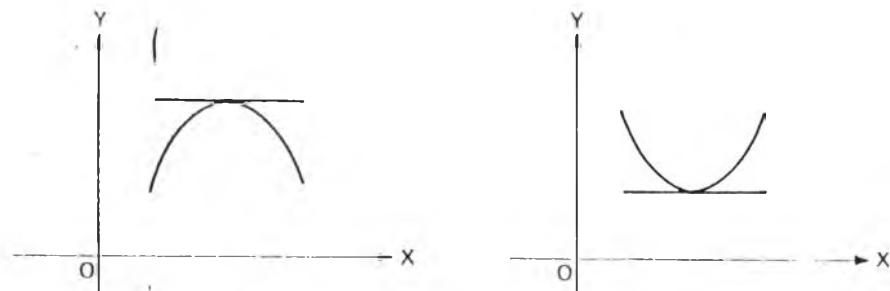
2.1 ครูใช้เอกสารแนะนำแนวทางให้นักเรียนพิจารณาแล้วครูใช้การถาม-ตอบประกอบการอธิบาย ให้นักเรียนพิจารณารายที่แสดงดังข้างล่าง เพื่อจะนำไปสู่กรณี ที่ความชันมีค่าเป็นศูนย์ แล้วครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย



จากรูปข้างบนจะเห็นว่า เมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น ค่าของ  $f(x)$  จะเพิ่มขึ้นด้วย และความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุดใด ๆ บนเส้นโค้งจะเป็นบวก นั่นคือ  $\frac{dy}{dx} > 0$



จากรูปข้างบนจะเห็นว่า เมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น ค่าของ  $f(x)$  ลดลง และความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุดใด ๆ บนเส้นโค้งจะเป็นจำนวนลบ นั่นคือ  $\frac{dy}{dx} < 0$



จากรูปข้างบนจะเห็นว่า  $\frac{dy}{dx} = 0$  จะได้ค่า  $x$  ที่ทำให้  $y$  มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุด

2.2 ครูยกตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำที่ถูกต้องโดยการถามตอบประกอบการอธิบาย และให้นักเรียนสรุป "หลักเกณฑ์การทำโจทย์หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด" แล้วครูคิดแผนภูมิ

2.3 ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันทำ แล้วส่งตัวแทนมาแสดงบนกระดานคำ

2.4 ครูให้นักเรียนทุกคนลองทำตัวอย่างที่ 3 ด้วยตนเอง หลังจากทำเสร็จแล้วครูถามตอบและอธิบายเพิ่มเติมถ้านักเรียนยังไม่เข้าใจ

### ขั้นสรุป

3. ครูให้นักเรียนสรุป หลักเกณฑ์การทำโจทย์หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด

### การวัดผลและประเมินผล

<u>การวัดผล</u>	<u>การประเมินผล</u>
1. สังเกตจากการถามตอบ	1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 90%
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนร่วมกิจกรรมดีมาก
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 2 ข้อ	3. นักเรียนทำโจทย์พิเศษได้ประมาณ 90%
4. ทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม 2 ข้อ	4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมได้ประมาณ 80%

### แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

- กำหนด  $y = -x^2$  จงหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันนี้
- กำหนด  $y = x^2$  จงหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันนี้

ตอนที่ 14

การประยุกต์ของอนุพันธ์ (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันที่ให้ค่าสูงสุดหรือต่ำสุด
2. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับค่าสูงสุดหรือต่ำสุดได้

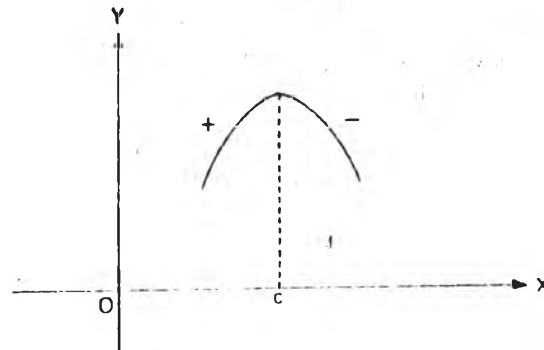
เนื้อหา

1. เมื่อโจทย์ไม่ได้บอกฟังก์ชันว่า ให้ค่าสูงสุดหรือต่ำสุด สามารถที่จะทำได้ดังต่อไปนี้

1.1 สมมติว่าแก้สมการ  $\frac{dy}{dx} = 0$  และได้  $x = a$  แล้วฟังก์ชันให้ค่าสูงสุดเมื่อ

- ก. ถ้า  $x < a$  เล็กน้อย แล้ว  $\frac{dy}{dx} > 0$  (คือ ความชันมีค่าเป็นบวก)
- ข. ถ้า  $x > a$  เล็กน้อย แล้ว  $\frac{dy}{dx} < 0$  (คือ ความชันมีค่าเป็นลบ)

ดังภาพ

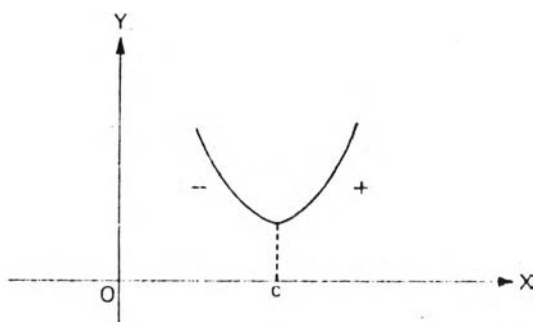


1.2 สมมติว่าแก้สมการ  $\frac{dy}{dx} = 0$  และได้  $x = a$  แล้วฟังก์ชันให้ค่าต่ำสุด

เมื่อ

- ก.  $x < a$  เล็กน้อย แล้ว  $\frac{dy}{dx} < 0$  (คือ ความชันมีค่าเป็นลบ)
- ข.  $x > a$  เล็กน้อย แล้ว  $\frac{dy}{dx} > 0$  (คือ ความชันมีค่าเป็นบวก)

ดังภาพ



ตัวอย่างที่ 1 พหุนาม  $y = -x^2 - 4x$  ให้ค่าสูงสุดหรือต่ำสุดเท่าใด

วิธีทำ จาก  $y = -x^2 - 4x$

$$\text{จะได้ } \frac{dy}{dx} = -2x - 4$$

$$\text{ให้ } 2x - 4 = 0$$

$$x = -2$$

จะพิจารณาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด

ก. เมื่อ  $x < -2$  เล็กน้อย จะได้  $\frac{dy}{dx} > 0$

ข. เมื่อ  $x > -2$  เล็กน้อย จะได้  $\frac{dy}{dx} < 0$

นั่นคือ พหุนามให้ค่าสูงสุดที่  $y = -(-2)^2 - 4(-2) = 4$

ตัวอย่างที่ 2 พหุนาม  $y = x^2 - 6x$  ให้ค่าสูงสุดหรือต่ำสุดเท่าใด

วิธีทำ จาก  $y = x^2 - 6x$

$$\text{จะได้ } y' = 2x - 6$$

$$\text{ให้ } 2x - 6 = 0 \quad \text{จะได้ } x = 3$$

จะพิจารณาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด

ก. เมื่อ  $x < 3$  เล็กน้อย จะได้  $\frac{dy}{dx} < 0$

ข. เมื่อ  $x > 3$  เล็กน้อย จะได้  $\frac{dy}{dx} > 0$

นั่นคือ พหุนามให้ค่าต่ำสุดที่  $y = (3)^2 - 6(3) = -9$

ตัวอย่างที่ 3 จำนวนจริง 2 จำนวนรวมกันได้ 18 ถ้าผลคูณของสองจำนวนนี้มีค่ามากที่สุด จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

วิธีทำ ให้จำนวนหนึ่งคือ  $x$

ดังนั้นอีกจำนวนคือ  $18 - x$

ให้ผลคูณของสองจำนวนนี้เท่ากับ  $y$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } y &= x(18 - x) \\ &= 18x - x^2 \end{aligned}$$

$$\frac{dy}{dx} = 18 - 2x$$

$y$  มีค่าสูงสุด เมื่อ  $\frac{dy}{dx} = 0$

$$\text{ดังนั้น } 18 - 2x = 0$$

$$x = 9$$

นั่นคือ จำนวนทั้งสองคือ 9 และ 9

## 2. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

1. พหุคูณ  $y = x^2 - 18x$  ให้ค่าสูงสุดหรือต่ำสุดเท่าใด

2. พหุคูณ  $y = -x^2 - 16x$  ให้ค่าสูงสุดหรือต่ำสุดเท่าใด

## กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

### ขั้นนำ

1. ครูทบทวนหลักเกณฑ์การทำโจทย์หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดโดยการถามตอบ

