



1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

การทดลองสุ่มใดๆก็ตามที่จำนวนผลสำเร็จที่เกิดขึ้นในแต่ละช่วงเวลาเป็นอิสระต่อกัน ความน่าจะเป็นของการเกิดผลสำเร็จหนึ่งครั้งในช่วงเวลาสั้นๆแปรผันตรงกับความยาวของช่วงเวลา และมีความน่าจะเป็นน้อยมากที่จะเกิดผลสำเร็จมากกว่าหนึ่งครั้งในช่วงเวลาสั้น ๆ สามารถกล่าวได้ว่าการทดลองนั้นเป็นการทดลองแบบปัวส์ซอง และมีฟังก์ชันความน่าจะเป็น (probability function) ดังนี้

$$f(x; \lambda) = P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x=0,1,2,\dots$$

$$= 0, \text{ ค่า } x \text{ อื่น ๆ}$$

โดยที่ X คือ จำนวนผลสำเร็จที่เกิดขึ้นต่อหนึ่งช่วงเวลา

λ คือ ค่าเฉลี่ยของจำนวนผลสำเร็จที่เกิดขึ้นต่อหนึ่งช่วงเวลา

และ $e = 2.7182\dots$

เราเรียกการแจกแจงความน่าจะเป็นที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นข้างต้นว่า การแจกแจงความน่าจะเป็นปัวส์ซอง (Poisson probability distribution) สำหรับการอนุมานต่างๆที่เกี่ยวกับพารามิเตอร์ λ สามารถประมาณค่าได้ทั้งแบบจุด(point estimation) และแบบช่วง(interval estimation) สำหรับในการวิจัยครั้งนี้สนใจที่จะศึกษาเฉพาะการประมาณค่าพารามิเตอร์ λ โดยใช้การประมาณแบบช่วง

การประมาณแบบช่วงเป็นการประมาณที่ให้ช่วงหนึ่งซึ่งมีคุณสมบัติว่า ช่วงค่าประมาณที่ได้ซึ่งสามารถคลุมค่าที่แท้จริงของพารามิเตอร์จะตกอยู่ในช่วงที่ประมาณได้ด้วยเชื่อมั่นระดับหนึ่ง โดยที่การประมาณค่าแบบช่วงเป็นการประมาณโดยอาศัยการประมาณแบบจุด และการแจกแจงของตัวประมาณนั้น ซึ่งผลจากการประมาณจะทำให้ผู้วิจัยเชื่อมั่นได้ในระดับหนึ่งว่าช่วงที่ประมาณได้คลุมค่าพารามิเตอร์ที่สนใจศึกษา

โดยทั่วไปในการประมาณแบบช่วงสำหรับพารามิเตอร์ λ ของการแจกแจงแบบปัวส์ซอง มีด้วยกันหลายวิธี ซึ่งมีรายงานการวิจัยต่างๆที่เกี่ยวข้อง อาทิเช่น

ในปี ค.ศ 1991 Gerald J.Hanh และ William Q. Meeker ได้เสนอวิธีการประมาณแบบปกติ (Normal Method) เป็นที่ทราบกันดีว่าโดยทั่วไปการประมาณแบบปกติจะประมาณการแจกแจงแบบปัวส์ซองได้ดีเมื่อ $n \rightarrow \infty$ ซึ่งวิธีการนี้นิยมใช้หาตัวประมาณแบบช่วงของพารามิเตอร์ λ ในกรณีที่ $\lambda > 5$

ในปี ค.ศ 1969 Johnson ได้เสนอวิธีการประมาณด้วยรากสมการกำลังสอง(Root of Quardartic Equation Method) ใช้หาตัวประมาณแบบช่วงของพารามิเตอร์ λ ในกรณีที่ $\lambda > 5$

ในปี ค.ศ 1991 Gerald J.Hanh และ William Q. Meeker และ Casella:1990 ได้เสนอวิธีการประมาณแบบไค-สแควร์ เป็นวิธีการประมาณที่ผู้เสนอไม่ได้สรุปว่าสามารถใช้ประมาณได้ดีในกรณีใด และเมื่อนำไปเปรียบเทียบกับวิธีอื่นๆยังจะใช้ได้หรือไม่จะต้องมีการศึกษาต่อไป

ในปี ค.ศ 1991 George Casella และ Roger L. Berger ได้เสนอวิธีการประมาณแบบเบส์ (Bayesian Method) กล่าวว่าวิธีนี้จะใช้ได้ดีในกรณีที่ขนาดตัวอย่างขนาดเล็กและ λ ขนาดเล็ก

