การศึกษาทางทฤษฎีของการเคลื่อนที่แบบบราวเนียนในของเหลว

นายราชัย ประกอบการ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
ภาควิชาฟิสิกส์
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พ.ศ. 2530

ISBN 974-568-387-6

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

013811 I 10294302

THEORETICAL STUDY OF BROWNIAN MOTION IN LIQUID

Mr. Rachai Prakobkarn

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Physics

Graduate School

Chulalongkorn University

1987

ISBN 974-568-387-6

Thesis Title	Theoretical study of Brownian motion in liquid
By	Mr. Rachai Prakobkarn
Department	Physics
Thesis Advisor	Prof.Dr. Virulh Sa-yakanit, F.D.

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in Partial fulfillment of the requirements for the Master's degree.

.....Dean of Graduate School

(Professor Thavorn Vajrabhaya, Ph.D.)

Thesis Committee

.....Chairman

(Associate Professor Kitt Visoottiviseth, Ph.D.)

.....Thesis advisor

(Professor Virulh Sa-yakanit, F.D.)

.....Member

(Associate Professor Phitoon Trivijitkasem, Ph.D.)

.....Member

(Assistant Professor Pisistha Ratanavararaksa, Ph.D.)

.....Member

(Assistant Professor Mayuree Nednapit, Ph.D.)

Copyright of the Graduate School, Chulalongkorn University

ราชัย ประกอบการ : การศึกษาทางทฤษฎีของการเคลื่อนที่แบบบราวเนียนในของเหลว (THEORETICAL STUDY OF BROWNIAN MOTION IN LIQUID) อ.ที่ปรึกษา : ศ.ดร.วิรุฬห์ ลายคณิต, 68 หน้า.

จุดมุ่งหมายของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ คือการศึกษาเกี่ยวกับปัญหาการเคลื่อนที่แบบบราวเนียน ซึ่งเป็นปรากฏการณ์ที่อนุภาคขนาดเล็กมากในของไหล เคลื่อนที่แบบสุ่ม ไอน์สไตน์เป็นคนแรกที่นำคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหานี้ โดยใช้ทฤษฎีความน่าจะเป็นและกฎทางพลศาสตร์ แต่คำตอบที่ได้จะถูกต้องในช่วงเวลาที่มากกว่าเวลารีแลกเซชั่นมาก ๆ ต่อมาก็สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องในทุก ๆ ช่วงเวลา โดยใช้สมการแลงเจแวงและสมการฟอร์คเกอร์-พลางค์ ปัจจุบันนักฟิสิกส์ยังไม่พอใจกับสมการแลงเจแวงและสมการฟอร์คเกอร์-พลางค์ และต้องการใช้กฎทางพลศาสตร์เท่านั้น มาแก้ปัญหาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่แบบนี้

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เราแสดงว่า แบบจำลองของฟอร์ด-แคก-มาร์คู สามารถสนองความต้องการอันนี้ แบบจำลองนี้ เป็นระบบของตัวสั่นแบบฮาร์โมนิคที่ยึดติดกัน ซึ่งใช้แทนอิทบาทแบบจำลองนี้ยังนำไปสู่สมการแลงเจแวง ดังนั้นจึงเป็นการพิสูจน์ว่าแบบจำลองนี้เป็นแบบจำลองทางพลศาสตร์ที่ใช้แทนการเคลื่อนที่แบบบราวเนียนได้

ภาควิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา ฟิสิกส์

ปีการศึกษา 2530 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....

RACHAI PRAKOBKARN : THEORETICAL STUDY OF BROWNIAN MOTION IN LIQUID. THESIS ADVISOR : PROF.DR.VIRULH SA-YAKANIT,F.D. 68 pp.

The purpose of this thesis is to review the original work on Brownian motion problem. Brownian motion is the phenomenon of a macroscopically small particle immersed in a fluid and exhibited a random type of motion. The first mathematical treatment on the motion began with the work of Einstein. He used the probability theory and the dynamical laws. However, the solutions obtained is valid only in time interval much larger than the relaxation time. Langevin and Fokker-Planck equations later give the generalized solutions which is valid for all intervals of time.

At present, physicists are not satisfied with the Langevin and Fokker-Planck equations and want to use dynamical laws only in deriving the behavior of the motion. In this thesis, we have shown that the Ford-Kac-Mazur model can serve this purpose. The model can be represented by a system of coupled harmonic oscillators which serve as a heat bath. The Langevin equation can be derived from this model and this model is thus proved to be the satisfactory dynamical model representing Brownian motion.

ภาควิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา ฟิสิกส์

ปีการศึกษา 2530 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....

ACKNOWLEDGEMENTS

The author wishes to express his appreciation to Professor Dr. Virulh Sa-yakanit for his advice and guidance and encouragement throughout the course of this research.

Finally, he would like to acknowledge his parents, for encouraging throughout his studies.

TABLE OF CONTENTS.

page

ABSTRACTS..... iv

ACKNOWLEDGEMENTS..... vi

LIST OF ILLUSTRATIONS..... ix

CHAPTER I INTRODUCTION..... 1

CHAPTER II EINSTEIN'S THEORY..... 3

CHAPTER III THE MODERN THEORY..... 6

3.1 Langevin equation..... 6

3.1.1 The derivation of Langevin equation..... 6

3.1.2 The theory of the Brownian motion of a free particle..... 12

3.1.3 The theory of the Brownian motion of a particle in a field of force [The harmonically bound particle]..... 23

CHAPTER IV THE FOKKER-PLANCK EQUATION..... 29

4.1 Introduction..... 29

4.2 The derivation of Fokker-Planck equation..... 30

(1) The Fokker-Planck equation in velocity space to describe Brownian motion of a free particle..... 30

(2) The generalization of the Fokker-Planck

equation..... 34

4.3 The solution for the field free case..... 36

4.4 The solution for the case of a harmonically bound particle..... 42

CHAPTER V FORD-KAC-MAZUR MODEL..... 44

5.1 Introduction..... 44

5.2 The model..... 46

(I) Dynamics of a system of coupled oscillators..... 46

(II) Interaction matrix..... 48

(III) The Langevin equation..... 51

(IV) The statistical distribution of E(t).... 53

CHAPTER VI DISCUSSIONS AND CONCLUSIONS..... 55

APPENDIX I THE GENERAL PROBLEM OF RANDOM FLIGHTS..... 59

APPENDIX II MULTIVARIATE GAUSSIAN DISTRIBUTION..... 63

APPENDIX III CORRELATIONS IN A SYSTEM OF COUPLED OSCILLATORS.... 66

REFERENCES..... 58

VITA..... 68

LIST OF FIGURES

Page

Figure 3.1 Ensemble of systems illustrating the behavior of the fluctuating force A'(t) acting on a stationary particle..... 8

LIST OF TABLES

Page

Table I Observations and calculations of the distribution of the displacements of a Brownian particle..... 21