### ขั้นสอน

2. โจทย์เกี่ยวกับการหาค่าสูงสุดและต่ำสุด

2.1 ครูและนักเรียนช่วยกันหาหลักเกณฑ์การหาค่าสูงสุดและต่ำสุด เมื่อ โจทย์ไม่ได้บอกว่าเป็นพหุคูณให้ค่าสูงสุดหรือต่ำสุด โดยการถามตอบประกอบคำอธิบาย

- 2.2 ครูยกตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำที่ถูกต้องโดยการถามตอบ
- 2.3 ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันทำ แล้วส่งตัวแทนมาแสดงบนกระดานคำ
- 2.4 ครูให้นักเรียนทุกคนลองทำตัวอย่างที่ 3 ด้วยตนเอง หลังจากทำเสร็จแล้วครูถามตอบและอธิบายเพิ่มเติม ถ้านักเรียนยังไม่เข้าใจ

### ขั้นสรุป

3. ครูให้นักเรียนสรุปหลักเกณฑ์การหาค่าสูงสุดและต่ำสุดเมื่อโจทย์ไม่ได้บอกว่าเป็นฟังก์ชันนั้นให้ค่าสูงสุดหรือต่ำสุด

### การวัดผลและประเมินผล

<u>การวัดผล</u>	<u>การประเมินผล</u>
1. สังเกตจากการถามตอบ	1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 80%
2. สังเกตจากการรวมกิจกรรม	2. นักเรียนรวมกิจกรรมดี
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 2 ข้อ	3. นักเรียนทำโจทย์พิเศษได้ 80%
4. ทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม 2 ข้อ	4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมได้ประมาณ 90%
5. ทำแบบฝึกหัดในหนังสือ ค 014 หน้า 128 แบบฝึกหัด 3.7 ข้อ 1, 2, 3, 4	5. นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ประมาณ 90%

### แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

- ฟังก์ชัน  $y = -x^2 - 4x - 10$  ให้ค่าสูงสุดหรือต่ำสุดเท่าใด
- ฟังก์ชัน  $y = x^2 - 10x + 4$  ให้ค่าสูงสุดหรือต่ำสุดเท่าใด

คาบที่ 15

การประยุกต์ของอนุพันธ์ (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้

แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับค่าสูงสุดหรือค่าสุดได้

เนื้อหา

1. ตัวอย่างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับค่าสูงสุดหรือค่าสุด

ตัวอย่างที่ 1 จำนวนสองจำนวนรวมกันได้ 100 ถ้าผลคูณของสองจำนวนนี้มีค่ามากที่สุด  
จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

วิธีทำ จำนวนสองจำนวนรวมกันได้ 100

ให้จำนวนหนึ่งเป็น  $x$

ดังนั้นอีกจำนวนเป็น  $100 - x$

ให้ผลคูณของสองจำนวนนี้เป็น  $y$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } y &= x(100 - x) \\ &= 100x - x^2 \end{aligned}$$

$$\frac{dy}{dx} = 100 - 2x = 0$$

$$x = 50$$

$$\text{ดังนั้น จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง} = 100 - 50 = 50$$



ตัวอย่างที่ 2 มีไม้ทำรั้วยาว 2000 เมตร จะกั้นรั้วรอบที่ดินแห่งหนึ่งให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ถ้าต้องการให้โคพื้นที่มากที่สุด จะต้องกั้นรอบที่ดินให้กว้างและยาวเท่าใด

วิธีทำ



ให้  $y$  เป็นพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

$x$  เป็นความยาวของคานกว้าง

คานกว้างมี 2 คานยาวรวมกัน  $2x$  เมตร

ดังนั้นเหลือไม้ล้อมรั้วยาว  $2000 - 2x$  เมตร

จะได้คานยาวยาวคานละ  $\frac{1}{2}(2000 - 2x)$  เมตร

จะได้  $y = \frac{1}{2}(2000 - 2x)x = 1000x - x^2$

ต้องการให้โคพื้นที่มากที่สุดนั้นคือ  $\frac{dy}{dx} = 0$

$$\text{แต่ } \frac{dy}{dx} = 1000 - 2x = 0$$

$$x = 500$$

ดังนั้น ถ้าต้องการให้โคพื้นที่มากที่สุดต้องกั้นรั้วให้กว้าง 500 เมตร ยาว 500 เมตร

ตัวอย่างที่ 3 ผลบวกจำนวนจริง บวกใด ๆ รวมกับ 2 เท่าของส่วนกลับ จะมีค่าต่ำสุดเท่าใด

วิธีทำ ให้จำนวนจริงบวกใด ๆ คือ  $x$

ดังนั้น 2 เท่าของส่วนกลับคือ  $\frac{2}{x}$

ให้ผลบวกของจำนวนนั้นกับสองเท่าของส่วนกลับ  $= y$

จะได้  $y = x + \frac{2}{x}$

$$\frac{dy}{dx} = 1 - 2x^{-2}$$

$$\text{มีค่าต่ำสุดเมื่อ } 1 - 2x^{-2} = 0$$

$$x = \sqrt{2}$$

ดังนั้น ค่าต่ำสุดของผลบวก  $= 2\sqrt{2}$

## 2. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

1. ผลบวกของจำนวนจริงบวกใด ๆ รวมกับ 3 เท่าของส่วนกลับ จะมีค่าต่ำสุดเท่าใด
2. พ่อค้าซื้อข้าวสารมาตั้งแต่ 50 บาท ถ้าเขาขายได้ถึง 80 บาทใน 1 เดือน จะขายได้ 1000 ถึง ถ้าเขาลดราคาขายลงได้ถึง  $x$  บาท เขาจะขายข้าวสารได้เพิ่มขึ้นอีกเดือนละ  $50x$  ถึง ดังนั้น เขาจะได้กำไรมากที่สุด

### กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

#### ชั้นนำ

1. ครูทบทวนเกี่ยวกับการหาค่าสูงสุดและต่ำสุดของฟังก์ชันโดยการถามตอบ

#### ชั้นสอน

2. ตัวอย่างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับค่าสูงสุดและต่ำสุด
  - 2.1 ครูยกตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำที่ถูกต้องโดยการถามตอบ
  - 2.2 ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันทำ แล้วส่งตัวแทนมาแสดงบนกระดานดำ
  - 2.3 ครูให้นักเรียนทุกคนลองทำตัวอย่างที่ทำด้วยตนเอง หลังจากทำเสร็จแล้วครูถามตอบและอธิบายเพิ่มเติม ถ้านักเรียนยังไม่เข้าใจ

#### ชั้นสรุป

3. ครูให้นักเรียนสรุปหลักเกณฑ์การทำโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับค่าสูงสุดหรือต่ำสุด

การวัดผลและประเมินผลการวัดผล

1. สังเกตจากการถามตอบ
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 2 ข้อ
4. ทำแบบฝึกหัดในหนังสือ ค.อ.4  
หน้า 128 แบบฝึกหัด 3.7 ข้อ 5  
ถึง 12

การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 90%
2. นักเรียนร่วมกิจกรรมดีมาก
3. นักเรียนทำโจทย์พิเศษได้ประมาณ 90%
4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ประมาณ 80%

ตอนที่ 16

โอเปอเรชันตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์

จุดประสงค์การเรียนรู้

หาฟังก์ชันเมื่อกำหนดอนุพันธ์ของฟังก์ชันให้ได้

เนื้อหา

1. โอเปอเรชันตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์

ในวิชาแคลคูลัสมีโอเปอเรชันตรงกันข้ามกับการหาอนุพันธ์ กล่าวคือ เมื่อกำหนดอนุพันธ์ของฟังก์ชันหนึ่งให้ แล้วให้หาฟังก์ชันนั้น โอเปอเรชันตรงกันข้ามกับการหาอนุพันธ์นี้ เรียกโดยทั่วไปว่า อินทิเกรชัน (integration) การมีโอเปอเรชันตรงกันข้าม เป็นเรื่องที่น่าสนใจเคยพบมาแล้ว เช่น การลยเป็นโอเปอเรชันตรงกันข้ามกับการบวก การหารเป็นโอเปอเรชันตรงกันข้ามกับการคูณ และการหารากที่สองก็เป็นโอเปอเรชันตรงกันข้ามกับการยกกำลังสอง ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงโอเปอเรชันตรงกันข้ามกับการหาอนุพันธ์และการนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 1 มีฟังก์ชันหนึ่ง สมมุติว่าเขียนไว้ในรูป  $y = f(x)$  เมื่อหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันนั้นแล้วผลปรากฏว่า  $\frac{dy}{dx} = 2x$  จงหาฟังก์ชันนั้น