ในปี ค.ศ 1995 Don G. Wardell 1995 ได้เสนอ วิธีการประมาณแบบวอร์ดล (Wardel Method) แนะนำให้ใช้ในกรณีขนาดตัวอย่างขนาดเล็ก $n < 30$ แต่ไม่ได้สรุปถึง λ ซึ่งควรศึกษาวิจัยต่อไป

ในปี ค.ศ 1991 George Casella และ Roger L. Berger ได้เสนอวิธีการประมาณแบบตาราง (Tubular Method) ซึ่งวิธีการประมาณนี้จะใช้ได้ดีในกรณีที่ทราบค่า จำนวนผลสำเร็จ (X) และจะให้ได้สะดวกเมื่อจำนวนผลสำเร็จมีค่า $0 \leq X \leq 100$ แต่เมื่อพิจารณาค่าประมาณที่ได้จะมีค่าใกล้เคียงกับวิธีการประมาณแบบไค-สแควร์

ในปี พ.ศ 2540 นวพร นาถนิตธาตา ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบปกติ วิธีการประมาณแบบรากกำลังสอง และวิธีการประมาณแบบเบส์โดยอัลเบิร์ต ซึ่งศึกษาในกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 1 ถึง 50 และกำหนดระดับความเชื่อมั่นที่ทำการศึกษาคือ 90%,95%,99% ผลการวิจัยพบว่าถ้า $\lambda \leq 2$ และ $n \leq 3$ ควรเลือกใช้วิธีการประมาณแบบเบส์โดยอัลเบิร์ต ถ้าค่า $\lambda \leq 2$ และ $n \geq 50$ ควรเลือกใช้วิธีการประมาณแบบเบส์โดยอัลเบิร์ต หรือ วิธีการประมาณแบบปกติ และ $\lambda \geq 15$ ควรเลือกใช้วิธีการประมาณแบบเบส์โดยอัลเบิร์ต หรือ วิธีการประมาณแบบปกติ หรือ วิธีการประมาณแบบรากกำลังสอง

จากที่กล่าวมาข้างต้นด้วยเหตุที่ในแต่ละวิธีที่กล่าวมายังมีข้อสรุปอย่างกว้างอยู่มาก ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาเพิ่มเติมวิธีการประมาณแบบช่วงสำหรับพารามิเตอร์ λ เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณที่ได้จาก 4 วิธี คือ วิธีการประมาณแบบปกติ วิธีการประมาณแบบไค-สแควร์ วิธีการประมาณแบบเบส์ และวิธีการประมาณแบบวอร์ดล เพราะวิธีทั้ง 4 เป็นวิธีการที่น่าสนใจ และจากการศึกษาพบว่ายังไม่มีผู้ใดเปรียบเทียบวิธีการประมาณทั้ง 4 พร้อมกันทำให้ผู้วิจัยต้องการศึกษาเพื่อหาข้อสรุป ในการนำวิธีการประมาณแต่ละวิธีไปใช้ในแต่ละสถานการณ์ต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยมีวัตถุประสงค์ดังนี้

1. ศึกษาวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับพารามิเตอร์ λ ของการแจกแจงแบบปัวส์ซงของ ด้วยวิธีการ 4 วิธีคือ
 - (1) วิธีการประมาณแบบปกติ(Normal Method)
 - (2) วิธีการประมาณแบบไค-สแควร์(Chi-Square Method)
 - (3) วิธีการประมาณแบบเบย์ส์(Bayesian Method)
 - (4) วิธีการประมาณแบบวอร์ดเดล (Wardell Method)
2. ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณทั้งสี่ด้วยค่าระดับความเชื่อมั่น และค่าความยาวเฉลี่ย ของช่วงที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี ที่ระดับความเชื่อมั่น 3 ระดับ คือ 90% , 95% และ 99%
3. เพื่อหาข้อสรุปในการเลือกใช้วิธีการประมาณแบบช่วงที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์ของขนาดตัวอย่าง n ,ค่าพารามิเตอร์ λ และระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)$

1.3 สมมติฐานของการวิจัย

1. กรณีขนาดตัวอย่างขนาดเล็ก วิธีการประมาณแบบวอร์ดเดล จะให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด และให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นกว่าวิธีการประมาณอื่นๆที่ศึกษาเปรียบเทียบ
2. กรณีขนาดตัวอย่างขนาดใหญ่ วิธีการประมาณแบบปกติจะให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด และให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นกว่าวิธีการประมาณอื่น ๆ ที่ศึกษาเปรียบเทียบ