<u>วิธีทำ</u>	กำหนดให้	$\frac{dy}{dx} = 2x$	
	โจทย์ถามว่า	$y = ?$	
	ลองให้	$y = x^3$	จะได้ $\frac{dy}{dx} = 3x^2$
	ลองให้	$y = x^2$	จะได้ $\frac{dy}{dx} = 2x$
	ถ้าให้	$y = x^2 + 5$	จะได้ $\frac{dy}{dx} = 2x$

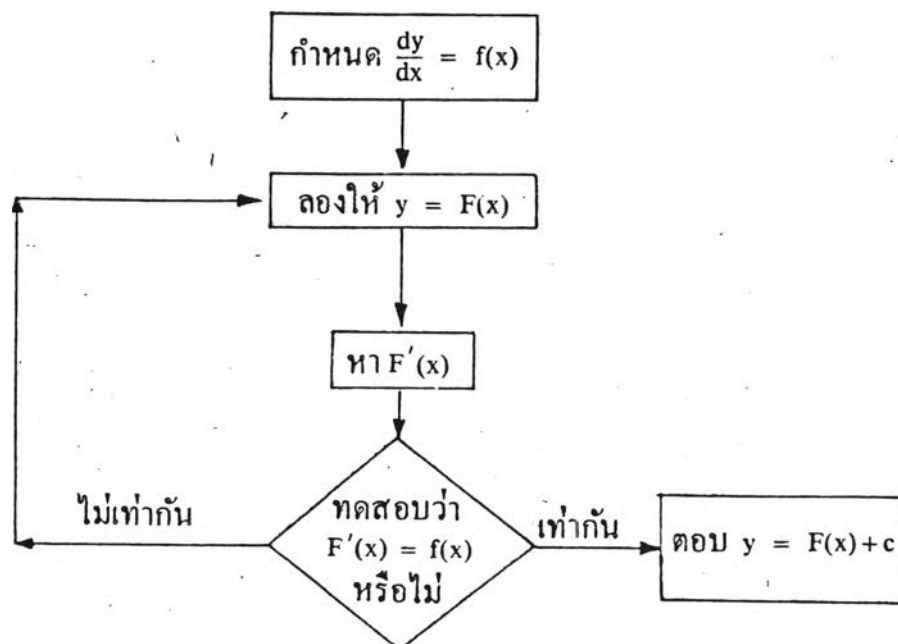
และถ้าให้  $y = x^2 - 4$  จะได้  $\frac{dy}{dx} = 2x$

จะเห็นว่า เมื่อ  $y = x^2 + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงตัว จะได้  $\frac{dy}{dx} = 2x$

ดังนั้น หักกันนี้คือ  $y = x^2 + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงตัว

- หมายเหตุ
1. ในคณิตศาสตร์ชั้นสูงมีการพิสูจน์โดยชัดเจนว่าฟังก์ชันที่มีค่าอนุพันธ์เท่ากัน จะต่างกันเพียงค่าคงตัวเท่านั้น
  2. สมการที่มีอนุพันธ์ปรากฏอยู่ เช่น  $\frac{dy}{dx} = 2x$ ,  $\frac{dy}{dx} = x^2 - 3x - 5$  เรียกว่า "สมการเชิงอนุพันธ์" (differential equation)

จะสรุปหลักเกณฑ์ของโอเบอเรชันตรงกันข้ามกับการหาอนุพันธ์ไว้ในแผนภูมิดังนี้



ตัวอย่างที่ 2 กำหนด  $y = f(x)$  และ  $\frac{dy}{dx} = 4x^3$  จงหาว่า  $y$  เท่ากับเท่าใด

วิธีทำ ลองให้  $y = 4x$  จะได้  $\frac{dy}{dx} = 4$

ลองให้  $y = x^4$  จะได้  $\frac{dy}{dx} = 4x^3$

ลองให้  $y = x^4 + 1$  จะได้  $\frac{dy}{dx} = 4x^3$

ลองให้  $y = x^4 + 2$  จะได้  $\frac{dy}{dx} = 4x^3$

ลองให้  $y = x^4 + 10$  จะได้  $\frac{dy}{dx} = 4x^3$

ลองให้  $y = x^4 + c$  จะได้  $\frac{dy}{dx} = 4x^3$

เพราะฉะนั้น  $y = x^4 + c$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด  $y = f(x)$  และ  $\frac{dy}{dx} = 5x^4$  จงหาว่า  $y$  เท่ากับเท่าใด

วิธีทำ ลองให้  $y = x^5$  จะได้  $\frac{dy}{dx} = 5x^4$

ลองให้  $y = x^5 + c$  จะได้  $\frac{dy}{dx} = 5x^4$

เพราะฉะนั้น  $y = x^5 + c$

## 2. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

1. กำหนด  $y = f(x)$  และ  $\frac{dy}{dx} = x^6$  จงหาค่า  $y$  เท่ากับเท่าใด

2. กำหนด  $y = f(x)$  และ  $\frac{dy}{dx} = x^8$  จงหาค่า  $y$  เท่ากับเท่าใด

## กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

### ชั้นนำ

1. ครูทบทวนเกี่ยวกับสูตรการหาอนุพันธ์และโอเปอเรชันตรงข้ามโดยการถามตอบ

### ชั้นสอน

2. ตัวอย่างเกี่ยวกับโอเปอเรชันตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์
  - 2.1 ครูยกตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำที่ถูกต้องโดยการถามตอบ
  - 2.2 ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุป "หลักเกณฑ์ของโอเปอเรชันตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์" จากตัวอย่างที่ 1 โดยการถามตอบ แล้วครูคิดแผนภูมิ
  - 2.3 ครูใช้เอกสารแนะแนวทางให้นักเรียนพิจารณาโดยการถามตอบ เพื่อนำไปสู่การแก้สมการอนุพันธ์ในตัวอย่างที่ 2 จงเติมค่าลงในตาราง

$y$	$\frac{dy}{dx}$	$\frac{dy}{dx}$	$y$
$4x$	4	1	$x + 2$
$x$	1	-----	$x + \dots$
$x^2$	$2x$	$2x$	$x^2 + 1$
$x^3$	$\dots$	-----	$x^2 + \dots$
$x^4$	$\dots$	$3x^2$	$x^3 + 4$
$x^4 + 1$	$\dots$	-----	$x + \dots$
$x^4 + 3$	$\dots$	$4x^3$	$x^4 + 8$
$x^4 + 20$	$\dots$	-----	$x^4 + \dots$
$x^4 + c$	$\dots$	$5x^4$	$x^5 + 7$
เมื่อ $c$ เป็นค่าคงที่			$x^5 + \dots$
คงที่			

2.4 ครูใช้เอกสารแนะแนวทางให้นักเรียนพิจารณาโดยการถามตอบ เพื่อนำไปสู่การแก้สมการอนุพันธ์ ในตัวอย่างที่ 3 จงเติมค่าลงในตาราง

$y$	$\frac{dy}{dx}$	$\frac{dy}{dx}$	$y$
$x^3$	$3x^2$	$3x^2$	$x^3 + 1$
$x^4$	...	-----	$x^3 + \dots$
$x^5$	...	$4x^3$	$x^4 + 2$
$x^5 + 1$	...	-----	$x^4 + \dots$
$x^5 + 2$	...	$5x^4$	$x^5 + 6$
$x^5 + 4$	...	-----	$x^5 + \dots$
$x^5 + c$	...	-----	-----
เมื่อ $c$ เป็นค่าคงที่			

### ขั้นสรุป

3. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปหลักเกณฑ์ของโอเปอเรชัน ตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์

### การวัดผลและประเมินผล

#### การวัดผล

1. สังเกตจากการถามตอบ
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 2 ข้อ
4. ทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม 1 ข้อ

#### การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 80%
2. นักเรียนร่วมกิจกรรมดีมาก
3. นักเรียนทำโจทย์พิเศษได้ประมาณ 80%
4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมได้ประมาณ 80%



แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

กำหนด  $y = f(x)$  และ  $\frac{dy}{dx} = x$  จงหาว่า  $y$  เท่ากับเท่าใด

## คาบที่ 17

### โอเปอเรชันตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์ (ต่อ)

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

หาฟังก์ชันได้ เมื่อกำหนดอนุพันธ์ของฟังก์ชันให้

#### เนื้อหา

1. ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^n$  และ  $n \neq -1$  แล้ว  $y = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงตัว

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการอนุพันธ์  $\frac{dy}{dx} = 2x^5$

วิธีทำ จาก  $\frac{dy}{dx} = 2x^5$  จะได้  $n = 5$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } y &= \frac{2x^{5+1}}{5+1} + c \\ &= \frac{x^6}{3} + c \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการอนุพันธ์  $\frac{dy}{dx} = 2x^3 + x$

วิธีทำ เนื่องจากอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่ต้องการหาอยู่ในรูปผลบวก และอนุพันธ์ของฟังก์ชันผลบวกจะเท่ากับผลบวกของอนุพันธ์ ดังนั้น ฟังก์ชันที่ต้องการควรเป็นฟังก์ชันผลบวก

$$\text{จาก } \frac{dy}{dx} = 2x^3 + x$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } y &= \frac{2x^{3+1}}{3+1} + \frac{x^{1+1}}{1+1} + c \\ &= \frac{x^4}{2} + \frac{x^2}{2} + c \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาสมการเส้นโค้ง ซึ่งมีความชัน ณ จุด  $P(x,y)$  ใด ๆ เท่ากับ  $5 - 2x$

วิธีทำ เส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุด  $P(x,y)$  ใด ๆ เท่ากับ  $5 - 2x$   
นั่นคือ  $\frac{dy}{dx} = 5 - 2x$

$$\text{จะได้ } y = 5x - x^2 + c$$

ดังนั้น สมการของเส้นโค้ง คือ  $y = 5x - x^2 + c$

## 2. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

1. จงแก้สมการอนุพันธ์  $\frac{dy}{dx} = 10x^9$

2. จงแก้สมการอนุพันธ์  $\frac{dy}{dx} = 12x - 3 - x^2$

3. จงหาสมการเส้นโค้งซึ่งมีความชัน ณ จุด  $P(x,y)$  ใด ๆ เท่ากับ

$$11 - 2x$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนชั้นนำ

1. ครูทบทวนหลักเกณฑ์ของโอเปอเรชันตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์โดยการถามตอบ

ชั้นสอน

2. ตัวอย่างเกี่ยวกับการหาฟังก์ชันเมื่อกำหนดอนุพันธ์ของฟังก์ชันให้

2.1 ครูให้นักเรียนพิจารณาข้อความ "ถ้า  $\frac{dy}{dx} = x^n$  และ

แล้ว  $y = \frac{x^{n+1}}{n+1}$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงตัว" ว่าจริงเสมอไปหรือไม่ โดยการถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อที่จะนำข้อความนี้ไปใช้ประโยชน์ในการแก้สมการอนุพันธ์

2.2 ครูยกตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำที่ถูกต้องโดยการถามตอบ

2.3 ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันทำ และส่งตัวแทนมา

แสดงบนกระดานค่า

2.4 ครูให้นักเรียนทุกคนลองทำตัวอย่างที่ 3 ด้วยตนเอง หลังจากทำเสร็จแล้วครูถามตอบและอธิบายเพิ่มเติมถ้านักเรียนยังไม่เข้าใจ

ชั้นสรุป

3. ครูให้นักเรียนสรุปข้อความจริงที่ใช้ในการแก้สมการอนุพันธ์

การวัดผลและประเมินผลการวัดผล

1. สังเกตจากการถามตอบ
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 3 ข้อ
4. ทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม 2 ข้อ
5. ทำแบบฝึกหัดในหนังสือ ค 014 หน้า 136 แบบฝึกหัด 3.8 ข้อ 3,4

การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 80%
2. นักเรียนร่วมกิจกรรมดี
3. นักเรียนทำโจทย์พิเศษได้ 80%
4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมได้ประมาณ 90%
5. นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ประมาณ 90%

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

1. จงแก้สมการอนุพันธ์  $y' = 2x - 10$
2. จงหาสมการเส้นโค้งซึ่งมีความชัน ณ จุด  $P(x,y)$  ใดๆ เท่ากับ  $15 - x - x^2$

คาบที่ 18

โอเปอเรชันตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์ (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. หาสมการการเคลื่อนที่ได้เมื่อกำหนดความเร็วในขณะใด ๆ ให้
2. หาความเร็วขณะใด ๆ ได้เมื่อกำหนดความเร่งในขณะใด ๆ ให้
3. หาฟังก์ชัน  $s$  ได้เมื่อกำหนดความชันของเส้นโค้ง ณ จุด  $(x, y)$  ใด ๆ บนเส้นโค้งซึ่งเป็นกราฟของฟังก์ชัน  $f$  และกำหนดจุด ๆ หนึ่งบนเส้นโค้งให้

เนื้อหา

1. ถ้า  $s = f(t)$  เป็นสมการของการเคลื่อนที่  $v = \frac{ds}{dt}$  เป็นความเร็วในขณะเวลา  $t$  แต่  $v$  เป็นฟังก์ชันของ  $t$  ถ้าหาอนุพันธ์ต่อไป จะได้  $\frac{dv}{dt}$  ซึ่งเป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงของความเร็วเทียบกับเวลามีชื่อโดยเฉพาะว่า ความเร่งขณะเวลา  $t$  ซึ่งจะมีค่าคงที่หรือเปลี่ยนแปลงตามเวลา  $t$

$$\text{นั่นคือ } a = \frac{dv}{dt}$$

$$\text{และ } |a| = \left| \frac{dv}{dt} \right| \text{ เป็นอัตราเร่งขณะเวลา } t$$

ตัวอย่างที่ 1 ให้  $v = 2t - 5$  เป็นสมการของความเร็วของวัตถุชนิดหนึ่ง เมื่อ  $v$  เป็นความเร็ว  $t$  เป็นเวลา และ  $s$  เป็นระยะทาง และ  $t = 0$  จะได้  $s = 3$  จงหาสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุ

วิธีทำ เนื่องจาก  $v = \frac{ds}{dt} = 2t - 5$

จะได้  $s = \frac{2t^{1+1}}{1+1} - 5t + c \dots\dots\dots(1)$

$$s = t^2 - 5t + c$$

เมื่อ  $t = 0$  จะได้  $s = 3$

แทนค่า  $t$  และ  $s$  ใน (1)

$$\text{จะได้ } 3 = 0^2 - 5(0) + c$$

$$c = 3$$

ดังนั้น สมการการเคลื่อนที่ของวัตถุ คือ  $s = t^2 - 5t + 3$

ตัวอย่างที่ 2 ถ้า  $a$  เป็นความเร่งในขณะเวลา  $t$   $v$  เป็นความเร็วในขณะเวลา  $t$   
 $s$  เป็นระยะทางที่เคลื่อนที่ได้ในเวลา  $t$  จงหาความเร็วในขณะเวลา  $t$   
 เมื่อ  $a = 3t - 21$  และ  $t = 0, v = 8$

วิธีทำ เนื่องจาก  $a = \frac{dv}{dt} = 3t - 21$

$$\text{จะได้ } v = \frac{3t^2}{2} - 21t + c$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } t = 0, v = 8 \quad \text{จะได้ } 8 &= \frac{3}{2}(0)^2 - 21(0) + c \\ c &= 8 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความเร็วในขณะเวลา  $t$  คือ  $v = \frac{3}{2}t^2 - 21t + 8$

ตัวอย่างที่ 3 เส้นโค้ง  $y = f(x)$  มีความชันที่จุด  $P(x, y)$  ใด ๆ เป็น  $10x + 11$   
 จงหาสมการของเส้นโค้งผ่านจุด  $(0, -15)$

วิธีทำ ความชันของเส้นโค้ง ณ จุด  $P(x, y)$  ใด ๆ  $= 10x + 11$

$$\text{นั่นคือ } \frac{dy}{dx} = 10x + 11 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{จะได้ } y = 5x^2 + 11x + c$$

เส้นตรงผ่านจุด  $(0, -15)$  นั่นคือ  $x = 0, y = -15$

แทนค่า  $x$  และ  $y$  ใน (1)

$$\text{จะได้ } -15 = 5(0)^2 + 11(0) + c$$

$$c = -15$$

ดังนั้น สมการเส้นโค้งที่ผ่านจุด  $(0, -15)$  และมีความชันที่จุด  $P(x, y)$  ใด ๆ เป็น  $10x + 11$  คือ  $y = 5x^2 + 11x - 15$

## 2. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

1. ให้  $v = -2t - 3$  เป็นสมการของความเร็วของรถไฟขบวนหนึ่ง เมื่อ  $v$  เป็นความเร็ว  $t$  เป็นเวลา และ  $s$  เป็นระยะทาง และ  $t = 9$  จะได้  $s = 11$  จงหา สมการการเคลื่อนที่ของรถไฟขบวนนี้

2. ถ้า  $a$  เป็นความเร่งในระยะเวลา  $t$   $v$  เป็นความเร็วในระยะเวลา  $t$   $s$  เป็นระยะทางที่เคลื่อนที่ได้ในเวลา  $t$  จงหาความเร็วในระยะเวลา  $t$  เมื่อ  $a = -7t - 2$  และ  $t = 3, v = 18$