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ข้อมูลที่นำมาใช้ศึกษามีการแจกแจงแบบปัวส์ซงด้วยพารามิเตอร์ (λ) ที่ถูกกำหนดขึ้นมาเพื่อใช้ในการวิจัย
2. ข้อมูลที่นำมาศึกษาเป็นตัวอย่างสุ่มที่ได้จากการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล

1.5 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิจัย มีความหมายดังนี้

λ คือ ค่าเฉลี่ยของจำนวนผลสำเร็จที่เกิดขึ้นต่อหนึ่งช่วงเวลาของประชากร

$\hat{\lambda}$ คือ ค่าเฉลี่ยของจำนวนผลสำเร็จที่เกิดขึ้นต่อหนึ่งช่วงเวลาของตัวอย่าง

$$\text{มีค่าเท่ากับ } \sum_{i=1}^n X_i / n$$

λ_U คือ ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน

λ_L คือ ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง

$\sum_{i=1}^n X_i$ คือ จำนวนหน่วยที่เกิดผลสำเร็จต่อหนึ่งช่วงเวลาในตัวอย่าง

n คือ ขนาดตัวอย่าง

$z_{1-\alpha/2}$ คือ เปอร์เซ็นไทล์ที่ $(1-\alpha/2) \times 100$ ของตัวแปรสุ่มปกติมาตรฐาน

$\chi^2_{2y, \alpha/2}$ คือ เปอร์เซ็นไทล์ที่ $(\alpha/2) \times 100$ ของตัวแปรสุ่มไค-สแควร์ ที่เมืองศาความ เป็นอิสระเท่ากับ $2y$

$\chi^2_{2(y+1), 1-\alpha/2}$ คือ เปอร์เซ็นไทล์ที่ $(1-\alpha/2) \times 100$ ของตัวแปรสุ่มไค-สแควร์ ที่เมืองศาความเป็นอิสระเท่ากับ $2(y+1)$

$\chi^2_{2(y+1), \alpha/2}$ คือ เปอร์เซ็นไทล์ที่ $(\alpha/2) \times 100$ ของตัวแปรสุ่มไค-สแควร์ ที่ เมืองศาความเป็นอิสระเท่ากับ $2(y+1)$

1.6 ขอบเขตของการวิจัย

1. กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) มีขนาดตั้งแต่ 2 ถึง 50

2. กำหนดค่า λ เป็น 2 ระดับ คือ

ระดับที่ 1 มีค่าตั้งแต่ 0.1 ถึง 0.9 โดยค่าเพิ่มขึ้นครั้งละ 0.1

ระดับที่ 2 มีค่าตั้งแต่ 1.0 ถึง 20.0 โดยค่าเพิ่มขึ้นครั้งละ 1.0

การที่แยกศึกษาเป็น 2 ระดับ เพราะเมื่อกรณี $\lambda > 5$ การแจกแจงแบบปัวส์ซองจะมี

ลักษณะการแจกแจงลู่เข้าสู่การแจกแจงแบบปกติ (Johnson 1969) และเมื่อ $\lambda > 10$ จะใช้การแจกแจงปกติแทนการแจกแจงแบบปัวส์ซองได้ดีขึ้นซึ่ง พิจารณาจากกราฟและผลการทดสอบ

ไค-สแควร์ในภาคผนวก ค. หน้า(104-106)

3. กำหนดระดับความเชื่อมั่น 3 ระดับ คือ 90% , 95% และ 99%

4. ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยที่ได้มาจากการจำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique) และเขียนโปรแกรมโดยใช้ภาษา FORTRAN 77 ทำการทดลองซ้ำ 2,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์

5. กรณีวิธีการประมาณโดยหาช่วงที่สั้นที่สุดของวอร์เดิลจะใช้ข้อมูลจากการใช้โปรแกรมภาษา VISUAL BASIC VERSION 5.5 และจากนั้นใช้โปรแกรมสำเร็จรูป EXCEL VERSION 7.0 เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัย

1. ผลที่ได้จากการวิจัยนี้จะเป็นแนวทางในการเลือกใช้วิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบปัวส์ซงของแต่ละขนาดตัวอย่างและแต่ละระดับความเชื่อมั่น 90% , 95% และ 99%

2. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาวิจัยเพื่อเปรียบเทียบกับวิธีการประมาณแบบอื่น ๆ หรือของการแจกแจงแบบอื่น ๆ ต่อไป