3. เส้นโค้ง  $y = f(x)$  มีความชันที่จุด  $P(x, y)$  ใด ๆ เป็น  $-8x - 1$  จงหาสมการของเส้นโค้งผ่านจุด  $(10, -9)$

## กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

### ชั้นนำ

1. ครูทบทวนความเร็วในระยะเวลาใด ๆ กับอนุพันธ์ของสมการการเคลื่อนที่ ความเร่งในระยะเวลาใด ๆ กับอนุพันธ์ของความเร็วในระยะเวลาใด ๆ ว่าสัมพันธ์กันอย่างไร โดยการถามตอบ



ชั้นสอน

2. ตัวอย่างเกี่ยวกับความเร็ว ความเร่ง และสมการของเส้นโค้ง
  - 2.1 ครูยกตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำที่ถูกต้องโดยการถามตอบ
  - 2.2 ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนห้ชั้นช่วยกันทำ และส่งตัวแทน

มาแสดงบนกระดานคำ

- 2.3 ครูให้นักเรียนทุกคนลงทำตัวอย่างที่ 3 ด้วยตนเอง หลังจากทำเสร็จแล้วครูถามตอบและอธิบายเพิ่มเติมถ้านักเรียนไม่เข้าใจ

ชั้นสรุป

3. ครูให้นักเรียนสรุปขั้นตอนการหาสมการการเคลื่อนที่เมื่อกำหนดความเร็วในขณะเวลาใด ๆ ให้ การหาความเร็วขณะใด ๆ เมื่อกำหนดความเร่งในขณะใด ๆ ให้ การหาฟังก์ชัน  $x$  เมื่อกำหนดความชันของเส้นโค้ง ณ จุด  $P(x,y)$  ใด ๆ บนเส้นโค้งซึ่งเป็นกราฟของฟังก์ชัน  $x$  และกำหนดจุด ๆ หนึ่งบนเส้นโค้งให้

การวัดผลและประเมินผลการวัดผล

1. สังเกตจากการถามตอบ
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 3 ข้อ
4. ทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม 1 ข้อ
5. ทำแบบฝึกหัดในหนังสือ ค 014 หน้า 136 แบบฝึกหัด 3.8 ข้อ 1, 2, 5, 7, 8

การประเมินผล

1. นักเรียนตอบคำถามได้ประมาณ 80%
2. นักเรียนร่วมกิจกรรมดี
3. นักเรียนทำโจทย์พิเศษได้ 80%
4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมได้ประมาณ 90%
5. นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ประมาณ 90%

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

เส้นโค้ง  $y = f(x)$  มีความชันที่จุด  $P(x,y)$  ใดๆ เป็น  $-2 - 5x$   
จงหาสมการของเส้นโค้งผ่านจุด  $(-1, -2)$

ข้อสอบแคลคูลัส ม. 5

จุดประสงค์

เมื่อเรียบจบบทแล้วนักเรียนสามารถ

1. หาระยะทาง ได้เมื่อกำหนดสมการการเคลื่อนที่และเวลาให้
2. หาเวลาได้ เมื่อกำหนดสมการการเคลื่อนที่และระยะทางให้
3. หาอัตราเร็วเฉลี่ยได้ เมื่อกำหนดความเร็วเป็นลบให้
4. หาอัตราเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาที่กำหนดได้ เมื่อกำหนดสมการการเคลื่อนที่ให้
5. หาความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาที่กำหนดได้ เมื่อกำหนดสมการการเคลื่อนที่ให้
6. หาความเร็วในขณะเวลาใด ๆ ได้เมื่อกำหนดสมการของการเคลื่อนที่ให้
7. หาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยได้
8. หาอัตราการเปลี่ยนแปลงในขณะใด ๆ ได้
9. ใช้กระบวนการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโพลีโนเมียลอย่างง่ายโดยใช้ नियมได้
10. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตอย่างง่ายโดยใช้สูตรได้
11. หาความเร่งในขณะใด ๆ ได้เมื่อกำหนดความเร็วในขณะเวลา  $t$  ให้
12. หาความชันของเส้นโค้ง ณ จุดที่กำหนดให้ได้
13. หาจุดบนเส้นโค้งได้เมื่อกำหนดสมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้งให้
14. หาความชันของสมการเส้นตรง ซึ่งสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุดที่กำหนดให้ได้
15. หาสมการเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุดที่กำหนดให้ได้
16. หาจุด  $(a, b)$  ใด ๆ ได้เมื่อกำหนดความชันของเส้นตรงที่สัมผัสเส้นโค้งให้ได้
17. หาค่า  $x$  ที่ทำให้อนุพันธ์  $y$  มีค่าเป็นศูนย์ได้
18. หาจุดสูงสุดของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
19. หาจุดต่ำสุดของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
20. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับค่าสูงสุดหรือต่ำสุดได้
21. หาความเร็ว เวลาที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไกลที่สุด ระยะทางสูงสุด เมื่อกำหนดสมการการเคลื่อนที่ให้

22. หาฟังก์ชันได้เมื่อกำหนดอนุพันธ์ของฟังก์ชันนั้นให้
23. หาสมการการเคลื่อนที่ได้ เมื่อกำหนดความเร็วในขณะใด ๆ ให้
24. หาความเร็วใด ๆ ได้ เมื่อกำหนดความเร่งในขณะใด ๆ ให้

แบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง "แคลคูลัส"

เวลา 1 ชั่วโมง คะแนนเต็ม 40 คะแนน

คำสั่ง จงเลือกข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ให้ตรงกับอักษร ก หรือ ข หรือ ค หรือ ง ซึ่งตรงกับตัวเลือกที่นักเรียนเลือกในกระดาษคำตอบ

- ถ้าสมการของการเคลื่อนที่ของวัตถุชนิดหนึ่งเป็น  $\frac{s}{t} + 5 = t$  เมื่อ  $s$  เป็นระยะทางหน่วยเป็นเมตร  $t$  เป็นเวลาหน่วยเป็นวินาที เมื่อเวลาผ่านไป 12 วินาที วัตถุเคลื่อนที่ไปอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นเท่าไร

ก. 60 เมตร	ข. 72 เมตร
ค. 84 เมตร	ง. 139 เมตร
- สมการของการเคลื่อนที่ของลูกบอลเป็น  $\frac{s}{2t-2} - 1 = 0$  เมื่อ  $s$  เป็นระยะทางหน่วยเป็นเมตร  $t$  เป็นเวลาหน่วยเป็นวินาที ถ้าลูกบอลอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น 92 เมตร ลูกบอลจะใช้เวลาเคลื่อนที่เท่าไร

ก. 45 วินาที	ข. 47 วินาที
ค. 94 วินาที	ง. 188 วินาที
- ความเร็วเฉลี่ยของการเคลื่อนที่ของวัตถุชนิดหนึ่ง (โดยไม่มีการย้อนกลับ) ในช่วงเวลา 10 วินาที ถึง 20 วินาที เป็น  $-2000$  เมตร/วินาที อยากทราบว่าอัตราเร็วเฉลี่ยของการเคลื่อนที่ของวัตถุในช่วงเวลา 10 วินาที ถึง 20 วินาที เป็นเท่าไร

ก. $-200$ เมตร/วินาที	ข. $200$ เมตร/วินาที
ค. $-2000$ เมตร/วินาที	ง. $2000$ เมตร/วินาที
- สมการของการเคลื่อนที่ของวัตถุชนิดหนึ่งเป็น  $s = \frac{200}{10+t}$  เมื่อ  $s$  เป็นระยะทางหน่วยเป็นเมตร  $t$  เป็นเวลาหน่วยเป็นวินาที อัตราเร็วเฉลี่ยของการเคลื่อนที่ของวัตถุในช่วงเวลา  $t = 10$  ถึง  $t = 30$  วินาที เป็นเท่าไร

ก. $-0.25$ เมตร/วินาที	ข. $0.25$ เมตร/วินาที
ค. $-0.125$ เมตร/วินาที	ง. $0.125$ เมตร/วินาที



10. กำหนดให้  $f(x) = 20x^2 - 120$  อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $f(x)$  ขณะ  $x = 20$  มีค่าเท่าใด

ก. 7880

ข. 800

ค. 400

ง. 20

11. ขั้นตอนหนึ่งของการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $y = x^2 + 2x + 1$  โดยใช้ नियามคือข้อใด

ก.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x^2 + h) + 2(x + h) + 1 - (x^2 + 2x + 1)}{h}$

ข.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2hx + h^2 + 2x + 2h + 1 - x^2 - 2x - 1}{h}$

ค.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 + 2}{h}$

ง.  $\lim_{h \rightarrow 0} (h + 2)$

12. กำหนด  $y = (x - 20)^{30}$ ,  $y'$  เท่ากับข้อใด

ก.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x + h)^{30} - 20 - (x - 20)^{30}}{h}$

ข.  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{(x + t - 20)^{30} - (x - 20)^{30}}{h}$

ค.  $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{(x + r)^{30} - (x - 20)^{30}}{h}$

ง.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + h - 20)^{30} - (x - 20)^{30}}{h}$

13. ถ้า  $2x^2 - x + f(x) - x^3 = 0$  แล้ว  $\frac{d f(x)}{dx}$  มีค่าเท่ากับจำนวนใด

ก.  $3x^2 - 2x + 1$

ข.  $3x^2 - 4x + 1$

ค.  $x^2 - 2x + 1$

ง.  $x^2 - x + 1$

14. ข้อใดถูกต้อง

ก. ถ้า  $y = x^{20} + x^{19} + \frac{x^{18}}{18} + 17$  แล้ว  $y' = 20x^{19} + 19x^{18} + 16x^{17}$

ข. ถ้า  $y = x^{\frac{2}{3}} + 2x^3 + 1$  แล้ว  $y' = \frac{2}{3}x^{-1} + 6x^2$

ค. ถ้า  $y = x + a$  แล้ว  $y' = 0$

ง. ถ้า  $y = \frac{1}{x^3}$  แล้ว  $y' = -3x^{-4}$

15. ถ้า  $f(x) = (3x^2 - 4)(x^3 + 7x)$  แล้ว  $f'(x)$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก.  $15x^4 + 75x^3 - 28$

ข.  $15x^4 + 75x^3 + 28$

ค.  $15x^4 + 51x^2 - 28$

ง.  $15x^4 + 51x^2 + 28$

16. ถ้า  $2x^3 - 4x - f(x) + 5 = 0$  แล้ว  $\lim_{d \rightarrow 0} \frac{f(x+d) - f(x)}{d}$  เป็นเท่าใด

ก.  $6x^2 - 4$

ข.  $6x^2 + 5$

ค.  $2x^2 - 4$

ง.  $2x^2 + 5$

17. ถ้า  $f(x) = \frac{3-2x}{x^2}$  แล้ว  $f'(x)$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก.  $\frac{2x-6}{x^3}$

ข.  $\frac{6-2x}{x^3}$

ค.  $\frac{-6x+2}{x^2}$

ง.  $\frac{6x-2}{x^2}$

18. วัตถุสิ่งหนึ่งเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง ความเร็วของวัตถุที่วินาที  $s = t^2 - 4t$  เมื่อ  $s$  เป็นระยะทางที่หน่วยเป็นเมตร และ  $t$  เป็นเวลาที่หน่วยเป็นวินาที ความเร็วของวัตถุที่วินาทีที่ 0 และ 2 ตามลำดับ ตรงกับข้อใด

ก. 0, 0 เมตร/วินาที

ข. 2, 0 เมตร/วินาที

ค. 0, -4 เมตร/วินาที

ง. -4, 0 เมตร/วินาที



19. สมการของความเร็ว  $v$  ของวัตถุในระยะเวลา  $t$  คือ  $v = 10 - 9t$   
 อยากทราบว่าความเร่งของวัตถุนั้นในขณะใด ๆ มีค่าเท่าไร

ก.  $-9$

ข.  $1$

ค.  $9$

ง.  $10$

20. ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = 4x^3 + 2x$  ที่จุด  $(x, y)$  คือข้อใด

ก.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(x^3 + h) + 2(x + h) - 4x^3 - 2x}{h}$

ข.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(x + h)^3 + 2(x + h) - 4x^3 - 2x}{h}$

ค.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(x + h)^3 + 2(x + h) - 4x^3 + 2x}{h}$

ง.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(x^3 + h) + 2(x + h) - 4x^3 + 2x}{h}$

21. กราฟของสมการ  $y = (x - 3)^5$  มีความชันที่จุด  $(x, y)$  เป็นเท่าไร

ก.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x + h)^5 - (x - 3)^5}{h}$

ข.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x - h)^5 + h - (x - 3)^5}{h}$

ค.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x + h)^5 - 3 - (x - 3)^5}{h}$

ง.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x + h - 3)^5 - (x - 3)^5}{h}$







39. วัตถุหนึ่งเคลื่อนที่ตามแนวเส้นตรงตามกฎ  $s = f(t)$  โดยมีความเร็วในขณะ  $t$  เท่ากับ  $t^2 - 3$  ปรากฏว่าได้ระยะทาง  $s = 8$  เมื่อ  $t = 3$  อยากทราบว่าสมการแสดงระยะทางของการเคลื่อนที่ของวัตถุนี้คือข้อใด

ก.  $\frac{t^3}{3} + 3t + 8$

ข.  $\frac{t^3}{3} - 3t - 8$

ค.  $\frac{t^3}{3} - 3t + 8$

ง.  $t^3 - 3t + 8$

40. ความเร่งของรถยนต์คันหนึ่งในช่วงเวลาใด ๆ เป็น  $3t - 1$  ถ้า  $t = 2$  จะได้  $v = 3$  เมื่อ  $t$  เป็นเวลา และ  $v$  เป็นความเร็วของรถยนต์ ในช่วงเวลา  $t$  สมการความเร็วของรถยนต์คันนี้ในระยะเวลา  $t$  ใด ๆ คือข้อใด

ก.  $\frac{3}{2}t^2 - t - 1$

ข.  $\frac{3}{2}t^2 - t + 1$

ค.  $3t^2 - t - 5$

ง.  $3t^2 - 1$

លេខ

1.	ក	21.	ឃ
2.	ខ	22.	ង
3.	គ	23.	ច
4.	ឃ	24.	ក
5.	ង	25.	ក
6.	ច	26.	ឃ
7.	ក	27.	ង
8.	គ	28.	ក
9.	ឃ	29.	ក
10.	ង	30.	ង
11.	ង	31.	ង
12.	ង	32.	ក
13.	ង	33.	ក
14.	ឃ	34.	ក
15.	ក	35.	ង
16.	ក	36.	ឃ
17.	ក	37.	ក
18.	ឃ	38.	ក
19.	ក	39.	ក
20.	ង	40.	ក

## ภาคผนวก ก.

## รายละเอียดการคำนวณ

1. ตัวอย่างการคำนวณค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบ  
วัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง "แคลคูลัส" โดยใช้สูตร  
ของ คูเคอร์ ริชาร์ดสัน 20 (KR.20) และการวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย ( $p$ ) ค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ของข้อสอบ  
แต่ละข้อ
2. การวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมทางเดียว (One-Way Analysis  
of Covariance)
3. การเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างมัธยัมเลขคิดเป็นรายคู่ตามวิธี  
ของ เชฟเฟ (Scheffé's method)

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "แคลคูลัส"

ตารางที่ 3 การคำนวณค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "แคลคูลัส" โดยใช้สูตรคูเคอร์ วิชาคณิต 20 (KR.20)

ข้อที่	p	q	pq	ข้อที่	p	q	pq
1	0.75	0.25	0.1425	21	0.53	0.47	0.2491
2	0.65	0.35	0.2275	22	0.37	0.63	0.2331
3	0.57	0.43	0.2451	23	0.37	0.63	0.2331
4	0.45	0.55	0.2475	24	0.41	0.59	0.2419
5	0.55	0.45	0.2475	25	0.42	0.58	0.2436
6	0.55	0.45	0.2475	26	0.58	0.42	0.2436
7	0.57	0.43	0.2451	27	0.47	0.53	0.2491
8	0.38	0.62	0.6129	28	0.48	0.52	0.2491
9	0.27	0.73	0.1971	29	0.56	0.44	0.2464
10	0.48	0.52	0.2496	30	0.48	0.52	0.2496
11	0.3	0.7	0.21	31	0.6	0.4	0.24
12	0.38	0.62	0.6129	32	0.52	0.48	0.2491
13	0.4	0.6	0.24	33	0.47	0.53	0.2491
14	0.43	0.57	0.2451	34	0.27	0.73	0.1971
15	0.68	0.32	0.2176	35	0.42	0.58	0.2496
16	0.4	0.6	0.24	36	0.4	0.6	0.24
17	0.4	0.6	0.24	37	0.47	0.53	0.2491
18	0.63	0.37	0.2331	38	0.65	0.35	0.2275
19	0.61	0.39	0.2379	39	0.48	0.52	0.2491
20	0.52	0.48	0.2491	40	0.5	0.5	0.25



ตารางที่ 4 การคำนวณหาค่าความยากง่าย ( $p$ ) ค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ของข้อสอบ  
แต่ละข้อในแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัส

ข้อที่	$R_U$	$R_L$	$p$	$r$	ข้อที่	$R_U$	$R_L$	$p$	$r$
1	27	18	0.75	0.3	21	23	9	0.53	0.47
2	24	15	0.65	0.3	22	15	7	0.37	0.27
3	23	11	0.57	0.37	23	25	7	0.37	0.60
4	21	6	0.45	0.50	24	20	5	0.41	0.50
5	23	9	0.55	0.47	25	18	7	0.42	0.37
6	25	8	0.55	0.57	26	21	14	0.58	0.23
7	25	9	0.57	0.53	27	21	7	0.47	0.47
8	17	6	0.38	0.37	28	21	8	0.48	0.43
9	13	3	0.27	0.33	29	22	12	0.56	0.33
10	21	8	0.48	0.43	30	19	10	0.48	0.30
11	13	5	0.30	0.23	31	24	12	0.60	0.40
12	18	5	0.38	0.43	32	24	7	0.52	0.57
13	18	6	0.40	0.4	33	22	5	0.47	0.57
14	20	6	0.43	0.47	34	12	2	0.23	0.33
15	26	15	0.68	0.37	35	19	6	0.42	0.43
16	19	5	0.40	0.47	36	20	14	0.40	0.20
17	18	6	0.40	0.40	37	14	4	0.47	0.33
18	26	12	0.63	0.47	38	24	15	0.65	0.30
19	24	13	0.61	0.37	39	21	7	0.48	0.47
20	21	10	0.52	0.37	40	20	10	0.50	0.33

$$\begin{aligned}
 \sum pq &= 10.2327 \\
 S_x^2 &= \frac{n \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{n(n-1)} \\
 &= \frac{60(25882) - (1165)^2}{60(60-1)} \\
 &= 55.28107345
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 r_{xx} &= \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\sum pq}{S_x^2} \right] \\
 &= \frac{40}{40-1} \left[ 1 - \frac{10.2327}{55.28107345} \right] \\
 &= 0.83
 \end{aligned}$$

2. การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way Analysis of Covariance)

ตารางที่ 5 แสดงคะแนนสอบปลายภาคแรก (X) และผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ (Y) วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง "แคลคูลัส" ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยวิธีสอนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (กลุ่มที่ 1) บทเรียนแบบโปรแกรม (กลุ่มที่ 2) และสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล (กลุ่มที่ 3)

กลุ่มที่ 1			กลุ่มที่ 2			กลุ่มที่ 3		
X	Y	XY	X	Y	XY	X	Y	XY
22	26	572	24	37	888	27	28	756
27	28	756	21	26	546	23	29	667
28	38	1064	25	21	525	28	32	896
34	38	1292	22	24	528	23	28	644
24	31	744	22	29	638	22	21	462
20	24	480	23	20	460	22	28	616
29	35	1015	30	32	960	22	23	506
29	36	1044	26	32	832	20	30	600
29	36	1044	33	37	1221	27	30	810
22	32	704	25	30	750	34	32	1088
22	24	528	22	28	616	23	25	575
30	35	1050	25	21	525	22	35	770
28	38	1064	26	36	936	28	31	868
23	32	736	30	37	1110	33	35	1155
24	31	744	32	35	1120	24	30	720
28	37	1036	27	25	675	25	31	775

กลุ่มที่ 1			กลุ่มที่ 2			กลุ่มที่ 3		
X	Y	XY	X	Y	XY	X	Y	XY
28	31	868	28	29	812	29	33	957
26	30	780	23	21	483	22	24	528
22	35	770	23	31	713	22	30	660
19	29	551	27	34	918	29	30	870
28	36	1008	33	38	1254	21	26	546
23	36	828	22	28	616	30	36	1080
25	35	875	28	25	700	22	24	528
22	20	440	23	21	483	28	34	952
32	38	1216	27	37	999	21	34	714
28	34	952	28	33	924	32	34	1080
28	33	924						
700	878		675	767		659	773	

$$T_X = 2034$$

$$T_Y = 2418$$

$$N = 27 + 26 + 26 = 79$$

2.2 หาค่าความคลงของกำลังสองของส่วนเบี่ยงเบนระหว่างคะแนน X  
กับมัชฌิมเลขคณิต ( $SS_X$  หรือ  $\sum x^2$  เมื่อ  $x = X - \bar{X}$ )

$$2.2.1 \text{ SS}_{\text{ทั้งหมด}} = \sum X_{ij}^2 - \frac{T_X^2}{N}$$

$$\begin{aligned} SS_{tX} &= 22^2 + 27^2 + \dots + 21^2 + 32^2 - \frac{(2034)^2}{79} \\ &= 53468 - 52369.06329 \end{aligned}$$

$$\text{หรือ } \sum x_t^2 = 1098.93671$$

$$2.2.2 \text{ SS}_{\text{ระหว่างกลุ่ม}} = \left( \frac{T_X^2}{n_1} + \frac{T_X^2}{n_2} + \frac{T_X^2}{n_3} \right) - \frac{T_X^2}{N}$$

$$SS_{aX} = \frac{(700)^2}{27} + \frac{(675)^2}{26} + \frac{(659)^2}{26} - \frac{(2034)^2}{79}$$

$$\text{หรือ } \sum x_a^2 = 6.238701$$

$$2.2.3 \text{ SS}_{\text{ภายในกลุ่ม}} = \text{SS}_{\text{ทั้งหมด}} - \text{SS}_{\text{ระหว่างกลุ่ม}}$$

$$\begin{aligned} SS_{wX} &= SS_{tX} - SS_{aX} \\ &= 1098.93671 - 6.238701 \end{aligned}$$

$$\text{หรือ } \sum x_w^2 = 1092.698009$$

2.3 หาค่าความคลงของกำลังสองของส่วนเบี่ยงเบนระหว่างคะแนน Y  
กับมัชฌิมเลขคณิต ( $SS_Y$  หรือ  $\sum y^2$  เมื่อ  $y = Y - \bar{Y}$ )

$$2.3.1 \text{ SS}_{\text{ทั้งหมด}} = \sum Y_{ij}^2 - \frac{T_Y^2}{N}$$

$$\begin{aligned} SS_{tY} &= (26)^2 + (28)^2 + \dots + (34)^2 + (34)^2 \\ &\quad - \frac{(2418)^2}{79} \end{aligned}$$

$$= 76058 - 74009.16456$$

$$\sum y_t^2 = 2048.83544$$

$$\begin{aligned}
 2.3.2 \quad SS_{\text{ระหว่างกลุ่ม}} &= \frac{T_{Y_A}^2}{n_1} + \frac{T_{Y_B}^2}{n_2} + \frac{T_{Y_C}^2}{n_3} + \frac{T_Y^2}{N} \\
 SS_{aY} &= \frac{(878)^2}{27} + \frac{(767)^2}{26} + \frac{(773)^2}{26} - \frac{(2418)^2}{79} \\
 &= 74159.643875 - 74009.16456
 \end{aligned}$$

$$\text{หรือ } \sum y_a^2 = 150.479315$$

$$\begin{aligned}
 2.3.3 \quad SS_{\text{ภายในกลุ่ม}} &= SS_{\text{ทั้งหมด}} - SS_{\text{ระหว่างกลุ่ม}} \\
 SS_{wY} &= SS_{tY} - SS_{aY} \\
 &= 2048.83544 - 150.479315
 \end{aligned}$$

$$\text{หรือ } \sum y_w^2 = 1898.356125$$

#### 2.4 หาค่าผลรวมของผลคูณของส่วนเบี่ยงเบน ( $\sum xy$ )

$$2.4.1 \quad \text{ผลคูณทั้งหมด} = \sum (X_{ij} Y_{ij}) - \frac{T_X T_Y}{N}$$

$$\begin{aligned}
 \sum xy_t &= (22)(26) + (27)(28) + \dots + (21)(34) + \\
 &\quad (32)(34) - \frac{(2034)(2418)}{79} \\
 &= 63140 - 62255.8481 = 884.1519
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.4.2 \quad \text{ระหว่างกลุ่ม} &= \sum (T_{X_i} T_{Y_j}) / n_i - T_X T_Y / N \\
 \sum xy_a &= \frac{(700)(878)}{27} + \frac{(675)(767)}{26} + \frac{(659)(773)}{26} \\
 &\quad - \frac{(2034)(2418)}{79} \\
 &= 62268.03988 - 62255.8481 \\
 &= 12.191783
 \end{aligned}$$

$$2.4.3 \quad \sum xy_{\text{ภายในกลุ่ม}} = \sum xy_{\text{ทั้งหมด}} - \sum xy_{\text{ระหว่างกลุ่ม}}$$

$$\begin{aligned}
 \sum xy_w &= \sum xy_t - \sum xy_a \\
 &= 884.1519 - 12.191783 \\
 &= 871.960117
 \end{aligned}$$

ตารางที่ 6 สรุปค่าของ  $df$ ,  $SS_X$ ,  $SS_Y$  และ  $\sum xy$

แหล่ง	df	$SS_X$ ( $\sum x^2$ )	$SS_Y$ ( $\sum y^2$ )	$\sum xy$
ระหว่างกลุ่ม	3-1=2	$\sum x_a^2 = 6.238701$	$\sum y_a^2 = 150.479315$	$\sum xy_a = 12.191783$
ภายในกลุ่ม	79-3-1 = 75	$\sum x_w^2 = 1092.698009$	$\sum y_w^2 = 1898.356125$	$\sum xy_w = 871.960117$
ทั้งหมด	79-2 = 77	$\sum x_t^2 = 1098.93671$	$\sum y_t^2 = 2048.83544$	$\sum xy_t = 884.1519$

2.5 หาค่าของกำลังสองของส่วนที่เหลือ หรือส่วนที่ปรับแล้ว

(Computation of adjusted) นั่นคือหา  $\sum y'^2$  หรือ  $SS'_Y = \sum y^2 - \frac{(\sum xy)^2}{\sum x_t^2}$

$$\begin{aligned}
 2.5.1 \quad SS'_{tY} &= \sum y_t^2 - \frac{(\sum xy_t)^2}{\sum x_t^2} \\
 &= 2048.83544 - \frac{(884.1519)^2}{1098.93671} \\
 &= 2048.83544 - 711.3463179 \\
 &= 1337.489122
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.5.2 \quad SS'_{wY} &= \sum y_w^2 - \frac{(\sum xy_w)^2}{\sum x_w^2} \\
 &= 1898.356125 - \frac{(871.960117)^2}{1092.698009} \\
 &= 1898.356125 - 695.813884 \\
 &= 1202.542241
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.5.3 \quad SS'_{aY} &= SS'_{tY} - SS'_{wY} = \sum y_t'^2 - \sum y_w' \\
 &= 1337.489122 - 1202.542241 \\
 &= 134.946881
 \end{aligned}$$

ตารางที่ 7 สรุปผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม

แหล่ง	df	$SS'_Y (\sum y'^2)$	$MS'_Y$	F
ระหว่างกลุ่ม	$k-1=3-1$ = 2	134.946881	67.4734405	4.208174868 *
ภายในกลุ่ม	$N-k-1=79-3-1$ = 75	1202.542241	16.03389655	
ทั้งหมด	$N-2=79-2$ = 77	1337.489122		

$$*p \quad 0.05, \quad 0.05 \quad F_{2, 75} = 3.13$$

จากตารางปรากฏว่า ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 df (2, 75) ค่า F ในตารางมีค่าเท่ากับ 3.13 ค่า F ที่ได้จากการคำนวณเท่ากับ 4.208174868 ซึ่งมากกว่า 3.13 ดังนั้นผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน บทเรียนแบบโปรแกรม และสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผลแตกต่างกัน



3. การเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างมัธยฐานเลขคณิตเป็นรายคู่ตามวิธีการของเชฟเฟ (Scheffé's Method) โดยการเปรียบเทียบค่าของ  $\frac{|\hat{\psi}|}{\delta_{\hat{\psi}}}$  และ  $\sqrt{\frac{(k-1) F_{1-\alpha}^{F, k-1, N-k}}{1-\alpha}}$

$$\text{เมื่อ } \hat{\psi} = c_1 \bar{Y}_{.1} + c_2 \bar{Y}_{.2} + \dots + c_J \bar{Y}_{.k}$$

$$\delta_{\hat{\psi}}^2 = MS'_{wY} \left( \frac{c_1^2}{n_1} + \frac{c_2^2}{n_2} + \dots + \frac{c_k^2}{n_k} \right)$$

3.1 หากค่า  $\bar{Y}_{.1}, \bar{Y}_{.2}, \bar{Y}_{.3}$  ได้ดังนี้

$$\bar{Y}_{.1} = \frac{878}{27} = 32.51851852$$

$$\bar{Y}_{.2} = \frac{767}{26} = 29.5$$

$$\bar{Y}_{.3} = \frac{773}{26} = 29.73076923$$

3.2  $MS'_{wY} = 16.03389655$

$$n_1 = 27, n_2 = 26, n_3 = 26$$

$$F_{1-\alpha, k-1, N-k} = F_{1-0.05, 3-1, 79-3} = F_{0.95, 2, 76} = 3.1287$$

$$\sqrt{\frac{(k-1) F_{1-\alpha}^{F, k-1, N-k}}{1-\alpha}} = \sqrt{2(3.1287)} = 2.501479562$$

3.3 ทดสอบความแตกต่างของแต่ละกลุ่มเป็นรายคู่ โดยวิธีการของเชฟเฟ ซึ่งใช้การเปรียบเทียบค่าของ  $\frac{|\hat{\psi}|}{\delta_{\hat{\psi}}}$  และ  $\sqrt{\frac{(k-1) F_{1-\alpha}^{F, k-1, N-k}}{1-\alpha}}$

กลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2

$$\hat{\psi} = c_1 \bar{Y}_{.1} + c_2 \bar{Y}_{.2}$$

$$= 1(32.51851852) + (-1)29.5 = 3.01851852$$

$$\delta_{\hat{\psi}}^2 = MS'_{wY} \left( \frac{c_1^2}{n_1} + \frac{c_2^2}{n_2} \right)$$

$$= 16.03389655 \left( \frac{1^2}{27} + \frac{(-1)^2}{26} \right) = 1.210536349$$

$$\hat{\sigma}_\psi = 1.100243768$$

$$\frac{|\hat{\psi}|}{\hat{\sigma}_\psi} = \frac{3.01851852}{1.100243768} = 2.743499766$$

ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 จะได้ว่า  $2.743499766 > 2.501479562$  ดังนั้น ผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม

กลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 3

$$\hat{\psi} = c_1 \bar{Y}_{.1} + c_3 \bar{Y}_{.3}$$

$$= 1(32.51851852) + (-1)(29.73076923)$$

$$= 2.78774929$$

$$\hat{\sigma}_\psi^2 = MS_{wY} \left( \frac{c_1^2}{n_1} + \frac{c_3^2}{n_3} \right)$$

$$= 16.03389655 \left( \frac{1^2}{27} + \frac{1^2}{26} \right)$$

$$= 1.210536349$$

$$\hat{\sigma}_\psi = 1.100243768$$

$$\frac{|\hat{\psi}|}{\hat{\sigma}_\psi} = \frac{2.78774929}{1.100243768} = 2.533756038$$

ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 จะได้ว่า  $2.533756038 > 2.501479562$  ดังนั้น ผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล

กลุ่มที่ 2 และกลุ่มที่ 3

$$\begin{aligned}\hat{\psi} &= c_2 \bar{Y}_{.2} + c_3 \bar{Y}_{.3} \\ &= 1(29.5) + (-1)(29.73076923) \\ &= -0.23076923\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_{\hat{\psi}}^2 &= MS_{wY} \left( \frac{c_2^2}{n_2} + \frac{c_3^2}{n_3} \right) \\ &= 16.03389655 \left( \frac{1^2}{26} + \frac{1^2}{26} \right) \\ &= 1.233376658\end{aligned}$$

$$\hat{\sigma}_{\hat{\psi}} = 1.110574922$$

$$\frac{|\hat{\psi}|}{\hat{\sigma}_{\hat{\psi}}} = \frac{0.23076923}{1.110574922} = 0.207792581$$

ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 จะได้ว่า  $0.207792581 < 2.501479562$  ดังนั้น  
ผลสัมฤทธิ์การ เรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยใช้  
บทเรียนแบบโปรแกรมและนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผลไม่  
แตกต่างกัน

## ประวัติของผู้วิจัย

นายเลิศ สิทธิโกศล เกิดเมื่อวันที่ 20 เมษายน 2502 ที่อำเภอปะเหลียน จังหวัดตรัง สำเร็จการศึกษามัธยมศึกษา เอกคณิตศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ วิทยาเขตสงขลา เมื่อปีการศึกษา 2524 และเข้าเรียนต่อในสาขาการศึกษา คณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา มัธยมศึกษาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2529 ปัจจุบันเป็น อาจารย์หมวดวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขต ปัตตานี

